GRUNDRISS

DER

EXPERIMENTALPHYSIK

VON

E. JOCHMANN

UND

O. HERMES.

giebt ein in den Cylinder eingetauchter, glimmender Holzspan durch seine lebhafte Verbrennung die Anwesenheit des Sauerstoffs, eines anderen Gases als der atmosphärischen Luft, zu erkennen. (Vergl. § 19.) Das Quecksilberoxyd in der Retorte verschwindet allmählich spurlos und, wie bei sorgfältiger Ausführung des Versuches sich nachweisen läfst, ist das Gesamtgewicht des in *b* gesammelten Quecksilbers und des in *d* aufgefangenen und in den Vorlagen vorhandenen Sauerstoffs gleich dem Gewicht des zu ihrer Darstellung verwandten Quecksilberoxyds.

Chemische Verbindung. Mischt man Eisenpulver (ferrum pulveratum) und Schwefelblumen in beliebigem Verhältnis in einer Reibschale innig zusammen, so erhält man ein mechanisches Gemenge beider Stoffe, in welchem diese ihre besonderen Eigenschaften beibehalten. Man erkennt deutlich mit blofsem Auge oder unter dem Mikroskop die Teilchen des gelben Schwefels neben denen des grauen Eisens und kann durch den Magneten die Eisenteilchen dem Gemenge entziehen, oder durch Aufschwemmen desselben in Wasser das schwerere Eisen in der Bodenschicht von dem leichteren Schwefel trennen, oder wenn man das Gemenge mit Salzsäure (§ 20a) übergiefst, so löst sich das Eisen vollständig unter Entwickelung eines brennbaren Gases, des Wasserstoffes, auf und der Schwefel bleibt unverändert zurück. — Wenn man aber Eisenpulver und Schwefelblumen dem Gewichte nach im Verhältnis von 2 : 1 (genauer 7 : 4) zusammenreibt und das Gemisch in einem kleinen Glaskolben oder weiten Reagiercylinder über einer Flamme erhitzt, so fängt das Gemenge bei nicht zu hoher Temperatur an einer Stelle zu glühen an, und diese Glüherscheinung verbreitet sich bald über die ganze Masse. Das Eisen und der Schwefel vereinigen sich zu einer chemischen Verbindung. Diese stellt sich nach dem Erkalten als eine völlig gleichartige Masse dar, auf welche der Magnet keine Einwirkung ausübt, und aus der sich, nachdem man sie pulverisiert hat, durch Aufschwemmen mit Wasser Schwefel und Eisen nicht mehr trennen lassen; endlich löst sich die neue Substanz, welche den Namen Schwefeleisen erhält, in Salzsäure vollständig auf und zwar unter Entwickelung eines sehr übelriechenden Gases, des Schwefelwasserstoffs.

Bei einem mechanischen Gemenge können die Elemente nach allen Verhältnissen zusammentreten, in einer chemischen Verbindung sind sie in bestimmten, unwandelbaren Verhältnissen, sowohl dem Gewicht als (§ 18) dem Volumen nach, miteinander vereinigt. Eine mechanische Mischung zeigt die mittleren Eigenschaften ihrer Bestandteile, in der chemischen Verbindung sind die Eigenschaften der Teilelemente nicht mehr zu erkennen, dieselbe charakterisiert sich dagegen durch ganz andere Eigenschaften als ihre Bestandteile oder ein Gemenge derselben. So verbinden sich Sauerstoffgas und Wasserstoffgas chemisch zu flüssigem Wasser (§ 19a), Chlorgas und Natrium-Metall zu Chlornatrium oder Kochsalz (§ 19f). Die Verbindung heifst eine binäre, ternäre, quaternäre, je nachdem sie 2, 3, 4 Grundstoffe enthält.

Um die Zusammensetzung chemischer Verbindungen aus ihren Grundstoffen möglichst kurz und übersichtlich darzustellen, werden die Grundstoffe durch abgekürzte Symbole bezeichnet, welche von den Anfangsbuchstaben ihrer (lateinischen) Namen hergenommen sind. Durch diese Zeichen werden gleichzeitig die Gewichtsverhältnisse ausgedrückt, nach welchen sie, wie in § 17 näher erläutert wird, in ihre Verbindungen eintreten. So bedeutet das Zeichen H (Hydrogenium)

1 Gewichtsteil Wasserstoffgas, O (Oxygenium) 16 Gwt. Sauerstoffgas, Na (Natrium) 23 Gwt. Natrium u. s. f. Die Namen, Zeichen und Verbindungsgewichte der wichtigeren chemischen Grundstoffe sind in der in § 16 folgenden Tabelle enthalten.

§ 15a. Chemische Verwandtschaft oder Affinität. Die Kraft, durch welche die Bestandteile eines chemisch zusammengesetzten Körpers miteinander vereinigt und in Verbindung erhalten werden, heifst chemische Verwandtschaftskraft oder Affinität. Solch eine Kraft oder chemisches Vereinigungsstreben nimmt man zwischen Quecksilber und Sauerstoff, Eisen und Schwefel, Wasserstoff und Sauerstoff, Natrium und Chlor u. s. w. an, um die in § 15 erwähnten chemischen Verbindungen zu erklären; dagegen findet z. B. zwischen Eisen und Silber, von welchen Metallen uns eine chemische Verbindung nicht bekannt ist, keine Affinität statt.

Der Grad dieser Affinität zwischen den verschiedenen Grundstoffen ist verschieden. Aus dem Zinnober, einer chemischen Verbindung von Quecksilber mit Schwefel, läfst sich leicht das Quecksilber darstellen, wenn man Zinnober mit Eisenpulver (15 Gwt. Zinnober mit 4 Gwt. Eisenpulver) in einem Reagiercylinder stark erhitzt; aus Schwefel-Quecksilber und Eisen wird Schwefel-Eisen und Quecksilber, d. h. Quecksilber und Eisen haben ihre Stellen vertauscht, weil Eisen eine stärkere Affinität zu Schwefel hat als Quecksilber. Ebenso wenn man in eine Auflösung von Silber in Salpetersäure (Höllensteinlösung) ein Stück blankes Kupfer eintaucht, so wird das Silber in Form einer weifsgrauen, schwammigen Masse ausgeschieden und das Kupfer tritt an seine Stelle, wie sich schon aus dem Farbenwechsel der Lösung erkennen läfst. Aus salpetersaurem Silber und Kupfer wird salpetersaures Kupfer und Silber.

Einen derartigen Prozefs, durch welchen ein Element in einer chemischen Verbindung durch ein anderes ersetzt wird, nennt man Substitution. Dieselbe kann auch in einem gegenseitigen Vertauschen der Plätze der Elemente zweier Verbindungen bestehen (doppelte Wahlverwandtschaft), wie wenn man z. B. die (farblosen) Lösungen von 5 Teilen Jod-Kalium und 4 Teilen Chlor-Quecksilber (Quecksilberchlorid), in Wasser zusammengiefst: es gehen hervor Chlor-Kalium und Jod-Quecksilber (Quecksilberjodid), von denen das letztere sich augenblicklich als ein pulverförmiger Körper ausscheidet, der anfangs gelb ist, sehr bald aber prächtig scharlachrot wird.

Häufig kommt die Affinität der Elemente erst zur Wirkung in dem Augenblick, wo dieselben, aus Verbindungen austretend, frei werden, d. i. in statu nascendi. So zeigen Wasserstoff und Schwefel unter gewöhnlichen Verhältnissen keine Neigung sich chemisch zu verbinden, wird aber Schwefeleisen mit Schwefelsäure übergossen, so tritt der Schwefel aus dem Schwefeleisen aus und der Wasserstoff aus der Schwefelsäure, und beide Elemente vereinigen sich in statu nascendi zu Schwefelwasserstoff.

Die Vereinigung zweier Grundstoffe erfolgt bisweilen schon durch blofse Berührung bei gewöhnlicher Temperatur. Der Regel nach ist zu einer chemischen Einwirkung erforderlich, dafs sich wenigstens einer der beiden auf einander wirkenden Stoffe im flüssigen oder luftförmigen Aggregatzustand befinde. Ferner ist die Wärme von grofsem Einflufs auf die Affinität chemischer Bestandteile, indem sie bald die Affinität aufhebt und dadurch Zersetzungen herbeiführt, bald sie erregt oder steigert und dadurch Verbindungen veranlafst. Ein Beispiel dafür giebt das Quecksilberoxyd (§ 15), welches sich in der Rotglühhitze in Quecksilber und Sauerstoff zerlegt; andererseits bildet sich umgekehrt bei niederer Temperatur, nämlich durch anhaltendes Erhitzen des Quecksilbers bis nahe zu seinem Siedepunkt (§ 209), bei Luftzutritt Quecksilberoxyd. Schwefel und Metalle ver-

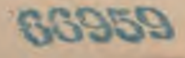
EXPERIMENTALPHYSIK.

Vorrede des Herausgebers.

Am 22. Januar 1871 starb in Liegnitz, im Kreise der Seinigen, Dr. Emil Jochmann, seit einer Reihe von Jahren Lehrer der Physik am hiesigen Köllnischen Gymnasium und, im Namen der physikalischen Gesellschaft zu Berlin, Herausgeber der „Fortschritte der Physik", — „ein gleich begeisterter wie begabter Forscher, der nicht nur die Wissen-„schaft durch seine gediegenen Schriften förderte, sondern auch seine „umfassenden Kenntnisse in seltenem Maſse seinen Schülern mitzuteilen „verstand, denen er durch Reinheit des Charakters zugleich ein edles „Vorbild der Nachahmung war" —*). In seinem litterarischen Nachlaſs fand sich ein vollständig ausgearbeitetes und bis in die letzten Jahre mit ergänzenden Notizen versehenes Lehrbuch der Physik vor. Mit dem Verfasser nahe befreundet und längere Zeit während seiner Erkrankung mit der Vertretung in seinen Lehrstunden beauftragt, hatte ich Gelegenheit, dieses Lehrbuch, welches er seinem Unterricht zu Grunde legte, genau kennen und hochschätzen zu lernen, und erklärte ich mich darum gern bereit, dem Wunsche der Seinigen durch die Herausgabe desselben zu entsprechen. Der Verstorbene selbst hatte auf meine Anfrage einige Zeit vor seinem Tode gegen mich die Absicht ausgesprochen, das Werk nicht länger ungedruckt für sich behalten zu wollen, und hat sich wohl nur durch seine zunehmende Kränklichkeit von der Ausführung dieser Absicht abhalten lassen.

Den Text irgendwie umzuändern, auſser soweit es durch die notwendige Durchführung des metrischen Systems geboten war, trug ich gerechtes Bedenken, da ich das Lehrbuch mit der gröſsten Sorgfalt durchgearbeitet vorfand, und nur an einzelnen Stellen sah ich mich veranlaſst, kurze erklärende Notizen oder Zusätze mit H. unterzeichnet**), unter dem Text hinzuzufügen. Dagegen fiel mir zumeist die Sorge der Herstellung der Figuren zu. Der Verfasser hatte nur zu den ersten Abschnitten bis § 68 in besonderen Beilagen Figuren gezeichnet, welche für den Druck bestimmt schienen, trotzdem aber zum Teil einen nochmaligen Entwurf vor der Zeichnung auf die Holzstöcke erforderten. Für die späteren Figuren war mir meist ein nur geringer Anhalt durch flüchtige Skizzen am Rande des Textes gegeben, und fehlte mir zum Teil sogar, besonders bei den Zeichnungen zusammengesetzterer Apparate, jeder Anhalt, selbst wenn der zugehörige Text auf eine bestimmte, zu ergänzende Figur durch Buchstaben für einzelne Teile derselben hinzudeuten schien. Hier war mir ein freier Spielraum gelassen, und konnte meine Aufgabe wesentlich nur darin bestehen, den ersten vom Verfasser gezeichneten Figuren entsprechend, die darzustellenden Apparate nur in ihren wesentlichen Teilen, befreit von allem unnötigen, ihr Verständnis erschwerenden Beiwerk, leicht übersichtlich für den Beschauer, wiederzugeben. Ja, um die richtige Auffassung eines Apparates möglichst zu erleichtern, habe ich selbst hier und da in einer

*) Worte des Nachrufs seiner Amtsgenossen.
**) Nur in den beiden ersten Auflagen.



Figur Teile, wenn sie sich allzusehr deckten, getrennt, in verschiedener Weise angeordnet und anders dargestellt, als sie im Apparat enthalten sind.

Für derartige Abweichungen vom gewöhnlichen Gebrauch erfreute ich mich des Einverständnisses mehrerer Fachmänner, im besonderen der Herren Professoren Helmholtz, Paalzow und Quincke. Indem ich allen diesen für ihren bereitwilligen Rat meinen besten Dank ausspreche, habe ich nur den Wunsch hinzuzufügen, dafs das vorliegende Lehrbuch auch aufserhalb der Grenzen der Anstalt, in welcher es seinen Ursprung gefunden hat, sich die gebührende Anerkennung gewinnen möge.

Berlin, Oktober 1871.

Zur zehnten Auflage.

Von der vierten Auflage an habe ich dem Grundrifs Elemente der Astronomie und mathematischen Geographie hinzugefügt, die ich, im Anschlufs an einige im Nachlafs des Verfassers des Grundrisses vorgefundene Notizen, zum Gebrauch beim Unterricht bearbeitet habe. Dieselben dürften zur Vervollständigung der meisten Lehrbücher der Physik dienen können und sind darum gleichzeitig in einer Separatausgabe erschienen. Sie enthalten im wesentlichen die Elemente der Astronomie, soweit deren Kenntnis für die Schüler in den oberen Klassen der höheren Lehranstalten als unentbehrlich zu erachten ist. Als ausführlicher vom Verfasser bearbeitet lagen mir nur die beiden ersten Abschnitte dieser Elemente vor, von welcher Bearbeitung ich möglichst Gebrauch gemacht habe; für die folgenden Abschnitte jedoch beschränkten sich die mir zugänglichen schriftlichen Notizen des Verfassers auf wenig mehr als eine kurze Zusammenstellung der Überschriften. Aus den ausführlicheren Mitteilungen über astronomische Fragen im Grundrifs selbst, die sich zum Teil auch in den Notizen vorfanden, und von denen ich nur die Kepplerschen Gesetze und die Erscheinungen bei totalen Sonnenfinsternissen hervorhebe, läfst sich vielleicht der Schlufs ziehen, dafs der Verfasser zuletzt den Gedanken aufgegeben hat, seinen Grundrifs durch die Elemente der Astronomie zu vervollständigen.

Bei den neuen Auflagen bin ich, wie ich dankbar anerkenne, wiederholt durch Rat und That von meinen Herren Fachkollegen unterstützt worden, besonders auch bei der vorliegenden von Herrn Dr. Kindel, dem die Entwickelungen in den §§ 230a und 230b zuzuschreiben sind. Die seit der ersten Auflage erforderlich gewesenen Zusätze und Veränderungen habe ich im ganzen möglichst der ursprünglichen Darstellungsweise des Verfassers anzupassen gesucht. Dieses gilt im besonderen auch für die mit der neunten Auflage erfolgte Erweiterung des die Grundbegriffe der Chemie enthaltenden zweiten Abschnittes. Durch Erneuerung und Vermehrung der Figuren, sowie durch Beifügung von vier lithographierten meteorologischen Tafeln und zwei Sternkarten, hat das Buch auch von seiten der Verlagshandlung vielfache Verbesserungen erfahren.

Steglitz, März 1887.

Dr. O. Hermes,
Prof. am Köllnischen Gymnasium zu Berlin.

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung.

Erster Abschnitt.

Allgemeine Eigenschaften der Körper. Verschiedenheit der Aggregatzustände.

Zweiter Abschnitt.

Grundbegriffe der Chemie und Krystallographie.

Dritter Abschnitt.

Mechanik.

B. Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung tropfbar flüssiger Körper (Hydromechanik).

Gleichgewicht flüssiger Körper, insbesondere unter dem Einfluſs der Schwerkraft.

Molekularwirkungen zwischen festen und flüssigen Körpern. Kapillaritätserscheinungen.

Bewegungserscheinungen der tropfbaren Flüssigkeiten.

C. Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung luftförmiger Körper (Pneumatik).

D. Allgemeine Gesetze der Wellenbewegung flüssiger und elastischer Körper.

Vierter Abschnitt.

Akustik oder Lehre vom Schall.

Fünfter Abschnitt.

Optik oder Lehre vom Licht.

Ursprung und Ausbreitung des Lichtes.

Gesetze der regelmäfsigen Spiegelung oder Reflexion des Lichtes.

Gesetze der Lichtbrechung oder Refraktion.

Farbenzerstreuung oder Dispersion des Lichtes.

4. Specifische Wärme, Kalorimetrie.

5. Verbreitung der Wärme.

6. Quellen der Wärme.

7. Anhang zur Wärmelehre. Grundbegriffe der Meteorologie.

fehlt ihnen die selbständige Gestalt, indem der Zusammenhang ihrer Teile ein so geringer ist, dafs schon die kleinste Kraft hinreicht, eine Verschiebung derselben in ihrer gegenseitigen Lage, mithin eine Formänderung des flüssigen Körpers zu bewirken. Die luftförmigen Körper endlich haben mit den tropfbaren Flüssigkeiten die leichte Verschiebbarkeit der Teilchen gemein, besitzen aber kein bleibendes Volumen mehr, indem ihre Teilchen das Bestreben zeigen, sich möglichst weit von einander zu entfernen, weshalb sie den ihnen gebotenen Raum jederzeit ganz erfüllen.

Die meisten Körper können, namentlich durch Einwirkung der Wärme, aus einem in den anderen Aggregatzustand übergeführt werden; viele Substanzen, z. B. Wasser, Schwefel, Quecksilber, sind in allen drei Aggregatzuständen bekannt. (Siehe das Nähere unter der Wärmelehre §§ 203—224.)

§ 7. Anziehungs- und Abstofsungskräfte, Kohäsion und Adhäsion. Die Ursachen der gegenseitigen Einwirkung verschiedener Körper oder verschiedener Teile desselben Körpers werden im allgemeinen Kräfte genannt. Die zwischen zwei Körperteilen wirksame Kraft ist eine anziehende oder abstofsende, je nachdem sie dieselben in der Richtung ihrer Verbindungslinie einander zu nähern oder von einander zu entfernen strebt. So gehört z. B. die Schwerkraft (§ 10), welche den Fall der Körper oder ihre Annäherung an den Mittelpunkt des Erdkörpers bewirkt, zu den Anziehungskräften. Von den Kräften, welche wie die Schwerkraft oder wie magnetische Anziehungs- und Abstofsungskräfte auf beträchtliche Entfernungen wirken, unterscheiden sich die sogenannten Molekularkräfte dadurch, dafs ihre Wirkung sich nur auf unmefsbar kleine Entfernungen, oder auf die unmittelbar benachbarten Körperteile erstreckt. Zur Klasse der Molekularkräfte gehören insbesondere die Kohäsion und Adhäsion.

Kohäsion ist die Anziehung, welche zwischen den benachbarten Teilchen eines und desselben Körpers stattfindet und, wenn man dieselben durch eine äufsere Kraft von einander zu entfernen strebt, ihre Trennung verhindert. Die Kohäsion ist am stärksten bei den festen Körpern, geringer bei den flüssigen Körpern und fehlt ganz bei den luftförmigen Körpern. Umgekehrt wird, wenn man die Teile eines festen oder flüssigen Körpers durch einen äufseren Druck einander zu nähern sucht, zwischen den benachbarten Molekülen eine Abstofsungskraft erzeugt, welche einer weiteren Annäherung entgegenwirkt. Diese Körper sind daher nur in geringerem Grade zusammendrückbar.

Adhäsion heifst die zwischen den Teilchen zweier verschiedenen, einander unmittelbar berührenden Körper wirkende Anziehungskraft, durch welche dieselben an einander haften.

Adhäsion zweier eben geschliffenen Metall- oder Glasplatten (Musschenbroeks Adhäsionsplatten [§ 81]). Alles Kleben, Leimen, Kitten, Schreiben beruht auf Adhäsion. Zwischen Adhäsion und Kohäsion ist kein wesentlicher Unterschied. So geht die Adhäsion zwischen zwei frisch geschnittenen Kautschukflächen, zwischen zwei durch starken Druck auf einander geprefsten Bleiplatten, zwischen zwei Eisenstäben beim Zusammenschweifsen in der Glühhitze in Kohäsion über, indem beide Körper sich zu einem einzigen festen Körper vereinigen.

§ 8. Elasticität, Dehnbarkeit und Sprödigkeit, Härte. Es giebt in der Natur keinen Körper von absolut starrer, unveränderlicher Gestalt. Auch die Gestalt fester Körper wird durch die Einwirkung äufserer Kräfte verändert, doch besitzen dieselben in mehr oder minder hohem Grade die Eigenschaft der Elasticität, d. h. die Eigenschaft, nach

Elemente der Astronomie und mathematischen Geographie.

Erster Abschnitt.

Axenumdrehung der Erde.

Zweiter Abschnitt.

Bewegung der Erde um die Sonne.

Dritter Abschnitt.

Mathematische Geographie.

Vierter Abschnitt.

Das Sonnensystem.

A. Die Sonne.

B. Die Planeten.

C. Die Nebenplaneten.

a. Der Mond.

b. Die Trabanten der übrigen Planeten.

D. Die Kometen.

E. Die Meteorite.

Fünfter Abschnitt.

Die Fixsterne.

chen Volumens Wasser an. Zwischen dem Gewicht p, dem Volumen v und dem specifischen Gewicht s eines Körpers bestehen die Beziehungen:

$$p = s . v; \qquad s = p : v; \qquad v = p : s.$$

Da 1 Kubikcentimeter Wasser 1 g wiegt, so giebt das specifische Gewicht zugleich das Gewicht eines Kubikcentimeters der Substanz in Grammen an.

Die Dichtigkeit der luftförmigen Körper, welche in der Regel sehr viel geringer ist als die der festen und flüssigen Körper, wird gewöhnlich mit der der atmosphärischen Luft oder des Wasserstoffgases, des leichtesten aller Gase, verglichen. Atmosphärische Luft (im wesentlichen ein Gemenge aus 21 Raumteilen Sauerstoffgas und 79 Raumteilen Stickstoffgas [§ 19]) ist bei 0° und unter dem Druck einer Atmosphäre (§ 90) 773 mal, Wasserstoffgas unter gleichen Umständen 11162 mal leichter als Wasser.

Über die bei Bestimmung der Dichtigkeit der Gase und Dämpfe zu berücksichtigenden Umstände vergl. §§ 94 und 202.

Am leichtesten ist das specifische Gewicht flüssiger Körper zu bestimmen, indem man nur die Flüssigkeiten, deren specifische Gewichte verglichen werden sollen, nach einander in dasselbe Gefäß von unveränderlichem Rauminhalt, z. B. ein Fläschchen mit sorgfältig eingeschliffenem Glasstöpsel bringt und abwägt. Wird z. B. das Fläschchen so groß gewählt, daß es genau 100 g Wasser faßt, so hat man nur das in Grammen ausgedrückte Gewicht der das Fläschchen füllenden Flüssigkeit durch 100 zu dividieren, um das specifische Gewicht zu erhalten. Faßt dasselbe z. B. 79,5 g Weingeist, so ist das specifische Gewicht des Weingeistes gleich 0,795. Über andere Methoden zur Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger und fester Körper s. unter Hydrostatik (§§ 77—80).

§ 14. Tabelle der specifischen Gewichte einiger Körper.

A. Feste Körper.

Platin, gehämmert	21,3
Platin, geschmolzen	21,15
Iridium, geschmolzen	21,15
Irid-Platin, natürl. kryst.	22,6—22,8
Gold, gemünzt	19,33
Gold, geschmolzen	19,26
Blei, geschmolzen	11,38
Silber, rein, gewalzt	10,5
Silber, mit $^1/_{10}$ Kupfer gemünzt	10,39
Kupfer, gehämmert	8,9
Nickel	8,28
Schmiedeeisen, Stahl	7,6—7,8
Gußeisen, weiß	7,5—7,7
Gußeisen, grau	6,6—7,4
Zink, gehämmert	7,2
Zinn	7,29
Antimon	6,72
Arsen	5,96
Aluminium	2,57
Magnesium	1,75
Natrium	0,97
Kalium	0,865
Lithium	0,594
Jod	4,95
Diamant	3,50—3,53
Marmor	2,84
Flintglas	3,3—3,78
Crownglas	2,5
Bergkrystall	2,68
Schwefel	2,0
Phosphor	1,9
Elfenbein	1,9
Wachs	0,97
Buchsbaumholz	1,3
Kork	0,24

B. Flüssige Körper.

Quecksilber, Quecksilbermethyl	13,596
Brom	3,187
Schwefelsäurehydrat	1,9426
Salpetersäurehydrat	1,54
Olivenöl	0,915
Petroleum	0,891
Terpentinöl	0,871
Alkohol, absolut	0,795
Naphtha	0,758
Äther	0,736

C. Gase. Dichtigkeit bezogen auf

	Atmosph. Luft.	Wasserstoffgas.
Atmosph. Luft*)	1	14,438
Sauerstoff	1,1082	16
Stickstoff	0,9736	14
Wasserstoff	0,0695	1
Chlor	2,467	35,5
Kohlensäure	1,530	22
Ammoniak	0,589	8,5
Chlorwasserstoff	1,269	18,25
Cyan	1,808	26
Wasserdampf	0,626	9

*) Das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft bei 0° und 760 mm Barometerstand, bezogen auf Wasser bei 4° C., ist 0,001293 (vergl. §§ 13 und 94).

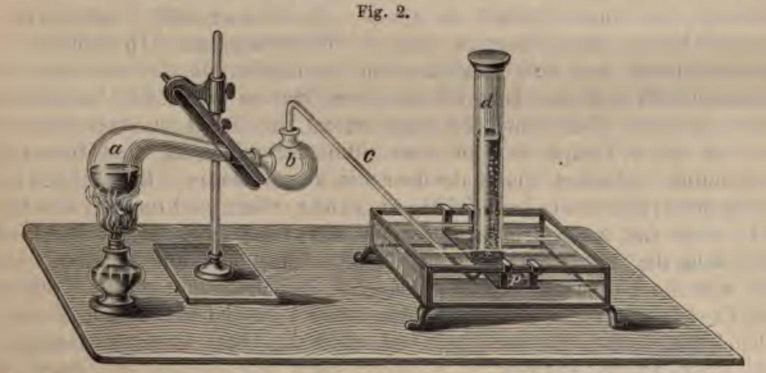
Zweiter Abschnitt.

Grundbegriffe der Chemie und Krystallographie.

§ 15. Chemische Grundstoffe und Verbindungen. Die Naturkörper sind meist aus einer gewissen Anzahl von Stoffen zusammengesetzt, bei denen eine weitere substantielle Zerlegung bisher nicht gelungen ist, die man darum Grundstoffe oder chemische Elemente nennt. Man kennt mehr als sechzig Elemente. Einzelne derselben kommen ungemischt und unverbunden mit anderen Elementen als selbständige Naturkörper vor, wie der Schwefel, der Kohlenstoff und mehrere Metalle, wie Silber, Gold, Platin. Durch chemische Vereinigung zweier oder mehrerer Grundstoffe entsteht ein neuer, zusammengesetzter Körper oder eine chemische Verbindung, deren Eigenschaften von denen ihrer Bestandteile verschieden sind.

Chemische Zerlegung. Erhitzt man einige Gramm des unter dem Namen roter Präcipitat oder Quecksilberoxyd bekannten Pulvers

Fig. 2.



in einer kleinen Retorte *a* von hartem, schwer schmelzbarem Glase, nachdem man mit dem Halse der Retorte die doppelt tubulierte Vorlage *b* und mit dieser dann das Gasleitungsrohr *c* verbunden hat (Fig. 2), so zersetzt sich bei anfangender Rotglühhitze das Quecksilberoxyd, welches beim Erhitzen zuerst dunkel und fast schwarz wird, und es entweicht, zuerst noch mit atmosphärischer Luft gemengt, eine Gasart, der Sauerstoff, und ein Metall, das Quecksilber, verdichtet sich aus seinen Dämpfen in dem kälteren Halse der Retorte, setzt sich hier in Form eines Quecksilberspiegels an und fliefst dann tropfenweise in die Vorlage *b*. Der Sauerstoff entweicht durch das Glasrohr *c* und wird endlich im Cylinder *d* aufgefangen. Dieser Cylinder ist, mit Wasser gefüllt, in einer pneumatischen Wanne umgekehrt auf die mit einer Öffnung versehene Brücke *p* gestellt und die Mündung des Glasrohres *c* unter diese Öffnung gebracht. Das Sauerstoffgas steigt in Blasen im Cylinder empor, indem ein gleiches Volumen Wasser ausfliefst.

Um die Eigenschaften dieses Gases darzustellen, schiebt man den Cylinder von der Brücke in das tiefere Wasser der Wanne, verschliefst hier die Mündung durch eine Glasplatte, drückt diese an, hebt dann den Cylinder heraus und stellt ihn aufrecht. Zieht man dann die Platte weg, so

giebt ein in den Cylinder eingetauchter, glimmender Holzspan durch seine lebhafte Verbrennung die Anwesenheit des Sauerstoffs, eines anderen Gases als der atmosphärischen Luft, zu erkennen. (Vergl. § 19.) Das Quecksilberoxyd in der Retorte verschwindet allmählich spurlos und, wie bei sorgfältiger Ausführung des Versuches sich nachweisen läfst, ist das Gesamtgewicht des in *b* gesammelten Quecksilbers und des in *d* aufgefangenen und in den Vorlagen vorhandenen Sauerstoffs gleich dem Gewicht des zu ihrer Darstellung verwandten Quecksilberoxyds.

Chemische Verbindung. Mischt man Eisenpulver (ferrum pulveratum) und Schwefelblumen in beliebigem Verhältnis in einer Reibschale innig zusammen, so erhält man ein mechanisches Gemenge beider Stoffe, in welchem diese ihre besonderen Eigenschaften beibehalten. Man erkennt deutlich mit blofsem Auge oder unter dem Mikroskop die Teilchen des gelben Schwefels neben denen des grauen Eisens und kann durch den Magneten die Eisenteilchen dem Gemenge entziehen, oder durch Aufschwemmen desselben in Wasser das schwerere Eisen in der Bodenschicht von dem leichteren Schwefel trennen, oder wenn man das Gemenge mit Salzsäure (§ 20a) übergiefst, so löst sich das Eisen vollständig unter Entwickelung eines brennbaren Gases, des Wasserstoffes, auf und der Schwefel bleibt unverändert zurück. — Wenn man aber Eisenpulver und Schwefelblumen dem Gewichte nach im Verhältnis von 2:1 (genauer 7:4) zusammenreibt und das Gemisch in einem kleinen Glaskolben oder weiten Reagiercylinder über einer Flamme erhitzt, so fängt das Gemenge bei nicht zu hoher Temperatur an einer Stelle zu glühen an, und diese Glüherscheinung verbreitet sich bald über die ganze Masse. Das Eisen und der Schwefel vereinigen sich zu einer chemischen Verbindung. Diese stellt sich nach dem Erkalten als eine völlig gleichartige Masse dar, auf welche der Magnet keine Einwirkung ausübt, und aus der sich, nachdem man sie pulverisiert hat, durch Aufschwemmen mit Wasser Schwefel und Eisen nicht mehr trennen lassen; endlich löst sich die neue Substanz, welche den Namen Schwefeleisen erhält, in Salzsäure vollständig auf und zwar unter Entwickelung eines sehr übelriechenden Gases, des Schwefelwasserstoffs.

Bei einem mechanischen Gemenge können die Elemente nach allen Verhältnissen zusammentreten, in einer chemischen Verbindung sind sie in bestimmten, unwandelbaren Verhältnissen, sowohl dem Gewicht als (§ 18) dem Volumen nach, miteinander vereinigt. Eine mechanische Mischung zeigt die mittleren Eigenschaften ihrer Bestandteile, in der chemischen Verbindung sind die Eigenschaften der Teilelemente nicht mehr zu erkennen, dieselbe charakterisiert sich dagegen durch ganz andere Eigenschaften als ihre Bestandteile oder ein Gemenge derselben. So verbinden sich Sauerstoffgas und Wasserstoffgas chemisch zu flüssigem Wasser (§ 19a), Chlorgas und Natrium-Metall zu Chlornatrium oder Kochsalz (§ 19f). Die Verbindung heifst eine binäre, ternäre, quaternäre, je nachdem sie 2, 3, 4 Grundstoffe enthält.

Um die Zusammensetzung chemischer Verbindungen aus ihren Grundstoffen möglichst kurz und übersichtlich darzustellen, werden die Grundstoffe durch abgekürzte Symbole bezeichnet, welche von den Anfangsbuchstaben ihrer (lateinischen) Namen hergenommen sind. Durch diese Zeichen werden gleichzeitig die Gewichtsverhältnisse ausgedrückt, nach welchen sie, wie in § 17 näher erläutert wird, in ihre Verbindungen eintreten. So bedeutet das Zeichen H (Hydrogenium)

1 Gewichtsteil Wasserstoffgas, O (Oxygenium) 16 Gwt. Sauerstoffgas, Na (Natrium) 23 Gwt. Natrium u. s. f. Die Namen, Zeichen und Verbindungsgewichte der wichtigeren chemischen Grundstoffe sind in der in § 16 folgenden Tabelle enthalten.

§ 15a. Chemische Verwandtschaft oder Affinität. Die Kraft, durch welche die Bestandteile eines chemisch zusammengesetzten Körpers miteinander vereinigt und in Verbindung erhalten werden, heifst chemische Verwandtschaftskraft oder Affinität. Solch eine Kraft oder chemisches Vereinigungsstreben nimmt man zwischen Quecksilber und Sauerstoff, Eisen und Schwefel, Wasserstoff und Sauerstoff, Natrium und Chlor u. s. w. an, um die in § 15 erwähnten chemischen Verbindungen zu erklären; dagegen findet z. B. zwischen Eisen und Silber, von welchen Metallen uns eine chemische Verbindung nicht bekannt ist, keine Affinität statt.

Der Grad dieser Affinität zwischen den verschiedenen Grundstoffen ist verschieden. Aus dem Zinnober, einer chemischen Verbindung von Quecksilber mit Schwefel, läfst sich leicht das Quecksilber darstellen, wenn man Zinnober mit Eisenpulver (15 Gwt. Zinnober mit 4 Gwt. Eisenpulver) in einem Reagiercylinder stark erhitzt; aus Schwefel-Quecksilber und Eisen wird Schwefel-Eisen und Quecksilber, d. h. Quecksilber und Eisen haben ihre Stellen vertauscht, weil Eisen eine stärkere Affinität zu Schwefel hat als Quecksilber. Ebenso wenn man in eine Auflösung von Silber in Salpetersäure (Höllensteinlösung) ein Stück blankes Kupfer eintaucht, so wird das Silber in Form einer weifsgrauen, schwammigen Masse ausgeschieden und das Kupfer tritt an seine Stelle, wie sich schon aus dem Farbenwechsel der Lösung erkennen läfst. Aus salpetersaurem Silber und Kupfer wird salpetersaures Kupfer und Silber.

Einen derartigen Prozefs, durch welchen ein Element in einer chemischen Verbindung durch ein anderes ersetzt wird, nennt man Substitution. Dieselbe kann auch in einem gegenseitigen Vertauschen der Plätze der Elemente zweier Verbindungen bestehen (doppelte Wahlverwandtschaft), wie wenn man z. B. die (farblosen) Lösungen von 5 Teilen Jod-Kalium und 4 Teilen Chlor-Quecksilber (Quecksilberchlorid), in Wasser zusammengiefst: es gehen hervor Chlor-Kalium und Jod-Quecksilber (Quecksilberjodid), von denen das letztere sich augenblicklich als ein pulverförmiger Körper ausscheidet, der anfangs gelb ist, sehr bald aber prächtig scharlachrot wird.

Häufig kommt die Affinität der Elemente erst zur Wirkung in dem Augenblick, wo dieselben, aus Verbindungen austretend, frei werden, d. i. in statu nascendi. So zeigen Wasserstoff und Schwefel unter gewöhnlichen Verhältnissen keine Neigung sich chemisch zu verbinden, wird aber Schwefeleisen mit Schwefelsäure übergossen, so tritt der Schwefel aus dem Schwefeleisen aus und der Wasserstoff aus der Schwefelsäure, und beide Elemente vereinigen sich in statu nascendi zu Schwefelwasserstoff.

Die Vereinigung zweier Grundstoffe erfolgt bisweilen schon durch blofse Berührung bei gewöhnlicher Temperatur. Der Regel nach ist zu einer chemischen Einwirkung erforderlich, dafs sich wenigstens einer der beiden auf einander wirkenden Stoffe im flüssigen oder luftförmigen Aggregatzustand befinde. Ferner ist die Wärme von grofsem Einflufs auf die Affinität chemischer Bestandteile, indem sie bald die Affinität aufhebt und dadurch Zersetzungen herbeiführt, bald sie erregt oder steigert und dadurch Verbindungen veranlafst. Ein Beispiel dafür giebt das Quecksilberoxyd (§ 15), welches sich in der Rotglühhitze in Quecksilber und Sauerstoff zerlegt; andererseits bildet sich umgekehrt bei niederer Temperatur, nämlich durch anhaltendes Erhitzen des Quecksilbers bis nahe zu seinem Siedepunkt (§ 209), bei Luftzutritt Quecksilberoxyd. Schwefel und Metalle ver-

binden sich chemisch erst bei hoher Temperatur (§ 15). Umgekehrt ist die chemische Vereinigung in der Regel von einer Wärmeentwickelung begleitet. Besonders intensiv pflegt dieselbe bei den Oxydations- (Verbrennungs-)Prozessen zu sein, die in einer Vereinigung der Grundstoffe mit Sauerstoff bestehen (§ 243). Ähnlich wie die Wärme verhält sich das Licht (§ 152) und die Elektricität (§§ 339—344).

§ 16. Tabelle der wichtigeren chemischen Grundstoffe. Man unterscheidet metallische und nichtmetallische Grundstoffe, ohne jedoch zwischen beiden Gruppen eine scharfe Grenze ziehen zu können. Die Metalle stimmen im allgemeinen im festen Aggregatzustand (mit Ausnahme des Quecksilbers), in der Undurchsichtigkeit, dem Metallglanz und beträchtlicher Festigkeit und Dehnbarkeit, großer Leitungsfähigkeit für Wärme und Elektricität (§§ 232, 263, 319), sowie in gewissen chemischen Eigenschaften überein. Die sogenannten Leichtmetalle (Metalle der Alkalien und Erden) sind durch große Affinität zum Sauerstoff (leichte Oxydierbarkeit) und geringes specifisches Gewicht ausgezeichnet. Unter den in der folgenden Tabelle aufgeführten Schwermetallen besitzen die sechs letzten die geringste Affinität zum Sauerstoff, sind daher schwer oxydierbar und werden Edelmetalle genannt. Das Quecksilber ist das einzige bei gewöhnlicher Temperatur flüssige Metall.

Namen.	Zeichen.	Verbindungsgewicht.	Namen.	Zeichen.	Verbindungsgewicht.
Nichtmetalle.			Schwermetalle.		
Sauerstoff			Mangan	Mn	55
(Oxygenium)	O	16	Chrom	Cr	52,2
Wasserstoff			Eisen (Ferrum)	Fe	56
(Hydrogenium)	H	1	Kobalt	Co	58,7
Stickstoff			Nickel	Ni	58,7
(Nitrogenium)	N	14	Zink	Zn	65
Schwefel (Sulphur)	S	32	Cadmium	Cd	112
Selen	Se	79	Indium	In	35,9(?)
Tellur	Te	128	Kupfer	Cu	63,5
Chlor	Cl	35,5	Blei (Plumbum)	Pb	207
Brom	Br	80	Thallium	Tl	204
Jod	J	127	Uranium	U	120
Fluor	Fl	19	Wolfram	W	184
Phosphor	P	31	Arsen	As	75
Kohlenstoff (Carbo)	C	12	Antimon (Stibium)	Sb	129
Bor	Bo	11	Wismut (Bismuthum)	Bi	210
Silicium	Si	22	Zinn (Stannum)	Sn	118
Leichtmetalle.			Titan	Ti	50
Kalium	K	39,1	Quecksilber		
Natrium	Na	23	(Hydrargyrum)	Hg	200
Cäsium	Cs	133	Silber (Argentum)	Ag	108
Rubidium	Rb	85,4	Gold (Aurum)	Au	196,7
Lithium	Li	7	Platin	Pt	197,1
Barium	Ba	137	Palladium	Pd	106
Strontium	Sr	87,5	Jridium	Jr	197
Calcium	Ca	40			
Magnesium	Mg	24			
Aluminium	Al	27,4			

Ein neues Metall, Davyum (Da) ist 1877 von Kern entdeckt worden (von silberartiger Farbe und in Königswasser löslich, spec. Gew. 9,385 bei 25° C.) und zwar in den Rückständen, die er bei der Behandlung von Platinerzen erhalten.

§ 17. Vereinigung der Grundstoffe nach bestimmten Gewichtsverhältnissen. Gesetz der multiplen Proportionen. Verbindungsgewichte, Molekulargewichte, chemische Formeln. Die Vereinigung zweier oder mehrerer Grundstoffe zu einer chemischen Verbindung findet stets nach bestimmten Gewichtsverhältnissen statt, und es tritt weder bei der Zerlegung einer Verbindung in ihre Elementarbestandteile, noch bei der Vereinigung der Elemente zu einer chemischen Verbindung ein Gewichtsverlust ein. (Prinzip der Erhaltung der Substanz).

Wenn man bei der Darstellung des Quecksilbers aus dem roten Quecksilberoxyd (§ 15) oder aus Zinnober mit Eisen (§ 15a) die Gewichtsmengen des sich ergebenden Quecksilbers untersucht, so findet sich, dafs die gleiche Menge (100 Gewichtsteile) Quecksilber im Quecksilberoxyd mit 8 Gwt. Sauerstoff, im Zinnober mit 16 Gwt. Schwefel verbunden ist, ebenso sind in einer als Eisenoxydul bezeichneten Verbindung von Eisen mit Sauerstoff und in Schwefeleisen (§ 15) 28 Gwt. Eisen verbunden bezüglich mit 8 Gwt. Sauerstoff und 16 Gwt. Schwefel, d. h. dieselben Gewichtsmengen Quecksilber (100 Gwt.), und Eisen (28 Gwt.) sind chemisch vereinigt mit den gleichen Gewichtsmengen Sauerstoff (8 Gwt.) und Schwefel (16 Gwt.), und ebenso können sich Sauerstoff und Schwefel chemisch mit einander im Gewichtsverhältnis von 8 : 16 verbinden. Auf gleiche Weise vereinigt sich 1 Gwt. Wasserstoff mit 8 Gwt. Sauerstoff zu 9 Gwt. Wasser, 23 Gwt. Natrium mit 35,5 Gwt. Chlor zu 58,5 Gwt. Chlornatrium oder Kochsalz u. s. f.

Bilden ferner zwei Grundstoffe mehrere verschiedene Verbindungen, so stehen die Gewichtsmengen, in welchen sie sich vereinigen, unter einander in sehr einfachen Zahlenverhältnissen. So bildet z. B. Stickstoff mit Sauerstoff folgende fünf Verbindungen:

Stickstoffoxydul	$N_2O = 28$	Gwt. Stickstoff u.	16 Gwt. Sauerstoff.
Stickstoffoxyd	$N_2O_2 = 28$	„ „ „	$32 = 2.16$ „ „
Salpetrige Säure (Anhydrid)*)	$N_2O_3 = 28$	„ „ „	$48 = 3.16$ „ „
Untersalpetersäure (Anhydrid)*)	$N_2O_4 = 28$	„ „ „	$64 = 4.16$ „ „
Salpetersäure (Anhydrid)*)	$N_2O_5 = 28$	„ „ „	$80 = 5.16$ „ „

Man erklärt dies am einfachsten durch die Annahme, dafs in diesen Verbindungen dieselbe Anzahl von Stickstoffatomen mit je 1, 2, 3, 4, 5 Sauerstoffatomen (§ 5) vereinigt ist. Die in obiger Tabelle angegebenen Verbindungsgewichte drücken demnach gleichzeitig die Gewichtsverhältnisse der Atome oder die Atomgewichte der Grundstoffe aus. Das Atomgewicht oder Verbindungsgewicht des Wasserstoffs wird dabei, als das kleinste, als Einheit gewählt. Nimmt man nun (aus Gründen, die im folgenden Paragraphen erläutert werden) an, dafs in jeder der genannten Verbindungen zwei Stickstoffatome enthalten sind, so können dieselben durch die beigesetzten Formeln N_2O, N_2O_2, u. s. f. bezeichnet werden,

*) Anhydrid, wasserfrei (ἀ privativum — ὕδωρ).

welche angeben, wieviel Stickstoffatome und wieviel Sauerstoffatome in jeder dieser Verbindungen vereinigt sind. Nennt man ferner den durch jede dieser Formeln ausgedrückten Atomkomplex ein Molekül der entsprechenden Verbindungen, so drücken die Formeln zugleich die Molekulargewichte der Verbindungen aus.

Bei der Darstellung der chemischen Formeln ist zu bemerken, dafs die Indices an den chemischen Zeichen nur für das betreffende Element gelten; gehen in eine zusammengesetzte Verbindung Vielfache einfacher Verbindungen ein, so werden diese mit einem Koeffizienten versehen, der dann für alle Elemente der Verbindung gilt. Beispielsweise ist die chemische Zusammensetzung des Wassers durch H_2O dargestellt, d. i.

2 Vbg. H = 2 Gwt. Wasserstoff,
+ 1 Vbg. O = 16 Gwt. Sauerstoff,
geben zusammen 18 als das Verbindungsgewicht des Wassers.

Die Zusammensetzung der als Kupfervitriol bekannten Krystalle ist ausgedrückt durch die chemische Formel $CuSO_4 + 5\,H_2O$; d. i.

1 Vbg. Cu = 63,5 Gwt. Kupfer,
+ 1 „ S = 32 „ Schwefel,
+ 4 „ O = 64 „ Sauerstoff

und 5 Vbg. Wasser, d. i.

10 „ H = 10 „ Wasserstoff,
+ 5 „ O = 80 „ Sauerstoff;

im ganzen also wird 249,5 das Verbindungsgewicht des krystallisierten Kupfervitriols.

Man pflegt bei Verbindungen das Zeichen des Metalls voranzusetzen, schreibt also CuS Schwefelkupfer, PbO Bleioxyd, NaCl Chlornatrium u. s. f.

Man teilt die Verbindungen gewöhnlich ein in unorganische, welche aus dem Mineralreich stammen oder mineralischen Verbindungen ähnlich sind, und in organische, welche ihren Ursprung im Tier- oder Pflanzenreiche haben oder mit derartigen Verbindungen übereinstimmen.

§ 18. Dichtigkeiten und Molekulargewichte gasförmiger Verbindungen. Die Dichtigkeiten der Grundstoffe im gasförmigen Aggregatzustand, z. B. des Wasserstoffgases, Stickstoffgases, Sauerstoffgases, Chlorgases (§ 14), stehen in demselben Verhältnis wie ihre chemischen Verbindungsgewichte, so dafs sie, wenn man die Dichtigkeit des Wasserstoffgases als Einheit wählt, durch dieselben Zahlen (1 : 14 : 16 : 35,5) ausgedrückt werden. Es folgt daraus, dafs in gleichen Raumteilen gleich viele Atome jedes dieser Gase enthalten sind, oder dafs diese (sowie die meisten anderen) chemisch einfachen Gase, gleiches Atomvolumen besitzen.

Die chemische Vereinigung gasförmiger Grundstoffe findet stets nach einfachen Volumenverhältnissen statt. So verbindet sich 1 Vol. Wasserstoffgas H mit 1 Vol. Chlorgas Cl zu 2 Vol. Chlorwasserstoffgas HCl; ferner 2 Vol. Wasserstoffgas H_2 mit 1 Vol. Sauerstoffgas O zu 2 Vol. Wasserdampf H_2O; 3 Vol. Wasserstoffgas H_3 mit 1 Vol. Stickstoffgas N zu 2 Vol. Ammoniakgas NH_3 u. s. f., so dafs das Molekulargewicht der Verbindung jedesmal 2 Raumteilen im Gaszustande entspricht. Es folgt daraus, dafs in gleichen Raumteilen gleich viele Moleküle gasförmiger Verbindungen enthalten sind, oder dafs chemisch zusammengesetzte Gase gleiches Molekularvolumen besitzen. (Gesetz von Avogadro, 1811.) Die Dichtigkeiten der zusammengesetzten Gase und Dämpfe sind daher ihren Molekulargewichten proportional, wie aus der folgenden Tabelle ersichtlich ist, in welcher die Dichtigkeit des Wasserstoffgases = 2 gesetzt ist:

	Dichtigkeit.	Molekulargewicht.		Dichtigkeit.	Molekulargewicht.
Wasserstoff H_2	2	$2.1 = 2$	Wasserdampf H_2O	18	$2.1 + 16 = 18$
Stickstoff N_2	28	$2.14 = 28$	Ammoniak NH_3	17	$3.1 + 14 = 17$
Sauerstoff O_2	32	$2.16 = 32$	Grubengas CH_4	16	$4.1 + 12 = 16$
Chlor Cl_2	71	$2.35{,}5 = 71$	Ölbildendes Gas C_2H_4	28	$4.1 + 2.12 = 28$
Chlorwasserstoff HCl	36,5	$1 + 35{,}5 = 36{,}5$	Cyangas C_2N_2	52	$2.14 + 2.12 = 52.$

Wie aus dieser Tabelle ersichtlich ist, mufs man, um das Gesetz von Avogadro auch auf die einfachen Gase auszudehnen, die Annahme machen, dafs das Molekulargewicht der einfachen Grundstoffe gleich ihrem doppelten Atomgewicht ist, oder dafs sich im unverbundenen Zustande je 2 (beim Phosphor und Arsen je 4) Atome zu einem Molekül vereinigen, eine Annahme, die übrigens auch durch andere Gründe rein chemischer Natur unterstützt wird. Vergleiche auch das Verhalten der Gase gegen die Wärme (§ 230). — Nach dem angegebenen Gesetz ist es möglich, die Dichtigkeit gasförmiger Verbindungen von bekannter Zusammensetzung aus ihrem Atomgewicht vorauszuberechnen.

§ 19. **Sauerstoff, Säuren, Basen, Oxyde.** Der Sauerstoff, $O = 16$, ein farbloses und geruchloses Gas, vom spec. Gew. 1,1082, bildet einen Hauptbestandteil der Erdatmosphäre. Diese ist im wesentlichen ein Gemenge von 21 Raumteilen Sauerstoffgas und 79 Raumteilen Stickstoffgas, nebst einem geringen, veränderlichen, im Mittel etwa 0,5 Prozent betragenden Gehalt an Kohlensäure und einem ebenfalls wechselnden Gehalt an Wasserdampf (§ 218). Aufserdem findet sich der Sauerstoff im chemisch gebundenen Zustande im Wasser (89 Prozent), in fast allen Gebirgs- und Bodenarten, in allen Tier- und Pflanzenkörpern, so dafs gewifs $^1/_3$ vom Gewicht der Erde Sauerstoff ist.

Die Darstellung des Sauerstoffs aus Quecksilberoxyd ist bereits im § 15 ausgeführt worden; dieselbe läfst sich durch die chemische Gleichung:

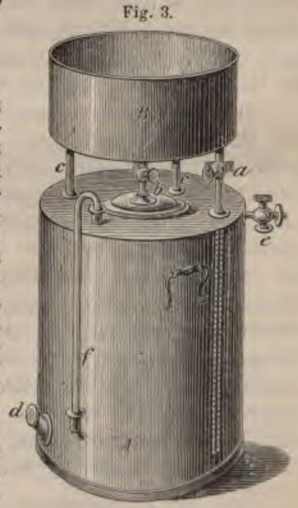
$$HgO = Hg + O$$

veranschaulichen. Ebenso ist der Sauerstoff durch vorsichtiges Erwärmen von Kaliumchlorat (chlorsaurem Kali) in einer Glasretorte zu erhalten; Sauerstoff entweicht, Chlorkalium bleibt zurück, wie sich aus der Formel ergiebt:

$$KClO_3 = KCl + 3O.$$

Bei dieser Darstellung empfiehlt es sich, das Kaliumchlorat vorsichtig mit ungefähr $^1/_8$ seines Gewichtes gepulverten Braunsteins zu vermischen. Das Gas entwickelt sich alsdann sehr rasch und wird zweckmäfsig, zu späterem Gebrauch, in einem Gasbehälter aufgesammelt, wie ihn Fig. 3 zeigt. Derselbe besteht aus zwei cylindrischen Gefäfsen, dem geschlossenen *A*, dem eigentlichen Behälter für das Gas, und dem oben offenen Gefäfs *B*, dem Wasserbehälter, das wie ein Trichter durch die beiden mit Hähnen verschliefsbaren Röhren *a* und *b* mit *A* in Verbindung gesetzt werden kann. Das Rohr *a* reicht bis fast auf den Boden von *A* hinab, während *b* nur die Deckfläche von *A* mit *B* verbindet; *c,c* sind Stützen für *B*. Dicht über dem Boden von *A* befindet sich ein durch eine Schraube mit Lederscheibe verschliefsbares Ansatzrohr *d*, und oben das mit einem Hahn und Schraubengewinde versehene Ansatzrohr *e*. Das Glasrohr *f* an der Seite dient zur Erkennung des inneren Wasserstandes.

Fig. 3.



Will man den Behälter mit Wasser füllen, so öffnet man zunächst die

Hähne *a*, *b* und *e* und giefst so lange Wasser in *B*, bis dasselbe aus *e* abzulaufen anfängt; dann schliefst man den Hahn *e*; die noch in *A* befindliche Luft entweicht jetzt, bei fernerem Eingiefsen von Wasser, durch das Rohr *b*. Ist *A* mit Wasser gefüllt, so verschliefst man *a* und *b*, stellt den Behälter über eine Wanne, die das abfliefsende Wasser aufnehmen soll, und führt das mit der Retorte verbundene Glasrohr durch *d* in *A* ein. Durch das eintretende Gas wird das Wasser aus *A* verdrängt und fliefst durch *d* aus. Ist *A* mit Gas gefüllt, so verschliefst man *d* und öffnet den Hahn *a*, wodurch Wasser aus *B* in *A* einzudringen vermag und das Gas unter dem Druck einer Wassersäule von ziemlicher Höhe steht. Um nunmehr das Gas aus dem Behälter zu verwenden, läfst man dasselbe entweder aus *e* durch ein angeschraubtes Rohr ausströmen, oder benützt das Gefäfs *B* als pneumatische Wanne, indem man das Rohr *b* öffnet und das ausströmende Gas, wie in der Figur zu § 15 angedeutet ist, auffängt.

Der Sauerstoff zeichnet sich vor anderen Gasen dadurch aus, dafs brennbare Körper in demselben mit lebhafterem Glanz und gröfserer Wärmeentwickelung als in der Luft verbrennen (§ 15). Entzündeter Schwefel verbrennt mit schönem blauen Licht, Phosphor mit blendender, hell leuchtender Flamme, ebenso Natrium, das man etwa brennend in einem eisernen Löffel in Sauerstoff bringt, mit intensiv gelbem Licht. Taucht man eine schraubenförmig aufgewickelte Uhrfeder mit einem unten befestigten, entzündeten Stückchen Feuerschwamm in ein mit Sauerstoff gefülltes Gefäfs, so entzündet sich durch den brennenden Schwamm auch das Eisen und verbrennt mit lebhaftem Funkensprühen. Die Produkte der Verbrennung sind Sauerstoffverbindungen.

Wird die Verbrennung von Phosphor, Schwefel und Natrium in einem Glasgefäfs vorgenommen, in dem sich noch etwas Wasser befindet, so erfüllt sich das Gefäfs mit weifsen Nebeln, die sich bald zu Boden setzen. Diese Nebel sind Sauerstoffverbindungen der genannten Elemente. Sie lösen sich im Wasser auf und erteilen demselben — die Verbrennungsprodukte von Phosphor und Schwefel einen sauren Geschmack, die Natriumverbindung einen laugenhaften, alkalischen Geschmack. Man nennt darum die ersteren Säuren (§ 20b), die letztere eine Basis. Zur Unterscheidung von Säuren und Basen dient auch eine Auflösung von Lackmus, einem aus einer Flechtenart (roccella tinctoria) dargestellten blauen Farbestoff, in Wasser; diese Lösung wird durch die Säuren rot gefärbt, während die Basen die so gerötete Flüssigkeit wieder blau färben (Lackmuspapier).

Der Sauerstoff vermag sich mit allen übrigen bekannten Grundstoffen, mit Ausnahme des Fluors, zu vereinigen. Die Verbindungen des Sauerstoffs heifsen Oxyde; der Prozefs der Vereinigung mit Sauerstoff heifst Oxydation, der entgegengesetzte Prozefs der Abscheidung der Grundstoffe aus ihren Verbindungen mit Sauerstoff Reduktion. Manche Grundstoffe vereinigen sich mit dem Sauerstoff schon durch blofse Berührung bei gewöhnlicher Temperatur. Bei anderen erfolgt die Vereinigung bei erhöhter Temperatur unter lebhafter Wärme- und Lichtentwickelung im Verbrennungsprozefs (§ 243), wie, vergleiche oben, beim Kohlenstoff, Schwefel, Phosphor. In anderen Fällen endlich findet die Oxydation nur langsam statt, wie bei vielen Metallen, auch beim Phosphor, oder nur auf indirektem Wege, wie beim Stickstoff. Der Sauerstoff ist zur Unterhaltung aller Verbrennungsprozesse, sowie des menschlichen und tierischen Lebens (Atmung), wesentlich erforderlich.

Über die Verbindungen des Wasserstoffs mit dem Sauerstoff vergleiche § 20. Die übrigen nichtmetallischen Grundstoffe bilden im allgemeinen zahlreichere, verschiedene Verbindungen mit Sauerstoff. So kann sich z. B., wie

bereits oben (§ 17) erwähnt, der Stickstoff auf indirektem Wege in fünf verschiedenen Verhältnissen mit Sauerstoff vereinigen. Die sauerstoffreicheren Verbindungen oder höheren Oxydationsstufen haben in der Regel die Eigenschaft, sich mit Wasser zu Säuren (s. unten § 20b) zu vereinigen und werden deshalb säurebildende Oxyde oder wasserfreie Säuren (Anhydride) genannt, wie z. B. die wasserfreie Schwefelsäure, Phosphorsäure, Salpetersäure.

Durch Verbrennung des Schwefels entsteht schwefligsaures Gas SO_2, welches durch seinen intensiv stechenden Geruch und durch seine bleichenden Eigenschaften kenntlich ist (§ 19c); durch Verbrennung des Phosphors entsteht wasserfreie Phosphorsäure P_2O_5, ein fester Körper, welcher weiſse, schneeähnliche Flocken bildet (§ 19d); endlich das Verbrennungsprodukt des Natriums ist Natriumoxyd oder Natron (vergl. § 20).

Daſs bei der Verbrennung, d. i. einer Vereinigung mit Sauerstoff, das Gewicht der Körper zunimmt, läſst sich durch folgenden Versuch darthun. An einer Wage wird ein Hufeisenmagnet aufgehängt und durch Eintauchen seiner Pole in Eisenpulver mit einem Eisenbart versehen. Nach Herstellung des Gleichgewichtes durch Auflegen von Gewichten auf die andere Wagschale wird das Eisen durch eine Flamme entzündet. Dasselbe verbrennt unter Glimmen langsam, und die mit dem Magnet belastete Wagschale senkt sich allmählich.

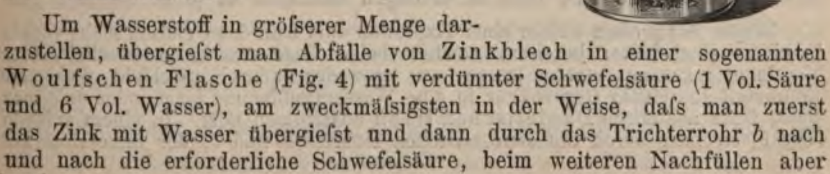
Der Sauerstoff wurde zuerst 1774 von Scheele durch Kochen von Braunstein mit Schwefelsäure und gleichzeitig von Priestley durch Erhitzen von Quecksilberoxyd dargestellt.

§ 19a. Wasserstoff, Knallgas, Wasser. Der Wasserstoff, H = 1, ein farb- und geruchloses Gas, welches unter allen bekannten Gasen die geringste Dichtigkeit besitzt, kommt nur in Verbindung, besonders mit Sauerstoff als Wasser, vor; auch ist der Wasserstoff ein wesentlicher Bestandteil fast aller Tier- und Pflanzenstoffe. Das Wasserstoffgas ist brennbar, indem sich bei seiner Verbrennung zwei Raumteile Wasserstoffgas mit einem Raumteil Sauerstoffgas zu Wasser verbinden, welches durch Abkühlung des bei der Verbrennung gebildeten Wasserdampfes im flüssigen Zustand niedergeschlagen werden kann.

Durch den galvanischen Strom wird das Wasser in seine Bestandteile zerlegt (§ 339). Oder bringt man die Metalle Kalium oder Natrium mit Wasser zusammen, so verdrängt das Metall einen Teil des Wasserstoffs aus seiner Verbindung mit Sauerstoff und tritt an die Stelle des Wasserstoffs. Es findet eine Substitution statt (§ 15a):

$$Na + H_2O = NaHO + H.$$

Fig. 4.



Bei Anwendung von Kalium entzündet sich der entweichende Wasserstoff infolge der bei dem chemischen Prozeſs eintretenden Wärme. Um den Wasserstoff aufzusammeln, bringt man in einen umgekehrten, mit Wasser gefüllten Cylinder mittelst einer Pincette ein Stückchen Natrium. Das Metall steigt im Wasser auf, verschwindet nach und nach, indem das entstehende Natronhydrat vom Wasser aufgelöst wird, und der Cylinder füllt sich mit Wasserstoff an.

Um Wasserstoff in gröſserer Menge darzustellen, übergieſst man Abfälle von Zinkblech in einer sogenannten Woulfschen Flasche (Fig. 4) mit verdünnter Schwefelsäure (1 Vol. Säure und 6 Vol. Wasser), am zweckmäſsigsten in der Weise, daſs man zuerst das Zink mit Wasser übergieſst und dann durch das Trichterrohr *b* nach und nach die erforderliche Schwefelsäure, beim weiteren Nachfüllen aber

die verdünnte Schwefelsäure, zugiefst. Es entsteht sogleich unter Aufschäumen Wasserstoffgas, welches durch *c* zu einer pneumatischen Wanne geführt werden kann (vergl. Fig. 2). Der stattfindende chemische Prozefs läfst sich darstellen durch die Gleichung:

$$Zn + H_2SO_4 + \text{Wasser} = ZnSO_4 + 2H + \text{Wasser},$$

d. h. das Zink tritt durch Substitution an die Stelle des Wasserstoffs, und es entsteht Zinksulfat, welches nach dem Filtrieren und Eindampfen in Nadeln auskrystallisiert.

Die verdünnte Schwefelsäure dient zur Auflösung des entstehenden Zinkoxyds unter Bildung von Zinksulfat. Um dasselbe zu entfernen, drückt man die Schlauchverbindung *c* nach dem Leitungsrohr zu; alsdann treibt das entwickelte Gas durch seinen Druck die Flüssigkeit durch das im dritten Hals der Flasche angebrachte Heberrohr *d* in ein untergestelltes, wegen der Hitze dünnwandiges, Becherglas.

Wasserstoffgas läfst sich leicht entzünden und brennt mit bläulicher, nicht leuchtender Flamme; man darf es jedoch, um eine Explosion zu vermeiden, nicht eher anzünden, als bis alle Luft ausgetrieben ist. Zieht man von einem auf der pneumatischen Brücke mit Wasserstoff gefüllten Cylinder die Glasplatte ab und nähert der nach oben gekehrten Öffnung eine Flamme, so verbrennt das Gas unter schwachem Verpuffen und zwar allmählich von oben nach unten durch Verbindung mit dem Sauerstoff der Luft, und man beschleunigt die Verbrennung durch schnelles Zugiefsen von Wasser. Hält man aber die Öffnung des Cylinders nach unten, so bleibt das Gas wegen seiner Leichtigkeit in dem Cylinder, und wenn man einen brennenden Wachsstock hineinführt, so entzündet derselbe das Gas an der Mündung, erlischt aber im Inneren des Gases, brennt beim Herausziehen wieder an, und so läfst sich das Erlöschen und Wiederanzünden wiederholen. Der Wasserstoff ist also brennbar, vermag aber nicht das Verbrennen zu unterhalten.

Die schwache Flamme des brennenden Wasserstoffgases zeigt sich am besten, wenn man in die Kautschukverbindung *c* ein zu einer Spitze ausgezogenes Glasrohr einführt und das ausströmende Gas anzündet.

Der Wasserstoff ist 14,5 mal leichter als atmosphärische Luft und eignet sich darum vorzugsweise zum Füllen kleiner Luftballons (vergl. § 104), wobei anzuraten ist, das Gas erst durch ein Gefäfs mit Wasser gehen zu lassen, um es zu reinigen und durch ein U-förmiges, mit Chlorcalcium ($CaCl_2$) gefülltes Glasrohr, um es zu trocknen. Mit Wasserstoff gefüllte Seifenblasen steigen rasch empor. Aus einem mit Wasserstoff gefüllten, oben offenen Cylinder verschwindet das Gas in wenigen Sekunden spurlos, wie man sich durch Eintauchen eines brennenden Holzspans leicht überzeugen kann, wird dagegen die Öffnung des Cylinders nach unten gehalten, so findet sich das Gas noch nach einigen Minuten vor.

Wird ein Gemisch von 2 Vol. Wasserstoff mit 5 Vol. Luft, oder besser mit 1 Vol. Sauerstoff, also in demselben Volumenverhältnis, als beide Gase chemisch verbunden im Wasser vorkommen, entzündet, so erfolgt eine augenblickliche Verbrennung zu Wassergas unter heftiger Explosion. Ein derartiges Gemisch, Knallgas genannt, in eine Schweinsblase gefüllt, kann dazu dienen, auf Seifenwasser Blasen zu erzeugen, an denen sich die explosive Wirkung leicht zeigen läfst. Derartige Blasen kann man auch in Seifenwasser, welches sich in der hohlen Hand befindet, darstellen und ohne Gefahr entzünden. Bei der Verbrennung des Knallgases entsteht die höchste Temperatur, die man zu erzeugen imstande ist (über 3000°).

Wegen der grofsen Gefahr einer Explosion darf man das Gemisch nicht vorher in einem Gasbehälter bereiten, sondern beide Gase erst im Augenblick ihrer Vereinigung zusammentreten lassen, was entweder dadurch geschieht, dafs man Sauerstoff aus einem Gasbehälter in eine Wasserstoffflamme bläst, oder dafs man beide Gase aus einem Daniellschen Hahn ausströmen läfst. In einem solchen (Fig. 5) strömen durch die concentrischen Röhren *a* und *b*, der Sauerstoff aus

einem Gasbehälter und der Wasserstoff vermittelst eines seitlichen Rohres *c*, und beide Gase vereinigen sich beim Austreten aus der Mündung *d* und zwar in der Weise, dafs der Sauerstoff in das Innere der Wasserstoffflamme geleitet wird. In der dadurch zu erhaltenden spitzen Flamme des Knallgasgebläses lassen sich Platin und andere schwer schmelzbare Substanzen schmelzen, verbrennt ein Eisendraht (Uhrfeder) unter lebhaftem Funkensprühen und glüht ein zugespitztes Stück Kreide mit sonnenähnlichem Glanze (Drummondsches Kalklicht). Wenn bei der Zersetzung des Wassers durch den galvanischen Strom Sauerstoff und Wasserstoff gemeinschaftlich aufgefangen werden, so erhält man Knallgas (§ 339).

Fig. 5.



Die wichtigste Verbindung des Wasserstoffs mit dem Sauerstoff ist das Wasser; $2H + O = H_2O$. Diese Verbindung tritt ein bei der Verbrennung des Wasserstoffs in der Luft; hält man über eine Wasserstoffflamme ein trockenes Glas, so beschlägt dasselbe und nach kurzer Zeit bilden sich Tropfen, welche als Wassertropfen zu erkennen sind. Auch bei der Verbrennung des Wasserstoffs in reinem Sauerstoff, im Knallgasgebläse, entsteht Wasser und zwar stets unter Vereinigung von 2 Vol. Wasserstoff mit 1 Vol. Sauerstoff (§ 18). Die chemische Vereinigung beider Elemente tritt nicht bei gewöhnlicher Temperatur ein, sondern erst in der Glühhitze oder durch den elektrischen Funken; aber in Berührung mit reinem Platinblech oder besser mit Platinschwamm (§ 107) vereinigen sich dieselben schon bei gewöhnlicher Temperatur (Döbereinersches Feuerzeug).

Das Wasser in reinem Zustande ist von fadem Geschmack, ohne Geruch, in dünnen Schichten farblos durchsichtig, in dickeren von grünblauer Farbe. Über seine physikalischen Eigenschaften vergl. §§ 201, 204, 211 u. s. w. Um chemisch reines Wasser zu erhalten, wird dasselbe destilliert (§ 211), bei welchem Verfahren die in Wasser gelösten, nicht flüchtigen Substanzen zurückbleiben. Das bei der Destillation zuerst übergehende Wasser ist noch abzugiefsen, weil es Kohlensäure und Spuren von Ammoniak enthält.

Eine zweite, höhere Oxydationsstufe des Wasserstoffs, welche doppelt so viel Sauerstoff enthält als das Wasser, ist das Wasserstoffsuperoxyd, H_2O_2.

§ 19b. Stickstoff. Der Stickstoff, N = 14, ein farb-, geruch- und geschmackloses Gas, vom spec. Gew. 0,9736, ist im freien Zustande in der atmosphärischen Luft (dem Vol. nach 0,79) enthalten und kommt aufserdem chemisch verbunden in vielen Tier- und Pflanzenstoffen und in einigen Fossilien, wie Steinkohlen und Salpeter, vor. (Trockenes Eiweifs enthält 15,5, Salpeter 13 Prozent Stickstoff.)

Zur Darstellung des Stickstoffs entzieht man der atmosphärischen Luft den Sauerstoff, indem man entweder unter einer mit Wasser abgesperrten Glocke, oder einer weiten Flasche mit abgesprengtem Boden (am besten) Phosphor verbrennt, den man durch die obere Öffnung vermittelst eines heifsen Drahtes entzündet, — oder indem man durch ein mit Kupferdrehspänen gefülltes, glühendes Porzellanrohr trockene Luft leitet, wobei sich der Sauerstoff derselben mit dem Kupfer zu Kupferoxyd verbindet.

Der Stickstoff ist nicht brennbar, auch unterhält er das Verbrennen der Körper nicht, sondern erstickt eine Flamme augenblicklich, auch läfst

er sich nicht einatmen. Er geht nur schwer mit anderen Elementen Verbindungen ein.

Von den bereits in § 17 erwähnten fünf Verbindungen des Stickstoffs mit dem Sauerstoff ist

N_2O, Stickstoffoxydul, ein farbloses Gas vom Gew. 1,5. Ein Vol. Wasser absorbiert gegen 0,75 Vol. des Gases. Es unterhält die Verbrennung ähnlich wie Sauerstoff. Mit Sauerstoff gemischt läfst es sich einatmen und wirkt dabei berauschend, weshalb es auch Lustgas genannt wird. Unvermischt eingeatmet macht es unempfindlich gegen Schmerz und wird deshalb bei chirurgischen Operationen angewandt. Es entsteht durch Erhitzen von Ammoniumnitrat in einer Glasretorte, wobei dasselbe schmilzt und in Stickstoffoxydul und Wasser zerfällt:

$$NH_4NO_3 = N_2O + 2H_2O.$$

N_2O_2 oder NO, Stickstoffoxyd, ein farbloses Gas vom Gew. 1,04, wird erhalten, wenn man Kupfer mit Salpetersäure übergiefst (in einem Apparat wie Fig. 4):

$$8\,HNO_3 + 3\,Cu = 3\,CuN_2O_6 + 4\,H_2O + 2\,NO.$$

Öffnet man ein mit Stickstoffoxyd gefülltes Gefäfs, so entstehen rote Dämpfe, indem sich der Sauerstoff der Luft mit Stickstoffoxyd zu Stickstoffdioxyd (NO_2) verbindet. Ein bis auf den Boden des Gefäfses reichender Streifen Lackmuspapier wird in diesen Dämpfen gerötet, im Stickstoffoxyd aber nicht verändert. Läfst man einige Tropfen Schwefelkohlenstoff in einem mit Stickstoffoxyd gefüllten Cylinder verdampfen, so läfst sich die Mischung entzünden und verbrennt mit einer prachtvoll blauen Flamme.

N_2O_5, das Anhydrid der Salpetersäure, erhält man durch Überleiten von Chlor über erwärmtes Silbernitrat:

$$2\,AgNO_3 + 2\,Cl = 2\,AgCl + N_2O_5 + O.$$

Wenn man in einem Sandbade Kalisalpeter (Kaliumnitrat) mit Schwefelsäure gelinde erhitzt, so wird das Kalium durch ein Atom Wasserstoff ersetzt; es entwickeln sich Dämpfe von Salpetersäure. Der Inhalt der Retorte schmilzt anfangs, wird dann dickflüssig und erstarrt endlich; es hat sich saures Kaliumsulfat gebildet:

$$KNO_3 + H_2SO_4 = HNO_3 + KHSO_4;$$

bei Anwendung von Natronsalpeter ist der Prozefs derselbe. Die überdestillierende Salpetersäure, HNO_3, ist eine farblose, stechend riechende, an der Luft rauchende Flüssigkeit mit dem Gew. 1,52. Sie färbt die Haut gelb, zerstört organische Stoffe und bleicht gewisse Farbstoffe, wie Indigolösung. Erwärmt man einige Tropfen Salpetersäure und fügt Kupferspäne hinzu, so entwickeln sich die roten Dämpfe von Stickstoffdioxyd, es zerfällt nämlich:

$$2\,HNO_3 \text{ in } 2\,NO + H_2O + 3\,O.$$

Verdünnte Salpetersäure vom Gew. 1,30 ist unter dem Namen Scheidewasser bekannt, weil dieselbe Silber und Kupfer, nicht aber Gold löst, dieses also von jenen scheidet. — Die Verbindung des Stickstoffs mit Wasserstoff, Ammoniak NH_3, siehe § 20a.

§ 19c. Schwefel. Der Schwefel, $S = 32$, ein spröder, fester Körper, von gelber Farbe, undurchsichtig oder durchscheinend, geschmacklos und geruchlos, Nichtleiter der Wärme und der Elektricität, der aber gerieben elektrisch wird (§ 272), vom spec. Gew. 2,045, kommt im freien Zustande (gediegen) vor, besonders in Sicilien, aufserdem in Verbindung mit Metallen im Schwefelkies, Kupferkies, Bleiglanz, Zinnober (§ 15a) u. s. f., mit Sauerstoff und Metallen verbunden in Gips und Schwerspat.

Beim Erhitzen schmilzt er bei 111° zu einer gelben, dünnen Flüssigkeit, die sich bei höherer Temperatur dunkler färbt und bei 200° dunkelbraun und zähflüssig wird. Giefst man alsdann den dickflüssigen Schwefel in kaltes Wasser, so erstarrt derselbe zu einer durchscheinenden, elastischen braunen Masse, vom Gew. 1,93; er ist amorph; nach einigen Tagen jedoch wird er wieder gelb, spröde und undurchsichtig. Über den Dimorphismus der Schwefelkrystalle vergl. § 26. Der Schwefel siedet bei 420°

und bildet ein gelbbraunes Gas, vom Gew. 2,2 (bei 800°). Mischt sich der Schwefeldampf mit kalter Luft, so geht er sofort in den festen Zustand über in Form eines zarten, gelben Pulvers, das unter dem Namen Schwefelblumen bekannt ist.

Der Schwefel ist brennbar; seine blaue Flamme ist wenig leuchtend, weil das Verbrennungsprodukt schweflige Säure (SO_2) gasförmig ist. Er besitzt, aufser zu Sauerstoff, auch zu anderen Elementen starke Affinität, namentlich zu den Metallen, mit denen er sich oft unter Licht- und Wärmeentwickelung zu Schwefelmetallen vereinigt. (Vergl. § 15.) Ein Kupferdraht, in die braunroten Dämpfe des Schwefels gebracht, verbindet sich unter Erglühen mit dem Schwefel zu Schwefelkupfer.

Durch Verbrennung des Schwefels entsteht schwefligsaures Gas, SO_2, Schwefeldioxyd, welches durch seinen intensiv stechenden Geruch und bleichende Eigenschaften kenntlich ist; dasselbe wird von Wasser absorbiert und zwar nimmt 1 Vol. Wasser bei 15° über 40 Vol. des Gases auf, so dafs man das Gas nicht über Wasser auffangen kann. Die Lösung des Gases in Wasser reagiert sauer und wird zum Bleichen der Wolle, Seide u. s. f. verwandt. Das schwefligsaure Gas verbindet sich unter geeigneten Umständen mit einer neuen Quantität Sauerstoff zu wasserfreier Schwefelsäure, SO_3. Diese ist ein fester Körper und bildet weifse, faserige, seidenglänzende Krystalle. Sie besitzt grofse Affinität zum Wasser, mit welchem sie sich unter lebhafter Wärmeentwickelung zu flüssiger Schwefelsäure vereinigt:

$$H_2O + SO_3 = H_2SO_4.$$

Mehrere andere Oxydationsstufen des Schwefels können nur in der Vereinigung mit Wasser als Säuren bestehen.

Die Schwefelsäure, H_2SO_4, findet sich in geringer Menge in einigen vulkanischen Mineralquellen der Cordilleren, häufiger in schwefelsauren Salzen (§ 20b), von denen der Gips $CaSO_4$ (Calciumsulfat), der Schwerspat $BaSO_4$ und das Bittersalz $MgSO_4$ sehr verbreitet sind. Sie wird fabrikmäfsig durch Oxydation des Schwefeldioxydes durch Salpetersäure gewonnen:

$$SO_2 + 2HNO_3 = H_2SO_4 + 2NO_2,$$

und zwar durch diesen Prozefs unter dem Namen englische Schwefelsäure. Diese ist eine farblose, dickflüssige, ölartige (Vitriolöl), nicht rauchende Flüssigkeit vom Gew. 1,84, welche bei 330° siedet. Sie zerstört die meisten Pflanzen- und Tierstoffe, indem sie dieselben schwärzt oder auflöst. Aus der Luft zieht sie lebhaft Wasser an; beim Vermischen mit Wasser erhitzt sie sich bis zum Sieden, was von der chemischen Vereinigung mit neuen Anteilen Wasser herrührt: man giefst darum zum Vermischen der Schwefelsäure mit Wasser die erstere unter Umrühren vorsichtig in das letztere, aber nicht umgekehrt.

Die rauchende Schwefelsäure, Nordhäuser Vitriolöl, eine gelbliche, ölartige Flüssigkeit vom Gew. 1,9, welche an der Luft raucht und sich unter Zischen mit Wasser mischt. Man kann sie als eine Auflösung von SO_3 in H_2SO_4 ansehen, welche erstere aus der Luft Feuchtigkeit anzieht und sich mit dieser zu H_2SO_4 verbindet. Dargestellt wird sie aus Eisenvitriol ($FeSO_4 + 7H_2O$). Bei mäfsiger Erhitzung verliert dieses Salz zuerst das Wasser, dann wird daraus unter Aufnahme von Sauerstoff Ferrisulfat und dieses zersetzt sich, durch Glühen in thönernen Retorten, in Eisenoxyd und Schwefelsäureanhydrid:

$$2FeSO_4 + O = Fe_2S_2O_4 = Fe_2O_3 + 2SO_3.$$

Das entweichende SO_3 wird in Vorlagen mit etwas Wasser oder H_2SO_4 aufgefangen. Beim Erhitzen der rauchenden Schwefelsäure in einer Retorte geht die wasserfreie Schwefelsäure über und läfst sich in einer gut abgekühlten Vorlage verdichten.

Ein empfindliches Reagens auf Schwefelsäure ist Bariumchlorid, eine wasserhelle Flüssigkeit, die beim Eintropfen in Wasser, welches Spuren von Schwefelsäure enthält, einen weifsen, wolkigen Niederschlag von Bariumsulfat giebt, welches weder in Wasser noch in Säure löslich ist:

$$H_2SO_4 + BaCl_2 = BaSO_4 + 2HCl.$$

§ 19d. Phosphor, P = 31, kommt in der Natur sehr verbreitet vor, jedoch nur in Verbindung mit Sauerstoff in Form von Salzen der

Phosphorsäure (§ 20b), Phosphaten. Kleine Mengen solcher Salze finden sich in der Ackererde und werden aus dieser von den Pflanzen, besonders zur Samenbildung, aufgenommen. Durch die Nahrung gelangen dann die Phosphorsalze in den Tierkörper und so findet sich zuletzt Calciumphosphat $Ca_3P_2O_8$ als ein wesentlicher Bestandteil der Knochen der Wirbeltiere vor. Die Knochen enthalten 58 Prozent Calciumphosphat, d. h. nahezu 12 Gwt. Phosphor, und in dem Knochengerüst eines erwachsenen Mannes (6—7,5 kg) finden sich 0,65—0,75 kg Phosphor vor.

Der Phosphor, ein fester, gelblicher Körper von wachsähnlicher Konsistenz, besitzt sehr giftige Eigenschaften und wird seiner leichten Entzündlichkeit wegen zum Reibfeuerzeug benutzt (§ 241). Spec. Gew. 1,83. Er schmilzt bei 44° zu einer schwach gelblichen Flüssigkeit, die bei 290° siedet und ein farbloses Gas bildet. An der Luft oxydiert er schon bei gewöhnlicher Temperatur, indem er weifse Nebel bildet, die im Dunkeln leuchten und einen knoblauchartigen Geruch haben. Er entzündet sich bei 60°, also schon durch Reibung. Um den Phosphor gegen die Einwirkung der Luft zu schützen, wird er unter Wasser aufbewahrt, in welchem er unlöslich ist. Er löst sich leicht in Schwefelkohlenstoff. Über die Allotropie des Phosphors, den roten Phosphor, s. § 26.

Zur Darstellung des Phosphors wird Knochenasche gepulvert und mit verdünnter Schwefelsäure übergossen. Es bildet sich Gips und saures Calciumphosphat:

$$Ca_3P_2O_8 + 2H_2SO_4 = 2CaSO_4 + CaH_4P_2O_8.$$

Die vom Gips abgegossene Flüssigkeit wird mit Kohlenpulver vermengt; bei starker Glühhitze entzieht die Kohle der Phosphorsäure den Sauerstoff, es bildet sich Kohlenoxydgas und ungefähr $^2/_3$ des in der Masse enthaltenen Phosphors destilliert über:

$$3CaH_4P_2O_8 + 10C = Ca_3P_2O_8 + 10CO + 6H_2O + 4P;$$

der in die kupfernen Vorlagen überdestillierende Phosphor wird dann zur Reinigung nochmals destilliert und, unter Wasser geschmolzen, in Glasröhren geformt.

Durch Verbrennung des Phosphors entsteht wasserfreie Phosphorsäure P_2O_5, ein fester Körper, welcher weifse, schneeähnliche Flocken bildet. Derselbe vereinigt sich, wie die wasserfreie Schwefelsäure, unter lebhafter Wärmeentwickelung mit Wasser zu flüssiger Phosphorsäure H_3PO_4:

$$P_2O_5 + 3H_2O = 2H_3PO_4.$$

Durch unvollständige Oxydation des Phosphors entstehen phosphorige und unterphosphorige Säure.

Um die Streichhölzer leicht und sicher zum Brennen zu bringen, taucht man dieselben bei der Anfertigung zuerst in geschmolzenen Schwefel, ehe man sie mit der Zündmasse versieht, die ursprünglich in einem Brei aus 1 Gwt. Phosphor, 3 Gwt. Dextrin, 40 Gwt. Mennige und 5 Gwt. Salpetersäure besteht. Beim Anstreichen entzündet sich zuerst der Phosphor, dann der Schwefel und endlich das Holz. Brennender Phosphor allein vermag das letztere nicht zu entzünden, weil die bei der Verbrennung entstehende Phosphorsäure, ein festes Produkt, das Holz überzieht und vor dem Zutritt der Luft schützt. Die schwefelfreien Streichhölzer werden zur Entzündung des Holzes vorher an dem einen Ende durch Auflegen auf eine glühende Platte etwas angebrannt. Die Zündmasse der sogenannten schwedischen Streichhölzer besteht aus Kaliumchlorat und Schwefel, während die Reibfläche mit einem Gemenge von rotem Phosphor und Schwefelantimon versehen ist.

Beim Experimentieren mit Phosphor ist wegen der leichten Entzündlichkeit und Giftigkeit desselben grofse Vorsicht anzuraten.

§ 19e. Der Kohlenstoff, C = 12, ist sehr verbreitet in der Natur; er ist in allotropen Zuständen als Holzkohle, Steinkohle, tierische Kohle,

krystallisiert als Graphit und Diamant bekannt (§ 26). Im gebundenen Zustande kommt er in der Kohlensäure vor und als wesentlicher Bestandteil aller Tier- und Pflanzenstoffe und der fossilen Reste derselben.

Der Diamant ist Kohlenstoff in vollkommen reinem, krystallisiertem Zustande, der härteste aller Körper, vom spec. Gew. 3,5, unschmelzbar, in Sauerstoff verbrennbar zu Kohlensäure. — Der Graphit, Reifsblei, ebenfalls reiner, krystallinischer Kohlenstoff, grauschwarz, metallisch glänzend, vom spec. Gew. 2,5, wird mit Thon vermischt zu feuerfesten Schmelztiegeln verwandt.

Die organischen Stoffe werden in der Glühhitze zerstört und der gröfste Teil ihres Kohlenstoffgehaltes bleibt, bei Ausschlufs der Luft, als organische Kohle zurück, als Holzkohle durch Verkohlung des Holzes in Meilern, als Coaks durch Destillation der Steinkohle, als tierische Kohle durch Verkohlung von Tierstoffen. Diese Arten von Kohle sind sehr porös und zeichnen sich durch ihr Absorptionsvermögen für Gase aus: 1 Vol. dichter Holzkohle absorbiert bei 0° und gewöhnlichem Luftdruck 171 Vol. Ammoniak, 68 Vol. Kohlensäure und 18 Vol. Sauerstoff (§ 107). Aus Flüssigkeiten nimmt die poröse Kohle, besonders die Knochenkohle, manche Farbstoffe, sowie riechende und faulende Substanzen auf; pulverisierte Knochenkohle mit Rotwein oder einer Farbholzbrühe gekocht und filtriert giebt eine farblose Flüssigkeit, daher ihre Anwendung zur Entfärbung des Zuckersirups, zum Trinkbarmachen verdorbenen Wassers (Kohlenfilter) u. s. f.

Kohlenstoff verbrennt an der Luft zu Kohlensäure CO_2, Kohlendioxyd, einem farblosen Gase, welches schwerer ist als atmosphärische Luft, — spec. Gew. 1,53, — und zur Unterhaltung der Atmung und Verbrennung untauglich ist. Von Wasser wird dasselbe bei niederer Temperatur, und namentlich unter erhöhtem Druck, ziemlich leicht absorbiert und erteilt demselben einen angenehmen, schwach säuerlichen Geschmack. 1 Vol. Wasser nimmt bei 15° 1 Vol. des Gases auf; bringt man dasselbe unter höherem Druck mit Wasser in Verbindung, so absorbiert das Wasser stets nur 1 Vol. des zusammengeprefsten Gases, aber dem Druck entsprechend eine gröfsere Gewichtsmenge; hört der Druck auf, so entweicht die Kohlensäure mit Heftigkeit. Lackmuspapier wird in kohlensäurehaltigem Wasser schwach rot gefärbt, erhält aber beim Stehen an der Luft wieder die blaue Farbe, weil sich die Kohlensäure verflüchtigt. —

In vulkanischen Gegenden strömt die Kohlensäure in grofser Menge aus der Erde (Hundsgrotte bei Neapel), auch findet sie sich in Bergwerken unter dem Namen der bösen Wetter, ferner in geringer Menge in der atmosphärischen Luft (§ 19). Der Sauerstoff der Luft wird beim Atmen in der tierischen Lunge durch Oxydation verbraucht und Kohlensäure ausgeatmet. Ein Mensch atmet in 24 Stunden gegen 1 kg oder 500 Liter Kohlensäure aus; dagegen atmen die Pflanzen Kohlensäure ein und Sauerstoff aus. — Um die Kohlensäure ganz rein zu erhalten, übergiefst man Calciumkarbonat (Kreide oder Marmor) mit Salpetersäure (oder Salzsäure):

$$CaCO_3 + 2HNO_3 = CaN_2O_6 + CO_2 + H_2O;$$

die Entwickelung geschieht in einem Apparat wie Figur 4.

Durch unvollständige Verbrennung der Kohle, bei mangelhaftem Luftzutritt, entsteht das brennbare, bei der Einatmung äufserst giftig wirkende Kohlenoxydgas CO. Dasselbe verbrennt mit blauer Flamme zu Kohlendioxyd.

Das Oxyd des Siliciums, die Kieselsäure SiO_2, bildet einen Hauptbestandteil der meisten krystallinischen Gesteine (Silikate), aus welchen die feste Erdrinde zusammengesetzt ist. Es gehören hierher Feldspat, Glimmer, Granit, Gneis, Thon u. a. Im reinen Zustand kommt die Kieselsäure als Quarz, krystallisiert als Bergkrystall vor.

§ 19f. Chlor, Brom, Jod, Fluor. Diese vier Grundstoffe zeigen in ihrem chemischen Verhalten eine grofse Ähnlichkeit und bilden die be-

sondere Gruppe der **Halogene** oder **Salzbildner**, weil sie sich mit den Metallen unmittelbar zu salzartigen Verbindungen vereinigen, welche zum Unterschied von den Sauerstoffsalzen (§ 20b) als **Haloidsalze** bezeichnet werden (§ 20a).

A. Das **Chlor**, Cl = 35,5, ist ein grünlichgelbes Gas von eigentümlichem, erstickendem Geruch, beim Einatmen in geringer Menge stark zum Husten reizend. Wegen seiner zerstörenden Einwirkung auf organische Farbstoffe und miasmatische Ausdünstungen ist dasselbe vielfach als **Bleich- und Desinfektionsmittel** in Gebrauch (Eau de Javelle). Seine zerstörende Wirkung auf organische Stoffe ist darauf zurückzuführen, daſs es diesen den Wasserstoff entzieht und sich mit demselben zu Salzsäure HCl (§ 20a) verbindet. Chlor dient zum Bleichen von Baumwolle; tierische Wolle, Seide u. a. werden durch Chlor gelb gefärbt; das Bleichmittel für diese ist schweflige Säure (§ 19c). — Das Chlor ist in der Natur sehr verbreitet, kommt jedoch niemals in freiem Zustande, sondern in Verbindung mit Metallen, hauptsächlich mit Natrium als Chlornatrium oder Kochsalz (Steinsalz, Seesalz) vor. Zu seiner Darstellung wird grob gepulverter Braunstein (Mangansuperoxyd) mit Salzsäure (Chlorwasserstoff) in einer Kochflasche erwärmt, wobei sich zugleich Manganchlorür ergiebt:

$$MnO_2 + 4HCl = MnCl_2 + 2H_2O + 2Cl.$$

Das Chlorgas ist in Wasser löslich; diese Löslichkeit aber verringert sich mit zunehmender Wärme: darum fängt man das Chlorgas über lauwarmem Wasser auf. Auch empfiehlt es sich, zwischen Entwickelungskolben und Entbindungsrohr eine teilweise mit Wasser gefüllte mehrhalsige Flasche (Fig. 4) einzuschieben, in welcher die etwa mit dem Chlor fortgerissene Salzsäure im Wasser gelöst und festgehalten wird.

B. Das ebenfalls im Meerwasser und in manchen Solquellen (Kreuznach) in geringer Menge enthaltene **Brom**, Br = 80, bildet eine leicht flüchtige, dunkel rotbraune Flüssigkeit, deren rotbrauner Dampf bei sehr unangenehmem Geruch ähnliche Wirkungen besitzt wie Chlor, und welche schon bei 58° unter Entwickelung tiefbraunroter Dämpfe siedet.

C. Das ebenfalls im Meerwasser enthaltene **Jod**, J = 127, ist bei gewöhnlicher Temperatur ein fester, dunkelgrauer, krystallinischer, metallglänzender Körper, welcher sich bei gewöhnlicher Temperatur allmählich mit eigentümlichem Geruch verflüchtigt, bei 107° schmilzt und bei 175° unter Entwickelung eines prachtvoll violett-blauen Dampfes siedet. Es färbt die Haut braun und ist giftig.

In Wasser löst sich Jod sehr wenig, reichlicher in Alkohol, vollkommen in Schwefelkohlenstoff und zwar mit roter Farbe. Setzt man zu einer Lösung, welche freies Jod enthält, **Stärkekleister**, so färbt sich derselbe dunkelblau. — Die leicht zersetzbaren Verbindungen des Jods und Broms mit dem Silber finden namentlich in der Photographie (§ 152) Anwendung.

D. Das **Fluor**, Fl = 19, ist der einzige Grundstoff, der bisher in freiem Zustande mit Sicherheit nicht hat dargestellt werden können. Es findet sich im Fluſsspat ($CaFl_2$) und einigen anderen Mineralien, auch im Schmelz der Zähne.

§ 20. **Metalloxyde, basische Oxyde.** Die Metalle besitzen einen sehr verschiedenen Grad der Verwandtschaft zum Sauerstoff. Während sich die meisten **Leichtmetalle** schon bei gewöhnlicher Temperatur mit demselben vereinigen und deshalb zum Schutz gegen Oxydation unter

Steinöl, einer Verbindung von Wasserstoff und Kohlenstoff, in welcher also der Sauerstoff ganz fehlt, aufbewahrt werden müssen, erfolgt die Oxydation der Schwermetalle erst bei erhöhter Temperatur, oder nur langsam und auf indirektem Wege, z. B. durch Berührung mit Wasser (Rosten des Eisens) und mit Säuren. Die Edelmetalle besitzen die geringste Verwandtschaft zum Sauerstoff. Ihre Oxyde zerfallen schon durch erhöhte Temperatur in Metall und Sauerstoff (§ 19).

Sind mehrere Oxydationsstufen eines Metalls bekannt, so werden die niedrigste in der Regel als Oxydul oder Suboxyd, die zweite als Oxyd, die höheren als Superoxyde bezeichnet; manche Metalle besitzen auch säurebildende Oxyde (§ 19), z. B. Manganoxydul MnO, Manganoxyd (-sesquioxyd) Mn_2O_3, Mangansuperoxyd (-dioxyd, Braunstein) MnO_2, Mangansäure MnO_3, Übermangansäure Mn_2O_7. Die meisten Metalloxyde besitzen die Eigenschaft, in Berührung mit Säuren Salze zu bilden (§ 20b) und heifsen dann basische Oxyde oder Basen.

Zu den basischen Oxyden gehören insbesondere die Oxyde der Alkalimetalle (K, Na, Rb, Cs, Li). Diese Metalle besitzen eine sehr grofse Verwandtschaft zum Sauerstoff und zersetzen das Wasser bei gewöhnlicher Temperatur (§ 19a), ihre Oxyde sind die stärksten Basen und im Wasser sehr leicht löslich, indem sie sich mit demselben zu Hydraten (Hydrooxyden) oder sogenannten Alkalien verbinden, so bildet z. B. Kaliumoxyd oder Kali (K_2O) Kalihydrat, Natriumoxyd oder Natron (Na_2O) bildet Natronhydrat:

$$H_2O + Na_2O = 2NaHO.$$

Ihre kohlensauren Salze sind ebenfalls leicht löslich. Die wässerigen Lösungen der Alkalien haben einen laugenhaft ätzenden (alkalischen) Geschmack und alkalische Reaktion, d. h. die Eigenschaft, durch Säuren gerötetes Lackmuspapier wieder blau zu färben (§ 19).

Die Metalle der alkalischen Erden (Ca, Sr, Ba, Mg) bilden basische Oxyde, welche in Wasser nur sehr wenig löslich sind und mit Kohlensäure unlösliche Verbindungen bilden, unter denen die wichtigste das Calciumkarbonat, die kohlensaure Kalkerde (Kalkstein, Kalkspat, Marmor) $CaCO_3$ ist.

Die Metalle der Erden (vorzugsweise Aluminium) haben geringe Verwandtschaft zum Sauerstoff; ihre Oxyde sind farblos, schwache Basen und im Wasser unlöslich.

§ 20a. Wasserstoffverbindungen. A. Der Wasserstoff bildet mit Chlor, Jod, Brom und Fluor (§ 20) gasförmige Verbindungen (HCl, HJ, HBr, HFl), welche vom Wasser leicht und in grofser Menge aufgenommen werden und demselben einen intensiv sauren Geschmack und saure Reaktion, d. h. die Eigenschaft erteilen, blaues Lackmuspapier zu röten (s. oben § 19). Die Lösungen dieser Gase in Wasser sind unter dem Namen Chlorwasserstoffsäure (Salzsäure), Jodwasserstoffsäure u. s. w. bekannt. Viele Metalle vermögen aus diesen Säuren den Wasserstoff abzuscheiden, indem sie an seine Stelle treten und sich mit dem Chlor, Jod, . . zu Chloriden, Jodiden, . . oder Haloidsalzen vereinigen, die meist in Wasser auflöslich sind und demselben einen salzigen Geschmack erteilen, z. B.:

$$HCl + Na = NaCl + H; \quad 2HCl + Zn = ZnCl_2 + 2H.$$

Bei Berührung der genannten Säuren mit basischen Metalloxyden findet ein gegenseitiger Austausch der Bestandteile statt, indem das Metall an die Stelle des Wasserstoffs der Säure tritt, und dieser sich mit dem Sauerstoff des Oxyds zu Wasser vereinigt, z. B.:

$$HCl + NaHO = NaCl + H_2O, \quad 2HCl + ZnO = ZnCl_2 + H_2O.$$

Die Säuren und Alkalien neutralisieren bei dieser Vereinigung ihre Eigenschaften gegenseitig. Der saure Geschmack der Chlorwasser-

stoffsäure und der alkalische Geschmack der Natronlösung ($Na_2O + H_2O = 2NaHO$) ist verschwunden und an seine Stelle ein rein salziger getreten, der von dem gebildeten Chlornatrium oder Kochsalz herrührt. Ebenso ist die saure und alkalische Reaktion verschwunden, Lackmuspapier wird durch die entstandene Salzlösung weder gerötet noch gebläut.

Bei dieser Wechselwirkung der Säuren und basischen Metalloxyde treten die Atome mancher Metalle, wie z. B. Na, anstelle je eines Wasserstoffatoms, andere, wie Zn, vermögen zwei, ja selbst drei und vier Wasserstoffatome zu ersetzen, oder sich mit 2, 3, 4 Chloratomen zu vereinigen ($NaCl$, $ZnCl_2$, $AuCl_3$, $SnCl_4$). Man unterscheidet demnach 1-, 2-, 3-, 4-wertige Metalle. Die Bildung der Chloride, Jodide, . . kann auch durch direkte Vereinigung der Metalle mit Chlor, Jod, . . erfolgen.

Chlorwasserstoff HCl, ein farbloses, sauer riechendes Gas vom Gew. 1,26, raucht stark an der Luft, indem es sich mit dem Wasserdampf derselben zu einer Flüssigkeit verbindet. Das Gas wird vom Wasser absorbiert, und zwar nimmt 1 Vol. Wasser bei 15° 448 Vol. des Gases auf, damit die sogenannte flüssige Salzsäure bildend. Die reine und mit Gas völlig gesättigte Salzsäure raucht etwas an der Luft und entläfst beim Erwärmen salzsaures Gas, bis sie bei 110° siedet. Die dann erhaltene Flüssigkeit raucht nicht an der Luft und enthält 20 Prozent Chlorwasserstoff.

Zur Darstellung der reinen Salzsäure wird Kochsalz unter allmählichem Zusatz von Schwefelsäure in einem Sandbade mäfsig erwärmt:

$$2NaCl + H_2SO_4 = 2\,HCl + Na_2SO_4;$$

das entweichende Chlorwasserstoffgas wird in einer Woulfschen Flasche (Fig. 4) von Wasser absorbiert; das Rohr *b* dient bei zu schneller Absorption des Gases als Sicherheitsrohr. Chlorwasserstoffgas wird über Quecksilber aufgefangen. — Das Königswasser, ein Gemenge von 3 Vol. Salzsäure und 1 Vol. Salpetersäure, dient zur Auflösung von Gold und Platin: es verdankt seine auflösende Eigenschaft dem freiwerdenden Chlor.

Fluorwasserstoffsäure, Flufssäure HFl, wird erhalten durch Erwärmen von Flufsspat mit Schwefelsäure in Platin- oder Bleigefäfsen:

$$CaFl_2 + H_2SO_4 = 2HFl + CaSO_4.$$

Es entwickelt sich ein farbloses, an der Luft weifse Nebel bildendes Gas, welches sich durch starke Abkühlung zu einer farblosen, an der Luft rauchenden Flüssigkeit verdichtet. Durch die Flufssäure, sowohl als Gas wie als Flüssigkeit, werden die Atmungsorgane angegriffen, darum ist bei ihrer Entwickelung Vorsicht zu empfehlen. Flufssäure dient zur Auflösung der Kieselsäure (§ 19e) und wird darum zum Einätzen von Schrift und Zeichnungen in Glas angewandt. Zu ihrer Aufbewahrung dienen Gefäfse von Kautschuk.

B. Mit Schwefel vereinigt sich der Wasserstoff zu Schwefelwasserstoffgas H_2S, welches höchst unangenehm, wie faule Eier riecht, farblos und brennbar ist, giftige Eigenschaften besitzt, sich ziemlich leicht in Wasser auflöst und demselben seinen Geruch und Geschmack mitteilt. Die Lösung hat eine schwach saure Reaktion. Zur Darstellung übergiefst man in einer Gasentwickelungsflasche Schwefeleisen (§ 15) mit verdünnter Schwefelsäure:

$$FeS + H_2SO_4 + \text{Wasser} = H_2S + FeSO_4 + \text{Wasser};$$

es bildet sich dabei Ferrosulfat, Eisenvitriol. Mit Metalloxyden zersetzt sich der Schwefelwasserstoff in ähnlicher Weise, wie die unter A genannten Säuren, indem er Schwefelmetalle (Sulfide) und Wasser bildet, z. B.:

$$CuO + H_2S = CuS + H_2O.$$

Während die meisten Chloride, Jodide und Bromide in Wasser auflöslich sind, sind die Sulfide der Schwermetalle unlöslich in Wasser, der Schwefelwasserstoff erzeugt daher in den Lösungen vieler Metallsalze unlösliche

Niederschläge von Schwefelmetall, welche ihn zur Auffindung gewisser Metalle in ihren Lösungen besonders geeignet machen; so erhält man durch Schwefelwasserstoff in einer Auflösung von Kupfervitriol einen dunkelbraunen, von Zinkvitriol einen weifsen, von weifsem Arsenik einen gelben Niederschlag. — Die Sulfide können auch durch direkte Vereinigung der Metalle mit Schwefel dargestellt werden. (§ 15.)

C. Mit Stickstoff bildet der Wasserstoff das Ammoniak NH_3, eine gasförmige Verbindung von charakteristischem, stechendem Geruch, welches von kaltem Wasser in grofser Menge absorbiert wird, bei 0° nimmt 1 Vol. Wasser 1050, bei 15° 727 Vol. Ammoniak auf (vergl. §§ 107, 212). Das Ammoniak wird durch Erhitzen von Salmiak (s. u. mit gebranntem Kalk dargestellt:

$$2NH_4Cl + CaO = CaCl_2 + 2NH_3 + H_2O;$$

das Gas wird über Quecksilber aufgefangen. Die wässerige Lösung, Salmiakgeist, zeigt eine stark alkalische Reaktion und bildet mit Säuren salzartige Verbindungen, als ob sie ein basisches Oxyd ($2NH_4 + O$) enthielte, in welchem die Atomgruppe NH_4, Ammonium, die Stelle eines einwertigen Metalls vertritt, z. B. Ammoniumchlorid oder Salmiak $NH_4Cl = NH_3 + HCl$. Man nennt eine solche Atomgruppe, welche in ihren Verbindungen ein einfaches Metall zu ersetzen vermag, ein zusammengesetztes Radikal.

D. Phosphorwasserstoff PH_3. Von den Verbindungen des Phosphors mit Wasserstoff ist PH_3 ein farbloses, unangenehm riechendes Gas, welches sich an der Luft von selbst entzündet, indem es mit hellleuchtender Flamme zu Phosphorsäure (§ 19d) und Wasser verbrennt. Zur Darstellung des Gases erhitzt man vorsichtig (in einem Sandbade) in einem weithalsigen Kochfläschchen Phosphor mit Kalilauge und leitet das sich entwickelnde Gas in warmes Wasser: jede aufsteigende Gasblase entzündet sich an der Luft und bildet weifse Ringe von Phosphorsäure:

$$4P + 3KHO + 3H_2O = PH_3 + 3KH_2PO_2;$$

das Nebenprodukt ist Kaliumhypophosphit. Um eine Explosion zu verhüten, ist es ratsam, aus der Entwickelungsflasche erst die Luft zu entfernen, etwa dadurch, dafs man ein indifferentes Gas (Wasserstoff- oder Leuchtgas) durchleitet und dann erst die Kalilauge erhitzt.

E. Verbindungen des Wasserstoffs mit Kohlenstoff sind sehr zahlreich; die meisten derselben gehören in das Gebiet der organischen Chemie. Hier werden nur betrachtet:

1. Das Sumpfgas, Grubengas CH_4, farblos und geruchlos, vom Gew. 0,55, mit schwach leuchtender Flamme brennend. Es entsteht bei Verwesung organischer Stoffe unter Wasser, in Sümpfen, und findet sich fertig gebildet in Steinkohlengruben, wo es mit Luft (10 Vol.) gemischt zu heftigen Explosionen führt (schlagende Wetter).

2. Das ölbildende Gas C_2H_4, farblos, unangenehm riechend, brennbar mit hellleuchtender Flamme, vom Gew. 0,97, in Wasser unlöslich. Es ist ein wichtiger Gemengteil des Leuchtgases und bedingt zum Teil die Leuchtkraft desselben. Um es rein zu erhalten, erhitzt man ein Gemenge von Schwefelsäure und Alkohol bis zum Kochen:

$$C_2H_6O + H_2SO_4 = C_2H_4 + H_2SO_4 + H_2O.$$

§ 20b. Sauerstoffsäuren und Sauerstoffsalze. Wie der Wasserstoff mit Chlor, Jod, Brom u. s. w. Säuren bildet, welche durch

ihren sauren Geschmack, durch die Eigenschaft, Pflanzenfarbstoffe zu röten und mit Metalloxyden salzartige Verbindungen zu erzeugen, charakterisiert sind, so tritt derselbe auch mit gewissen zusammengesetzten sauerstoffhaltigen Atomgruppen zu Verbindungen zusammen, welche ganz ähnliche Eigenschaften besitzen und Sauerstoffsäuren genannt werden. Man kann sich dieselben durch die Vereinigung säurebildender Oxyde (sogenannter wasserfreier Säuren) mit Wasser entstanden denken. So entsteht, wie oben gezeigt, die Schwefelsäure H_2SO_4 (§ 19c) durch Vereinigung der Verbindung SO_3, die Salpetersäure HNO_3 (§ 19b) durch Vereinigung der Verbindung N_2O_5, die Phosphorsäure H_3PO_4 (§ 19d) durch Vereinigung der Verbindung P_2O_5 mit Wasser. Der in diesen Säuren enthaltene Wasserstoff kann wie in der Chlorwasserstoffsäure durch Metalle vertreten werden, wodurch Sauerstoffsalze dieser Metalle entstehen. So löst sich z. B. Zink in verdünnter Schwefelsäure unter Entwickelung von Wasserstoff auf (§ 19a), und die Lösung enthält Zinksulfat ($H_2SO_4 + Zn = ZnSO_4 + 2H$), wobei wieder ein Zinkatom anstelle von zwei Wasserstoffatomen getreten ist. Bei Berührung von Sauerstoffsäuren mit Metalloxyden werden durch gegenseitigen Austausch der Bestandteile Metallsalze und Wasser gebildet:

$$H_2SO_4 + ZnO = ZnSO_4 + H_2O.$$

Die so entstandenen Metallsalze erhalten ihre Namen von den Säuren und Metalloxyden, durch deren Wechselwirkung sie entstanden sind, z. B. Zinksulfat (schwefelsaures Zinkoxyd), Kaliumnitrat (salpetersaures Kali).

Die Sauerstoffsäuren und Alkalien neutralisieren durch ihre Vereinigung zu Salzen ihre Eigenschaften gegenseitig. So entsteht durch Vermischung von Schwefelsäure und Kalihydrat neutrales schwefelsaures Kali:

$$H_2SO_4 + 2KHO = K_2SO_4 + 2H_2O.$$

Durch die entstandene Lösung dieses Salzes wird Lackmuspapier weder gerötet noch gebläut, der saure und alkalische Geschmack ist verschwunden und ein salziger Geschmack an seine Stelle getreten. (Ist die vorhandene Kalimenge zur Neutralisation der Schwefelsäure nicht hinreichend, so entsteht saures schwefelsaures Kali, in welchem nur ein Wasserstoffatom der Säure durch Kalium ersetzt ist:

$$H_2SO_4 + KHO = KHSO_4 + H_2O).$$

Eine stärkere Säure vermag die schwächere aus ihren Verbindungen zu verdrängen; so entsteht durch Einwirkung von Schwefelsäure auf kohlensaures Kali schwefelsaures Kali und Kohlensäure:

$$H_2SO_4 + K_2CO_3 = K_2SO_4 + H_2CO_3;$$

letztere Verbindung zerfällt aber sogleich in Wasser H_2O und Kohlensäuregas CO_2, welches entweicht. — Durch Einwirkung von Schwefelsäure auf Chlornatrium (Kochsalz) entsteht schwefelsaures Natron und Chlorwasserstoffsäure (§ 20a). Ebenso vermag ein basisches Oxyd, welches stärkere basische Eigenschaften besitzt, ein schwächeres aus seiner Verbindung abzuscheiden. Zwei in einer Lösung befindliche Salze tauschen häufig ihre metallischen Bestandteile aus, wenn dadurch eine unlösliche Verbindung gebildet wird, z. B. Silbernitrat und Chlornatrium:

$$AgNO_3 + NaCl = NaNO_3 + AgCl;$$

Einleitung.

§ 1. **Physik** oder **Naturlehre** ist derjenige Teil der Naturwissenschaft, welcher die Gesetze der Naturerscheinungen, d. h. der sinnlich wahrnehmbaren Eigenschaften und Veränderungen der Naturkörper, zum Gegenstand hat. Im engeren Sinne beschränkt sich die Physik auf die Betrachtung der Erscheinungen der leblosen Natur, indem die Lebenserscheinungen der organischen Naturkörper in einer besonderen Wissenschaft, der Physiologie, behandelt werden. In engem Zusammenhang mit der Physik steht die Chemie. Dieselbe betrachtet nämlich eine besondere Klasse von Naturerscheinungen, bei welcher durch Vereinigung, Trennung und veränderte Anordnung der kleinsten Körperteilchen Naturkörper mit durchaus veränderten Eigenschaften gebildet werden (wie z. B. Kochsalz oder Chlornatrium durch Vereinigung von gasförmigem Chlor und metallischem Natrium).

Obgleich demnach die Chemie ihrem Wesen nach als ein Zweig der Physik betrachtet werden mufs und nicht scharf von derselben abgegrenzt werden kann, so erscheint es doch bei der grofsen Mannigfaltigkeit dieser Klasse von Naturerscheinungen angemessen, die Chemie als besondere Wissenschaft von der Physik im engeren Sinne zu trennen, und es sollen im folgenden nur die einfachsten chemischen Erscheinungen zur Besprechung kommen und besonders insoweit berücksichtigt werden, als dies zum Verständnis der übrigen physikalischen Gesetze unerläfslich ist (§§ 15—20b, 229, 243, 339—344).

§ 2. Als Mittel zur Erkenntnis der Gesetze der Naturerscheinungen dienen die Beobachtung und der Versuch. Während die beschreibende Naturwissenschaft sich vorzugsweise auf Beobachtung der Naturgegenstände gründet, verdankt die Physik die vorzüglichsten Erweiterungen ihrer Erkenntnisse, soweit sich dieselben auf die irdischen, dem Versuch zugänglichen Naturkörper beziehen, dem letzteren. Der grofse Vorzug, welchen der Versuch darbietet, besteht einerseits darin, dafs wir durch denselben die Naturerscheinungen in einer zweckmäfsigen Ordnung und Reihenfolge der Untersuchung unterwerfen können, andererseits darin, dafs wir durch willkürliche Abänderung der Umstände die zum Eintritt einer Erscheinung erforderlichen wesentlichen Bedingungen von den zufälligen begleitenden Nebenumständen zu unterscheiden imstande sind. Endlich gewährt der Versuch den Vorteil, dafs wir durch denselben die Wirkung gegebener Ursachen nicht nur der Art nach (qualitativ) zu erkennen, sondern auch dem Grade nach (quantitativ) zu messen vermögen.

Alle Naturerkenntnis würde ein Haufwerk einzelner zusammenhangsloser Thatsachen bleiben, wenn nicht die sinnliche Wahrnehmung mit der denkenden, theoretischen Naturbetrachtung verknüpft wäre, welche die Gesetzmäfsigkeit und den ursächlichen Zusammenhang der Naturerscheinungen zu erforschen und dieselben nach Zahl und Mafs zu erkennen bemüht ist. Bei diesem Aufsuchen der Naturgesetze werden zur Erklärung einer Klasse von Naturerscheinungen Hypothesen oder Annahmen über den Grund derselben aufgestellt, deren Brauchbarkeit und Wahrscheinlichkeit um so gröfser ist, eine je gröfsere Zahl von Erscheinungen durch dieselben erklärt, d. h. unter sich und mit anderen bekannten Erscheinungen in gesetzmäfsigen Zusammenhang gebracht wird.

Erster Abschnitt.

Allgemeine Eigenschaften der Körper. Verschiedenheit der Aggregatzustände.

§ 3. Ausdehnung, Undurchdringlichkeit. Die Naturlehre betrachtet die Körper nicht wie die Mathematik lediglich in Hinsicht auf ihre räumliche Ausdehnung, sondern sie betrachtet die Eigenschaften des Stoffes oder der Materie, welche den Raum erfüllt. Ein Naturkörper ist demnach ein mit Stoff erfüllter Raum. Die geometrische Gröfse des erfüllten Raumes heifst der Rauminhalt oder das Volumen des Körpers, die Quantität der Materie, aus welcher derselbe gebildet ist, seine Masse. (§ 11.)

Die erste Grundeigenschaft der Körper ist demnach die Raumerfüllung oder Ausdehnung. Insofern zwei Körper denselben Raum nicht gleichzeitig erfüllen können, schreibt man denselben Undurchdringlichkeit zu.

Selbst wenn, wie bei der Mischung zweier Flüssigkeiten oder Luftarten, oder bei der chemischen Vereinigung, eine wirkliche Durchdringung zweier Körper stattzufinden scheint, so darf dieselbe doch nur als eine Nebeneinanderlagerung der kleinsten, einzeln nicht mehr wahrnehmbaren Teilchen betrachtet werden.

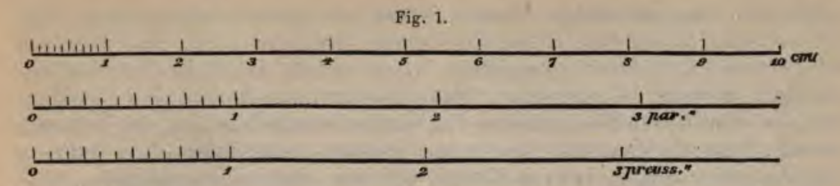
§ 4. Längen-, Flächen- und Raummafs. Da jede Gröfse nur durch eine gleichartige gemessen werden kann, so ist für die Messung der räumlichen Ausdehnungen der Körper die Wahl einer bestimmten Längeneinheit erforderlich. Man wählt dazu das Meter (zuerst in Frankreich eingeführt 1799), dessen Länge annähernd dem zehnmillionsten Teil eines Meridianquadranten der Erde gleichkommt (vergl. § 350).

1 Meter (m) = 10 Decimeter (dm) = 100 Centimeter (cm) = 1000 Millimeter (mm)
1 Kilometer (km) = 10 Hektometer = 100 Dekameter = 1000 Meter.

Zur Vergleichung des metrischen Mafssystems mit dem noch häufig gebrauchten alten Pariser Fufsmafs und mit dem früheren preufsischen oder rheinländischen Mafs, sowie mit anderweitig gebrauchten Mafsen, dienen folgende Zahlen:

1 m = 3,07844 par.′ = 3,1862 preufs.′
1 mm = 0,443296 par.‴ = 0,458813 preufs.‴
1 par.′ = 0,32484 m, 1 Toise = 6 par.′ = 1,94904 m.
1 preufs.′ = 0,31385 m = 0,96618 par.′ (Annähernd preufs.′: par.′ = 29 : 30)
1 geogr. Meile (15 = 1° des Erdäqu.) = 22843,41 par.′ = 23643 preufs.′ = 7420,439 m.
1 Seemeile (60 = 1° des Erdmerid.) = 1852 m = 10 Kabellängen; 1 russ. Werst = 1067 m.
1 engl. Meile = 1760 Yards = 1609,32 m, 1 Yard = 36 engl. Zoll = 0,91438 m.

Fig. 1.



Die Mafse für Flächen- und Rauminhalt werden von dem Längenmafs abgeleitet. Als Flächeneinheit dient das Quadratmeter (qm), als Raumeinheit das Kubikmeter (stère), oder häufiger das Kubikdecimeter (Liter) und seine Unterabteilungen.

1 Kubikmeter (cbm) = 1000 Liter = 32,34588 preufs. Kub.'

1 preufs. Kub.' = 30,91584 Liter.

§ 5. Teilbarkeit. Die Teilung eines Körpers in kleinere Raumteile kann zwar der geometrischen Vorstellung nach ins Unbegrenzte fortgesetzt werden. In Wirklichkeit sind aber der Teilung durch mechanische Mittel Grenzen gesetzt, einerseits durch die Unvollkommenheit unserer Instrumente, andererseits dadurch, dafs die Teilchen sich durch ihre Kleinheit der sinnlichen Wahrnehmung entziehen. Als Beispiele sehr feiner Zerteilung dienen Polierpulver, wie das zum Polieren der Glas- und Metallspiegel gebräuchliche Eisenoxyd (Englisch Rot), ferner gewisse Farb- und Riechstoffe (Anilinfarbstoffe, Moschus), von welchen noch Millionteile eines Milligramms (§ 12) durch den Gesichts- oder Geruchssinn wahrgenommen werden können; dennoch mufs jedes Teilchen dieser Körper noch als eine chemische Verbindung einfacherer Teile betrachtet werden, die auf chemischem Wege von einander geschieden werden können.

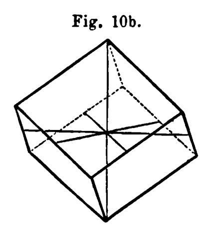
Teils physikalische, teils chemische Erscheinungen machen die Annahme in hohem Grade wahrscheinlich, dafs alle Körper aus räumlich getrennten Teilchen zusammengesetzt sind, welche weder durch mechanische noch durch chemische Einwirkungen in noch kleinere Teilchen zerlegt werden können. Diese kleinsten, unteilbaren Teilchen der Materie werden Atome genannt (*ἄτομον* von *τέμνω*, ich schneide). Moleküle heifsen im allgemeinen kleine Körperteilchen, die noch in einfachere Bestandteile zerlegbar sind (*moles*, *molecula*). Die Erscheinungen nötigen ferner zu der Annahme, dafs die Atome oder Moleküle eines Körpers den Raum nicht stetig erfüllen, sondern durch Zwischenräume getrennt sind, die im allgemeinen wegen ihrer Kleinheit, ebensowenig wie die Atome selbst, unmittelbar wahrgenommen werden können. — Bei vielen festen Körpern sind jedoch auch gröfsere, mit blofsem Auge, oder bei hinreichender Vergröfserung durch das Mikroskop sichtbare Zwischenräume oder Poren vorhanden, welche das Eindringen flüssiger oder luftförmiger Körper gestatten.

§ 6. Aggregatzustände. Alle Naturkörper lassen sich nach der Verschiedenheit des Zusammenhangs ihrer Teile oder ihres Aggregatzustandes (*aggregare* zusammenhäufen, vereinigen) in drei Hauptklassen unterscheiden: feste, tropfbar flüssige und luftförmige Körper. Die festen Körper haben eine selbständige Gestalt, indem zwischen ihren Teilen ein solcher Zusammenhang stattfindet, dafs eine mehr oder minder beträchtliche äufsere Kraft erforderlich ist, um dieselben von einander zu trennen, oder ihre gegenseitige Lage zu verändern. Die tropfbar flüssigen Körper besitzen zwar noch einen bestimmten Rauminhalt, der durch Druck und Wärme verhältnismäfsig geringe Änderungen erleidet, aber es

Sechseck. Eine zweite Form ist die sechsseitige Säule; die an den Enden entweder jederseits durch eine zur Säulenaxe senkrechte Endfläche oder, in Kombination mit dem Dihexaeder, durch sechsseitige Pyramiden begrenzt sein kann (Bergkrystall Fig. 10a).

Unter den hemiëdrischen Formen des hexagonalen Systems ist die wichtigste das Rhomboeder (Fig. 10b). Dasselbe entsteht durch hemiëdrische Ausbildung der abwechselnden Flächen des Dihexaeders und wird von 6 Rhombenflächen begrenzt, welche zu zwei einander parallel sind. Die Kanten sind zweierlei, nämlich 6 Endkanten, welche zu je drei in den Endecken, den Endpunkten der Hauptaxe, zusammentreffen, und 6 im Zickzack laufende Seitenkanten. Die drei unter Winkeln von 60° sich schneidenden Nebenaxen verbinden die Mitten je zweier gegenüberliegenden Seitenkanten des Rhomboeders. Das Rhomboeder ist die Hauptkrystallform des Kalkspats, bei welchem die beiden Endecken die stumpferen, die Seitenecken die spitzeren sind (vergl. § 184). Eine hemiëdrische Form der sechsseitigen Säule ist die dreiseitige Säule. (Vergl. ferner §§ 194 und 286.)

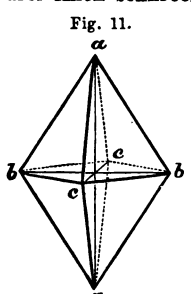
Fig. 10b.



Die Krystalle des quadratischen und hexagonalen Systems stimmen in dem gemeinsamen Merkmal einer Hauptaxe und in ihren optischen Eigenschaften überein (§ 185).

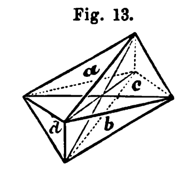
4. Rhombisches System. Die Grundform ist ein Oktaeder mit rhombischer Basis (Fig. 11), welches von 8 ungleichseitigen Dreiecken begrenzt wird. Da alle 3 Axen ungleich sind, so sind dreierlei verschiedene Ecken und auch drei Arten von Kanten vorhanden. Außerdem kommen in diesem System drei Gruppen von Säulen mit rhombischer Basis und dreierlei Endflächen vor, welche auf den drei Axen senkrecht stehen (Schwefel, Salpeter).

Fig. 11. Fig. 12.



5. Klinorhombisches System. Als Grundform kann ein Oktaeder mit rhombischer Basis (Fig. 12) betrachtet werden, dessen Pyramidenaxe gegen die Basis unter schiefem Winkel geneigt ist. Die Flächen desselben sind aber nicht gleichwertig, und dasselbe mufs in der That als eine Kombination zweier schiefen rhombischen Säulen (*a a*, *b b*) aufgefafst werden. Überhaupt kommen in diesem Krystallsystem keine für sich geschlossenen Formen mehr vor, sondern nur rhombische Säulen und einzelne Endflächen (Gips).

Fig. 13.



6. Im klinorhomboidischen System endlich sind immer nur zwei parallele gegenüberliegende Flächen gleichwertig. Man kann sich zwei beliebige Flächenpaare zu einer Säule mit rhomboidischer Basis und schiefer Axe kombiniert denken, welche durch ein drittes Paar schiefer Endflächen begrenzt wird. Es herrscht also in den Formen dieses Krystallsystems die geringste Symmetrie (Kupfervitriol). Das Oktaeder (Fig. 13) wird von vier verschiedenen ungleichwertigen Flächenpaaren gebildet.

§ 26. Dimorphismus und Isomorphismus. In der Regel kommt jeder chemischen Verbindung eine bestimmte, einfache oder zusammengesetzte Krystallform zu, oder die verschiedenen an ihr vorkommenden Krystallformen lassen sich doch auf eine und dieselbe Grundform eines Krystallsystems zurückführen. Manche Stoffe besitzen aber die merkwürdige Eigenschaft, unter verschiedenen Umständen zweierlei Krystallformen anzunehmen, die zwei ganz verschiedenen Krystallsystemen angehören. Solche Körper werden dimorph genannt.

Der Dimorphismus steht in engem Zusammenhang mit der chemischen Erscheinung der Allotropie, welche darin besteht, dafs ein und derselbe Körper

unter gewissen Umständen durch eine veränderte Anordnung seiner Moleküle verschiedene physikalische Eigenschaften erlangen und ein verschiedenes chemisches Verhalten zeigen kann. Solche allotrope und zugleich dimorphe Körper sind z. B. der Kohlenstoff, welcher als Diamant im regulären, als Graphit im hexagonalen Systeme krystallisiert; der Schwefel, welcher in der Natur in Rhombenoktaedern krystallisiert vorkommt und auch aus seiner Auflösung in Schwefelkohlenstoff in Krystallen dieser Art erhalten wird, während der geschmolzene Schwefel beim Erstarren klinorhombische Säulen bildet; ferner der kohlensaure Kalk, welcher als Kalkspat in der rhomboedrischen Abteilung des hexagonalen Systems krystallisiert, als Arragonit dagegen in Formen des rhombischen Systems. Der Phosphor (§ 19d) färbt sich rot, wenn er dem Sonnenlicht unter Wasser ausgesetzt wird, ebenso wenn er in einer indifferenten Gasart (Wasserstoff oder Leuchtgas) längere Zeit stark erhitzt wird. Es bildet sich ein fester, roter Körper, der ganz verschieden ist vom gelben Phosphor. Dieser rote Phosphor ist geruch- und geschmacklos, im Dunkeln nicht leuchtend, in Schwefelkohlenstoff unlöslich, nicht giftig, vom spec. Gew. 2,2; er entzündet sich erst bei 260°.

Umgekehrt kommt es nicht selten vor, daſs zwei verschiedene chemische Verbindungen von analoger Zusammensetzung in derselben Form krystallisieren. Solche Körper heiſsen isomorph.

So fand Mitscherlich, daſs die schwefelsauren, selensauren, chromsauren und mangansauren Salze derselben Basis (z. B. K_2SO_4, K_2SeO_4, K_2CrO_4, K_2MnO_4) isomorph sind; ebenso die phosphorsauren und arsensauren Salze. Thonerde, Eisenoxyd und Chromoxyd (Al_2O_3, Fe_2O_3, Cr_2O_3) krystallisieren in Rhomboedern mit gleichen Kantenwinkeln, ferner die kohlensauren Salze der Kalkerde, Talkerde (Magnesiumoxyd), des Eisenoxyduls, Manganoxyduls und Zinkoxyds. Isomorphe Körper vermögen sich öfters in ihren Verbindungen gegenseitig zu vertreten und kommen in Mineralien häufig zusammenkrystallisiert vor, wie z. B. kohlensaure Kalkerde und Magnesia im Bitterspat oder Dolomit, welcher nicht selten auch kohlensaures Eisen- und Manganoxydul enthält.

Dritter Abschnitt.

Mechanik.

§ 27. Die Mechanik behandelt im allgemeinen die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung der Körper. Man unterscheidet die Statik oder Lehre vom Gleichgewicht und die Dynamik oder Lehre von der Bewegung.

Die Hydromechanik behandelt insbesondere die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung tropfbar flüssiger, die Aeromechanik oder Pneumatik die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung luftförmiger Körper. Erstere zerfällt in Hydrostatik und Hydrodynamik (Hydraulik), letztere in Aerostatik und Aerodynamik.

A. Allgemeine Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung, insbesondere Statik und Dynamik fester Körper.

§ 28. Ruhe und Bewegung. Ein Körper ruht, wenn er seine Lage im Raum beibehält, er bewegt sich, wenn er dieselbe verändert. Wir beurteilen die Ruhe oder Bewegung eines Körpers zunächst nach der Änderung seiner Lage gegen die umgebenden Körper, indes ist unser Urteil hierbei vielfachen Täuschungen ausgesetzt, da von vorn-

herein nicht feststeht, welcher von zwei Körpern, die ihre gegenseitige Lage ändern, der ruhende und welcher der bewegte sei, oder ob sich endlich beide bewegen. Da wir stets nur die relative Ruhe und Bewegung der Körper beobachten können, so sind wir nicht selten geneigt, den ruhenden Körper für den bewegten zu halten und umgekehrt.

Täuschungen bei Kahn- und Eisenbahnfahrten. — Am unwiderstehlichsten ist die Täuschung, vermöge deren uns der Erdboden mit den auf demselben befindlichen Körpern zu ruhen und die Himmelskugel mit den Gestirnen sich um denselben zu drehen scheint. Jahrtausende waren erforderlich, bevor man auf Grund astronomischer Forschungen das Umgekehrte als richtig erkannte. (§ 352.)

§ 29. Einteilung der Bewegungen nach Richtung und Geschwindigkeit. Die Bewegung eines Körpers ist geradlinig oder krummlinig, je nachdem derselbe seine Richtung fortwährend unverändert beibehält, oder dieselbe stetig ändert. Der von dem Körper im Raume durchlaufene Weg heifst die Bahn der Bewegung. Betrachten wir zunächst der Einfachheit halber die Bewegung eines materiellen Punktes, oder eines Körpers von verschwindend kleinen Dimensionen, so reduziert sich seine Bahn auf eine gerade oder krumme Linie. Bei der krummlinigen Bewegung wird die Richtung in jedem Punkte der Bahn durch die an dieselbe gezogene Tangente angegeben.

Gleichförmig ist die Bewegung, wenn in gleichen Zeiten immer gleiche Strecken der Bahn zurückgelegt werden, ungleichförmig, wenn dies nicht der Fall ist. Eine ungleichförmige Bewegung heifst beschleunigt, wenn die in gleichen Zeitabschnitten zurückgelegten Strecken fortwährend wachsen, verzögert, wenn dieselben abnehmen. Das Verhältnis des in einem gewissen Zeitabschnitt zurückgelegten Weges zur Gröfse dieses Zeitabschnitts heifst Geschwindigkeit.

Es ist selbstverständlich, dafs, um Längen und Zeiträume in ein Verhältnis setzen zu können, eine bestimmte Längeneinheit und eine bestimmte Zeiteinheit gewählt werden mufs. Wählt man z. B. als Längeneinheit das Meter (§ 4) und als Zeiteinheit die Sekunde mittlerer Sonnenzeit (§ 359), so bewegt sich ein Punkt mit der Geschwindigkeit 10, wenn er in jeder Sekunde 10 Meter, mithin in 2 Sekunden 20 m, in 3 Sekunden 30 m, u. s. w. durchläuft. Bei der gleichförmigen Bewegung bleibt das Verhältnis zwischen dem durchlaufenen Raum und der dazu erforderlichen Zeit ein unveränderliches. Die Geschwindigkeit wird daher durch den in einer Zeiteinheit (Sekunde) durchlaufenen Raum angegeben. Bei der ungleichförmigen Bewegung dagegen ist das Verhältnis ein stetig veränderliches. Um daher die Geschwindigkeit in einem gegebenen Zeitpunkt anzugeben, mufs das Verhältnis zwischen einer unendlich kleinen Wegstrecke und der unendlich kleinen Zeit ermittelt werden, welche erforderlich ist, um dieselbe zu durchlaufen. Es ist eine Aufgabe der Analysis, dieses Verhältnis, das Differential des Weges nach der Zeit, zu bestimmen. Aufserdem kann man bei der ungleichförmigen Bewegung die Geschwindigkeit in einem beliebigen Zeitpunkt als die Strecke erklären, welche der Punkt in einer Sekunde zurücklegen würde, wenn seine Bewegung in diesem Augenblick in eine gleichförmige überginge. (Vergl. § 32.)

§ 30. Gleichförmige Bewegung. Ein Körper, welcher sich gleichförmig mit einer Geschwindigkeit von c Meter in jeder Sekunde bewegt, legt in 2 Sekunden $2c$, in drei Sekunden $3c$ Meter, u. s. w. zurück. Bezeichnet daher c (celeritas) die Geschwindigkeit der Bewegung und t (tempus) die Zeit, d. i. die Anzahl der Sekunden, welche erforderlich ist, um eine gewisse Strecke s (spatium) zu durchlaufen, so ist:

$$s = ct; \qquad c = \frac{s}{t}; \qquad t = \frac{s}{c}.$$

Um die Geschwindigkeit einer gleichförmigen Bewegung zu bestimmen, hat man den Raum (in Metern) durch die Zeit (in Sekunden) zu dividieren. Legt z. B. ein Eisenbahnzug in 10 Sekunden eine Strecke von 125 m zurück, so ist seine Geschwindigkeit $c = 12{,}5$ und um 7500 m zu durchlaufen, würde derselbe $\frac{7500}{12{,}5} = 600$ Sekunden oder 10 Minuten gebrauchen.

Zusammenstellung von Geschwindigkeiten:

Fufsgänger	1,5 m	Büchsenkugel	400 m
Pferd im Trab	4 m	Granate der langen 15 cm-Ringkanone	500 m
Pferd im Galopp	6 m	Schall in der Luft	332 m
Rennpferd im Galopp	13 m	Punkt am Erdäquator	464 m
Eisenbahnzug	7—8 m	Mond um die Erde	1,01 km
Schnellzug	14 m	Erde um die Sonne	29,8 km
Dampfschiff	3—7 m	Sternschnuppen	52,6 km
Mäfsiger Wind	4—7 m	Licht	298000 km
Sturm	17—28 m		

§ 31. Beharrungsvermögen. Jede Änderung im Bewegungszustand eines Körpers kann nur durch eine auf denselben wirkende äufsere Ursache oder Kraft (§ 7) veranlafst werden. Es kann daher ein Körper weder aus dem Zustand der Ruhe in den der Bewegung, noch auch umgekehrt aus Bewegung in Ruhe übergehen, ohne dafs eine Ursache dazu vorhanden ist. Ebenso kann die Geschwindigkeit oder die Richtung einer Bewegung nur durch eine äufsere Kraft abgeändert werden. Solange daher auf einen bewegten Körper keine Kraft wirkt, ist seine Bewegung eine gleichförmige und geradlinige. Die Eigenschaft der Materie, ohne Einwirkung äufserer Kräfte in ihrem Bewegungszustand zu beharren, heifst Beharrungsvermögen oder Trägheit.

Ein in Bewegung begriffener Eisenbahnzug mufs durch die Reibung der Bremsen zum Stillstehen gebracht werden. Der Reiter fliegt über den Kopf des Pferdes, wenn dieses im schnellen Lauf plötzlich anhält. Die Bewegungen der Körper auf der Erdoberfläche werden in der Regel durch die entgegenwirkenden Kräfte der Reibung und des Luftwiderstandes (§§ 42 und 87 Anm.) allmählich verzögert und aufgehoben. Bei den Bewegungen der Himmelskörper im Weltraum finden diese Bewegungshindernisse nicht statt, weshalb auch keine Verzögerung ihrer Bewegungen eintritt (§ 392,2).

§ 31a. Ungleichförmige Bewegung. Eine auf einen bewegten Körper wirkende Kraft vermehrt oder vermindert die Geschwindigkeit, je nachdem ihre Richtung mit derjenigen der bereits bestehenden Bewegung zusammenfällt, oder ihr entgegengesetzt ist. Die in einer gewissen Zeit erzeugte Änderung der Geschwindigkeit — Beschleunigung oder Verzögerung — ist um so gröfser, je stärker die beschleunigende oder verzögernde Kraft ist. Jene Änderung der Geschwindigkeit dient daher als Mafs für die Gröfse oder Intensität der Kraft (§ 32a). Eine Kraft ist doppelt so grofs als die andere, wenn sie in gleicher Zeit eine doppelt so grofse Geschwindigkeitsänderung zu erzeugen vermag.

Ist die Richtung der auf den bewegten Körper wirkenden Kraft derjenigen der bereits bestehenden Bewegung weder gleich noch entgegengesetzt, sondern gegen dieselbe unter einem beliebigen Winkel geneigt, so bewirkt dieselbe eine Änderung in der Richtung der Bewegung, und die Bewegung wird eine krummlinige (§ 35).

Bei gleichbleibender Intensität einer Kraft ist die durch dieselbe bewirkte Geschwindigkeitsänderung der Dauer ihrer Wirkung proportional. Eine Kraft von mäfsiger Intensität vermag daher in sehr kurzer Zeit

nur eine sehr geringe Geschwindigkeit zu erzeugen. (Versuch mit einem unter einer Münze plötzlich fortgeschnellten oder langsam fortgezogenen Kartenblatt).

Diejenigen Kräfte, welche nur sehr kurze Zeit hindurch, aber mit grofser Intensität wirken, so dafs sie eine plötzliche Änderung der Richtung oder Geschwindigkeit der Bewegung herbeiführen, werden Momentankräfte genannt. Solche Momentankräfte kommen z. B. beim Stofse der Körper zur Wirkung (§ 65). Infolge ihrer kurzen Wirkungsdauer kann nur das Endresultat der Wirkung beobachtet werden, welches in der Erzeugung einer gleichförmigen und geradlinigen Bewegung besteht, wenn nicht noch andere, dauernde Kräfte vorhanden sind, welche die Richtung und Geschwindigkeit der Bewegung stetig abändern (Wurfbewegung §§ 33, 35). In der That findet auch im Augenblick des Stofses selbst nicht eine im mathematischen Sinne momentane, sondern eine stetige, aber in sehr kurzer Zeit sehr schnell verlaufende Änderung der Bewegung statt.

§ 32. Gleichförmig beschleunigte Bewegung. **Fallbewegung.** Wächst die Geschwindigkeit eines bewegten Körpers immer in gleichen Zeiten um gleich viel, so heifst seine Bewegung eine gleichförmig beschleunigte. Der Zuwachs der Geschwindigkeit während einer Sekunde heifst die Beschleunigung (acceleratio). Als Beispiel dient die vertikal abwärts gerichtete Bewegung eines unter dem Einflufs der Schwerkraft frei fallenden Körpers (§ 10). Dieselbe ist gleichförmig beschleunigt, weil die Schwerkraft fortwährend mit gleicher Stärke wirkt, mithin in gleichen Zeitteilen stets einen gleichen Zuwachs der Geschwindigkeit erzeugt. **Die Beschleunigung durch die Schwerkraft ist an derselben Stelle der Erdoberfläche für alle Körper gleich grofs.** Die von einem frei fallenden Körper nach einer Sekunde erlangte Endgeschwindigkeit beträgt (unter 45^0 Breite, im Meeresniveau — vergl. § 63):

$$9{,}808 \text{ m} = 30{,}193 \text{ par.}'$$

Dieselbe wird mit dem Buchstaben g (gravitas) bezeichnet. Die nach 2, 3, 4 ... t Sekunden erlangte Endgeschwindigkeit ist demnach $2g$, $3g$, $4g$ ... tg. Am Anfang der ersten Sekunde beginnt der fallende Körper seine Bewegung mit der Geschwindigkeit 0, am Ende der ersten Sekunde hat er die Geschwindigkeit g erreicht. Da die Geschwindigkeit gleichförmig wächst, so ist der in der ersten Sekunde durchlaufene Raum ebenso grofs, als ob sich der Körper während dieser Zeit mit der mittleren Geschwindigkeit $\frac{1}{2}g$ bewegt hätte, d. h. gleich $\frac{1}{2}g$.

Ein strenger Beweis dieses Satzes beruht auf der folgenden Betrachtung. Man denke sich eine Sekunde in sehr viele gleiche Teile geteilt, deren Anzahl n sei. Dann sind, wie aus der Definition der gleichförmig beschleunigten Bewegung folgt, die Geschwindigkeiten am Ende dieser einzelnen Zeitabschnitte $1\frac{g}{n}$, $2\frac{g}{n}$, $3\frac{g}{n}$ .... $n\frac{g}{n}$. Während der ersten $n$tel Sekunde wächst die Geschwindigkeit von 0 bis zu $\frac{g}{n}$, mithin ist der in dieser Zeit durchlaufene Raum > 0 und $< \frac{1}{n} \cdot \frac{g}{n}$ oder $< \frac{g}{n^2}$; ebenso liegt der in der zweiten $n$tel Sekunde durchlaufene Raum zwischen den Grenzen $\frac{g}{n^2}$ und $2\frac{g}{n^2}$ u. s. f., endlich der in der letzten $n$tel Sekunde durchlaufene Raum zwischen $(n-1) \cdot \frac{g}{n^2}$ und $n \cdot \frac{g}{n^2}$. Also ist der während der ganzen ersten Sekunde durchlaufene Fallraum

$$\text{gröfser als } (0 + 1 + 2 \dots + n - 1)\frac{g}{n^2}$$

$$\text{und kleiner als } (1 + 2 + 3 \dots + n)\frac{g}{n^2}$$

oder, indem man die in den Klammern stehenden arithmetischen Reihen summiert, gröfser als $\frac{n-1}{n} \cdot \frac{g}{2}$ und kleiner als $\frac{n+1}{n} \cdot \frac{g}{2}$. Da man aber die Anzahl der Zeitabschnitte n beliebig grofs annehmen kann, so fallen beide Grenzwerte, wenn man n über jede Grenze wachsen läfst, in dem Wert $\frac{g}{2}$ zusammen.

Dieselben Betrachtungen kann man auf eine beliebige ganze und gebrochene Anzahl von Sekunden ausdehnen und erhält als Grenzwert für den in 2, 3, ... t Sekunden durchlaufenen Fallraum bezüglich

$$\frac{4}{2}g,\ \frac{9}{2}g,\ ..\ \frac{t^2}{2}g.$$

Es ergiebt sich demnach, dafs die am Schlufs der einzelnen Sekunden erlangten Endgeschwindigkeiten im einfachen Verhältnis der Fallzeiten, die ganzen Fallräume aber proportional den Quadraten der Fallzeiten wachsen. Bezeichnet v die nach t Sekunden erlangte Endgeschwindigkeit, s den Fallraum, so hat man die beiden Hauptformeln für die Fallbewegung:

$$1.\quad v = gt; \qquad\qquad 2.\quad s = \frac{1}{2}gt^2.$$

Daraus folgt ferner:

$$1\text{a}.\quad t = \frac{v}{g}; \qquad\qquad 2\text{a}.\quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}};$$

$$3.\quad v = \sqrt{2gs}; \qquad\qquad 3\text{a}.\quad s = \frac{v^2}{2g}.$$

Bedeutung und Gebrauch dieser Formeln können leicht in Worten angegeben werden. Als Zahlenbeispiele mögen die folgenden dienen, in denen zur Vereinfachung g = 10 m gesetzt werden mag:

1. Wie tief liegt der Wasserspiegel eines Brunnens, in welchen ein Stein 3 Sekunden fällt, und welche Geschwindigkeit hat dieser beim Aufschlagen?
2. In welcher Zeit erlangt ein Körper beim freien Fall die Geschw. 100 m, und welche Höhe ist er alsdann gefallen?
3. In welcher Zeit ist ein Körper eine Höhe von 120 m herabgefallen, und welche Geschwindigkeit hat er dabei erreicht?
4. In welcher Höhe hat die Explosion eines Meteorits stattgefunden, dessen Sprengstücke zugleich mit dem Schall (Geschw. 332 m) die Erde erreichen?
5. Wie tief liegt der Wasserspiegel eines Brunnens, auf welchem man einen Stein 4 Sekunden später, als man ihn hat fallen lassen, aufschlagen hört?

Galilei bediente sich zur Bestätigung der von ihm (1602) aufgefundenen Fallgesetze einer mit glattem Pergament ausgekleideten, unter einem kleinen Winkel gegen den Horizont geneigten Fallrinne, in welcher er Metallkugeln hinabrollen liefs (§ 41). Zur Veranschaulichung der gleichförmig beschleunigten Bewegung dient ferner Atwoods Fallmaschine (1784). An den Enden eines über eine Rolle geschlungenen Fadens sind zwei gleiche Massen aufgehängt, welche sich im Gleichgewicht befinden (§ 47). Durch ein auf eine von beiden gelegtes Übergewicht werden dieselben in Bewegung gesetzt. Die Bewegung, mit welcher das schwerere Gewicht herabsinkt, ist ebenfalls eine gleichförmig beschleunigte, die Beschleunigung ist aber um so kleiner, je kleiner das Übergewicht im Verhältnis zu den mitbewegten Massen, und kann durch verschiedene Gröfse des Übergewichts willkürlich abgeändert werden (§ 32a). Sinkt das Gewicht längs einer vertikalen in Centimeter geteilten Skala herab, so können die den einzelnen Sekundenschlägen eines Pendels (§ 63) entsprechenden Fallräume leicht abgelesen werden, oder man kann umgekehrt die Fallzeiten beobachten, welche erforderlich sind, damit das Gewicht von einer gegebenen Höhe herabsinke. Wird nach einer bestimmten Anzahl von Sekunden das Übergewicht vermittelst eines durchbrochenen Tellers entfernt, so geht von diesem Augenblick ab die beschleunigte Bewegung in eine gleichförmige über,

so dafs man die erlangte Endgeschwindigkeit bestimmen kann (§ 29). Um den schädlichen Einflufs der Reibung zu beseitigen, hat man das herabsinkende Gewicht noch um ein kleines Friktionsgewicht zu vermehren, welches sich durch einen besonderen Versuch mit der Fallmaschine mit ausreichender Genauigkeit bestimmen läfst. (Vergl. § 32a).

Alle Körper erlangen durch die Schwerkraft gleiche Beschleunigung. Beim Fallen in der Luft wird jedoch ihre Bewegung durch den Widerstand der Luft (§ 87 Anm.) und den Gewichtsverlust der in ihr befindlichen Körper (§ 103) in ungleichem Mafse verzögert, und im besonderen hängt die Gröfse des Luftwiderstandes nicht allein von der Gröfse, sondern auch von der Gestalt der Oberfläche des fallenden Körpers ab. Eine Flaumfeder und ein Stück Blei fallen daher in der Luft mit ungleicher, im leeren Raum aber mit gleicher Geschwindigkeit (§ 98, 9).

§ 32a. Darstellung, Mafs der Kräfte. Um eine Kraft in ihrer Wirkungsart darzustellen, bedient man sich der geraden Linie, von welcher durch den einen Endpunkt der Angriffspunkt der Kraft, durch die Richtung und die Länge, die erstere genauer etwa noch durch eine Pfeilspitze angedeutet, die Richtung und die Intensität der **Kraft** bezeichnet werden sollen. Die durch eine Kraft in der Zeiteinheit bewirkte Zunahme oder Abnahme der Geschwindigkeit (§ 31) dient zur Messung der Kraftintensität, und es ergiebt sich, wenn auf den Körper die konstante Kraft P wirkt, welche einem jeden Massenpunkte die Acceleration a erteilen würde, wie in den §§ 11 und 12 bereits für die Wirkung der Schwerkraft dargestellt worden ist, die Masse m als das konstante Verhältnis von P zu a. Wenn also das Gewicht des Körpers durch Q bezeichnet ist, so wird

$$m = \frac{P}{a} = \frac{Q}{g}.$$

Ersetzt man in diesen Gleichungen die Beschleunigung a durch $\frac{v}{t}$, entsprechend der Gleichung (1) in § 32, so erhält man:

$$P = \frac{mv}{t}.$$

Das Produkt aus der Masse m in die erlangte Endgeschwindigkeit wird die Bewegungsgröfse genannt, und es gilt demnach als die **Einheit der Kraft** diejenige, welche der Masseneinheit (§ 12) in der Zeiteinheit die Geschwindigkeit 1 erteilt, oder deren Bewegungsgröfse in einer Sekunde gleich 1 ist.

Anwendung auf die Bestimmung der Beschleunigung bei der Atwoodschen Fallmaschine (§ 32). Wird zunächst das Gewicht der Rolle vernachlässigt, so ist die bewegte Masse, wenn die anfänglich angehängten Gewichte jedes gleich Q mit der Masse M und das Übergewicht q mit der Masse m sind, $2M + m$ und die konstant wirkende Zugkraft

$$P = q = mg;$$

ist also a die Beschleunigung, so ergiebt sich:

$$P = (2M + m)\, a$$

d. h.

$$a = \frac{mg}{2M + m},$$

wo $\frac{m}{2M + m}$ auch durch $\frac{q}{2Q + q}$ ersetzt werden kann.

Wenn aber zugleich das Gewicht der Rolle — von ihrem Trägheitsmoment (§ 62) wird durchweg abgesehen, — in Betracht kommen soll, so sei etwa M_0 die in Bewegung gesetzte Masse, nämlich der beiden anfänglich angehängten Gewichte

und der Rolle, und m die Masse des Übergewichts: alsdann ergiebt sich, wie vorher:

$$a = \frac{mg}{M_0 + m}.$$

Man kann nunmehr durch zwei Versuche den Wert von M_0 bestimmen: sind nämlich die den Übergewichten m_1 und m_2 zukommenden Beschleunigungen a_1 und a_2, so erhält man aus den beiden Gleichungen:

$$(M_0 + m_1)\, a_1 = m_1 g \text{ und } (M_0 + m_2)\, a_2 = m_2 g$$

$$M_0 = \frac{m_1\, m_2\, (a_2 - a_1)}{m_2\, a_1 - m_1\, a_2}.$$

Bestimmung des Friktionsgewichts. (§ 32). Sind, der vorigen Annahme entsprechend, Q jedes der anfänglich angehängten Gewichte und q das Übergewicht, so wird, wenn nach einem Fallraum von s cm das Übergewicht vermittelst des durchbrochenen Tellers abgenommen wird, beim Fehlen des Friktionsgewichts f, die Bewegung nunmehr eine verzögerte. Dieselbe höre nach einem neuen Fallraum von s_1 cm auf, so ergiebt sich, wenn man durch v die Geschwindigkeit im Augenblick der Abnahme des Übergewichts, durch a und a_1 bezüglich die Beschleunigung und Verzögerung der Bewegung vorher und nachher bezeichnet:

$$v^2 = 2as \text{ und } v^2 = 2a_1 s_1, \text{ d. h. } as = a_1 s_1.$$

Aufserdem hat man

$$a = \frac{(q-f)\, g}{2\, Q + q} \text{ und } a_1 = \frac{fg}{2\, Q},$$

folglich wenn man $2Q + q$ und $2Q$ als gleichwertig annimmt:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{q-f}{f} = \frac{s_1}{s}, \text{ d. h. } f = \frac{sq}{s + s_1}.$$

Ist also beispielsweise $Q = 100$ g, $q = 0{,}49$ g, $s = 50$ cm, $s_1 = 64$ cm, so wird $f = 0{,}215$ g. In der That ergeben sich bei der Beobachtung für $s + s_1$ Werte, die zwischen 111 und 115 schwanken, wonach f einen Wert zwischen 0,220 und 0,214 erhalten würde.

§ 33. Senkrechter Wurf. Unter Wurfbewegung versteht man im allgemeinen die Bewegung eines Körpers, welcher, nachdem er durch irgendwelche Ursache eine Anfangsgeschwindigkeit in beliebiger Richtung erhalten hat, der alleinigen Wirkung der Schwerkraft überlassen wird. Wird der Körper mit der Anfangsgeschwindigkeit c vertikal abwärts geworfen, so erhält seine Geschwindigkeit, wie beim freien Fall, in jeder Sekunde den Zuwachs g (§ 32). Die Geschwindigkeit eines vertikal aufwärts geworfenen Körpers dagegen wird durch die seiner Bewegung entgegenwirkende Schwerkraft in jeder Sekunde um ebensoviel vermindert. Im ersten Fall ist die Bewegung eine gleichförmig beschleunigte, im letzteren eine gleichförmig verzögerte. Es ergiebt sich daher die Geschwindigkeit des Körpers nach 1, 2, 3 .... t Sekunden gleich $c \pm g$, $c \pm 2g$, $c \pm 3g \ldots .\, c \pm t.g$, wo die oberen Vorzeichen für den abwärts, die unteren für den aufwärts gerichteten Wurf gelten. Ferner ergeben sich, wie in § 32, die in den einzelnen Sekunden durchlaufenen Räume gleich $c \pm \frac{1}{2}g$, $c \pm \frac{3}{2}g$, u. s. f. und die ganzen seit Anfang der Bewegung durchlaufenen Räume $c \pm \frac{1}{2}g$, $2c \pm \frac{4}{2}g \ldots .\, t.c \pm \frac{1}{2}\, t^2.g$. Mithin erhält man für den senkrechten Wurf die Formeln:

$$1.\quad v = c \pm gt$$

$$2.\quad s = ct \pm \frac{1}{2}gt^2$$

$$3.\quad v^2 = c^2 \pm 2gs$$

Der aufwärts geworfene Körper bewegt sich mit abnehmender Geschwindigkeit und kommt zur Ruhe, nachdem seine Geschwindigkeit durch die entgegenwirkende Schwerkraft ganz aufgehoben, oder wenn $v = 0$ geworden ist. Bezeichnet T die Zeit des Ansteigens, so mufs $c - gT = 0$, mithin:

$$T = \frac{c}{g}$$

sein. Die gröfste Höhe S, welche der geworfene Körper erreicht, ergiebt sich, indem man diesen Wert für t in die Formel 2 einsetzt:

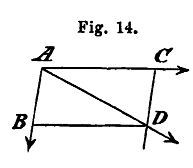
$$S = \frac{c^2}{2g}.$$

Zum Herabfallen von der Höhe S ist (nach Formel 2a, § 32) dieselbe Zeit erforderlich, welche der Körper zum Ansteigen brauchte, und die Endgeschwindigkeit, mit welcher er den Ausgangspunkt wiedererreicht, ist (Formel 3, § 32) gleich der Anfangsgeschwindigkeit c. Die Geschwindigkeit, welche ein Körper erlangt, wenn er von einer Höhe S frei herabfällt, würde also hinreichen, um denselben wieder bis zu der Höhe S emporzutreiben.

Den Formeln 1 und 2 zufolge kann man die Bewegung des geworfenen Körpers aus der Summe oder Differenz zweier Bewegungen zusammengesetzt denken, von denen die eine, gleichförmige, durch die dem Körper mitgeteilte Anfangsgeschwindigkeit, die andere, gleichförmig beschleunigte, durch die Wirkung der Schwerkraft veranlafst wird.

§ 34. Zusammengesetzte Bewegung, Parallelogramm der Bewegungen. Wirken auf einen Körper gleichzeitig zwei Bewegungsursachen, so heifst seine Bewegung eine zusammengesetzte. Die Bewegungen, welche beide Ursachen einzeln wirkend ihm erteilt haben würden, heifsen die Komponenten der Bewegung, die aus beiden zusammengesetzte die Resultierende. Wirken beide Bewegungsursachen in gleicher Richtung, so ist die resultierende Geschwindigkeit gleich der Summe, wirken beide in entgegengesetzter Richtung, so ist sie gleich der Differenz der Geschwindigkeiten, welche beide Ursachen einzeln wirkend dem Körper erteilt haben würden.

Fig. 14.



Ein Punkt A (Fig. 14) bewege sich gleichförmig auf der Geraden AB, so dafs er in einer Sekunde von A nach B gelangt. Gleichzeitig aber werde diese Gerade gleichförmig in der Richtung AC fortbewegt, so dafs sie während einer Sekunde aus der Lage AB in die Lage CD übergeführt wird. Infolge dieser zusammengesetzten Bewegung ist der Punkt, wie leicht ersichtlich, während einer Sekunde von A nach D gelangt, und zwar hat er die Diagonale AD des Parallelogramms $ABCD$ gleichförmig durchlaufen.

Aus der Zusammensetzung zweier gleichförmigen Bewegungen von verschiedener Richtung resultiert demnach wieder eine gleichförmige Bewegung, welche der Richtung und Geschwindigkeit nach durch die Diagonale eines Parallelogramms dargestellt wird, dessen Seiten die Richtungen und Geschwindigkeiten der Komponenten angeben. Dieses Parallelogramm heifst Parallelogramm der Bewegungen.

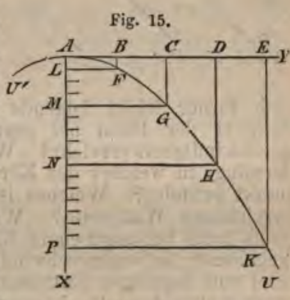
Die verschiedenen Fälle der Zusammensetzung der Bewegungen werden durch das Beispiel eines mit dem Strom, gegen den Strom, oder quer über den Strom geruderten Kahns erläutert.

Umgekehrt kann man sich jede gleichförmige Bewegung in zwei Komponenten von vorgeschriebener Richtung zerlegt denken.

Es ist klar, dafs aus der Zusammensetzung zweier geradlinigen, gleichförmig beschleunigten Bewegungen, welche in A mit der Anfangsgeschwindigkeit Null beginnen, wieder eine gleichförmig beschleunigte Bewegung entspringt. Die Richtung und Beschleunigung dieser Bewegung werden durch die Diagonale eines Parallelogramms dargestellt, dessen Seiten die Richtungen und Beschleunigungen der beiden Komponenten angeben.

§ 35. **Horizontaler und schiefer Wurf.** Ein mit der Anfangsgeschwindigkeit c in horizontaler Richtung geworfener Körper wird durch die Wirkung der Schwerkraft stetig von seiner Bewegungsrichtung abgelenkt und beschreibt eine krummlinige Bahn, die Wurflinie, welche eine Parabel ist. Da der Körper in horizontaler Richtung in jeder Sekunde um die gleiche Strecke c fortrückt, während die in vertikaler Richtung durchlaufenen Strecken den Quadraten der Fallzeit proportional sind, so erhält man die Punkte der Bahn, welche der von A (Fig. 15) aus geworfene Körper nach 1, 2, 3, u. s. w. Sekunden erreicht hat, indem man auf der horizontalen Geraden AY von A aus die gleichen Strecken AB, BC, CD, u. s. w. gleich der gegebenen Anfangsgeschwindigkeit c aufträgt, auf der Vertikalen AX dagegen die Stücke $AL = \frac{1}{2}g$, $AM = 4 \cdot \frac{1}{2}g$, $AN = 9 \cdot \frac{1}{2}g$, u. s. w. abschneidet und die Rechtecke $ABFL$, $ACGM$ u. s. w. konstruiert.

Fig. 15.



Betrachtet man die Abschnitte auf AX als Abscissen, die in ihren Endpunkten errichteten Senkrechten LF, MG, u. s. w. als Ordinaten, so ergiebt sich aus dieser Konstruktion die geometrische Eigenschaft der Parabel, dafs die Abscissen den Quadraten der Ordinaten proportional sind. Bezeichnet x die Abscisse, y die Ordinate, so hat man nach t Sekunden:

$$y = ct, \qquad x = \frac{1}{2}g t^2,$$

mithin, durch Elimination von t,

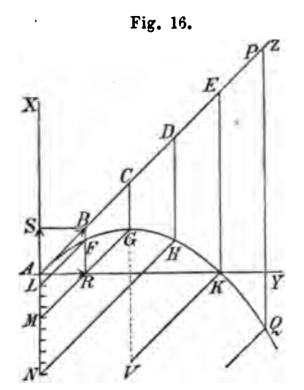
$$y^2 = \frac{2\,c^2}{g} \cdot x,$$

welche Beziehung zwischen x und y die Gleichung der Parabel ist und die soeben angegebene geometrische Eigenschaft ausdrückt. Der Punkt A heifst der Scheitel, AX die Axe der Parabel. Geometrisch betrachtet besitzt dieselbe aufser dem ins Unbegrenzte fortlaufenden (absteigenden) Zweig AKU noch einen zweiten, zu diesem symmetrischen (aufsteigenden) Zweig $U'A$.

Wird ein Körper in der gegen den Horizont geneigten Richtung AB (Fig. 16) aufwärts geworfen, so kann sein Ort am Ende einer beliebigen Zahl von Sekunden durch eine ähnliche Konstruktion wie oben gefunden werden. Die Wurfbahn ist in diesem Fall ebenfalls eine Parabel, deren Scheitel aber nicht im Anfangspunkt der Bewegung gelegen ist. Der Winkel ZAY, unter welchem die Richtung des Wurfs gegen die Horizontale geneigt ist, heifst der Elevationswinkel. Wird dieser mit α bezeichnet, so kann man sich die Anfangsgeschwindigkeit $AB = c$

nach § 34 in eine horizontale Komponente $AR = c \cos\alpha$ und eine vertikale $AS = c \sin\alpha$ zerlegt denken. Erstere wird durch die Schwerkraft nicht beeinflufst, letztere dagegen in jeder Sekunde um g vermindert. Für die horizontale und vertikale Entfernung vom Anfangspunkte A, welche der Körper nach t Sekunden erreicht hat, ergeben sich (§§ 30 u. 33) die Ausdrücke

Fig. 16.



$$y = c \cos\alpha \, . \, t,$$

$$x = c \sin\alpha \, . \, t - \frac{1}{2} g t^2.$$

Eliminiert man t aus diesen beiden Gleichungen, so läfst sich die Gleichung zwischen x und y leicht in die Form bringen

$$(y-b)^2 = \frac{2\, c^2 \cos\alpha^2}{g} (a-x),$$

wenn der Kürze wegen $\frac{c^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = b$, $\frac{c^2 \sin\alpha^2}{2g} = a$ gesetzt wird. Dieses ist die Gleichung einer Parabel, deren Scheitel G in der horizontalen Entfernung b und in der vertikalen Höhe a über dem Anfangspunkt gelegen ist. Mit Hilfe dieser Gleichung lassen sich ferner leicht folgende Fragen beantworten: Nach welcher Zeit wird der Scheitel der Bahn bei gegebenem Elevationswinkel und gegebener Anfangsgeschwindigkeit erreicht? Wie grofs ist die horizontale Wurfweite oder die Entfernung, in welcher der Körper sich wieder in gleicher Höhe mit dem Ausgangspunkt befindet? Welches ist bei gegebener Anfangsgeschwindigkeit die gröfste erreichbare Wurfweite? Welchem Elevationswinkel entspricht dieselbe? Wie grofs mufs bei gegebenem Elevationswinkel die Anfangsgeschwindigkeit, oder bei gegebener Anfangsgeschwindigkeit der Elevationswinkel gewählt werden, um ein Ziel von gegebener Entfernung und Höhe zu treffen? (Die letztere Aufgabe gestattet eine doppelte Lösung — flacher Schufs und Bogenschufs).

Einflufs des Luftwiderstandes (§ 87 Anm.) auf die Wurfbahn — **Ballistische Kurve.** — Die genaue Kenntnis der Flugbahn der Geschosse unter dem Einflufs des Luftwiderstandes ist von praktischer Wichtigkeit. Die Gesetze derselben werden äufserst kompliziert, namentlich wenn das Geschofs, wie es bei den gezogenen Geschützen der Fall ist, eine andere als kugelförmige Gestalt hat, und wenn demselben durch die Züge des Geschützrohres gleichzeitig mit der fortschreitenden Bewegung eine Rotationsbewegung um eine der Richtung des Rohres parallele Axe erteilt wird.

§ 35a. **Horizontaler und schiefer Wurf (Fortsetzung).** Auch die Geschwindigkeit und die Richtung des geworfenen Körpers läfst sich in jedem Augenblick seiner Bewegung, also an jeder Stelle seiner Bahn, sowohl durch Konstruktion als durch Rechnung, leicht darstellen. Es handle sich zunächst um den der Fig. 15 zugehörigen Fall des **horizontalen Wurfes.** Man setzt die sich gleichbleibende, horizontale Geschwindigkeit c mit der sich stetig ändernden, vertikalen Geschwindigkeit v, welche dem Körper nach 1, 2, 3, . . . Sekunden vermöge der Erdschwere zukommt, zusammen, indem man in den Punkten F, G, H, . . . die Rechtecke konstruiert aus den horizontalen Komponenten c und bezüglich den vertikal nach unten gerichteten Komponenten g, $2g$, $3g$, . . . Die zu F, G, H, . . . gehörigen Diagonalen dieser Rechtecke stellen alsdann durch ihre Länge und Richtung die Endgeschwindigkeit und die Richtung des Geschosses dar.

Eine einfache Betrachtung zeigt, dafs diese Diagonalen die Tangenten sind der Bahn in den Punkten F, G, H, . . . und rückwärts verlängert die nach oben verlängerte Axe derartig durchschneiden, dafs der Scheitel A der Parabel in der Mitte liegt zwischen dem jedesmaligen Schnittpunkt der Tangente und dem Fufspunkt der zugehörigen Ordinate; denn man hat die Gleichungen:

$$\frac{FL}{2AL} = \frac{c}{g}, \qquad \frac{GM}{2AM} = \frac{c}{2g}, \qquad \frac{HN}{2AN} = \frac{c}{3g}, \ldots$$

und diese Eigenschaft gilt für jeden Punkt der Parabel und gestattet eine sehr einfache Konstruktion der Tangente an einem Punkte der Parabel.

Der allgemeinere Fall des schräg gegen den Horizont geworfenen Körpers (§ 16) gestattet ganz ähnliche Konstruktionen. Auf ihn bezieht sich, unter gleichen Annahmen wie in § 35, die folgende Rechnung, in der man nur den Elevationswinkel α gleich Null zu setzen hat, um die der Figur 15 entsprechenden Resultate zu erhalten. Im Punkte Q, den das Geschofs nach t Sekunden erreicht haben mag, sei die horizontale Komponente seiner Geschwindigkeit gleich v_1, die vertikale Komponente derselben gleich v_2 und φ der Winkel, den die Tangente in Q mit dem Horizont bildet, so hat man:

$$v_1 = c \cos \alpha, \qquad v_2 = c \sin \alpha - gt;$$

folglich ergiebt sich für die resultierende Geschwindigkeit v:

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 + c^2 - 2cgt \sin \alpha + g^2t^2$$

und

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{v_2}{v_1} = \frac{c \sin \alpha - gt}{c \cos \alpha}.$$

Auch diese Formeln führen zur Beantwortung einer Reihe von Fragen über Richtung und Geschwindigkeit des Geschosses, z. B. in dem höchsten Punkte seiner Bahn, für welchen $v_2 = 0$ ist. Zur Erweiterung der zugehörigen Untersuchungen sei nur noch die Gleichung

$$v^2 = c^2 - 2gx$$

hinzugefügt, in welche sich eine der vorhergehenden umformen läfst und die später (§ 43) eine erhöhte Bedeutung gewinnen wird. (Vgl. § 33, Gl. 3.)

§ 36. Gleichgewicht der Kräfte an einem Punkt. Parallelogramm der Kräfte. (Newton, 1686.) Wie zwei einem Körper gleichzeitig erteilte Geschwindigkeiten durch eine resultierende Geschwindigkeit ersetzt werden können (§ 34), so kann man auch, wenn ein Körper der Einwirkung zweier oder mehrerer Kräfte ausgesetzt ist, eine Mittelkraft oder Resultierende angeben, welche die Seitenkräfte oder Komponenten in ihrer gemeinschaftlichen Wirkung ersetzt. Wirken auf einen materiellen Punkt (§ 29) zwei gleich grofse, der Richtung nach entgegengesetzte Kräfte, so bleibt der Punkt in Ruhe, oder er befindet sich im Zustand des Gleichgewichts (§ 11). Zwei in gleicher Richtung wirkende Kräfte können durch eine Resultierende ersetzt werden, welche ihrer Summe gleich ist. Die Resultierende zweier in entgegengesetzter Richtung wirkenden, ungleichen Kräfte ist gleich ihrer Differenz und nach der Seite der gröfseren von beiden gerichtet. Schliefsen endlich die Richtungen beider Komponenten einen beliebigen Winkel ein, so kann man dieselben ihrer Gröfse und Richtung nach durch die geraden Linien AB und AC (Fig. 17) darstellen. (§ 32a.) Die Diagonale AD des zwischen den Seiten AB und AC konstruierten Parallelogramms giebt dann der Gröfse und Richtung nach die Resultierende an. Fügt man zu den Kräften AB und AC noch eine dritte Kraft AE hinzu, welche der Resultierenden AD an Gröfse gleich, aber der Richtung nach entgegengesetzt ist, so wird dadurch die gemeinschaftliche Wirkung der beiden Komponenten aufgehoben, und die drei Kräfte AB, AC, AE sind am Punkte A im Gleichgewicht.

Fig. 17.

Da als Mafs der Kräfte die Geschwindigkeiten dienen, welche beide Kräfte dem Punkte A in der Zeiteinheit zu erteilen vermögen (§ 31a), so ergeben sich die ausgesprochenen Sätze als unmittelbare Folgerungen aus § 34. Der Punkt ist im Gleichgewicht, wenn die ihm von zwei Kräften erteilten Geschwindigkeiten gleich grofs und entgegengesetzt gerichtet sind; die Beschleunigung, welche zwei

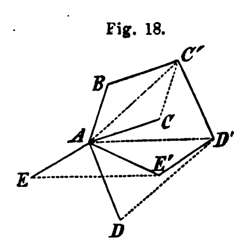
in gleicher oder entgegengesetzter Richtung wirkende Kräfte ihm erteilen, ist gleich der Summe oder Differenz der Beschleunigungen, welche beide Kräfte für sich hervorgebracht haben würden. Werden endlich die Beschleunigungen der Komponenten durch die Geraden AB und AC dargestellt, so stellt AD die resultierende Beschleunigung dar, welche durch eine gleich grofse und entgegengesetzte AE aufgehoben werden kann.

Sind die Kräfte AB, AC, AE im Gleichgewicht, so ist jede derselben gleich und der Richtung nach entgegengesetzt der Resultierenden der beiden anderen, also auch AB gleich und entgegengesetzt AF, AC gleich und entgegengesetzt AG. Zwischen drei im Gleichgewicht befindlichen Kräften und den von ihren Richtungen eingeschlossenen Winkeln findet die leicht zu beweisende Beziehung statt:

$$\frac{AE}{\sin BAC} = \frac{AB}{\sin CAE} = \frac{AC}{\sin EAB}.$$

Wirken drei oder mehrere Kräfte gleichzeitig auf einen Punkt, so kann man sich zunächst zwei derselben durch eine Resultierende ersetzt denken, diese mit einer dritten vereinigen u. s. f. Eine einfache Konstruktion der Resultierenden beliebig vieler Kräfte, deren Richtigkeit leicht einleuchtet, ist folgende: Es seien die in A (Fig. 18) angreifenden Kräfte AB, AC, AD, AE gegeben. Man ziehe von B aus BC' gleich und gleichstimmig parallel AC, sodann $C'D'$ = und ∥ AD, endlich $D'E'$ = und ∥ AE, so stellt AE' die Resultierende der vier Kräfte dar. Es werden nämlich AB und AC durch AC', AC' und AD durch AD', AD' und AE durch AE' ersetzt. Fiele E' mit A zusammen, so wäre die Resultierende gleich Null, und die Kräfte wären im Gleichgewicht (Kräftepolygon).

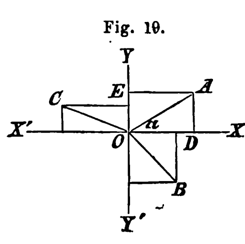
Fig. 18.



§ 37. Zerlegung der Kräfte. (Newton und Varignon, 1687). Wie man sich zwei auf einen materiellen Punkt wirkende Kräfte in eine Resultierende vereinigt denken kann, so kann man sich umgekehrt, wo es zweckmäfsig erscheint, die Wirkung einer Kraft durch die gleichzeitige Wirkung zweier Komponenten ersetzt denken. Besonders häufige Anwendung findet der Fall der Zerlegung einer Kraft in zwei Komponenten, deren Richtungen einen rechten Winkel einschliefsen (§§ 41, 61 u. s. w.).

Soll die auf den Punkt O (Fig. 19) wirkende Kraft OA in zwei rechtwinklige Komponenten zerlegt werden, deren Richtungen OX und OY gegeben sind, so hat man von A aus auf OX und OY die Senkrechten AD und AE zu fällen. Wird die Gröfse der Kraft OA mit P und $\angle AOD$ mit α bezeichnet, so sind die Komponenten $OD = P \cos\alpha$ und $OE = P \sin\alpha$. Wirken auf den Punkt O beliebig viele Kräfte OA, OB, OC, deren Richtungen in einer Ebene liegen, so kann man sich jede derselben durch zwei rechtwinklige Komponenten ersetzt denken, deren Richtungen in die Linien XX' und YY' fallen. Betrachtet man dann die nach OX und OY gerichteten Komponenten als positiv, die nach OX' und OY' gerichteten als negativ, so kann man die in die Gerade XX' fallenden unter sich und die in YY' fallenden unter sich algebraisch summieren und endlich die beiden so erhaltenen Summen wieder zu einer einzigen Resultierenden vereinigen, welche alle Kräfte in ihrer Wirkung ersetzt. Sind die auf O wirkenden Kräfte P_1, P_2, P_3 .... und die Winkel, welche ihre Richtungen mit OX einschliefsen α_1, α_2, α_3 ...., so werden die Summen der nach OX und OY gerichteten Kräfte beziehungsweise

Fig. 19.



$$X_0 = P_1 \cos\alpha_1 + P_2 \cos\alpha_2 + P_3 \cos\alpha_3 + \ldots.$$
$$Y_0 = P_1 \sin\alpha_1 + P_2 \sin\alpha_2 + P_3 \sin\alpha_3 + \ldots.$$

Dabei werden die Vorzeichen von $\sin\alpha$ und $\cos\alpha$ für jede Kraft durch den Quadranten bestimmt, in welchem der Winkel α liegt, so dafs z. B. $\sin BOX$ negativ ist. Ist $X_0 = 0$ und $Y_0 = 0$, so findet Gleichgewicht zwischen den

Kräften statt; anderenfalls hat man, wenn P_0 die Gröfse der Resultierenden und α_0 den Winkel bezeichnet, welchen sie mit der Geraden OX einschliefst:

$$P_0 \cos \alpha_0 = X_0 \quad \text{und} \quad P_0 \sin \alpha_0 = Y_0,$$

woraus folgt:

$$P_0^2 = X_0^2 + Y_0^2;$$

$$\cos \alpha_0 = \frac{X_0}{P_0}, \qquad \sin \alpha_0 = \frac{Y_0}{P_0}.$$

Es wird leicht ersichtlich, dafs diese Betrachtungen auch auf den Fall ausgedehnt werden können, dafs die Richtungen der Kräfte nicht in einer Ebene liegen, indem man dann jede Kraft nach drei auf einander senkrechten Richtungen in Komponenten zerlegen kann.

§ 38. Gleichgewicht entgegengesetzter Kräfte an einem Faden oder einer Stütze. Spannung des Fadens; Zug- und Druckkräfte. Ein an seinem oberen Ende befestigter, elastischer Faden wird durch eine angehängte schwere Masse ausgedehnt, indem seine Teilchen sich so weit von einander entfernen, bis die dadurch erzeugte Anziehung zwischen je zwei benachbarten Teilchen (§§ 7 und 8) der Wirkung der Schwerkraft auf die angehängte Masse das Gleichgewicht hält. Die Spannung des Fadens oder die Anziehung, welche in diesem Gleichgewichtszustand zwischen zwei benachbarten Teilchen desselben stattfindet, ist gleich dem Gewicht der angehängten Masse (§ 11). Werden mehrere schwere Massen an demselben Faden aufgehängt, so ist die Spannung des Fadens gleich der Summe ihrer Gewichte.

Infolge seiner Spannung übt der Faden an seinem Aufhängungspunkt einen Zug aus, welcher dieser Spannung oder dem Gewicht der angehängten Masse gleich ist. Der Faden AB (Fig. 20) ist im Gleichgewicht, wenn an beiden Enden desselben gleich grofse und der Richtung nach entgegengesetzte Zugkräfte wirken. Ebenso ist ein fester Stab oder eine Stütze CD im Gleichgewicht unter dem Einflufs zweier gleichen und entgegengesetzt gerichteten Druckkräfte.

Fig. 20.

A B C D

Es ist zweckmäfsig, die Zug- oder Druckkräfte, welche der Spannung eines Fadens, oder dem Druck eines schweren Körpers auf seine Unterlage vergleichbar sind, also durch Gewichtseinheiten ausgedrückt werden, und welche in der Regel unmittelbar nur auf einzelne Punkte oder auf die Oberfläche der Körper wirken, von denjenigen Kräften zu unterscheiden, welche wie die Schwerkraft auf alle Massenteile des Körpers in gleicher Weise beschleunigend wirken. Für die Zusammensetzung und Zerlegung der auf einen Punkt wirkenden Zug- und Druckkräfte gelten dieselben Gesetze, welche oben (§§ 36 u. 37) für das Gleichgewicht der Kräfte an einem Punkt im allgemeinen entwickelt sind. Haben die auf die Teile eines festen Körpers wirkenden Zug- und Druckkräfte verschiedene Angriffspunkte, so kann das Gleichgewicht zwischen denselben nur mit Hilfe der Anziehungs- und Abstofsungskräfte herbeigeführt werden, welche zwischen den Teilen des festen Körpers in Wirkung treten, sobald man die Gestalt des Körpers zu ändern, mithin seine Teile von einander zu entfernen, oder einander zu nähern sucht. Ein durch zwei entgegengesetzte Kräfte gespannter Faden (Draht) erleidet jederzeit eine Dehnung, wenn diese auch in vielen Fällen so gering ist, dafs dieselbe ohne besonders geschärfte Beobachtungsmittel nicht bemerkt wird. Nur durch die Anziehungskräfte, welche aus der vergröfserten Entfernung der Teile des Fadens entspringen (§ 8), ist das Gleichgewicht der Teile möglich. Jedes einzelne Teilchen ist im Gleichgewicht, wenn es von den beiden benachbarten Teilchen gleiche Beschleunigungen in entgegengesetzten Richtungen erfährt. Die Anziehung je zweier auf einander folgenden Teilchen, oder die Spannung des Fadens mufs daher in der ganzen Länge desselben gleich grofs sein, und die beiden Endpunkte des Fadens müssen gleiche Beschleunigungen nach entgegengesetzten Richtungen erfahren. — Ist an einem Faden eine Masse von m Atomen aufgehängt, deren jedes durch die Schwerkraft die Beschleunigung g erfährt, so wird die Spannung des Fadens durch das Produkt $m \,.\, g$ ausgedrückt. Denkt man sich am

anderen Ende des Fadens eine Masse aus m' Atomen angebracht, deren jedes die Beschleunigung g' in entgegengesetzter Richtung erfährt, so ist zum Gleichgewicht erforderlich, dafs

$$m \cdot g = m' \cdot g'$$

sei, oder es müssen die Produkte aus den durch den Faden verbundenen Massen und den entsprechenden Beschleunigungen einander gleich sein.

Ganz dieselben Betrachtungen lassen sich auf den Druck anwenden, welchen eine Stütze erleiden würde, um die Annäherung zweier einander anziehenden Massen, z. B. der Erde und des Mondes, zu verhindern. Besteht die Masse des Körpers A aus m Atomen, die des Körpers B aus m' Atomen, und ist k die Beschleunigung, welche jedes Atom dem anderen in der Entfernung erteilt, in welcher sich beide Körper befinden, so erfährt jedes der m' Atome des Körpers B von den m Atomen des Körpers A die Beschleunigung $g' = m \cdot k$ in der Richtung nach A; jedes der m Atome des Körpers A dagegen erfährt von den m' Atomen des Körpers B im ganzen die Beschleunigung $g = m' \cdot k$ in der Richtung nach B. Soll die Annäherung beider Körper durch eine zwischen ihnen angebrachte feste Stütze verhindert werden, so mufs diese von beiden Seiten den gleichen Druck

$$m \cdot g = m' \cdot g' = mm' \cdot k$$

erleiden und die beiden einander anziehenden Massen befinden sich, mit Hilfe der Stütze, im Gleichgewicht, da die auf beiden Seiten wirkenden Druckkräfte einander gleich und entgegengesetzt gerichtet sind. Der Druck auf die Stütze oder die gegenseitige Anziehung zwischen beiden Massen wird durch das Produkt $mm' \cdot k$ ausgedrückt.

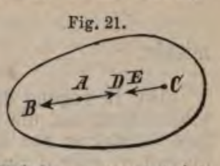
Es ist hierbei vorausgesetzt worden, dafs die Anziehung, welche jedes Atom des Körpers A auf jedes Atom des Körpers B ausübt, derjenigen gleich ist, welche es selbst von ihm erfährt, so dafs die Beschleunigungen, welche beide Körper einander erteilen, ihren Massen proportional sind. Dieser bisher durch alle Erfahrungen bestätigte Satz ist unter dem Namen des Prinzips der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung (Aktion und Reaktion) bekannt.

§ 39. Gleichgewicht der Kräfte an einem starren Körper. Zug- und Druckkräfte, welche auf verschiedene Punkte eines festen Körpers wirken, können, wie im vorhergehenden Paragraphen erläutert worden, nur mit Hilfe der Elasticitätskräfte im Gleichgewicht sein, welche zwischen den benachbarten Teilen des Körpers in Wirkung treten, deren Entfernungen die äufseren Kräfte zu vergröfsern oder zu verringern streben. In den meisten Fällen ist die Formänderung, welche der Körper dabei durch die äufseren Kräfte innerhalb der Elasticitätsgrenze (§ 8) erleidet, so gering, dafs sie bei vielen praktischen Fragen über das Gleichgewicht ganz aufser acht gelassen werden kann, oder dafs man die Gestalt des Körpers als starr und unveränderlich betrachten darf. Hat ferner ein elastischer Körper durch die Einwirkung im Gleichgewicht befindlicher, äufserer Kräfte eine merkliche Formänderung erlitten (wie z. B. ein gedehnter, elastischer Faden, eine gespannte Uhrfeder), so wird das Gleichgewicht noch bestehen, wenn man sich den Körper in seiner veränderten Form starr geworden, d. h. seine Teile auf unveränderliche Weise mit einander verbunden denkt.

Ist A (Fig. 21) der Angriffspunkt einer der an einem starren Körper im Gleichgewicht befindlichen Kräfte, welche ihrer Gröfse und Richtung nach durch die Gerade AB dargestellt wird, so wird das Gleichgewicht nicht gestört, wenn man den Angriffspunkt der Kraft AB nach irgend einem anderen Punkt C auf der Geraden AB oder ihrer Verlängerung verlegt, ohne dabei die Gröfse oder Richtung der Kraft zu ändern — wofern nur der Punkt C zu dem Körper gehört, oder mit demselben in starre Verbindung gesetzt wird. Denn denkt man sich zu den bereits vorhandenen Kräften, welche nach Voraussetzung im Gleichgewicht sind, noch die beiden gleichen und entgegengesetzt ge-

richteten Kräfte $AD = AB$ und CE hinzugefügt, so wird wegen der starren und unveränderlichen Verbindung der Punkte A und C das Gleichgewicht noch bestehen. Nun sind aber auch die beiden, im Punkt A angreifenden, gleichen und entgegengesetzten Kräfte AB und AD unter sich im Gleichgewicht; dieselben können also fortfallen, ohne daſs das Gleichgewicht der übrigen Kräfte gestört wird. Das Resultat ist also, daſs die Kraft AB durch die in C angreifende gleiche Kraft CE in ihrer Wirkung ersetzt ist.

Fig. 21.

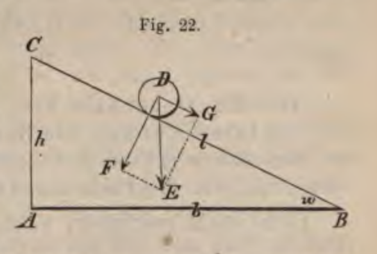


Anwendung der allgemeinen Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung auf die einfachen Maschinen und auf die Theorie des Schwerpunktes.

§ 40. Maschinen sind im allgemeinen Vorrichtungen zur Übertragung der Wirkung von Kräften von einem Körper auf den anderen; man bedient sich derselben, um mittelst der zu Gebote stehenden Kräfte die beabsichtigten Bewegungen auf möglichst vorteilhafte Weise zustande zu bringen. Man unterscheidet einfache und zusammengesetzte Maschinen. Zu den einfachen Maschinen, auf deren Wirkung die aller Bestandteile der zusammengesetzten zurückgeführt werden kann, gehören zunächst die Vorrichtungen zur Übertragung der Kräfte in geradliniger Richtung, deren Wirkungsweise bereits oben (§ 38) erörtert worden ist, nämlich der Faden (Seil) und die Stütze (Stange, Strebe). Sodann rechnet man dazu die schiefe Ebene, die Schraube, den Keil, die Rolle, das Wellrad und den Hebel.

§ 41. Fall über die schiefe Ebene. Auf einer Ebene, welche unter dem Winkel w gegen die Horizontalebene geneigt ist, und welche durch die Hypotenuse BC des rechtwinkligen Dreiecks BAC (Fig. 22) dargestellt werden mag, befinde sich in D ein schwerer Körper. Die horizontale Kathete AB, welche die Horizontalebene vorstellt, soll die Basis der schiefen Ebene genannt und mit b bezeichnet werden; die vertikale Kathete $AC = h$ heiſse die Höhe, endlich $BC = l$ die Länge der schiefen Ebene. Wird der Körper D, ohne daſs ihm eine Anfangsgeschwindigkeit erteilt wird, der Wirkung der Schwere überlassen, so wird derselbe, da er durch den Widerstand der schiefen Ebene verhindert ist in der Richtung DE herabzufallen, sich in der Richtung von C nach B auf der schiefen Ebene abwärts bewegen. Die Beschleunigung $DE = g$, welche ihm die Schwere erteilen würde, wenn der Widerstand der schiefen Ebene nicht vorhanden wäre, kann man sich in die Komponenten DG und DF zerlegt denken (§ 37), von denen die erste der schiefen Ebene parallel, die zweite senkrecht zu derselben gerichtet ist. Letztere Komponente wird durch den Widerstand der schiefen Ebene aufgehoben (§ 11), und nur die Komponente DG kann zur Wirkung kommen. Wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke DGE und CAB hat man dann

Fig. 22.



$DG : DE = CA : CB$ oder, wenn die Beschleunigung auf der schiefen Ebene DG mit g' bezeichnet wird,

$$g' : g = h : l,$$

mithin $$g' = g \cdot \frac{h}{l} \text{ oder } g' = g \sin w.$$

Die Bewegung des Körpers auf der schiefen Ebene ist eine gleichförmig beschleunigte, und die in § 32 entwickelten Formeln für den freien Fall behalten ihre Gültigkeit für den Fall auf der schiefen Ebene, wenn nur anstelle von g überall g' oder $g \sin w$ gesetzt wird; es ist also insbesondere

$$v = g' t = gt \sin w; \qquad s = \frac{1}{2} g' t^2 = \frac{1}{2} gt^2 \sin w;$$

$$v = \sqrt{2 g' s} = \sqrt{2gs \sin w}.$$

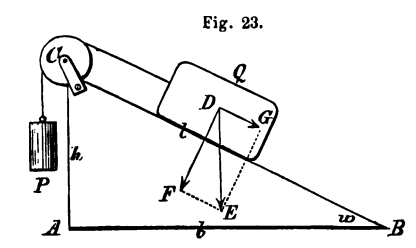
Beginnt der Körper seine Bewegung im Punkte C ohne Anfangsgeschwindigkeit, so ist die Endgeschwindigkeit, mit welcher er in B anlangt, nachdem er die ganze Länge der schiefen Ebene durchlaufen hat,

$$v = \sqrt{2g \frac{h}{l} l} \text{ oder } v = \sqrt{2gh},$$

d. h. der Körper langt am Fuſs der schiefen Ebene mit derselben Endgeschwindigkeit an, als ob er von der Höhe h in vertikaler Richtung frei herabgefallen wäre (§ 32, Formel 3).

§ 42. Gleichgewicht auf der schiefen Ebene. Soll eine auf der schiefen Ebene CB (Fig. 23) im Punkt D ruhende Last, deren Gewicht gleich Q ist, durch eine in der Richtung DC, parallel der schiefen Ebene wirkende Kraft P im Gleichgewicht erhalten, oder am Herabgleiten von der schiefen Ebene verhindert werden, so kann man sich, um die Gröſse der erforderlichen Kraft zu finden, die Wirkung der Schwerkraft auf die Last oder ihr Gewicht Q, welches durch DE vorgestellt wird, in die beiden Komponenten DG und DF zerlegt denken. Die Komponente DF wird durch den Widerstand der schiefen Ebene aufgehoben und stellt den Druck dar, welchen die schiefe Ebene von der Last zu erleiden hat. Die Komponente DG muſs durch die ihr gleiche und entgegengesetzt gerichtete Kraft P aufgehoben werden. Es ergiebt sich (vergl. § 41)

Fig. 23.



$$P : Q = h : l$$

oder $$P = Q \cdot \frac{h}{l} = Q \sin w.$$

Die Kraft verhält sich zur Last, wie die Höhe zur Länge der schiefen Ebene. Die Komponente $DF = Q \cos w$ oder der Druck auf die schiefe Ebene steht zum ganzen Gewicht der Last in demselben Verhältnis, wie die Basis zur Länge der schiefen Ebene.

Es ist leicht ersichtlich, welche Änderungen die Komponenten DG und DF erleiden, wenn man sich den Neigungswinkel w von 0° bis 90° wachsend denkt. — Ist die Kraft P, durch welche das Gleichgewicht hervorgebracht werden soll, nicht parallel der schiefen Ebene gerichtet, sondern unter einem beliebigen Winkel gegen dieselbe geneigt, so kann man sich die Kraft ebenfalls in eine der schiefen Ebene parallele und eine zu derselben senkrechte Komponente zerlegt denken, von denen nur die erste zur Wirkung kommt und gleich $Q \sin w$ sein muſs,

während die letztere nur die Gröſse des Drucks auf die schiefe Ebene beeinfluſst. Anwendungen der schiefen Ebene beim Auf- und Abladen von Lasten, Gebirgsstraſsen u. s. w.

Infolge der von der Rauhigkeit der Berührungsflächen herrührenden Reibung erleiden die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung auf der schiefen Ebene eine Modifikation. Die Reibung muſs nämlich als eine Kraft betrachtet werden, welche jederzeit der wirklich stattfindenden oder beabsichtigten Bewegung entgegenwirkt. Darum erfordert auch die Fortbewegung einer Last auf einer horizontalen Ebene einen Kraftaufwand, welcher bei der gleitenden Reibung gröſser ist als bei der rollenden Reibung (Walzen, Wagenräder, Friktionsrollen) und bei der ersteren durch Schmiermittel verringert werden kann. Die Erfahrung hat gelehrt, daſs die Reibung dem Druck proportional ist, auſserdem ist dieselbe von der Substanz und dem Grade der Rauhigkeit der geriebenen Flächen abhängig. Die Reibung im Zustand der Ruhe ist gröſser als die Reibung, welche stattfindet, wenn die Last einmal in Bewegung gesetzt ist; die letztere ist, auſser für sehr geringe Geschwindigkeiten [bis 3 mm in der Sekunde (Thomson)], unabhängig von der Geschwindigkeit.

Ein Körper, der nicht rollen kann, bleibt infolge der Reibung auf einer schiefen Ebene in Ruhe, solange der Neigungswinkel einen gewissen Grenzwert nicht überschreitet. Dieser Grenzwert des Neigungswinkels w, bei welchem der Körper zu gleiten beginnt, kann dazu dienen, den Reibungskoefficienten, d. h. das Verhältnis zwischen Reibung und Druck, zu bestimmen. Es ist nämlich der Druck $L = Q \cos w$, während die Reibung R eben noch hinreicht, um der Komponente $P = Q \sin w$ das Gleichgewicht zu halten, mithin der Reibungskoefficient $\frac{R}{L} = \operatorname{tang} w$. Man nimmt an, daſs bei der Bewegung eines Lastwagens auf guter, ebener Chaussee die Reibung etwa $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{30}$, auf Eisenbahnen aber nur $\frac{1}{200}$ der Last betrage.

Die Triebräder der Lokomotive müssen auf den Schienen, die Treibriemen einer Maschine auf den Wellen oder Riemscheiben mit hinreichender Reibung haften, um das Gleiten zu verhindern.

§ 43. Mechanische Arbeit; Prinzip der Erhaltung der Arbeit; lebendige Kraft. Um eine Last Q auf eine bestimmte Höhe h zu heben, ist eine gewisse Arbeit erforderlich, welche durch das Produkt $Q \cdot h$ gemessen wird. Umgekehrt vermag das Gewicht Q, indem es von der Höhe h herabsinkt, eine gleiche Arbeit zu leisten, z. B. ein gleiches Gegengewicht auf dieselbe Höhe zu heben (§ 47). Die Arbeit, welche erforderlich ist, um 1 Kilogramm auf die Höhe von 1 Meter zu heben, wird ein Kilogrammmeter (kgm) genannt und dient als Einheit bei Vergleichung von Arbeitsgröſsen. Unter der Arbeit einer Kraft versteht man allgemein das Produkt aus der Kraft in den Weg ihres Angriffspunktes.

Im allgemeinen findet stets ein Verbrauch von Arbeit statt, wo ein Körper der Richtung einer auf ihn wirkenden Kraft entgegen bewegt, oder der Widerstand dieser Kraft überwunden werden muſs. Zur Fortbewegung einer Last auf einer horizontalen Ebene ist nur die zur Überwindung der entgegenwirkenden Reibung verbrauchte Arbeit erforderlich. Soll dagegen die Last Q (§ 42) längs einer schiefen Ebene aufwärts bewegt werden, so muſs dabei, abgesehen von der Reibung, der Widerstand der Kraft P überwunden werden, und wenn die Bewegung von B bis C (Fig. 23), also durch die Wegstrecke l stattfinden soll, so ist die dazu erforderliche Arbeit $P \cdot l$. Sollte dieselbe Last Q bis zur Höhe der schiefen Ebene h, oder von A bis C senkrecht emporgehoben werden, so wäre die dazu verbrauchte Arbeit $Q \cdot h$. Nach § 42 ist aber $P \cdot l = Q \cdot h$, oder die Arbeit ist in beiden Fällen die gleiche. Wird die Last Q, wie in Fig. 23 angedeutet, durch ein herabsinkendes Gewicht P auf der schiefen Ebene empor-

gezogen, so ist die durch das Herabsinken des Gewichts gewonnene Arbeit Pl gleich der zum Emporheben der Last verbrauchten Arbeit Qh. Es ist daher, wenn man sich zum Heben einer Last einer schiefen Ebene bedient, zwar eine geringere Kraft zur Bewegung der Last erforderlich, da aber der zu durchlaufende Weg genau in demselben Verhältnis sich vergröfsert, in welchem die erforderliche Kraft sich verringert, so findet weder ein Gewinn noch ein Verlust an Arbeit statt. Dieser wichtige Satz, welcher nicht nur für die schiefe Ebene, sondern in entsprechender Weise für alle anderen einfachen und zusammengesetzten Maschinen gilt, ist unter dem Namen des Prinzips der Erhaltung der Arbeit bekannt.

Infolge dieses Prinzips ist es nicht möglich, durch irgend eine Kombination von Maschinen einen Arbeitsgewinn ohne entsprechenden Arbeitsverbrauch zu erzielen, oder ein sogenanntes Perpetuum mobile herzustellen, welches nicht nur sich selbst im Gange zu erhalten, sondern auch ohne äufsere Triebkraft ins Unbegrenzte Arbeit zu leisten imstande wäre. Inwiefern dieses hier zunächst nur für mechanische Kräfte aufgestellte Prinzip auch auf diejenigen Maschinen Anwendung findet, welche durch Wärme, wie z. B. die Dampfmaschinen, durch Elektricität, u.s.w. in Bewegung gesetzt werden, wird unten (§§ 241, 344) erörtert werden.

In der Technik pflegt man die Arbeitsleistung der Maschinen nach Pferdekräften zu berechnen, indem man annimmt, dafs eine Pferdekraft in einer Sekunde eine Arbeit von annähernd 75 kgm zu leisten imstande sei. (§ 223.)

Fällt ein Körper, dessen Masse m, dessen Gewicht p also gleich mg ist, von der Höhe h herab, so erlangt derselbe die Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$ (§ 32). Dieselbe Geschwindigkeit erlangt der Körper beim Herabgleiten von einer schiefen Ebene, deren Höhe h ist (§ 41), wenn kein Geschwindigkeitsverlust durch Reibung stattfindet. Die in beiden Fällen gewonnene Arbeit wird durch das Produkt $p.h$ dargestellt. Dieselbe ist verbraucht worden, um der Masse m die Geschwindigkeit v zu erteilen. Umgekehrt würde diese Geschwindigkeit hinreichen, um den Körper wieder bis zur Höhe h emporzutreiben (§ 33), oder die Masse m ist infolge der erlangten Geschwindigkeit fähig, die Arbeit $p.h$ zu leisten. Es ist aber

$$2gh = v^2,$$

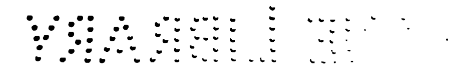
mithin

$$p.h = mgh = \frac{1}{2}mv^2.$$

Man kann daher sagen, dafs, um der Masse m die Geschwindigkeit v zu erteilen, eine Arbeitsgröfse gleich $\frac{1}{2}mv^2$ erforderlich sei, und dafs umgekehrt die Masse m, welche sich mit der Geschwindigkeit v bewegt, infolge derselben eine gleiche Arbeit zu leisten fähig ist. — Das halbe Produkt aus der Masse und dem Quadrat der Geschwindigkeit, $\frac{1}{2}mv^2$, wird mit dem Namen der lebendigen Kraft bezeichnet. Beim Herabfallen eines Körpers wird die von ihm geleistete Arbeit als lebendige Kraft gewonnen, beim Emporsteigen wird die lebendige Kraft zur Leistung von Arbeit verbraucht (Prinzip der lebendigen Kräfte). In gleicher Höhe über dem Horizont hat ein Geschofs dieselbe lebendige Kraft. (Vergl. die letzte Gleichung in § 35a).

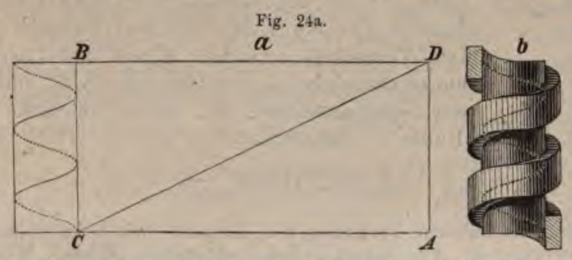
Zur Fortbewegung eines Körpers auf einer horizontalen Ebene wird wegen der dabei stattfindenden Reibung eine Arbeitsmenge verbraucht, ohne dafs gleichzeitig ein entsprechender Gewinn an Arbeit stattfindet. Dieser Arbeitsverbrauch bei der Reibung findet seine Erklärung in der Wärmelehre (§ 241).

§ 44. Die Schraube. Denkt man sich ein Rechteck $ABDC$ (Fig. 24a) um einen geraden Kreiscylinder gewunden, so bildet die Diagonale CB auf der Cylinderfläche eine in schiefen Windungen ansteigende Schraubenlinie. Eine Windung der Schraubenlinie heifst ein Schrauben-



gang, der Abstand zweier auf einander folgenden Windungen die Höhe eines Schraubenganges. Die Höhe eines Schraubenganges steht zu seiner Länge in demselben Verhältnis, wie im rechtwinkligen Dreieck ABC die Kathete AB zur Hypotenuse CB. Wird nun auf die Windungen der Schraubenlinie ein rechteckiger Wulst aufgesetzt (Fig. 24b), indem etwa ein kleineres Rechteck so bewegt wird, dafs die eine Seite mit einer Seite des Cylinders zusammenfällt und ihr Mittelpunkt die Schraubenlinie beschreibt, während die Ebene des Rechtecks fortdauernd durch die Axe des Cylinders geht, so entsteht eine Schraubenspindel. Ein den erhabenen

Fig. 24a.



Windungen der Schraubenspindel entsprechendes, vertieftes Schraubengewinde, auf der Innenfläche eines Hohlcylinders eingeschnitten, so dafs Wulst und Vertiefung genau in einander passen, bildet die Schraubenmutter. Bei jeder Umdrehung der Schraubenspindel in der feststehenden Schraubenmutter wird die erstere um die Höhe eines Schraubenganges in der Richtung ihrer Axe verschoben, und es kann mittelst einer Kraft, die am Umfang der Schraubenspindel oder eines an ihr angebrachten Knopfes wirkt, ein Druck in der Richtung der Axe der Schraubenspindel ausgeübt, oder eine an derselben aufgehängte Last gehoben werden. Das Gleiten der Windungen der Schraubenspindel auf denen der Schraubenmutter kann mit der Bewegung einer Last auf einer schiefen Ebene verglichen werden, so dafs mit einer gegebenen Kraft eine um so gröfsere Last gehoben, oder ein um so gröfserer Druck in der Richtung der Axe ausgeübt werden kann, je kleiner die Höhe im Verhältnis zur Länge eines Schraubenganges, oder zum Umfang der Schraube ist.

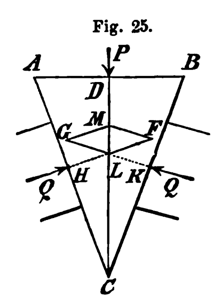
Es ist jedoch zu bemerken, dafs erstens die Kraft in der Regel nicht am Umfange der Schraubenspindel selbst, sondern an einem Schraubenkopf von gröfserem Durchmesser, oder an einem mit der Schraubenspindel verbundenen Hebel wirkt, weshalb bei Beurteilung der Wirkung der Schraube auch die Gesetze des Hebels (§ 49) in Betracht zu ziehen sind, und dafs andererseits die Reibung beim Gebrauch der Schraube von grofsem Einflufs zu sein pflegt.

Anwendung der Schraube bei Pressen, zur Befestigung, ferner zur Erzeugung feiner Bewegungen und zur Messung sehr kleiner Gröfsen, als Mikrometerschraube; Sphärometer.

§ 45. Der Keil ist ein dreiseitiges Prisma, dessen Querschnitt (in der Regel) ein gleichschenkliges Dreieck bildet. Die von den gleichen Seitenflächen AC und BC gebildete Kante C (Fig. 25) heifst die Schneide, die gegenüberliegende Fläche AB der Rücken des Keils. Wirken auf die Seitenflächen des Keils in H und K gleiche Druckkräfte, so kann man sich die Angriffspunkte derselben nach dem auf der Mittellinie CD gelegenen Punkt L verlegt denken. Die beiden Kräfte LF und LG können dann durch eine Resultierende LM ersetzt werden, welche durch

eine gleich grofse und entgegengesetzte Kraft, die senkrecht gegen den Rücken des Keils wirkt, im Gleichgewicht gehalten wird. Dasselbe gilt für die auf je zwei andere, symmetrisch gelegene Punkte der Seitenflächen wirkenden Druckkräfte. Ist Q der gesamte Druck auf jede der beiden Seitenflächen, P die auf den Rücken des Keils wirkende Kraft, so hat man wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke LMG und ABC

Fig. 25.



$$P : Q = AB : BC$$

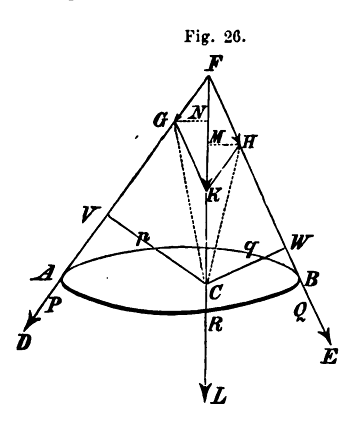
oder, die Kraft verhält sich zur Last, wie die Breite des Rückens zur Seitenlinie des Keils. Das Verhältnis zwischen Kraft und Last ist daher um so günstiger, je schärfer der Keil, oder je kleiner der Neigungswinkel ist, unter welchem die Seitenflächen sich in der Kante C durchschneiden, ist $\angle\, ACB = \gamma$, so ist

$$P = 2\, Q \sin \frac{1}{2}\, \gamma.$$

Der Keil dient teils zur Trennung von Körpern, wie beim Holzspalten, teils zum Zusammenpressen. Alle schneidenden Instrumente (Messer, Meifsel u. s. w.) wirken als Keile. Anwendung des Prinzips der Erhaltung der Arbeit (§ 43) auf den Keil. — Die sogenannte Kniepresse ist in ihrer Wirkungsweise dem Keil ähnlich.

§ 46. Gleichgewicht eines um eine feste Axe, um einen festen Punkt drehbaren Körpers. Ein um eine feste Axe drehbarer Körper ist im Gleichgewicht, wenn die auf ihn wirkenden Kräfte sich durch eine Resultierende ersetzen lassen, welche durch die Umdrehungsaxe geht. In diesem Falle wird nämlich die Resultierende durch den Widerstand der festen Axe aufgehoben. Wirkt eine einzige Kraft auf den Körper, so mufs die Richtung derselben die Umdrehungsaxe schneiden. — Ist ein Körper um den festen Punkt C (Fig. 26) drehbar, und sind A und B die Angriffspunkte zweier Kräfte, deren Richtungen nebst dem Umdrehungspunkte C in einer Ebene liegen, und befinden sich diese Kräfte im Gleichgewicht, so kann man sich (§ 39), ohne das Gleichgewicht zu stören, die Angriffspunkte beider Kräfte nach dem Durchschnittspunkt ihrer Richtungen F verlegt denken, indem man sich den Punkt F mit dem Körper fest verbunden denkt. Ist demnach

Fig. 26.



$FG = P$, $FH = Q$, so stellt die Diagonale FK des zwischen beiden konstruierten Parallelogramms die Resultierende beider Kräfte dar. Die Verlängerung dieser Diagonale mufs also, wenn Gleichgewicht bestehen soll, durch den Punkt C gehen. Fällt man von C aus auf die Richtungen der beiden Kräfte die Lote p und q und zieht aufserdem die Geraden CG und CH, so ist $\triangle\, CGF = \frac{1}{2}\, Pp$, $\triangle\, CHF = \frac{1}{2}\, Qq$. Diese beiden Drei-

ecke sind aber flächengleich, da sie, wenn man FC als gemeinschaftliche Grundlinie betrachtet, gleiche Höhe haben. Mithin ist

$$Pp = Qq$$

oder

$$P : Q = q : p.$$

Es müssen also die Kräfte P und Q, wenn Gleichgewicht stattfinden soll, im umgekehrten Verhältnis der vom Umdrehungspunkt auf ihre Richtungen gefällten Lote stehen, oder die Produkte aus den Kräften und den entsprechenden Loten müssen einander gleich sein. Man nennt diese Produkte die statischen Momente der beiden Kräfte in Beziehung auf den Umdrehungspunkt, wonach die angegebene Gleichgewichtsbedingung kürzer so lautet, dafs die statischen Momente beider Kräfte in Beziehung auf den Umdrehungspunkt einander gleich sein müssen.

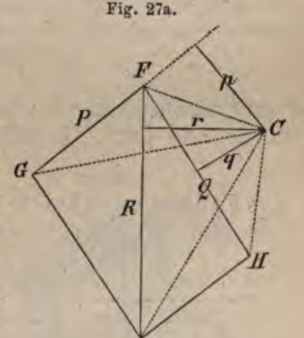
Über den besonderen Fall, dafs die Richtungen beider Kräfte parallel sind, vergleiche § 49 a.

Anmerkung 1. Es sei ein Parallelogramm $FGHK$ (Fig. 27 a und b) und in der Ebene desselben ein beliebiger Punkt C gegeben. Auf die Seiten $FG = P$, $FH = Q$ und auf die Diagonale $FK = R$ seien von C aus die Lote p, q, r gefällt, und aufserdem sei C mit den vier Eckpunkten des Parallelogramms verbunden, so ist

$$\triangle\, FCG = \frac{1}{2}\, Pp,\quad \triangle\, FCH = \frac{1}{2}\, Qq,$$

$$\triangle\, FCK = \frac{1}{2}\, Rr.$$

Fig. 27a.



Es ist leicht zu erweisen, dafs das letztere Dreieck gleich der Summe oder der Differenz der beiden ersten ist, je nachdem der Punkt C aufserhalb oder innerhalb des von den Geraden FG und FH eingeschlossenen Winkelraumes liegt. (Betrachtet man nämlich FC als gemeinschaftliche Grundlinie der Dreiecke, so überzeugt man sich leicht, dafs das von K aus auf FC oder ihre Verlängerung gefällte Höhenlot im ersten Fall gleich der Summe, im letzten gleich dem Unterschied der von G und H aus gefällten Lote ist.) Es ist daher im ersten Fall

$$Rr = Pp + Qq,$$

im zweiten Fall

$$Rr = Pp - Qq.$$

Fig. 27b.

Stellen also P und Q zwei Kräfte vor, welche auf einen um C drehbaren Körper wirken, so ergiebt sich der Satz:

Das statische Moment der Resultierenden zweier Kräfte in Beziehung auf den Umdrehungspunkt ist gleich der Summe oder Differenz der statischen Momente der Komponenten, je nachdem beide Kräfte eine Drehung des Körpers in gleichem oder in entgegengesetztem Sinne zu bewirken streben.

Wirken auf einen um C drehbaren Körper beliebig viele Kräfte, deren Angriffspunkte und Richtungen mit C in einer Ebene liegen, so ist zum Gleichgewicht erforderlich, dafs die Summe der statischen Momente der Kräfte, welche den Körper in einem Sinne zu drehen streben, gleich sei der Summe der statischen Momente der in entgegengesetztem Sinne wirkenden Kräfte. In diesem Fall ist nämlich das statische Moment der Resultierenden sämtlicher Kräfte gleich Null, d. h. die Resultierende ist entweder selbst gleich Null, oder sie geht durch den Umdrehungspunkt und wird durch den Widerstand des festen Punktes aufgehoben. Giebt man den Momenten entgegengesetzte Vorzeichen, je nachdem sie einer Drehung nach rechts oder links

entsprechen, so kann man die Gleichgewichtsbedingung noch kürzer aussprechen: **die algebraische Summe der Momente aller Kräfte in Beziehung auf den Umdrehungspunkt mufs gleich Null sein.**

Anmerkung 2. Es ist leicht zu erweisen, dafs das Prinzip der Erhaltung der Arbeit (§ 43) bei allen auf das Gleichgewicht eines drehbaren Körpers bezüglichen Fällen seine Gültigkeit behält. Denkt man sich den Körper um einen kleinen Winkel α gedreht, so läfst sich zeigen, dafs $\alpha . Pp$ die dabei von der Kraft P geleistete Arbeit ausdrückt, mithin besagt obige Gleichgewichtsbedingung, dafs die Summe der bei der Drehung gewonnenen Arbeit gleich der Summe der verbrauchten Arbeit ist.

§ 47. Die Rolle ist eine kreisrunde Scheibe (Fig. 28), welche um eine durch ihren Mittelpunkt C gehende, feste Axe drehbar ist, und um deren Umfang ein biegsamer Faden geschlungen ist. Die Kräfte P und Q, welche die Rolle zu drehen streben, wirken an den Enden des Fadens oder Seiles, also in der Richtung der Tangenten AP, BQ. Da die vom Umdrehungspunkt C auf die Richtungen der Kräfte gefällten Lote CA, CB als Radien eines Kreises einander gleich sind, so ist die zum Gleichgewicht erforderliche Bedingung (§ 46), **dafs die an beiden Enden des Fadens oder Seiles wirkenden Kräfte einander gleich seien.**

Fig. 28.

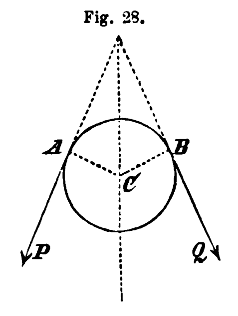
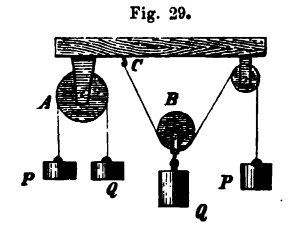


Fig. 29.



Man unterscheidet feste und bewegliche Rollen. Bei der **festen Rolle** (Fig. 29 A) ist die Umdrehungsaxe unverrückbar befestigt, die Kraft P wirkt an dem einen, die Last Q an dem anderen Ende des um die Rolle geschlungenen Seiles. Dieselbe kann daher nicht dazu dienen, an Kraft zu sparen, wohl aber die Richtung der Kraft auf zweckmäfsige Weise abzuändern. Bei der **beweglichen Rolle** dagegen (Fig. 29 B) ist die Last Q an der Axe der Rolle aufgehängt. Das eine Ende des um die Rolle geschlungenen Seiles ist bei C unverrückbar befestigt, während am anderen Ende des Seiles die Kraft P entweder unmittelbar oder, wie in der Figur angedeutet, mit Hilfe einer zweiten, festen Rolle wirkt. Durch die Befestigung des Seiles bei C wird eine gleich grofse, in diesem Punkte an dem Seile wirkende Kraft ersetzt. Die Last Q mufs im Fall des Gleichgewichts der Resultierenden der an beiden Enden des Seiles wirkenden Kräfte gleich sein. Im günstigsten Fall, wenn nämlich beide Teile des Seiles parallel sind, ist $Q = 2P$,

Fig. 30 A. Fig. 30 B.

oder die zur Erzielung des Gleichgewichts erforderliche Kraft gleich der Hälfte der Last.

Über die Zusammensetzung paralleler Kräfte vergl. unten § 49a.

Eine Verbindung mehrerer, teils fester, teils beweglicher Rollen, welche häufig zum Heben von Lasten gebraucht wird, heifst ein Flaschenzug. Der gemeine Flaschenzug (Fig. 30 A) besteht aus gleich vielen festen und beweglichen Rollen, welche in einem festen und einem beweglichen Kloben vereinigt sind. Beide Kloben sind unter einander durch ein Seil verbunden, von welchem das eine Ende an dem unteren Ende des festen Klobens befestigt, und welches dann der Reihe nach um je eine Rolle des beweglichen und des festen Klobens geschlungen ist. Die Last Q ist am beweglichen Kloben aufgehängt, die Kraft P wirkt am freien Ende des Seiles. Da im Fall des Gleichgewichts alle Teile des Seiles gleich stark gespannt sein müssen, so verteilt sich die Last gleichmäfsig auf so viel parallele Seile, als zusammen feste und bewegliche Rollen vorhanden sind, oder wenn jeder Kloben n Rollen enthält, so vermag ein Gewicht von 1 kg eine Last von $2n$ kg im Gleichgewicht zu erhalten.

Der Potenzflaschenzug besteht aus einer festen und mehreren beweglichen Rollen, die unter einander auf die in Fig. 30 B angedeutete Weise verbunden sind. Es ist klar, dafs die unterste Rolle mit dem ganzen Gewicht der Last Q, die nächste nur mit $\frac{1}{2}$ Q, die folgende mit $\frac{1}{4}$ Q, u. s. w. belastet ist, dafs also im allgemeinen, wenn n bewegliche Rollen vorhanden sind, ein Gewicht von 1 kg hinreicht, um eine Last von 2^n kg im Gleichgewicht zu erhalten. Daher der Name Potenzflaschenzug. — Anwendung des Prinzips der Erhaltung der Arbeit auf den gemeinen und den Potenzflaschenzug.

§ 48. Das Wellrad. Sind zwei Rollen von verschiedenem Durchmesser auf einer gemeinsamen Axe befestigt (Fig. 31), und sind um dieselben zwei Seile in entgegengesetzter Richtung geschlungen, an welchen die Gewichte P und Q aufgehängt sind, so müssen beide Gewichte, damit Gleichgewicht bestehe, im umgekehrten Verhältnis der Halbmesser beider Rollen stehen (§ 46).

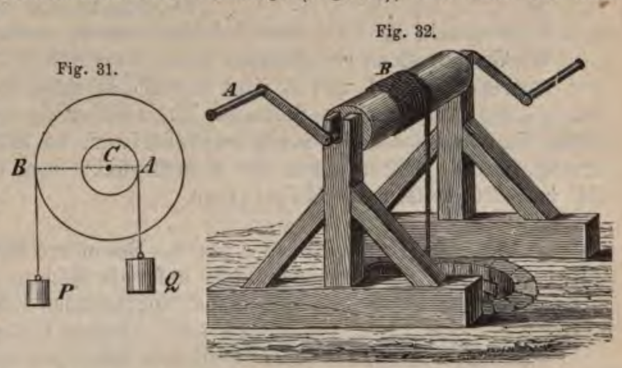
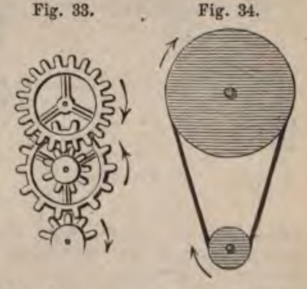


Fig. 31. Fig. 32.

Bei der Winde (Fig. 32) wirkt die Kraft am Ende A eines mit der Welle B verbundenen Hebels, während die Last an einem um die Welle geschlungenen Seile aufgehängt ist.


Fig. 33. Fig. 34.

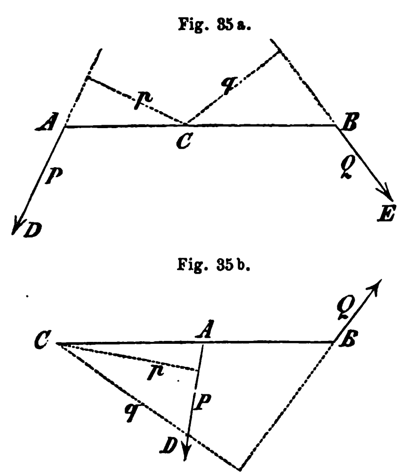
Verbindungen von Rädern von verschiedenem Durchmesser werden beim Getriebe der Uhrwerke und anderer zusammengesetzten Maschinen vielfach angewendet, um teils das Verhältnis zwischen Kraft und Last, teils das Verhältnis der Umdrehungsgeschwindigkeiten beliebig abzuändern. Dieses geschieht entweder, indem man die auf verschiedenen Axen befestigten Räder mittelst am Umfange angebrachter Zähne in einander greifen läfst (Fig. 33), oder indem man einen Treibriemen um zwei Wellen oder Riemscheiben von verschiedenem Durchmesser legt (Fig. 34). Die

Umdrehungsgeschwindigkeiten beider Räder oder Wellen stehen dann im umgekehrten Verhältnis ihres Umfanges, beziehungsweise der Anzahl der in einander greifenden Zähne.

§ 49. Der Hebel. Man nennt eine unbiegsam und gewichtslos gedachte, um einen festen Punkt drehbare gerade Linie einen mathematischen Hebel. Ein physischer Hebel ist eine der Schwere unterworfene Stange, oder im allgemeinen ein beliebig gestalteter, fester Körper, der sich unter dem Einflufs gegebener Kräfte um einen festen Unterstützungspunkt oder eine feste Axe drehen kann. Die allgemeine Bedingung für das Gleichgewicht zweier Kräfte am Hebel ist in dem oben (§ 46) entwickelten Satze enthalten, dafs die Momente der Kräfte in Beziehung auf den Umdrehungspunkt einander gleich und dem Sinne nach entgegengesetzt sein müssen. Es bleibt also nur noch übrig, die wichtigsten besonderen Fälle zu betrachten, wobei vorläufig von der Wirkung der Schwere auf die Teile des drehbaren Körpers abgesehen werden soll, da dieselbe erst unten in der Lehre vom Schwerpunkt (§ 51a) berücksichtigt werden kann.

Fig. 35a.

Fig. 35b.



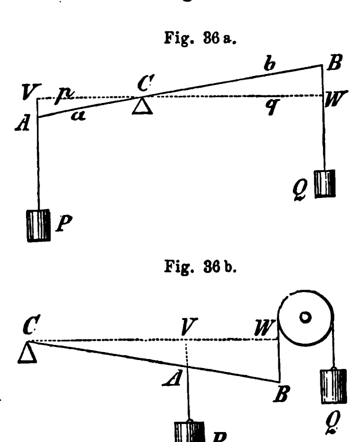
Wirken auf einen geradlinigen Hebel zwei Kräfte P und Q, so können ihre Angriffspunkte A und B (Fig. 35a und b) entweder auf verschiedenen Seiten, oder auf derselben Seite des Unterstützungspunktes C liegen. Im ersten Fall heifst der Hebel ein zweiarmiger, im letzteren Fall ein einarmiger. Die Entfernungen der Angriffspunkte vom Unterstützungspunkt AC und BC heifsen die Hebelarme.

§ 49a. Fall paralleler Kräfte. Besondere Berücksichtigung verdient der häufig vorkommende Fall, dafs die Richtungen aller an einem Hebel angreifenden Kräfte einander parallel sind. Dieser Fall tritt z. B. ein, wenn die Kräfte durch Gewichte erzeugt werden, die an verschiedenen Punkten des Hebels aufgehängt sind, mithin sämtlich in vertikaler Richtung wirken. Wirken an dem geradlinigen Hebel ACB (Fig. 36a und b) die parallelen Kräfte P und Q, so fallen die vom Unterstützungspunkt C auf die Richtungen beider Kräfte gefällten Lote in eine gerade Linie VCW zusammen. Wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke ACV und BCW hat man dann, wenn die Lote mit p, q, die Hebelarme mit a, b bezeichnet werden, $a : b = p : q$,
mithin die Bedingung des Gleichgewichts

$$P : Q = b : a$$

Fig. 36a.

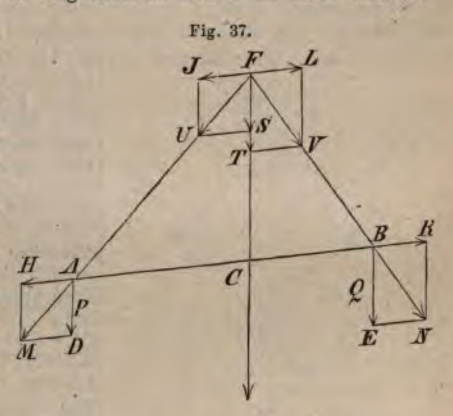
Fig. 36b.



oder Kraft und Last müssen im umgekehrten Verhältnis der Hebelarme stehen (Hebelgesetz des Archimedes).

Die in § 46 angegebene Konstruktion der Resultierenden, auf welcher der Beweis des Satzes über die statischen Momente beruht, findet auf den Fall paralleler Kräfte keine unmittelbare Anwendung, da ihre Richtungen, unbegrenzt verlängert, sich nicht schneiden. Die Resultierende paralleler Kräfte, welche auch die Mittelkraft der parallelen Kräfte genannt wird, kann aber leicht durch folgende Betrachtung gefunden werden. Es seien (Fig. 37) A und B die Angriffspunkte der parallelen Kräfte $AD = P$ und $BE = Q$, die am Hebel AB im Gleichgewicht sein sollen, so kann man, ohne das Gleichgewicht zu stören, in den Endpunkten der geraden Linie AB die gleich grofsen und entgegengesetzt gerichteten Kräfte AH und BK hinzufügen, welche sich gegenseitig aufheben (§ 38). Denkt man sich nun die beiden in A angreifenden Kräfte zu einer Resultierenden AM und die in B angreifenden Kräfte zu einer Resultierenden BN vereinigt, so müssen auch diese im Gleichgewicht sein. Verlegt man ferner die Angriffspunkte beider Resultierenden nach dem Durchschnittspunkt ihrer Richtungen F und denkt sich in diesem Punkte jede der beiden Kräfte wieder durch ihre Komponenten ersetzt, so heben sich die Komponenten FJ und FL als gleiche und entgegengesetzt gerichtete Kräfte auf, und es sind die ursprünglich gegebenen Kräfte durch die Summe der Komponenten $FS = P$ und $FT = Q$ ersetzt. Die Mittelkraft, welche die gemeinsame Wirkung der parallelen Kräfte P und Q ersetzt, ist also gleich der Summe (oder im Fall entgegengesetzt paralleler Kräfte gleich dem Unterschied) beider. Die Richtung der Mittelkraft ist der Richtung der gegebenen Kräfte parallel. Die Bedingung des Gleichgewichts ist, dafs der Unterstützungspunkt des Hebels auf der Geraden FC liege. Ist der Hebel ein geradliniger, so mufs C der Unterstützungspunkt sein. Da US und TV parallel AB sind, so ist

Fig. 37.



$$AC : CF = US : SF$$
$$BC : CF = VT : TF$$

mithin, da $US = VT$ ist, $AC \,.\, SF = BC \,.\, TF$, oder

$$AC : BC = Q : P,$$

d. h. die Hebelarme müssen im umgekehrten Verhältnis der Kräfte stehen.

Die Mittelkraft $P + Q$ giebt den Druck an, welchen der Unterstützungspunkt des Hebels zu erleiden hat. Bringt man in C (Fig. 38) eine Kraft R an, welche der Mittelkraft der beiden Kräfte P und Q gleich und entgegengesetzt gerichtet ist, so sind die Kräfte P, Q, R an der Geraden AB im Gleichgewicht, und es ist

$$AC : BC = Q : P,$$

woraus ferner folgt:

$$AC + BC : BC = P + Q : P$$

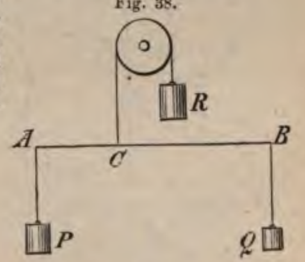
oder

$$AB : BC = R : P$$

und

$$AB : AC = R : Q.$$

Fig. 38.

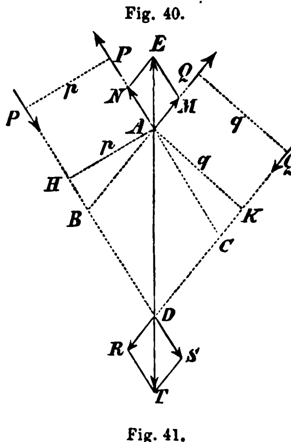


§ 50. Kräftepaare. (Poinsot, 1804). Sind die Kräfte P, Q, R (Fig. 38) an der Geraden AB im Gleichgewicht, so ist jede derselben der Resultierenden der beiden anderen entgegengesetzt gleich. Es ist also z. B. B der Angriffspunkt der Resultierenden der Kräfte P und R. Da $AB : BC = R : P$ ist (§ 49a), so wird sich das Verhältnis $AB : BC$ um so mehr der Einheit nähern, je weniger R und P von einander an Gröfse verschieden sind. Denkt man sich

die Gerade *AB* ins Unbegrenzte verlängert, so wird der Angriffspunkt *B* immer weiter hinausrücken und sich über jede angebbare Grenze entfernen, wenn $R = P$ wird. Es läſst sich also in diesem Fall eine Resultierende, welche beide Kräfte in ihrer Wirkung ersetzt, oder eine dritte Kraft, welche beide im Gleichgewicht hält, nicht mehr angeben. Zwei gleiche, parallel aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte, welche in verschiedenen Punkten eines völlig frei beweglichen, festen Körpers angreifen, können demnach nicht durch eine Resultierende ersetzt, daher auch nicht durch eine einzige dritte Kraft im Gleichgewicht gehalten werden. Ein System zweier solchen gleichen und entgegengesetzt parallelen Kräfte *PP* (Fig. 39) heiſst ein Kräftepaar. Der Abstand *p* ihrer parallelen Richtungslinien heiſst der Hebelarm, das Produkt aus Kraft und Hebelarm *Pp* das Moment, eine auf der Ebene der beiden Kräfte senkrechte Gerade die Axe des Kräftepaares.

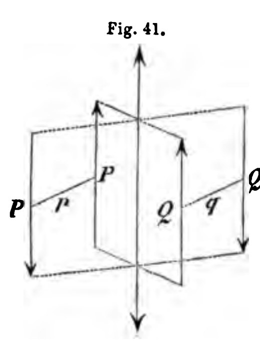
Fig. 39.

Fig. 40.



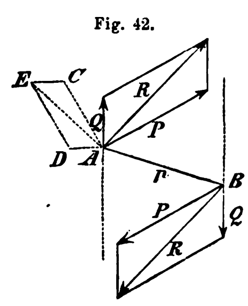
Zwei in einer Ebene wirkende Kräftepaare, deren Momente gleich groſs und entgegengesetzt sind, halten einander jederzeit im Gleichgewicht. Es seien die beiden Kräftepaare *Pp*, *Qq* (Fig. 40) gegeben, deren Momente einander gleich seien, die jedoch entgegengesetzte Drehrichtung haben mögen. Durch Verlängerung der Richtungen der Kräfte entsteht das Parallelogramm *ABCD*. Da die vier gegebenen Kräfte an demselben festen Körper wirken, so darf man sich ihre Angriffspunkte paarweise nach *A* und nach *D* verlegt denken und die Resultierenden *AE* und *DT* aufsuchen. Diese sind gleich und entgegengesetzt gerichtet, da ihre Komponenten, einzeln verglichen, gleich groſs sind und gleiche Winkel einschlieſsen. Es ist ferner leicht zu beweisen, daſs ihre Richtungen *AE* und *DT* mit der Diagonale *AD* in eine gerade Linie fallen. Fällt man nämlich von *A* aus die Lote *AH* und *AK*, so folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke *ABH* und *ACK*, daſs $AB : AC = p : q$, und da nach Voraussetzung $Pp = Qq$ ist, $AB : AC = Q : P$. Es ist mithin Parallelogramm *ABCD* ähnlich den kongruenten Parallelogrammen *AMNE* und *DRST*. Also fallen die Diagonalen *EA*, *AD*, *DT* in eine gerade Linie, und die entgegengesetzt gleichen Kräfte *AE* und *DT* sind im Gleichgewicht, was zu beweisen war.

Fig. 41.



Es folgt daraus, daſs jedes Kräftepaar durch ein gleiches, beliebig in derselben Ebene gelegenes Kräftepaar ersetzt werden kann. Zwei in einer Ebene wirkende Kräftepaare können jederzeit durch ein drittes ersetzt werden, dessen Moment gleich der Summe oder der Differenz ihrer Momente ist, je nachdem beide in gleichem oder entgegengesetztem Sinne wirken.

Fig. 42.



Es lassen sich ferner folgende Sätze über die Kräftepaare erweisen. Zwei entgegengesetzt gleiche, in parallelen Ebenen wirkende Kräftepaare heben einander auf (Fig. 41).

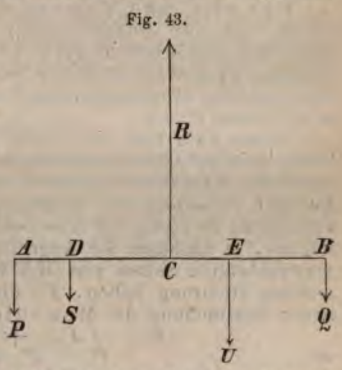
Zwei Kräftepaare, deren Ebenen und Axen unter einem beliebigen Winkel gegeneinander geneigt sind, können durch ein resultierendes Kräftepaar ersetzt werden; indem man auf den Axen beider Kräftepaare ihren Momenten proportionale Strecken aufträgt. Die Diagonale des aus beiden konstruierten Parallelogramms giebt die Axe und das Moment

des resultierenden Kräftepaars an. (In Fig. 42 stellt AB den in der Durchschnittskante beider Ebenen liegenden gemeinschaftlichen Hebelarm der Kräftepaare PP, QQ dar. AC, AD, AE sind die Axen der beiden gegebenen und des resultierenden Kräftepaars RR, welche auf ihren Ebenen senkrecht sind.) Kräftepaare können daher nach denselben Gesetzen wie einfache Kräfte zusammengesetzt und zerlegt werden.

Mit Hilfe der Theorie der Kräftepaare ist es leicht, die allgemeinen Bedingungen des Gleichgewichts der an einem festen Körper angreifenden Kräfte abzuleiten, worauf hier aus Mangel an Raum verzichtet werden mufs.

§ 51. Mittelpunkt paralleler Kräfte. Wirken auf eine starre Gerade AB (Fig. 43) beliebig viele parallele und gleich gerichtete Kräfte P, Q, S, ... in den Punkten A, B, D, ..., so können dieselben durch ihre Mittelkraft ersetzt werden, welche gleich der Summe der Kräfte $P + Q + S + \ldots.$ ist, und deren Angriffspunkt C so gewählt werden mufs, dafs die Summe der Produkte aus Kräften und Hebelarmen auf beiden Seiten gleich grofs ist. Ist die Gerade im Punkt C unterstützt, oder fügt man eine der Mittelkraft entgegengesetzt gleiche Kraft R hinzu, so bleibt die Gerade in jeder Lage im Gleichgewicht. Da die Lage des Punktes C nur von dem Gröfsenverhältnis und der Lage der Angriffspunkte der Kräfte P, Q, u. s. w. abhängt, so wird das Gleichgewicht nicht gestört, wenn die Gerade beliebig um den Punkt C gedreht wird, wofern nur die Kräfte unter sich parallel und ihre Gröfse und Angriffspunkte unverändert bleiben. Der Punkt C heifst der Mittelpunkt der parallelen Kräfte. In gleicher Weise läfst sich, wenn beliebig viele parallele Kräfte auf die verschiedenen Punkte eines festen Körpers wirken, stets ein Punkt angeben, in welchem unterstützt der Körper in jeder Lage im Gleichgewicht bleibt.

Fig. 43.

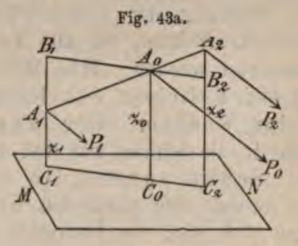


Bestimmung der Lage des Mittelpunktes paralleler Kräfte durch Rechnung. Es handle sich zunächst um zwei gleichgerichtet parallele Kräfte P_1 und P_2, deren Angriffspunkte A_1 und A_2 von einer gegebenen Ebene MN die Entfernungen z_1 und z_2 haben mögen, und es sei der auf A_1A_2 liegende Angriffspunkt A_0 der Mittelkraft P_0 zu bestimmen, d. h. die Entfernung z_0 des Punktes A_0 von der Ebene MN. Die drei Lote z_1, z_0, z_2 liegen in der Projektionsebene der Linie $A_1A_0A_2$ auf MN, die Projektion sei $C_1C_0C_2$ und es sei $B_1A_0B_2$ parallel $C_1C_0C_2$ gezogen. Weil P_0 die Mittelkraft ist von P_1 und P_2, so ergiebt sich (§ 49a):

$$P_1 \,.\, A_1A_0 = P_2 \,.\, A_2A_0,$$

und weil vermöge der ähnlichen Dreiecke $A_0A_1B_1$ und $A_0A_2B_2$ sich verhält wie $A_1A_0 : A_2A_0 = A_1B_1 : A_2B_2$, so ist auch:

Fig. 43a.



$$P_1 \,.\, A_1B_1 = P_2 \,.\, A_2B_2, \text{ d. h. } P_1\,(z_0 - z_1) = P_2\,(z_2 - z_0),$$

oder

$$P_0z_0 = P_1z_1 + P_2z_2, \text{ wo } P_0 = P_1 + P_2.$$

Sind die Kräfte P_1 und P_2 entgegengesetzt parallel und etwa $P_2 > P_1$, so ergiebt sich für den Angriffspunkt A_0 ihrer Mittelkraft $P_0 = P_2 - P_1$ auch

hier, wie die Fig. 43b zeigt, die unter denselben Voraussetzungen wie Fig. 43a gezeichnet ist:

$$P_1 \,.\, A_1A_0 = P_2 \,.\, A_2A_0 \text{ und } P_1 \,.\, A_1B_1 = P_2 \,.\, A_2B_2,$$

d. h.

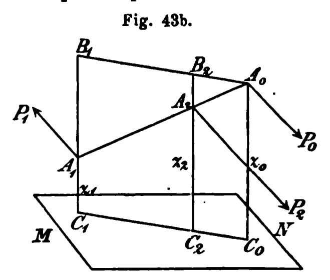
$$P_1 \,.\, (z_0-z_1) = P_2\,(z_0-z_2),$$

oder:

$$P_0z_0 = P_2z_2 - P_1z_1, \text{ wo } P_0 = P_2 - P_1.$$

In beiden Fällen ist die Lage des Mittelpunktes der parallelen Kräfte unabhängig von der Richtung dieser Kräfte. Denkt man sich also die Kräfte, unter Beibehaltung ihrer parallelen Lage, um ihre Angriffspunkte so gedreht, dafs sie parallel der Ebene *MN* werden, so sind z_0, z_1, z_2 die Entfernungen der Kräfte P_0, P_1, P_2 von dieser Ebene. Man nennt die Produkte P_0z_0, P_1z_1, P_2z_2 die statischen Momente und z_0, z_1, z_2 die Hebelarme der Kräfte P_0, P_1, P_2 in bezug auf die Ebene *MN*, die Momentenebene, und hat demnach den Satz:

Fig. 43b.



Das statische Moment der Mittelkraft zweier parallelen Kräfte ist gleich der Summe oder Differenz der statischen Momente der beiden parallelen Kräfte, je nachdem diese Kräfte in gleichem oder entgegengesetztem Sinne wirken, — die statischen Momente bezogen auf eine beliebige Momentenebene, für welche die Angriffspunkte der Kräfte auf derselben Seite liegen.

Dieser Satz läfst sich durch allmähliche Hinzunahme neuer Kräfte auf beliebig viele parallele Kräfte ausdehnen. Sind P_1, P_2, $P_3 \ldots P_n$ die gegebenen parallelen Kräfte mit positiven oder negativen Vorzeichen versehen, je nachdem sie nach derselben oder entgegengesetzter Richtung wirken, z_1, z_2, $z_3 \ldots z_n$ ihre Hebelarme in bezug auf eine beliebige Momentenebene *MN*, ebenfalls positiv oder negativ, je nachdem die Angriffspunkte der Kräfte auf derselben oder auf entgegengesetzten Seiten von *MN* liegen, d. h. die Lote z gleiche oder entgegengesetzte Richtung haben, P_0 die Mittelkraft, z_0 ihr Hebelarm, so hat man zu deren Bestimmung die Momentengleichung:

$$P_0z_0 = P_1z_1 + P_2z_2 + P_3z_3 + \ldots + P_nz_n,$$

wo

$$P_0 = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n.$$

Ausgeschlossen jedoch ist bei dieser Darstellung der Fall, wo P_0, die algebraische Summe der zusammenzusetzenden parallelen Kräfte, gleich Null ist, also wenn es sich schliefslich um gleiche und entgegengesetzt-parallele Kräfte, ein Kräftepaar (§ 50), handelt. In diesem Falle hat die Momentengleichung keine Bedeutung, weil z_0 dann den Wert unendlich erhält. Es giebt also keine Mittelkraft für parallele Kräfte, deren algebraische Summe gleich Null ist. In der That ist die gemeinschaftliche Wirkung solcher Kräfte eine Drehung.

§ 51a. Schwerpunkt; stabiles, labiles und indifferentes Gleichgewicht. Alle bekannten Körper bestehen aus Massenteilen, welche der Wirkung der Schwerkraft unterworfen sind. Die Richtung der Schwerkraft kann für alle Teile eines und desselben Körpers als parallel betrachtet werden. Die Wirkungen der Schwerkraft auf alle einzelnen Teilchen des Körpers können in eine Mittelkraft vereinigt werden. Der Angriffspunkt dieser Mittelkraft, dessen Lage in Beziehung auf den festen Körper eine unveränderliche ist, heifst der Schwerpunkt, die Gröfse der Mittelkraft, welche gleich der Summe der parallelen Kräfte ist, das Gewicht des Körpers. Man kann sich also das Gewicht aller einzelnen Teile eines festen Körpers in seinem Schwerpunkt vereinigt denken. Wird der Körper in seinem Schwerpunkt unterstützt, so ist derselbe unter dem Einflufs der Schwerkraft in jeder Lage im Gleichgewicht. Die Unterstützung kann aber auch in einem Punkte stattfinden, welcher in vertikaler Richtung über oder unter dem Schwerpunkt liegt (§ 39). Ersteres ist der Fall bei einer an

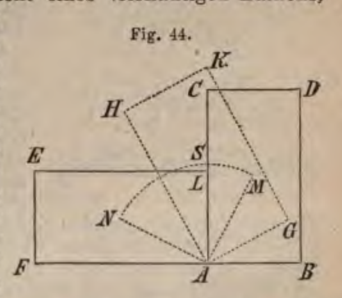
einem Faden aufgehängten, letzteres bei einer auf einer horizontalen Ebene ruhenden Kugel.

Man unterscheidet stabiles, labiles und indifferentes Gleichgewicht. Stabil heifst das Gleichgewicht, wenn der Körper, ein wenig aus seiner Gleichgewichtslage gebracht, durch den Einflufs der auf ihn wirkenden Kräfte wieder in dieselbe zurückgeführt wird, labil, wenn derselbe bei einer beliebig kleinen Verschiebung aus der Gleichgewichtslage nicht in dieselbe zurückkehrt, sondern in eine neue (stabile) Gleichgewichtslage übergeht, indifferent, wenn weder eins noch das andere stattfindet, sondern der Körper auch in der neuen, ein wenig veränderten Lage im Gleichgewicht zu beharren vermag.

Ein um eine feste, horizontale Axe drehbarer, schwerer Körper ist im stabilen, labilen oder indifferenten Gleichgewicht, je nachdem der Schwerpunkt unter, über oder in der Umdrehungsaxe liegt. Eine homogene Kugel ist auf einer Horizontalebene im indifferenten, auf dem höchsten Punkt einer konvexen Fläche im labilen, auf dem tiefsten Punkt einer konkaven Unterlage im stabilen Gleichgewicht. — Beim stabilen Gleichgewicht nimmt der Schwerpunkt die relativ tiefste, beim labilen die relativ höchste Lage ein, beim indifferenten Gleichgewicht bleibt die Höhe des Schwerpunktes durch eine kleine Verschiebung ungeändert.

Ein mit drei Punkten auf einer Horizontalebene ruhender Körper ist im stabilen Gleichgewicht, wenn die durch seinen Schwerpunkt gezogene Vertikallinie die Horizontalebene in einem Punkte trifft, welcher innerhalb des von den Unterstützungspunkten gebildeten Dreiecks liegt. (Welchen Teil der Last hat jeder der drei Stützpunkte zu tragen?) Der Grad der Stabilität des Gleichgewichts kann verschieden sein. Das Gleichgewicht eines vierkantigen Balkens, dessen Querschnitt $ABDC$ (Fig. 44) sei, ist stabiler, wenn derselbe auf der breiten Seitenfläche AF, als wenn er auf der schmalen Fläche AB ruht. Zwischen beiden stabilen Gleichgewichtslagen liegt nämlich die labile Gleichgewichtslage $AGKH$, bei welcher der Schwerpunkt S die höchste Lage einnimmt. Denkt man sich den Balken um die Kante A gedreht, so wird im ersten Fall eine gröfsere Drehung um den Winkel NAS und eine beträchtliche Hebung des Schwerpunktes erforderlich sein, um das Zurückkehren in die anfängliche Lage zu verhindern, während im letzteren Fall die kleinere Drehung MAS schon hinreicht, um den Schwerpunkt senkrecht über die Umdrehungsaxe zu bringen. Aus den Gesetzen der Stabilität ergeben sich praktische Regeln für die Baukunst, das Beladen von Wagen, u. s. w.

Fig. 44.

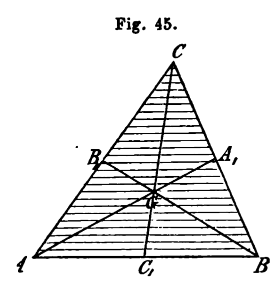


§ 52. Schwerpunktsbestimmung. Die Lage des Schwerpunktes eines gegebenen Körpers kann durch den Versuch ermittelt werden, indem man den Körper mittelst eines Fadens nach einander an zwei verschiedenen Punkten aufhängt. Denkt man sich jedesmal die Richtung des Fadens durch den Körper hindurch verlängert, so ist der Durchschnittspunkt der so erhaltenen Richtungen der Schwerpunkt. Derselbe liegt nicht notwendig innerhalb der Masse des Körpers (z. B. bei einem Ring oder einer Hohlkugel). In vielen Fällen kann die Lage des Schwerpunktes regelmäfsig gestalteter Körper durch geometrische Konstruktion oder durch Rechnung gefunden werden.

Der Schwerpunkt einer ihrer ganzen Länge nach gleichmäfsig mit Masse belasteten geraden Linie ist ihr Mittelpunkt. — Der Schwerpunkt eines Drei-

ecks, welches seiner ganzen Fläche nach gleichmäfsig mit Masse belastet ist, ist der Durchschnittspunkt der drei Transversalen, welche die Eckpunkte des Dreiecks mit den Mitten der Gegenseiten verbinden. Denkt man sich nämlich die Fläche des Dreiecks ABC (Fig. 45) durch Parallelen mit einer Seite AB in unendlich schmale Streifen zerlegt, so liegen die Mitten, also auch die Schwerpunkte sämtlicher Streifen, auf der Transversalen CC_1. Denkt man sich demnach das Gewicht jedes Streifens in einem Punkte der Geraden CC_1 vereinigt, so ist klar, dafs der Schwerpunkt des ganzen Dreiecks auf dieser Transversalen liegen mufs. Dieselbe Betrachtung ist auf jede der beiden anderen Transversalen anwendbar, mithin ist ihr Durchschnittspunkt G der Schwerpunkt des Dreiecks. Die drei Transversalen teilen einander bekanntlich im Verhältnis von 1 : 2.

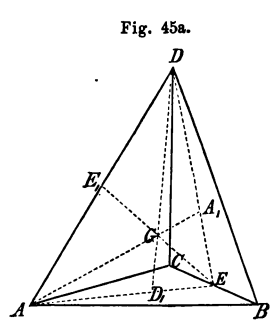
Fig. 45.



Den Schwerpunkt eines Vierecks findet man, indem man sich seine Fläche durch eine Diagonale in zwei Dreiecke zerlegt denkt. Das Gewicht jedes Dreiecks kann man sich dann in seinem Schwerpunkt vereinigt denken, und da die Gewichte den Flächen der Dreiecke proportional sind, so hat man die Verbindungslinie der Schwerpunkte im umgekehrten Verhältnis der Flächen zu teilen. Da die Zerlegung des Vierecks in zwei Dreiecke auf doppelte Weise möglich ist, so ergiebt sich daraus eine besonders einfache Konstruktion des Schwerpunktes für das Viereck. Auf ähnliche Weise können die Schwerpunkte aller ebenen Polygone durch Zerlegung in Dreiecke konstruiert werden.

Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide ist der Durchschnittspunkt der vier Transversalen AA_1, BB_1, CC_1, DD_1, welche die Ecken der Pyramide mit den Schwerpunkten der gegenüberliegenden Flächen verbinden. Diese Transversalen teilen einander im Verhältnis von 1 : 3, und darum ist der Schwerpunkt G von jeder Fläche der Pyramide um $^1/_4$ der zugehörigen Höhe entfernt. — Andererseits liegen die Transversalen zu zwei (wie AA_1 und DD_1) in der Ebene (ADE), welche die zugehörige Kante (AD) und den Mittelpunkt (E) der Gegenkante, also auch die Verbindungslinie (EE_1) der Mittelpunkte zweier Gegenkanten (AD und BC) enthält, in welcher sich zwei solche Ebenen (ADE und BCE_1) durchschneiden; darum liegt der Schwerpunkt selbst auf dieser Verbindungslinie. Weil nun die drei Verbindungslinien der Mittelpunkte der Gegenkanten die Diagonalen sind der drei Parallelogramme, welche die Mitten der Kanten der Pyramide zu Ecken haben, so ist der Schwerpunkt G der gemeinschaftliche Mittelpunkt der Mittellinien der Gegenkanten, also auf der Mittelebene zwischen jeden zwei Gegenkanten gelegen.

Fig. 45a.



Da alle ebenflächigen Körper in dreiseitige Pyramiden zerlegt werden können, so kann der Schwerpunkt jedes homogenen Polyeders durch Konstruktion gefunden werden. (§ 52a.)

Der Schwerpunkt eines Prismas oder Cylinders ist der Mittelpunkt der die Schwerpunkte der parallelen Grundflächen verbindenden Axe; der Schwerpunkt eines Kegels oder einer Pyramide mit beliebiger Grundfläche liegt auf der Geraden, welche die Spitze mit dem Schwerpunkt der Grundfläche verbindet, um $^1/_4$ der Höhe des Körpers von der Grundfläche entfernt.

§ 52a. Schwerpunktsbestimmung durch Rechnung. Es handle sich ausschliefslich um homogene Körper und um gleichmäfsig belastete Flächen und Linien. Man sucht den Körper, die Fläche oder die Linie, deren Schwerpunkt zu bestimmen ist, als Summe oder Differenz darzustellen von Körpern, Flächen oder Linien, für welche man die Lage des Schwerpunktes kennt, und denkt sich dann in dem Schwerpunkte eines jeden

Teiles das zugehörige Gewicht vereinigt, so bilden diese Gewichte ein System von parallelen Kräften, deren Mittelpunkt (§ 51) der gesuchte Schwerpunkt ist.

1. Der Schwerpunkt des Umfanges eines Dreiecks. Die Schwerpunkte der drei Seiten sind deren Mittelpunkte, also wird die Momentengleichung, bezogen auf die senkrecht zur Ebene des Dreiecks durch die Seite a gelegte Ebene, wenn h die zugehörige Höhe, b und c die beiden übrigen Seiten sind:

$$(a + b + c) \cdot z_0 = (b + c) \cdot \frac{h}{2}, \text{ d. i. } z_0 = \frac{(b + c)\, h}{2\,(a + b + c)};$$

der Schwerpunkt ist der Mittelpunkt des inneren Berührungskreises desjenigen Dreiecks, welches durch die Verbindungslinien der Mitten der drei Seiten gebildet wird. (Geometrische Herleitung).

2. Der Schwerpunkt eines Kreisbogens liegt zunächst auf dem Mittelradius CD; denkt man sich weiter den Bogen $ADB = b$ in sehr viele und sehr kleine Teile b_1, b_2, b_3, . . . zerlegt, welche als geradlinig anzusehen sind, deren Schwerpunkte also mit ihren Mittelpunkten zusammenfallen, und sind die Entfernungen dieser Punkte von der senkrecht zu CD durch C gelegten Momentenebene bezüglich z_1, z_2, z_3, . . ., so wird die Momentengleichung

$$b z_0 = b_1 z_1 + b_2 z_2 + b_3 z_3 + \ldots$$

Sind $EF = b_k$ (Fig. 45b) ein beliebiges Bogenteilchen, E_1F_1 seine Projektion auf A_1B_1, M und M_1 die Mittelpunkte von EF und E_1F_1, ferner HF parallel und gleich $E_1F_1 = p_k$, so folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke CMM_1 und EFH, deren Seiten auf einander senkrecht stehen:

$$EF : CM = HF : MM_1, \text{ d. i. } b_k z_k = r p_k,$$

folglich wird:

$$b z_0 = r p_1 + r p_2 + r p_3 + \ldots$$
$$= r\,(p_1 + p_2 + p_3 + \ldots) = r \cdot AB,$$

d. h. der Abstand des Schwerpunktes eines Kreisbogens vom Mittelpunkt des Kreises verhält sich zum Radius, wie die Sehne zum Bogen. Für den Halbkreisbogen ist $z_0 = \frac{2r}{\pi}$, nahezu $= {}^2/_3 r$.

Fig. 45b.

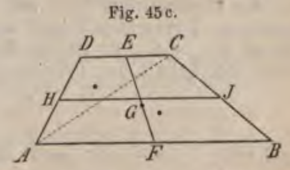
3. Der Schwerpunkt eines Trapezes liegt auf der Verbindungslinie EF der Mittelpunkte der parallelen Seiten (Fig. 45c). Durch die Diagonale AC zerfällt das Trapez in zwei Dreiecke, deren Schwerpunkte von der Mittellinie HJ die Entfernung $\frac{h}{2} - \frac{h}{3} = \frac{h}{6}$ haben: darum ist die Momentengleichung für die durch HJ senkrecht zur Ebene des Trapezes gelegte Ebene, wenn $a > b$ ist und T der Inhalt des Trapezes:

$$T \cdot z_0 = \left(\frac{ah}{2} - \frac{bh}{2}\right) \cdot \frac{h}{6}, \text{ d. i. } z_0 = \frac{a - b}{a + b} \cdot \frac{h}{6};$$

hieraus ergiebt sich weiter für die Abstände des Schwerpunktes von den beiden parallelen Seiten a und b bezüglich $\frac{(a + 2b)\, h}{3\,(a + b)}$ und $\frac{(b + 2a)\, h}{3\,(a + b)}$, woraus deren Verhältnis und eine einfache Konstruktion des Punktes G leicht herzuleiten sind.

4. Der Schwerpunkt eines Kreisausschnittes. Man zerlegt den Ausschnitt durch Teilung des Centriwinkels in sehr viele, einander gleiche Ausschnitte, welche schliefslich als kongruente Dreiecke mit der Höhe r anzusehen sind. Die Schwerpunkte dieser Dreiecke liegen auf einem concentrischen Kreisbogen mit dem Radius $\frac{2r}{3}$; denkt man sich diesen Bogen mit den Gewichten der Dreiecke gleichmäfsig belastet, so fällt sein Schwerpunkt mit dem des Kreisausschnittes zusammen; es ist also sein Abstand vom Mittelpunkt des Kreises:

Fig. 45c.



$$z_0 = {}^2/_3\, r \cdot \frac{s}{b},$$

wo s und b als Sehne und Bogen dem Kreisausschnitt zugehören. Für den Halbkreis wird $z_0 = \frac{4r}{3\pi}$, nahezu $= {}^2/_5 r$.

5. Der Schwerpunkt eines Kreisabschnittes. Man stellt den Kreisabschnitt als Unterschied dar des zugehörigen Kreisausschnittes und Dreiecks und erhält durch die Momentengleichung für die Entfernung z_0 des Schwerpunktes vom Mittelpunkt des Kreises:

$$z_0 = \frac{s^3}{12A},$$

wo s die Sehne, A den Inhalt des Kreisabschnittes bezeichnen.

6. Der Schwerpunkt einer Kugelkappe. Die Kugelkappe zerfällt durch Ebenen, welche, senkrecht zur Höhe, diese in gleiche Abschnitte teilen, selbst in gleiche Teile, deren Schwerpunkte auf der Höhe liegen; die Kugelkappe ist also durch die gleichmäſsig belastete Höhe zu ersetzen und darum ist der Mittelpunkt der Höhe zugleich der Schwerpunkt der Kugelkappe.

7. Der Schwerpunkt eines Kugelausschnittes. Man denke sich die zugehörige Kugelfläche mit sehr vielen und kleinen, einander gleichen Dreiecken bedeckt, welche schlieſslich als eben anzusehen sind und erweitert Tangentialebenen der Kugel werden, so ergeben diese Dreiecke als Grundflächen mit dem Mittelpunkt der Kugel als gemeinschaftlicher Spitze ebensoviel gleiche Pyramiden mit der Höhe r, deren Schwerpunkte also auf einer concentrischen Kugelkappe vom Radius ${}^3/_4 r$ liegen; denkt man sich diese mit den Gewichten der zugehörigen Pyramiden, also gleichmäſsig belastet, so ist ihr Schwerpunkt zugleich der des Kugelausschnittes, also seine Entfernung vom Mittelpunkt der Kugel:

$$z_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}h + \frac{3}{4}(r-h) = \frac{3}{8}(2r-h);$$

für die Halbkugel $= {}^3/_8 r$.

8. Der Schwerpunkt eines Kugelabschnittes. Der Kugelabschnitt läſst sich als Unterschied des zugehörigen Kugelausschnittes und Kegels darstellen. Die Momentengleichung ergiebt alsdann für den Abstand des Schwerpunktes vom Mittelpunkt der Kugel.

$$z_0 = \frac{3}{4} \frac{(2r - h)^2}{3r - h}.$$

9. Der Schwerpunkt eines Prismatoids, d. h. eines ebenflächigen Körpers, dessen Ecken in zwei parallelen Ebenen, den beiden Grundflächen, liegen. Die Grundflächen G_1 und G_2 mögen bezüglich n_1 und n_2 Kanten haben, und ihr Abstand, die Höhe des Prismatoids, sei h. Wählt man einen beliebigen Punkt P auf G_2 als Eckpunkt einer Pyramide, deren Grundfläche G_1 ist, und verbindet P mit den Eckpunkten von G_2, so läſst sich das Prismatoid darstellen als Summe einer Pyramide mit der Grundfläche G_1 und der Spitze P und n_2 dreiseitigen Pyramiden, deren Grundflächen die Teile der Grundfläche G_2 und deren Spitzen Eckpunkte von G_1 sind. Das Gesamtmoment dieser n_2 Pyramiden, welche alle die gleiche Höhe h besitzen, kommt überein mit dem einer einzigen Pyramide von derselben Höhe h, deren Grundfläche gleich ist der Summe aller n_2 Pyramiden, d. h. gleich G_2. Endlich bleibt für das Prismatoid noch ein Restkörper übrig, der sich in n_1 dreiseitige Pyramiden zerlegen läſst, von denen je zwei Gegenkanten auf G_1 und G_2 liegen, auf G_1 als die Kanten dieser Grundfläche, auf G_2 als die Verbindungslinien von P mit den Ecken von G_2. Die Schwerpunkte aller dieser n_1 Pyramiden liegen nach § 52 auf der Mittelebene zwischen G_1 und G_2. Es sei $G_1 > G_2$, so ist die Momentengleichung in Beziehung auf die Mittelebene, wenn der Inhalt des Prismatoids durch V bezeichnet wird:

$$V \cdot z_0 = \frac{G_1 h}{3} \cdot \frac{h}{4} - \frac{G_2 h}{3} \cdot \frac{h}{4},$$

und weil $V = \frac{h}{6}(G_1 + 4\,M + G_2)$ ist, wo M den Mittelschnitt des Prismatoids bezeichnet

$$\text{I.} \qquad z_0 = \frac{(G_1 - G_2)\,h}{2\,(G_1 + 4\,M + G_2)};$$

also liegt der Schwerpunkt in der Mittelebene des Prismatoids selbst, wenn die

beiden Grundflächen G_1 und G_2 einander gleich sind. Für die **abgestumpfte Pyramide**, bei welcher $2\sqrt{M} = \sqrt{G_1} + \sqrt{G_2}$ ist, ergiebt sich hieraus:

$$z_0 = \frac{(G_1 - G_2)\,h}{2\,(G_1 + \sqrt{G_1 G_2} + G_2)};$$

ebenso für den **abgestumpften Kegel**, dessen Grundkreise die Radien r_1 und r_2 haben mögen,

$$z_0 = \frac{(r_1^2 - r_2^2)\,h}{2\,(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)};$$

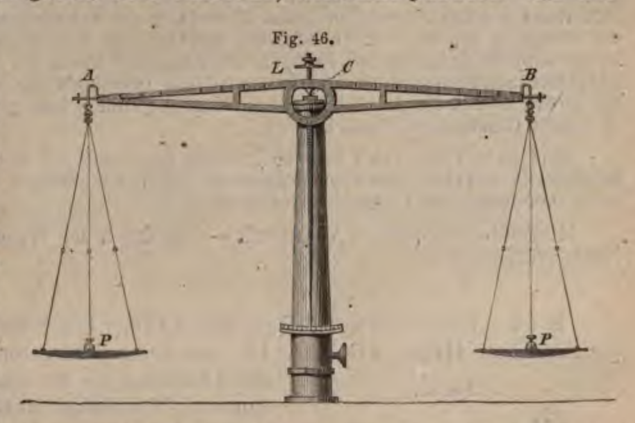
immer bedeutet z_0 den Abstand des Schwerpunktes von der Mittelebene des Körpers, auf der Seite der gröfseren Grundfläche. Ist x_0 der Abstand des Schwerpunktes des Prismatoids von der Grundfläche G_1, so ergiebt sich:

$$\text{II.} \qquad x_0 = \frac{(2\,M + G_2)\,h}{G_1 + 4\,M + G_2}.$$

Anm. Die Formeln I und II lassen sich auch zur Bestimmung des Schwerpunktes von Kugelstücken zwischen Parallelebenen, also auch eines Kugelabschnittes (8.), anwenden, wie sich aus der Vergleichung einer Kugel mit einer dreiseitigen Pyramide (Tetraeder) bei gleichen Parallelschnitten, mit Hilfe des Cavalerischen Prinzipes, ergiebt.

§ 53. Die **Wage** ist das vorzüglichste Instrument zur Vergleichung der Massen und Gewichte der Körper (§ 11). Ihr wesentlichster Teil, der Wagebalken AB (Fig. 46), ist ein zweiarmiger und gleicharmiger Hebel (§ 49), welcher mittelst einer stählernen Schneide bei C auf einer horizontalen Unterlage ruht. An zwei Endschneiden A und B, welche von der mittleren genau **gleichweit entfernt**, derselben **parallel** sein und mit ihr **in einer Ebene** liegen müssen, sind die beiden Wagschalen aufgehängt. Der Wagebalken soll, wenn beide Schalen mit gleichen Gewichten P belastet sind, in horizontaler Lage in stabilem Gleichgewicht sein. Dazu ist erforderlich, dafs der Schwerpunkt S (Fig. 47)

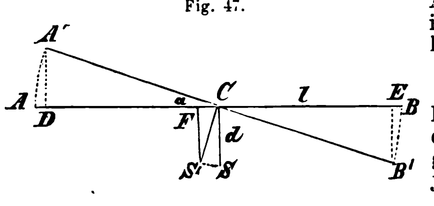
Fig. 46.



vertikal unter dem Unterstützungspunkt C liege (§ 51). Wird auf einer Seite ein **Übergewicht** p hinzugefügt, so neigt sich der Wagebalken nach der Seite des Übergewichts und geht in die Lage $A'B'$ über. Der Winkel $ACA' = SCS'$, um welchen sich der Wagebalken gedreht hat, heifst der **Ausschlagswinkel**. Eine geringe Neigung des Wagebalkens wird mittelst eines an demselben befestigten Zeigers, der **Zunge**, sichtbar gemacht, deren Spitze sich bei genauen Wagen vor einem geteilten Gradbogen (Fig. 46) bewegt. Je gröfser der Ausschlagswinkel für ein gleiches Übergewicht, desto **empfindlicher** ist die Wage. Die Erfordernisse, welche erfüllt sein müssen, damit die Wage möglichst empfindlich sei, sind, dafs 1) die **Länge** des Wagebalkens möglichst grofs, 2) sein **Gewicht** bei hinreichender Festigkeit möglichst klein sei, und dafs 3) der **Schwerpunkt** möglichst nahe unter dem Unterstützungspunkt liege.

Es bezeichne $2l$ die Länge des Wagebalkens, d die Entfernung des Schwerpunkts S vom Unterstützungspunkt C, P die auf beiden Seiten gleiche Belastung, mit Einschlufs des Gewichts der Wagschalen, p das auf einer Seite hinzugefügte Übergewicht, q das Gewicht des Wagebalkens. Fällt man von A', B', S' auf AB die Lote $A'D$, $B'E$, $S'F$, so ergiebt sich als Bedingung für das Gleichgewicht des Wagebalkens (§ 46) $(P + p) \cdot CE = P \cdot CD + q \cdot CF$ oder da $CD = CE$ ist: $p \cdot CE = q \cdot CF$. Wird der Ausschlagswinkel mit α bezeichnet, so ist $CE = l \cos \alpha$, $CF = d \sin \alpha$, mithin $pl \cos \alpha = qd \sin \alpha$ oder

Fig. 47.



$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{p \cdot l}{q \cdot d}.$$

Bei gleichem Übergewicht p ist also der Ausschlagswinkel um so gröfser, je gröfser die Länge des Wagebalkens l, je kleiner sein Gewicht q und je kleiner die Entfernung d ist. Der Ausschlagswinkel würde von der Gröfse der Belastung P unabhängig sein, wenn der Wagebalken völlig starr wäre. In Wirklichkeit aber erleidet jeder Wagebalken eine geringe, der Belastung proportionale Biegung, durch welche die Entfernung d vergröfsert, mithin die Empfindlichkeit der Wage verringert wird.

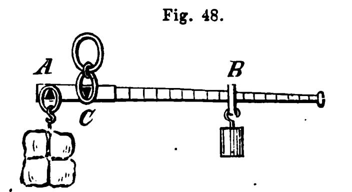
Damit der Wagebalken bei möglichster Leichtigkeit der Biegung hinreichenden Widerstand leiste, giebt man ihm am besten eine schmale, hohe, rhombische Gestalt (Fig. 46) und arbeitet ihn bei genauen Wagen durchbrochen, aus Aluminium. Zur Schonung der Schneide C kann dieselbe, solange die Wage nicht gebraucht wird, durch eine (in der Figur weggelassene) Arretierung vom Lager abgehoben werden. Das Gewichtchen L, welches an einer Schraubenspindel höher und tiefer geschraubt werden kann, dient dazu, den Schwerpunkt des Wagebalkens ein wenig zu heben oder zu senken, um ihn dem Unterstützungspunkt C möglichst nahe zu bringen und dadurch die Empfindlichkeit der Wage zu regulieren. Liegt der Schwerpunkt zu hoch, so wird das Gleichgewicht labil, und die Wage ist überempfindlich. — Die ganze Wage ist zum Schutz gegen Luftströmungen in einem Glaskasten eingeschlossen.

Eine gute Wage mufs bei der gröfsten Belastung, für welche sie bestimmt ist, mindestens 0,00001 derselben anzeigen. Man hat Wagen konstruiert, welche noch 0,0000002 der Gesamtbelastung angeben.

Methode der doppelten Abwägung. — Reduktion der Wägungen auf den leeren Raum (vergl. § 103).

§ 54. Schnellwage. Brückenwage. Die Schnellwage ist ein ungleicharmiger Hebel AB (Fig. 48), an dessen kürzerem Arm bei A die zur Aufnahme des zu wägenden Körpers bestimmte Wagschale aufgehängt ist. Der längere Arm ist vom Unterstützungspunkt C aus in gleiche Teile geteilt und auf demselben kann ein Laufgewicht B, das mit einer Schneide auf dem Wagebalken ruht, verschoben werden, bis der Hebel in horizontaler Lage im Gleichgewicht ist. Die Entfernung CB ist dann, wenn C der Schwerpunkt des Hebels ist, der auf die Wagschale gelegten Belastung proportional, und die Gröfse der letzteren kann an der Teilung des Wagebalkens abgelesen werden.

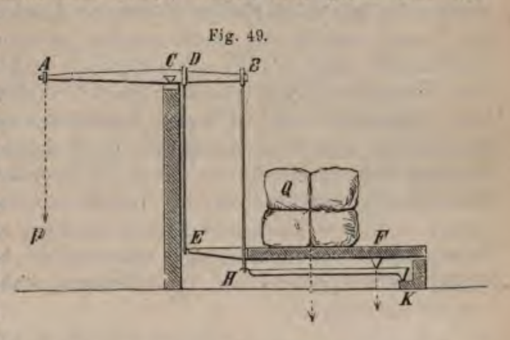
Fig. 48.



Bei feinen chemischen Wagen, z. B. der Mohrschen Wage, ist der eine Arm in 10 gleiche Teile geteilt und läfst sich ein kleines Gewicht, ein Centigramm oder Milligramm, der sogenannte Reiter, an die einzelnen Teilpunkte verschieben. Der Verschiebung um einen Teil entspricht eine Änderung der Belastung um 0,1 des Reiters.

Die **Brückenwage** (Decimalwage, Centesimalwage) dient zum bequemen Abwägen gröfserer Lasten. Die horizontale Brücke EF (Fig. 49) ist mit ihrem vorderen Ende bei E an der vertikalen Stange DE aufgehängt, während das hintere Ende bei F mittelst einer Schneide auf dem einarmigen Hebel KH ruht. Dieser dreht sich um die Schneide K, während sein vorderes Ende an der Stange HB hängt, welche frei durch eine Öffnung in der Brücke EF hindurchgeht und bei B am Wagebalken befestigt ist. Dieser trägt bei A die zur Aufnahme der Gewichte bestimmte Wagschale. Bei unbelasteter Schale und Brücke mufs der Wagebalken AB in horizontaler Lage im Gleichgewicht sein. Die Verhältnisse der Hebelarme sind so gewählt, dafs $CD:CB = KF:KH = 1:n$ ist. Die in Q auf der Brücke ruhende Last wird teils von der Stange DE, teils von der Schneide F getragen. Ist p der Zug an der Stange, q der Druck auf die Schneide, so ist $Q = p + q$. Die in D am Wagebalken angreifende Kraft p kann (§ 49) durch eine $n$mal kleinere in B wirkende Kraft $\frac{1}{n}p$ ersetzt werden. Ebenso erzeugt der in F auf den Hebel HK wirkende Druck q einen Zug gleich $\frac{1}{n}q$ an der Stange BH, mithin ist die gesamte Wirkung der Belastung Q auf den Wagebalken so grofs, als ob bei B ein Gewicht $\frac{1}{n}p + \frac{1}{n}q = \frac{1}{n}Q$ angehängt wäre. Ist z. B. $n = 5$ und $AC = 2\ CB$, so wird ein Gewicht $\frac{1}{10}\ Q$ in der Wagschale hinreichen, um die Last Q auf der Brücke im Gleichgewicht zu halten (Decimalwage). Hätte man $n = 10$ und $AC = 10BC$ gemacht, so wäre bei A nur ein Gewicht $\frac{1}{100}Q$ erforderlich (Centesimalwage).

Fig. 49.



Bei der Hebung und Senkung bleibt die Brücke stets sich selbst parallel. Es ist gleichgültig, in welchem Punkt die Last Q auf der Brücke ruht. — Anwendung des Prinzips der Erhaltung der Arbeit (§ 43) auf die Brückenwage.

Der Gebrauch der **Federwagen** beruht darauf, dafs die Ausdehnung oder Biegung elastischer Federn innerhalb der Grenzen der vollkommenen Elasticität (§ 8) dem dehnenden Gewicht proportional ist. Dieselben finden vielfache praktische Anwendung, sind jedoch für genaue Wägungen nicht geeignet und werden durch längeren Gebrauch und zu starke Belastung leicht unrichtig, indem die Feder eine bleibende Dehnung erleidet.

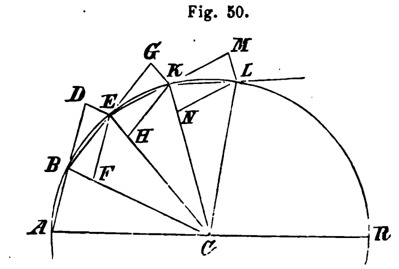
Gesetze der Centralbewegung und Pendelbewegung. Allgemeine Massenanziehung.

§ 55. **Kreisförmige Centralbewegung, Centralkraft.** Die Bewegung eines Körpers, welchem durch irgend eine Ursache eine Geschwindigkeit erteilt worden ist, bleibt eine geradlinige und gleichförmige, solange

keine Kraft auf ihn wirkt, welche die Richtung oder die Geschwindigkeit seiner Bewegung ändert (§ 31). Zu jeder Bewegung in krummliniger Bahn ist daher das Vorhandensein einer Kraft erforderlich, welche die stetige Richtungsänderung herbeiführt, wie z. B. die Schwerkraft bei der parabolischen Wurfbewegung (§ 35). Damit insbesondere ein Körper eine kreisförmige Bahn mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchlaufe, wie z. B. eine an einem Faden im Kreise geschwungene Kugel, oder der Mond bei seiner (annähernd) kreisförmigen Bewegung um die Erde, ist das Vorhandensein einer nach dem Mittelpunkt des Kreises gerichteten und fortdauernd mit gleicher Stärke wirkenden Centralkraft erforderlich. Dieselbe wird im ersten der soeben angeführten Beispiele durch die Spannung des Fadens (§ 38), an welchem der Körper befestigt ist, im zweiten Fall durch die von der Erdmasse auf den Mond ausgeübte Anziehung hervorgebracht. Sobald die Centralkraft zu wirken aufhörte (wenn z. B. der gespannte Faden zerrisse), würde der Körper seine augenblickliche Bewegungsrichtung unverändert beibehalten, also in der Richtung der Tangente der kreisförmigen Bahn sich vom Mittelpunkt derselben entfernen.

Das lediglich aus der Eigenschaft des Beharrungsvermögens (§ 31) entspringende Bestreben der Teile rotierender Körper, sich in der Richtung der Tangente vom Mittelpunkt der Bewegung zu entfernen, kann durch Versuche an der sogenannten Centrifugalmaschine erläutert werden, bei welcher, mittelst zweier durch einen Schnurlauf verbundenen Räder von verschiedenem Durchmesser (§ 48), eine Axe und die auf ihr befestigten Gegenstände in schnelle Rotation versetzt werden können. Vielfache Anwendung findet diese Eigenschaft rotierender Körper in der Technik, z. B. bei Centrifugalpumpen, Centrifugalgebläsen, Trockenmaschinen, den Centrifugalapparaten der Zuckersiedereien u. s. w.*)

Fig. 50.



Um die Gröfse der Centralkraft zu bestimmen, welche erforderlich ist, um einen Körper in seiner kreisförmigen Bahn zu erhalten, denke man sich die stetig wirkende Kraft zunächst durch eine Reihe in sehr kurzen Zeitintervallen wirkender Momentankräfte (§ 31a) ersetzt. Der Körper, dessen Dimensionen der Einfachheit wegen als verschwindend klein betrachtet werden mögen, durchlaufe die Sehne AB des Kreises (Fig. 50) in $\frac{1}{n}$ Sekunde mit der Geschwindigkeit v, so

*) Ist ein Körper gezwungen, sich auf einer vorgeschriebenen Bahn zu bewegen, indem er z. B. durch einen Faden verhindert wird, sich vom Mittelpunkt der Kreisbahn zu entfernen, so übt er seinerseits infolge seines Beharrungsvermögens einen Druck auf die Bahn, oder einen Zug an dem Faden aus, den man Centrifugalkraft nennen kann, und welcher der auf den bewegten Körper wirkenden Centralkraft gleich, aber entgegengesetzt gerichtet ist, indem auch hier das Prinzip der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung (§ 38) Anwendung findet. Man darf aber nicht, wie häufig mifsverständlich geschieht, die Centrifugalkraft als eine auf den im Kreise bewegten Körper wirkende Kraft betrachten. Wirkten Centripetalkraft und Centrifugalkraft auf denselben Körper, so würden sie sich gegenseitig aufheben, und der Körper müfste sich in gerader Linie bewegen. Der Angriffspunkt der Centrifugalkraft ist vielmehr im angeführten Falle der Endpunkt des Fadens, an welchem der Körper befestigt ist, oder mittelbar der Mittelpunkt des Kreises, in welchem der Faden befestigt ist. Bei der Bewegung des Mondes um die Erde ist überhaupt keine Centrifugalkraft vorhanden, wenn man nicht die Anziehung, welche der Mond auf die Erde ausübt, als solche bezeichnen will.

dafs also $AB = \frac{v}{n}$ ist (§ 30). In der nächsten $n$tel Sekunde würde er, wenn keine Kraft auf ihn wirkte, die Strecke $BD = AB$ durchlaufen. Macht man $BE = BD$ und zieht DE, so ist $\triangle\ DBE$ gleichschenklig, mithin $\angle\ ABE = 2\,BDE$ und $\angle\ ABC = BDE$, folglich $\triangle\ DEB \sim ABC$, da beide Dreiecke gleichschenklig sind und gleiche Basiswinkel haben. Aus der Gleichheit der Gegenwinkel ABC und BDE folgt, dafs $DE \parallel BC$ ist. Zieht man also noch $EF \parallel DB$, so ist $BDEF$ ein Parallelogramm. Wird dem bewegten Körper im Augenblick, wo er in B angelangt ist, eine Geschwindigkeit in der Richtung BC erteilt, infolge deren er in $\frac{1}{n}$ Sekunde die Strecke BF zurücklegen würde, so setzt sich diese mit der bereits vorhandenen Geschwindigkeit in der Richtung BD so zusammen, dafs der Körper in $\frac{1''}{n}$ von B nach E gelangt (§ 34). Ebenso mufs dem Körper, wenn er der Reihe nach die gleichen Sehnen EK, KL u. s. f. durchlaufen soll, am Ende jeder $n$tel Sekunde eine gleiche Geschwindigkeit in der Richtung nach dem Mittelpunkt C erteilt werden. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke BEF und BCE folgt $BF : BE = BE : BC$, oder da $BE = \frac{v}{n}$, so ist, wenn r den Halbmesser des Kreises bezeichnet, $BF = \frac{v^2}{n^2 r}$. Da der Körper infolge eines Stofses in $\frac{1''}{n}$ die Strecke BF durchlaufen soll, so mufs die durch jeden Stofs ihm erteilte Geschwindigkeit $n\,.\,BF = \frac{v^2}{nr}$ sein, und da in einer Sekunde n solcher Stöfse erfolgen, so würden diese ihm zusammen in einer Sekunde die Geschwindigkeit $\frac{v^2}{r}$ in der Richtung nach dem Mittelpunkte C zu erteilen vermögen. Denkt man sich nun, um von der unstetigen Bewegung zur stetigen Kreisbewegung überzugehen, die Zeitintervalle unendlich kurz, oder ihre Anzahl n über jede Grenze wachsend, so folgt, dafs, um den Körper in seiner kreisförmigen Bahn zu erhalten, eine stetige, nach dem Mittelpunkte C gerichtete Kraft auf ihn wirken mufs, welche demselben in einer Sekunde die Beschleunigung

1. $$\gamma = \frac{v^2}{r}$$

zu erteilen vermag. Die durch die Centralbewegung erzeugte Spannung eines Fadens, an welchem eine Masse m befestigt ist, die sich mit der Geschwindigkeit v in einem Kreise vom Halbmesser r bewegt, ist demnach (§ 38)

$$m\gamma = m\,\frac{v^2}{r}.$$

Dieselbe ist also der Masse und dem Quadrat der Geschwindigkeit direkt, dem Halbmesser des Kreises umgekehrt proportional*).

Bezeichnet T die Umlaufszeit, in welcher die kreisförmige Bahn durchlaufen wird, deren Länge $2\pi r$ ist, so ist $v = \frac{2\pi r}{T}$, oder wenn man diesen Wert für v in den obigen Ausdruck der Centralkraft γ einsetzt,

2. $$\gamma = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Rotiert ein Körper um eine feste Axe, so beschreiben alle Teile desselben Kreisbahnen von verschiedenem Halbmesser, die aber sämtlich in gleicher Zeit durchlaufen werden. Die Geschwindigkeit der Bewegung der einzelnen Teilchen wächst mit der Entfernung von der Drehungsaxe. Unter der Winkelgeschwindigkeit der Umdrehung versteht man die Geschwindigkeit eines Punktes, welcher sich in der Entfernung 1 von der Umdrehungsaxe befindet. Wird dieselbe mit

*) Bezeichnet $p = mg$ das Gewicht der am Faden befestigten Masse, so ist die Spannung des Fadens, in Gewichtseinheiten ausgedrückt, gleich $\frac{p}{g}\,.\,\frac{v^2}{r}$.

ω bezeichnet, so ist die Geschwindigkeit eines Punktes in der Entfernung r von der Umdrehungsaxe $v = r\omega$ oder umgekehrt

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2\pi}{T},$$

und es ergiebt sich:

3. $$\gamma = r\omega^2.$$

Bei gleicher Winkelgeschwindigkeit der Drehung oder bei gleicher Umlaufszeit ist also die zur Erhaltung der Kreisbewegung erforderliche Centralkraft dem Halbmesser der Bahn proportional.

§ 56. Beispiele der Anwendung der Gesetze der Kreisbewegung.

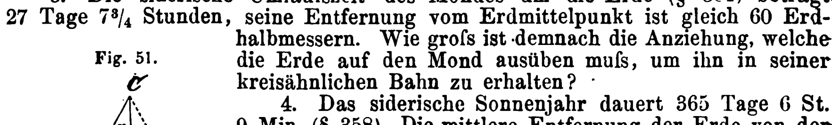
1. **Einflufs der Rotation der Erde auf die Schwerkraft und die Gestalt des Erdkörpers.** Die Erde vollendet ihre Axendrehung in 24 Stunden Sternzeit = 86164*) Sekunden, der Umfang des Erdäquators beträgt 40070 km. Wie grofs ist demnach die aus der Rotationsbewegung entspringende Verminderung der Schwerkraft am Äquator? Wie grofs ist die Änderung der Gröfse und Richtung der Schwerkraft unter der geographischen Breite φ?

Am Äquator ergiebt sich die Verminderung der Schwerkraft 33,9 mm oder gleich $\frac{1}{289}$ des ganzen Betrages. Bei 17mal gröfserer Rotationsgeschwindigkeit würde demnach die Schwerkraft gerade nur noch hinreichen, um die Körper an der Entfernung von der Erdoberfläche zu verhindern. Aufser der unmittelbaren Verminderung der Schwere am Äquator durch die Axendrehung der Erde ergiebt sich noch ein mittelbarer Einflufs aus der ebenfalls von der Axendrehung herrührenden **sphäroidischen** Gestalt des Erdkörpers. Da sich nämlich die Erde ursprünglich im feuerflüssigen Zustand befand (§ 240), und noch gegenwärtig der gröfste Teil ihrer Oberfläche mit Flüssigkeit bedeckt ist, so hat dieselbe, infolge ihrer Axendrehung, die Gestalt eines an den Polen abgeplatteten Umdrehungsellipsoids angenommen. Nach **Bessel** (§ 350) ist der Polardurchmesser des Erdsphäroids um $\frac{1}{299,1528}$ oder um etwa 42,66 km kürzer, als der Durchmesser des Äquators. Infolgedessen erleidet ein Körper am Pol eine um $\frac{1}{576}$ gröfsere Anziehung von der Erdmasse als am Äquator, so dafs, infolge beider Ursachen, die Schwerkraft am Äquator um $\frac{1}{192}$ geringer ist als am Pol. — Die Abnahme der Schwerkraft vom Pol nach dem Äquator kann aus leicht begreiflichen Gründen durch die gewöhnliche Wage nicht nachgewiesen werden, wohl aber würde dies mittelst einer Federwage (§ 54) möglich sein. Das am meisten geeignete Instrument jedoch zur Vergleichung der Intensität der Schwere an verschiedenen Punkten der Erdoberfläche ist das **Pendel** (s. unten § 63).

2. Mit welcher Geschwindigkeit müfste eine Kanonenkugel in horizontaler Richtung abgeschossen werden, damit sie in kreisförmiger Bahn um die Erde liefe? Wie grofs wäre demnach ihre Umlaufszeit? (Es wird angenommen, dafs kein Luftwiderstand stattfinde.)

3. Die siderische Umlaufszeit des Mondes um die Erde (§ 381) beträgt 27 Tage $7\frac{3}{4}$ Stunden, seine Entfernung vom Erdmittelpunkt ist gleich 60 Erdhalbmessern. Wie grofs ist demnach die Anziehung, welche die Erde auf den Mond ausüben mufs, um ihn in seiner kreisähnlichen Bahn zu erhalten?

Fig. 51.



4. Das siderische Sonnenjahr dauert 365 Tage 6 St. 9 Min. (§ 358). Die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne beträgt 149,5 Millionen Kilometer. Welche Anziehung mufs die Sonne auf die Erde ausüben, um dieselbe in ihrer Bahn zu erhalten?

5. **Konisches Pendel.** Ein schwerer Körper A (Fig. 51) ist an einem gewichtslosen Faden l aufgehängt. Welche Geschwindigkeit mufs demselben in der Richtung der Tangente des mit dem Halbmesser BA konstruierten

*) Ein Sterntag ist um 3′55,9″ mittl. Sonnenzeit kürzer als ein mittl. Sonnentag (§ 359).

Kreises erteilt werden, damit er sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit in immer gleichem Abstand um die Vertikallinie CB bewege?

Denkt man sich die Schwerkraft $AD = g$ durch die Komponenten AF und AE ersetzt, so wird die erstere durch den Widerstand des Fadens aufgehoben und giebt die Spannung an, welche der Faden während der Bewegung erleidet. Die Komponente AE mufs, wenn sie den Körper in seiner kreisförmigen Bahn, deren Halbmesser $AB = r$ ist, erhalten soll, gleich $\frac{v^2}{r}$ sein. Ist Winkel $ACB = ADE = \alpha$, so ist $AE = g$ tang α, und da $r = l \sin \alpha$ ist, $v^2 = gl \sin \alpha . \operatorname{tang} \alpha$. Die Umlaufszeit wird $T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cos \alpha$. Wird CB mit h bezeichnet, so ist $T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}$. Die Umlaufszeit ist also nur von der Intensität der Schwerkraft und von der Höhe h abhängig und ist für verschiedene Längen des Fadens l dieselbe, wenn h denselben Wert besitzt. Ist der Winkel α nur klein, so ändert sich $\cos \alpha$ und daher auch T nur sehr wenig mit wachsendem Werte von α (vergl. § 61).

§ 57. Kepplers Gesetze der Planetenbewegung.

1. Die Planeten bewegen sich um die Sonne in elliptischen Bahnen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

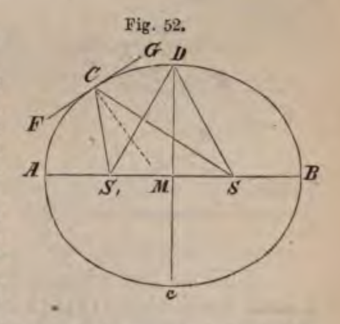
2. Der *Radius vector* eines Planeten durchstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume.

3. Die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich wie die Kuben der grofsen Halbaxen ihrer Bahnen oder ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne. (Vergl. § 379).

Nikolaus Kopernikus (geb. 1473, † 1543) erkannte, dafs die Sonne der Centralkörper unseres Planetensystems sei, und lehrte, dafs die Erde und die übrigen Planeten sich in kreisförmigen Bahnen um die Sonne bewegen. Gestützt auf die genaueren Beobachtungen von Tycho Brahe entdeckte Johannes Keppler (geb. 1571, † 1630), dafs die Planetenbahnen nicht genaue Kreise, sondern kreisähnliche Ellipsen von geringer Excentricität sind, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht. Besonders waren es Tychos Beobachtungen des Planeten Mars, durch welche Keppler zu seiner Entdeckung geführt wurde, indem unter den Bahnen der damals bekannten gröfseren Planeten die des Mars am meisten von der Kreisgestalt abweicht (§ 378). — Durch das dritte der von Keppler aus den Beobachtungen abgeleiteten Gesetze gelangte Isaak Newton (geb. 1642, † 1727) zur Erkenntnis des Gesetzes der allgemeinen Massenanziehung oder Gravitation (§ 58) und leitete die Kepplerschen Gesetze als notwendige Folgerungen aus diesem Gesetze ab.

§ 57a. Einige der wichtigsten geometrischen Eigenschaften der Ellipse.

Fig. 52.



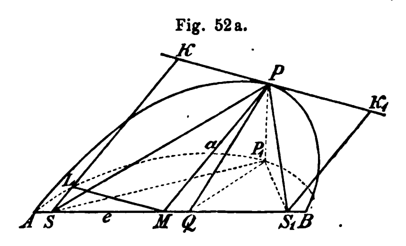
1. Man kann sich die Ellipse durch Bewegung eines Punktes C (Fig. 52) entstanden denken, dessen Abstände von zwei in einer Ebene gegebenen festen Punkten S und S_1 immer dieselbe Summe geben, so dafs z. B. $SA + AS_1 = SC + CS_1 = SD + DS_1 = SB + BS_1$ ist. Die festen Punkte S und S_1 heifsen die Brennpunkte der Ellipse, die von einem Punkte C nach den Brennpunkten gezogenen Geraden CS und CS_1 sind seine Brennstrahlen. Insbesondere heifst der vom Ort eines Planeten nach der Sonne S gezogene Brennstrahl der *Radius vector* oder Leitstrahl des Planeten. Aus der Symmetrie in Beziehung auf die beiden Brennpunkte folgt, dafs $AS = BS_1$ ist, mithin die konstante Summe der Brennstrahlen $AS + AS_1 = BS + BS_1 = AB$, d. i. gleich dem durch die beiden Brennpunkte gezogenen gröfsten Durchmesser oder der grofsen Axe der Ellipse.

Der im Mittelpunkt M senkrecht auf der großen Axe errichtete Durchmesser DE ist der kleinste Durchmesser und wird die kleine Axe genannt. Die Entfernung des Mittelpunktes von jedem der beiden Brennpunkte $MS = MS_1$ heißt Excentricität. Die Ellipse ist um so kreisähnlicher, je kleiner ihre Excentricität im Verhältnis zur großen Axe. Im besonderen Falle, daß die Excentricität gleich Null ist, oder daß beide Brennpunkte zusammenfallen, geht die Ellipse in einen Kreis über. Wird die große Halbaxe MA mit a, die kleine Halbaxe MD mit b, die Excentricität MS mit e bezeichnet, so ist $SD + DS_1 = 2a$, mithin $SD = a$, und aus der Betrachtung des rechtwinkligen Dreiecks SMD folgt, daß $e^2 = a^2 - b^2$ ist.

2. Eine andere wichtige Eigenschaft der Ellipse, welche in der Akustik (§ 123) und Optik (§ 140) zur Anwendung kommt, ist die, daſs die Winkel, welche die vom Punkte C aus gezogenen Brennstrahlen CS, CS_1 mit der in diesem Punkte an die Ellipse gezogenen Tangente FCG einschlieſsen, einander gleich sind.

3. Die Ellipse ist einer der drei Kegelschnitte (Ellipse, Parabel, Hyperbel), oder derjenigen Kurven, in welchen der Mantel eines (geraden oder schiefen) Kreiskegels von einer Ebene durchschnitten wird, je nachdem dieselbe mehr oder minder gegen die Axe des Kegels geneigt ist. (Bei der Ellipse ist die Summe, bei der Hyperbel die Differenz der nach zwei festen Punkten gezogenen Brennstrahlen konstant. [Vergl. auch § 35.])

Fig. 52a.



4. Projiziert man einen Kreis auf eine Ebene, die unter einem beliebigen Winkel gegen die Ebene des Kreises geneigt ist, indem man von jedem Punkte der Peripherie des Kreises ein Lot auf die Projektionsebene fällt, so ist die von den Fußpunkten sämtlicher Lote gebildete Projektion des Kreises eine Ellipse.

Ist AP_1B die Projektion des Halbkreises APB vom Halbmesser a, M der Mittelpunkt, PP_1 lotrecht zur Ebene AP_1B, ferner $PQ \perp AB$, so ist PQP_1 der Neigungswinkel α der beiden Ebenen. Es seien jetzt auf dem Durchmesser AB die beiden Punkte S und S_1 so bestimmt, daß MS gleich $MS_1 = e = a \sin \alpha$ ist, und S und S_1 mit P und P_1 verbunden; endlich sei KPK_1 eine Kreistangente, d. h. $KK_1 \perp MP$, $SK \parallel S_1K_1 \parallel MP$ und $LM \parallel KP$, so sind die rechtwinkligen Dreiecke MSL und PMQ ähnlich, weil Winkel $S = M$, als Gegenwinkel, folglich ist:

$$ML : MS = PQ : PM,$$

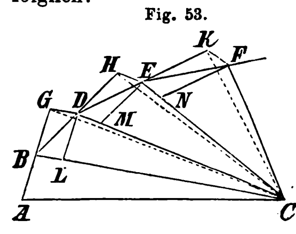
d. i. $$ML : e = PQ : a,$$

und weil nach der Konstruktion $\sin \alpha = \frac{PP_1}{PQ} = \frac{e}{a}$ ist, so ist auch:

$$PP_1 : e = PQ : a,$$

folglich:

Fig. 53.



$ML = PP_1$ und demnach auch $PK = PP_1$; also $\triangle PKS \cong \triangle PP_1S$ und $P_1S = KS$. Ebenso läßt sich beweisen, daß $P_1S_1 = K_1S_1$ ist, und weil, im Trapez SKK_1S_1, $KS + K_1S_1 = 2PM = 2a$ ist, ergiebt sich auch

$$P_1S + P_1S_1 = 2a,$$

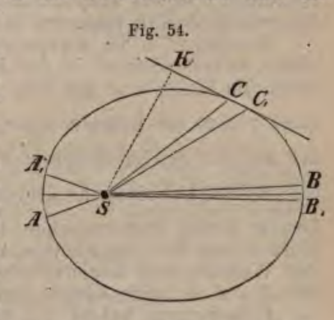
also ist (nach 1) der Ort von P_1, d. h. die Projektion des Kreises, eine Ellipse.

§ 57b. Das zweite Kepplersche Gesetz, welches auch unter dem Namen des Flächensatzes bekannt ist, gilt allgemein für jede Art der Centralbewegung. Denkt man sich nämlich, wie in § 55, die stetig wirkende, nach dem Punkte C (Fig. 53) gerichtete Centralkraft durch eine Reihe in gleichen Zeitintervallen aufeinanderfolgender Impulse ersetzt, und stellen AB, BD, DE, . . die in gleichen Zeiträumen durchlaufenen Wegstrecken vor, die im allgemeinen unter einander an Größe verschieden sein werden, so ist, wie sich aus der Kon-

struktion ergiebt, $\triangle\, ACB = BCG$ (weil $BG = AB$) und $BCG = BCD$ (weil $GD \parallel BC$), mithin $\triangle\, ACB = BCD$, ebenso $\triangle\, BCD = DCE$, u. s. f. Diese Dreiecke stellen aber die vom *Radius vector* in gleichen Zeiten durchstrichenen Flächenräume dar. (Vergl. § 379.)

Steht die Sonne im Brennpunkt S (Fig. 54), so befindet sich der Planet bei A in der Sonnennähe oder im Perihel, bei B in der Sonnenferne oder im Aphel. Sind AA_1, CC_1, BB_1 drei kleine Bahnstrecken, welche in gleichen Zeiträumen durchlaufen werden, so sind nach dem zweiten Kepplerschen Gesetz die Dreiecke ASA_1, CSC_1, BSB_1 flächengleich, mithin die Grundlinien der Dreiecke den Höhen SA, SK, SB, d. h. die Geschwindigkeiten des Planeten in beliebigen Punkten den Entfernungen der Sonne von den zugehörigen Tangenten umgekehrt proportional. Die Geschwindigkeit ist also am gröfsten im Perihel, am kleinsten im Aphel, und zwar stehen beide Geschwindigkeiten im Verhältnis von $(a + e) : (a - e)$. Die Excentricität der Erdbahn beträgt $\frac{1}{60}$ der grofsen Axe (§ 378). Die Erde befindet sich am 1. Januar im Perihel, am 2. Juli im Aphel (§ 362). Wahre und mittlere Anomalie. Mittelpunktsgleichung des Planeten. Zeitgleichung. (§ 359).

Fig. 54.



Die elliptische Bewegung der Planeten ist eine Folge des Newtonschen Gravitationsgesetzes (§ 58). Es läfst sich nämlich erweisen, dafs ein Punkt, welcher von einem anderen festen Punkte nach diesem Gesetz angezogen wird, eine Ellipse, eine Parabel oder eine Hyperbel beschreiben mufs. (§ 379.)

§ 58. Newtons Gravitationsgesetz. Allgemeine Massenanziehung. Sind r_1 und r_2 (Fig. 55) die Halbmesser der Bahnen zweier Planeten, die der Einfachheit halber als kreisförmig betrachtet werden sollen, T_1 und T_2 ihre Umlaufszeiten, so sind die Anziehungen, welche beide Planeten von der Sonne erfahren müssen, um in ihren kreisförmigen Bahnen zu beharren (§ 55, 2),

Fig. 55.

$$\gamma_1 = \frac{4\pi^2 r_1}{T_1^2}, \qquad \gamma_2 = \frac{4\pi^2 r_2}{T_2^2},$$

mithin:

$$\gamma_1 : \gamma_2 = \frac{r_1}{T_1^2} : \frac{r_2}{T_2^2}.$$

Nach dem dritten Kepplerschen Gesetz (§ 57) ist aber:

$$T_1^2 : T_2^2 = r_1^3 : r_2^3,$$

woraus folgt:

$$\gamma_1 : \gamma_2 = \frac{1}{r_1^2} : \frac{1}{r_2^2},$$

oder die Anziehungen, welche zwei Planeten vom Centralkörper erfahren, stehen im umgekehrten Verhältnis der Quadrate der Entfernungen.

Dasselbe Gesetz gilt für die Trabanten eines und desselben Planeten (Jupiter, Saturn). Vergleicht man ferner die Anziehung, welche die Erde auf den Mond ausübt (§ 56, 3), mit derjenigen Anziehung, welche die Körper auf der Erdoberfläche erfahren, so ergiebt sich, dafs diese Kräfte ebenfalls im umgekehrten Verhältnis der Quadrate der Entfernungen stehen. Durch diese Betrachtungen wurde Newton zu dem Gesetz der allgemeinen Massenanziehung oder Gravitation geführt:

Alle Teile der Materie ziehen einander an mit einer Kraft, welche den anziehenden Massen direkt, den Quadraten der Entfernungen aber umgekehrt proportional ist. (§ 387.)

Es ist ohne weiteres klar, dafs bei gleicher Entfernung die doppelte Masse eine doppelte, die *n*fache Masse eine *n*fache Anziehung ausübt. In doppelter Entfernung würde eine 4fache, bei dreifacher Entfernung eine 9mal gröfsere Masse erforderlich sein, um die gleiche Anziehung hervorzubringen.

Bezeichnet k die Beschleunigung, welche ein Körper von der Masse 1 einem anderen Körper in der Entfernung 1 zu erteilen vermag, so wird letzterer durch die Masse m in der Entfernung 1 die Beschleunigung $k \cdot m$, in der Entfernung r aber die Beschleunigung $\gamma = k \cdot \frac{m}{r^2}$ erfahren. Ist ferner m' die Masse des angezogenen Körpers, so ist die Anziehung, welche derselbe erfährt, in Gewichtseinheiten ausgedrückt (§ 38), $p = m' \cdot \gamma = k \frac{mm'}{r^2}$, oder diesen Druck würde eine zwischen beiden Körpern befindliche feste Strebe erleiden müssen, um ihre gegenseitige Annäherung zu verhindern. Prinzip der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung (§ 38). A übt auf B dieselbe Anziehung aus, wie B auf A, beide Körper sind also mit Hilfe der Strebe im Gleichgewicht.

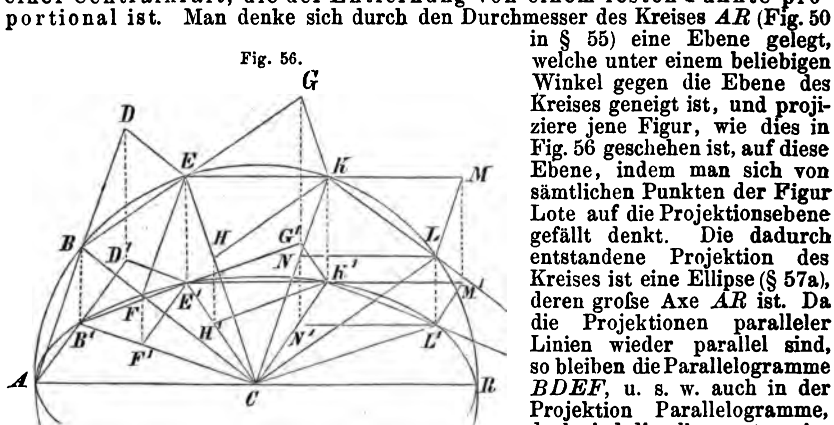
Folgerungen, welche sich aus dem Newtonschen Gravitationsgesetz in betreff der relativen Massen der Sonne, der Erde und der übrigen mit Trabanten versehenen Planeten ableiten lassen. Versuche von Reich, Cavendish, u. s. w. zur Bestimmung der Masse und Dichtigkeit der Erde mittelst der Drehwage ($d = 5{,}6$).

Eine Folge des Newtonschen Gesetzes ist die, dafs **eine homogene oder aus concentrischen Schichten von gleichförmiger Dichtigkeit zusammengesetzte Kugel einen aufserhalb derselben befindlichen Körper ebenso anzieht, als ob ihre ganze Masse im Mittelpunkt der Kugel vereinigt wäre.**

Die Anziehungen der Teile einer homogenen hohlen Kugelschale auf einen innerhalb der Höhlung gelegenen Punkt heben einander gegenseitig auf. Daraus zu ziehende Folgerungen über die Abnahme der Schwere im Innern des Erdkörpers.

§ 59. **Bewegung eines materiellen Punktes unter dem Einflufs einer Centralkraft, die der Entfernung von einem festen Punkte proportional ist.** Man denke sich durch den Durchmesser des Kreises AR (Fig. 50 in § 55) eine Ebene gelegt, welche unter einem beliebigen Winkel gegen die Ebene des Kreises geneigt ist, und projiziere jene Figur, wie dies in Fig. 56 geschehen ist, auf diese Ebene, indem man sich von sämtlichen Punkten der Figur Lote auf die Projektionsebene gefällt denkt. Die dadurch entstandene Projektion des Kreises ist eine Ellipse (§ 57a), deren grofse Axe AR ist. Da die Projektionen paralleler Linien wieder parallel sind, so bleiben die Parallelogramme $BDEF$, u. s. w. auch in der Projektion Parallelogramme, doch sind dieselben unter einander nicht mehr kongruent. Die Linien $B'F'$, $E'H'$, u. s. w., welche die von der Centralkraft dem beweglichen Punkte in gleichen Zeitintervallen erteilten Impulse darstellen, werden durch die Projektion in demselben Verhältnis verkürzt, wie die entsprechenden Halbmesser der Ellipse $B'C$, $E'C$, u. s. w. Die Projektionsfigur stellt also die Centralbewegung eines Punktes unter dem Einflufs einer Centralkraft vor, welche der Entfernung von dem festen Mittelpunkt C propor-

Fig. 56.



tional ist. Es ergiebt sich demnach durch dieselben Betrachtungen wie in § 55, dafs ein materieller Punkt, welcher von einem festen Centrum C mit einer der Entfernung proportionalen Kraft angezogen wird, eine Ellipse um den Mittelpunkt C beschreibt. Ist a die Länge der grofsen Halbaxe der Ellipse CA, und bezeichnet k die Anziehung, welche der Punkt in der Entfernung 1 erfährt, also ka die Anziehung in der Entfernung a, so ist die Umlaufszeit T gleich derjenigen eines Punktes, welcher sich in einer kreisförmigen Bahn vom Halbmesser a unter dem Einflufs der Centralkraft $\gamma = ka$ bewegt. Aus Formel 2 in § 55 ergiebt sich aber diese Umlaufszeit

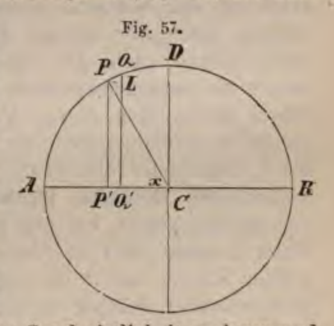
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a}{\gamma}} = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}.$$

Es folgt hieraus der wichtige Satz, dafs die Umlaufszeit einzig und allein von der durch die Gröfse k ausgedrückten Intensität der Centralkraft, nicht aber von den Dimensionen der Bahn abhängt, und dafs dieselbe der Quadratwurzel aus der Gröfse k umgekehrt proportional ist. Alle materiellen Punkte, welche sich unter dem Einflufs derselben der Entfernung proportionalen Kraft um das Centrum C bewegen, durchlaufen demnach ihre Bahnen, seien dieselben an Gröfse und Excentricität noch so verschieden, in gleicher Zeit.

Die erwiesenen Sätze finden ihre Anwendung insbesondere in der Theorie der Schwingungen elastischer Körper, indem die Teilchen eines solchen, wenn sie durch Einwirkung einer äufseren Kraft eine Verschiebung erlitten haben, mit einer der Gröfse der Verschiebung proportionalen Kraft nach ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage zurückgetrieben werden (§ 8) und infolgedessen eine Reihe von Schwingungen oder Oscillationen um die Gleichgewichtslage vollführen, die im allgemeinen elliptisch sind. Wird die kleine Axe der Ellipse gleich Null, so reduziert sich die Bahn auf eine gerade Linie. Da dieser Fall besonders häufige Anwendung findet, so wird derselbe im folgenden Paragraphen besonders behandelt werden.

§ 60. Geradlinige Schwingungsbewegung. Im Fall, dafs die Projektionsebene des vorigen Paragraphen auf der Ebene des projizierten Kreises senkrecht steht, verschwindet die kleine Axe der durch die Projektion des Kreises entstandenen Ellipse, und die Bewegung des Punktes reduziert sich auf eine geradlinig hin- und hergehende Oscillationsbewegung. Ist der bewegliche Punkt durch eine äufsere Kraft aus seiner Gleichgewichtslage C (Fig. 57) bis zum Punkte A entfernt worden, und wird derselbe jetzt ohne Anfangsgeschwindigkeit der Wirkung der nach C gerichteten Centralkraft überlassen, so bewegt er sich von A bis C mit zunehmender Geschwindigkeit. Da aber die Wirkung der Centralkraft der Entfernung von C proportional abnimmt und in C selbst gleich Null wird, so ist seine Beschleunigung eine ungleichförmige. Im Punkte C hat die Geschwindigkeit ihren gröfsten Wert erreicht. Infolge der erlangten Geschwindigkeit geht der Punkt über C hinaus und bewegt sich von C bis R mit ungleichförmig verringerter Geschwindigkeit, indem diese durch die entgegenwirkende Centralkraft in demselben Mafse vermindert wird, wie sie auf dem Wege AC vermehrt wurde. In R angelangt, hat der Punkt seine Geschwindigkeit verloren und kehrt in derselben Weise über C bis nach A und in derselben Zeit zurück, welche zur Bewegung von A bis R erforderlich war. Die Zeit, welche zum Hin- und Rückgang erforderlich ist, heifst eine ganze oder vollständige Schwingungsdauer. Die zur Bewegung von A nach R oder von R nach A erforderliche Zeit ist demnach eine halbe Schwingungsdauer. Die gröfste Entfernung aus der Gleichgewichtslage $CA = CR$ heifst die Amplitude oder Schwingungsweite. Denkt man sich auf der Kreisperipherie APR den Punkt P mit gleichförmiger Geschwindigkeit so bewegt, dafs er während einer hin- und hergehenden Schwingung die ganze Kreisperipherie durchläuft, so wird, wie aus den Betrachtungen des vorhergehenden Paragraphen folgt, der auf dem Kreis-

Fig. 57.



durchmesser unter Einfluſs der Centralkraft schwingende Punkt P' in seiner Bewegung immer mit der Projektion des Punktes P übereinstimmen, so daſs z. B. der Kreisbogen PQ in derselben Zeit durchlaufen wird, wie die Projektion $P'Q'$. Die augenblickliche Entfernung des beweglichen Punktes P' vom Mittelpunkt C, CP', heiſst seine Elongation, der Centriwinkel $ACP = x$, welcher während einer vollständigen Schwingung von 0° bis 360° wächst, heiſst die dem Punkt P' der Bahn entsprechende Schwingungsphase. Setzt man die Schwingungsamplitude $AC = PC = a$, so ist die Elongation $CP' = a' = a \cos x$. Sind v und v' die Geschwindigkeiten der Punkte P und P', und ist PQ ein unendlich kleiner, daher als geradlinig zu betrachtender Kreisbogen, so ist, da die Strecken PQ und $P'Q'$ in gleicher Zeit durchlaufen werden,

$$\frac{v'}{v} = \frac{P'Q'}{PQ}.$$

Zieht man $PL \parallel P'Q'$, so ist $PL = P'Q'$, und da im rechtwinkligen Dreieck PLQ Winkel $PQL = x$, so wird $PL = PQ \sin x$, mithin die Geschwindigkeit

$$v' = v \sin x.$$

Da die Geschwindigkeit v, mit welcher der Punkt P sich auf der Kreislinie bewegt, eine gleichförmige ist, so ist die Geschwindigkeit des Punktes P' an einer beliebigen Stelle seiner Bahn dem Sinus der Schwingungsphase, oder der Ordinate PP' proportional. Dieselbe hat ihren gröſsten Wert $\pm v$ im Punkte C, sie ist Null in den beiden Punkten der gröſsten Elongation A und B. Das negative Vorzeichen des Sinus im dritten und vierten Quadranten entspricht der entgegengesetzten Richtung der Bewegung Die ganze Dauer einer Schwingung ist, wie in § 59 gezeigt, von der Schwingungsamplitude unabhängig und hat den Wert

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}},$$

wenn k die Gröſse der nach C gerichteten Centralkraft in der Entfernung 1 bezeichnet.

§ 61. Pendelbewegung. Ein an einem Faden aufgehängter schwerer Körper befindet sich unter dem Einfluſs der Schwerkraft im stabilen Gleichgewicht, wenn die Richtung des Fadens vertikal ist, und der Schwerpunkt des Körpers vertikal unter dem Aufhängungspunkte liegt (§ 51). Wird der Körper aus dieser Gleichgewichtslage entfernt und der Wirkung der Schwere überlassen, so kehrt er in die Gleichgewichtslage zurück, geht aber infolge der dabei erlangten Geschwindigkeit über dieselbe hinaus nach der entgegengesetzten Seite, bis die Geschwindigkeit durch die entgegenwirkende Schwerkraft aufgehoben worden ist, und vollführt, indem sich dieser Vorgang wiederholt, eine Reihe hin- und hergehender Schwingungen um die Gleichgewichtslage (vergl. § 60), welche ins Unbegrenzte fortdauern würden, wenn nicht durch äuſsere Bewegungshindernisse (Reibung, Luftwiderstand) die Schwingungsweite immer mehr vermindert würde, bis der Körper endlich in seiner Gleichgewichtslage in Ruhe kommt. Ein in dieser Weise um seine Gleichgewichtslage schwingender Körper heiſst im allgemeinen ein physisches Pendel. Man giebt dem schweren Körper häufig die Gestalt einer Kugel, deren Durchmesser klein ist im Verhältnis zur Länge des Aufhängungsfadens, oder hängt (bei Pendeluhren) einen zur Verminderung des Luftwiderstandes linsenförmigen Körper an einer Pendelstange von verhältnismäſsig geringem Gewicht auf, die ihrerseits frei drehbar auf einer Schneide ruht, oder mittelst einer dünnen, elastischen Feder aufgehängt ist. Denkt man sich der Einfachheit halber die Masse des schweren Körpers in einem Punkt vereinigt, welcher an einem unausdehnbar und gewichtslos gedachten Faden aufgehängt ist, so hat man ein mathematisches Pendel. Die Schwingungsgesetze des physischen Pendels können, wie unten gezeigt wird, auf die

des mathematischen zurückgeführt werden. Galilei fand (1602), dafs die Schwingungsdauer des Pendels 1) von der Masse und Substanz des schweren Körpers, sowie 2) von der Schwingungsweite unabhängig ist, solange letztere die Gröfse von einigen Bogengraden nicht überschreitet, dafs dieselbe dagegen von der Pendellänge abhängt, indem 3) die Schwingungsdauer ungleich langer Pendel im direkten Verhältnis der Quadratwurzel aus der Pendellänge steht. Läfst man endlich dasselbe Pendel an zwei verschiedenen Orten schwingen, wo die Schwerkraft ungleiche Intensität besitzt (§ 56, 1), so ist 4) die Schwingungsdauer der Quadratwurzel aus der Intensität der Schwere umgekehrt proportional.

Die Dauer einer vollständigen Schwingung (eines Hin- und Rückganges) wird, wenn l die Pendellänge, g die Intensität der Schwerkraft (§ 32) bezeichnet, durch die Formel ausgedrückt

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Fig. 58.

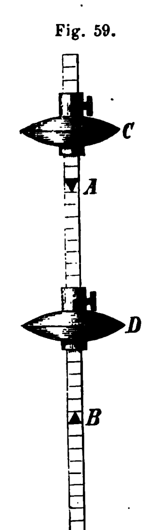
Es sei CA (Fig. 58) die Gleichgewichtslage des mathematischen Pendels, CB seine Lage zur Zeit der gröfsten Elongation, mithin AB die Schwingungsweite, so wird sich das Pendel während einer halben Schwingung von B über A bis D bewegen, so dafs $AD = AB$ ist, indem die Bewegung während des Aufsteigens von A bis D durch die Schwerkraft in demselben Mafse verzögert wird, wie sie während des Herabsinkens von B bis A beschleunigt wurde. Ist E ein beliebiger Punkt der Bahn des Pendels, und zerlegt man die Schwerkraft $EF = g$ in die rechtwinkligen Komponenten EK und EG, so wird die Komponente EK durch den Widerstand des unausdehnsamen Fadens aufgehoben, während die Komponente EG die Beschleunigung angiebt, mit welcher das Pendel nach der Gleichgewichtslage A getrieben wird. Es ist aber $EG = g \sin EFG$, oder da $\angle\ EFG = ECL$ ist, $EG = g \cdot \frac{EL}{EC} = \frac{g}{l} \cdot EL$. Ist die Schwingungsweite so klein, dafs ohne merklichen Fehler die Länge der halben Sehnen BM, EL mit der der Bogen BA, EA verwechselt werden darf, so kann die Bewegung des Pendels mit der geradlinigen Bewegung eines Punktes verglichen werden, welcher von dem festen Punkte A mit einer der Entfernung proportionalen Kraft $\frac{g}{l} \cdot EA$ angezogen wird. Die Schwingungsdauer eines solchen Punktes wird aber nach § 60 durch die Formel $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ausgedrückt, woraus sich die oben ausgesprochenen Gesetze ergeben. Die Zeit T ist die Dauer einer vollständigen oder Doppelschwingung des Pendels. Die Dauer eines einfachen Hin- und Rückganges ist mithin

$$t = \frac{1}{2}\ T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Die Geschwindigkeit des Pendels im Punkte E seiner Bahn ist gleich der Geschwindigkeit, welche ein Körper erlangen würde, wenn er in vertikaler Richtung durch die Strecke ML frei herabfiele (vergl. §§ 32, 41) oder $v = \sqrt{2\,g \cdot ML}$. Im tiefsten Punkte A erlangt die Geschwindigkeit den gröfsten Wert $\sqrt{2g \cdot MA}$. Infolge der erlangten Geschwindigkeit ist der schwere Körper fähig, wieder bis zu derjenigen Höhe emporzusteigen, von welcher er herabgefallen ist (vergl. § 33). Beim Herabfallen des Pendels wird eine gewisse Arbeit geleistet und dadurch eine Bewegung erzeugt, die während des Emporsteigens wieder zur Erzeugung von Arbeit verbraucht wird (§ 43).

§ 62. **Physisches Pendel.** Die im vorhergehenden Paragraphen für die kleinen Schwingungen des einfachen oder mathematischen Pendels aufgestellten Gesetze behalten ihre Gültigkeit im wesentlichen auch für das zusammengesetzte oder physische Pendel. Da bei der Drehung des letzteren um den Aufhängungspunkt alle Teile desselben infolge ihrer festen Verbindung eine gemeinsame Winkelgeschwindigkeit (§ 55) und Schwingungsdauer haben müssen, so werden sie sich in ihrer Bewegung gegenseitig so beeinflussen, dafs die Geschwindigkeit der vom Umdrehungspunkt entfernteren Teile durch die näheren vermehrt, die der näheren durch die entfernteren verringert wird. Es läfst sich jederzeit die Länge eines mathematischen Pendels so wählen, dafs seine Schwingungen mit denen des gegebenen physischen Pendels übereinstimmen. Die Länge dieses mathematischen Pendels heifst die reduzierte Pendellänge. Trägt man auf der durch den Aufhängungspunkt und den Schwerpunkt des physischen Pendels gezogenen Geraden, von ersterem aus, eine Strecke gleich der reduzierten Pendellänge ab, so heifst der Endpunkt dieser Strecke der Schwingungspunkt des physischen Pendels. Derselbe liegt etwas tiefer als der Schwerpunkt, liegt demselben aber sehr nahe, wenn das Pendel aus einem schweren Körper von verhältnismäfsig geringer Ausdehnung besteht, der an einem Faden von geringer Masse aufgehängt ist. Die reduzierte Pendellänge kann entweder durch Rechnung, oder durch den Versuch gefunden werden. Letzteres geschieht bei dem sogenannten Reversionspendel von Bohnenberger (1811), welches Kater (1818) zur Bestimmung der Länge des Sekundenpendels benützte. Der Gebrauch desselben beruht auf dem Satze, dafs die Schwingungsdauer eines physischen Pendels unverändert bleibt, wenn man den Schwingungspunkt zum Aufhängungspunkt macht (Huygens, 1673), so dafs also dann der Aufhängungspunkt zum Schwingungspunkt wird. An der Pendelstange sind zwei nach entgegengesetzten Richtungen gekehrte Schneiden A und B (Fig. 59) und aufserdem zwei verschiebbare Massen C, D angebracht, deren Stellung so reguliert werden kann, dafs das Pendel gleiche Schwingungsdauer besitzt, mag es auf der Schneide A oder B aufgehängt werden. Der Abstand der beiden Schneiden AB giebt dann die reduzierte Pendellänge an.

Fig. 59.



An einer unbiegsamen Geraden, welche um den festen Punkt C (Fig. 60) drehbar ist, seien in den Punkten A_1, A_2, A_3, ... die Massen m_1, m_2, m_3, ... angebracht, deren Entfernungen vom Drehungspunkt C beziehungsweise r_1, r_2, r_3, ... sind. Soll der Geraden in einer Sekunde die Winkelgeschwindigkeit ω erteilt werden, so sind die Geschwindigkeiten, welche die einzelnen Massen m_1, m_2, m_3, ... dadurch in tangentialer Richtung erlangen (§ 55), beziehungsweise gleich $r_1\omega$, $r_2\omega$, $r_3\omega$, ... Um den Massen in der Zeiteinheit diese Geschwindigkeiten zu erteilen, müssen auf dieselben beziehungsweise die (in Gewichtseinheiten [§ 38] ausgedrückten) Kräfte $m_1r_1\omega$, $m_2r_2\omega$, $m_3r_3\omega$, ... wirken. Diese Kräfte können aber nach § 46 durch eine einzige Kraft ersetzt werden, deren Moment in Beziehung auf den Drehungspunkt C gleich ist der Summe der Momente aller einzelnen Kräfte. Diese Momente sind $m_1r_1^2\omega$, $m_2r_2^2\omega$, $m_3r_3^2\omega$, ..., mithin mufs das Moment der Kraft, welche in der Zeiteinheit dem Körper die Drehungsgeschwindigkeit ω zu erteilen vermag, gleich $\omega \cdot \Sigma mr^2$ sein. Denkt man sich nun das Pendel um den Winkel α aus der Gleichgewichtslage gedreht, so sind die tangentialen Komponenten der durch die Schwere auf die Massen m_1,

m_2, m_3, ... ausgeübten Kräfte (§ 61), in Gewichtseinheiten ausgedrückt, gleich $m_1 g \sin\alpha$, $m_2 g \sin\alpha$, $m_3 g \sin\alpha$, ... und ihre Momente gleich $m_1 r_1 g \sin\alpha$, $m_2 r_2 g \sin\alpha$, $m_3 r_3 g \sin\alpha$, ..., wobei, um die Vorzeichen der Momente zu berücksichtigen, die Entfernungen der Massen, welche, wie m_3, oberhalb des Drehungspunktes angebracht sind, als negativ in Rechnung gebracht werden. Alle diese Momente können aber durch eine einzige Kraft ersetzt werden, deren Moment in Beziehung auf den Drehungspunkt gleich $g \sin\alpha \; \Sigma m r$ ist. Indem man diesen Ausdruck mit dem obigen vergleicht, ergiebt sich zur Bestimmung des durch dieses Drehungsmoment erzeugten Zuwachses der Winkelgeschwindigkeit die Gleichung

$$\omega \Sigma m r^2 = g \sin\alpha \Sigma m r,$$

woraus

$$\omega = g \sin\alpha \, . \, \frac{\Sigma m r}{\Sigma m r^2}.$$

Fig. 60.

Für ein **einfaches** Pendel von der Länge L reduziert sich jede der Summen im Zähler und Nenner dieses Ausdrucks auf ein einziges Glied, und es wird

$$\omega = g \sin\alpha \, . \, \frac{m L}{m L^2} = g . \sin\alpha \, . \, \frac{1}{L}.$$

Das **zusammengesetzte** Pendel wird also in seinen Schwingungen übereinstimmen mit einem einfachen Pendel, dessen Länge

$$L = \frac{\Sigma m r^2}{\Sigma m r},$$

oder dies ist der Ausdruck für die **reduzierte Pendellänge**.

Die den **Zähler** dieses Ausdrucks bildende Summe der Produkte aus den Massen und den **Quadraten** ihrer Entfernungen von der Drehungsaxe heifst das **Trägheitsmoment** des Pendels. Dasselbe drückt die doppelt genommene **Arbeitsgröfse** aus, welche erforderlich ist, um dem Körper die Drehungsgeschwindigkeit 1 um diese Axe zu erteilen. Da nämlich nach § 43 die Arbeit $\frac{1}{2} m v^2$ erforderlich ist, um der Masse m die Geschwindigkeit v zu erteilen, und da bei der Winkelgeschwindigkeit ω die Massen m_1, m_2, ... die Geschwindigkeiten $r_1\omega$, $r_2\omega$, ... besitzen, so ist zur Erzeugung dieser Winkelgeschwindigkeit die Arbeit $\Sigma \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \, . \, \Sigma m r^2$ erforderlich.

Der Nenner des Ausdrucks für L ist, wie leicht zu erweisen (vergl. § 51), gleich MR, wenn M die ganze Masse des Pendels, R die Entfernung seines Schwerpunktes vom Aufhängungspunkt bezeichnet. — Durch Massen, welche, wie m_3, oberhalb der Drehungsaxe angebracht werden, für welche also r negativ ist, wird der Nenner des Ausdrucks für L vermindert, der Zähler dagegen, da r^2 stets positiv ist, vergröfsert. Mithin wird durch solche Massen die reduzierte Pendellänge und die Schwingungsdauer stets vergröfsert und zwar um so mehr, je gröfser ihre Entfernung vom Drehungspunkte ist (Anwendung verschiebbarer Massen beim Taktzähler oder **Metronom**).

Kehrt man, wie oben beim Reversionspendel angegeben wurde, das Pendel so um, dafs der Schwingungspunkt zum Aufhängungspunkt wird, so treten anstelle von r_1, r_2, ... die Ausdrücke $L-r_1$, $L-r_2$, ... Mithin wird die reduzierte Länge des umgekehrten Pendels

$$L' = \frac{\Sigma m \, (L-r)^2}{\Sigma m \, (L-r)}.$$

Löst man die Klammern unter den Summenzeichen auf und bemerkt, dafs der Faktor L als unveränderliche und allen Gliedern gemeinsame Gröfse vor das Summenzeichen gesetzt werden darf, so erhält man:

$$L' = \frac{L^2 \, \Sigma m - 2L \, \Sigma m r + \Sigma m r^2}{L \, \Sigma m - \Sigma m r}.$$

Aus dem oben gefundenen Ausdruck für L folgt aber, dafs

$$\Sigma m r^2 = L \, . \, \Sigma m r$$

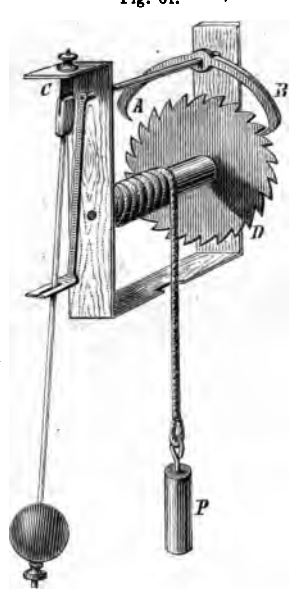
ist, mithin:

$$L' = \frac{L^2 \, . \, \Sigma m - L \, . \, \Sigma m r}{L \, . \, \Sigma m - \Sigma m r} = L,$$

oder die reduzierte Länge des umgekehrten Pendels ist gleich der des ursprünglichen, wie oben behauptet wurde.

§ 63. **Anwendung des physischen Pendels, Pendeluhr, Sekundenpendel, Messung der Intensität der Schwerkraft.** Auf der gleichmäfsigen Dauer der Pendelschwingungen, und namentlich auf der Unabhängigkeit der Schwingungsdauer von geringen Änderungen der Schwingungsweite beruht die wichtige Anwendung des Pendels als eines zeitmessenden Instrumentes in der von Huygens (1657) erfundenen Pendeluhr. Mit dem an einer elastischen Stahlfeder bei C (Fig. 61) aufgehängten Pendel ist der metallische Bügel AB so verbunden, dafs die beiden Arme desselben bei jeder Pendelschwingung abwechselnd bei A und bei B in die Zähne des Steigrades D eingreifen, welches infolgedessen durch das Gewicht P bei jedem Hin- und Hergange des Pendels um einen Zahn weiter gedreht wird. Hat das Rad z. B. 30 Zähne, und ist die Dauer einer einfachen Pendelschwingung gleich einer Sekunde, so wird sich das Rad in einer Minute einmal um seine Axe drehen. Die Drehung dieses Rades wird durch das aus mehreren in einander greifenden Zahnrädern gebildete Getriebe der Uhr an die Räder übertragen, auf deren Axen die Zeiger befestigt sind.

Fig. 61.



Das treibende Gewicht P wirkt in der Regel nicht an der Axe des Steigrades selbst, wie in der Figur, der Einfachheit wegen, angenommen wurde, sondern an einer Welle, die durch ein oder mehrere Zahnräder mit dem Steigrade in Verbindung steht. Durch die Zähne des Steigrades erhält zugleich das Pendel bei jeder Schwingung einen kleinen Stofs, welcher hinreicht, die durch Reibung und Luftwiderstand herbeigeführte Verminderung der Schwingungsweite zu ersetzen und das Pendel in gleichförmigem Gange zu erhalten. Über die Mittel, den störenden Einflufs der Temperatur auf die Länge der Pendelstange zu kompensieren, s. unten § 199. — Bei Chronometern und Taschenuhren tritt anstelle des Pendels die sogenannte Unruhe, ein Rädchen, welches durch eine feine, elastische Spiralfeder in regelmäfsige Schwingungen versetzt wird. Das treibende Gewicht wird durch eine gespannte, spiralförmig gewundene Stahlfeder ersetzt, die in ein cylindrisches Federgehäuse eingeschlossen ist und dasselbe durch ihre Elasticität zu drehen strebt.

Ein Pendel, dessen (einfache oder halbe) Schwingungsdauer eine Sekunde beträgt, heifst Sekundenpendel. Ist L die reduzierte Länge (§ 62) des Sekundenpendels, so ist (§ 61)

$$\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 1$$

oder:

$$g = \pi^2 L,\; L = \frac{g}{\pi^2}.$$

Aus der beobachteten Länge des Sekundenpendels wird daher die Intensität der Schwerkraft durch Multiplikation mit π^2 gefunden. Nach Bessel beträgt die Länge des einfachen Sekundenpendels zu Berlin 994,26 mm, woraus für Berlin $g = 9{,}8125$ m folgt. Das Pendel ist das beste Instrument zur Ermittelung der Intensität der Schwere. Die genauesten Untersuchungen von Bessel haben den Satz bestätigt, dafs die Schwingungsdauer des Pendels von der Substanz des schweren Körpers unabhängig ist, oder dafs die Schwerkraft auf alle Stoffe mit gleicher Stärke wirkt. — Bei einer auf Veranlassung von Picard unternommenen Reise von Paris nach Cayenne machte der Astronom Richer i. J. 1672 die Beobachtung, dafs das Sekundenpendel seiner astronomischen Uhr zu Cayenne um

1,25 par.''' verkürzt und nach der Rückkehr nach Paris wieder um ebensoviel verlängert werden mufste, um die Uhr im richtigen Gange zu erhalten, woraus er auf eine Verminderung der Schwerkraft vom Pol nach dem Äquator schlofs (vergl. § 56, 1 und § 352, 4). Genaue Beobachtungen über die Länge des Sekundenpendels an verschiedenen Punkten der Erdoberfläche haben gelehrt, dafs die Intensität der Schwerkraft unter der geographischen Breite φ durch die Formel ausgedrückt wird

$$g = g_0 \left(1 - \frac{1}{384} \cos 2\varphi\right),$$

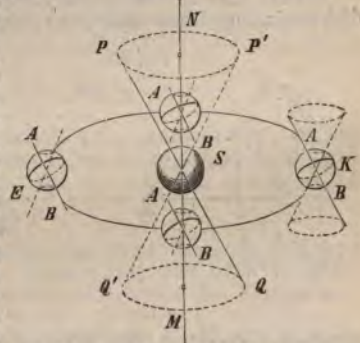
wo g_0 den mittleren Wert der Schwerkraft unter 45° Br., nämlich 9,808 m, bezeichnet. — Es ist leicht ersichtlich, welchen Einflufs die Erhebung über das Meeresniveau, oder das Hinabsteigen in Bergwerksschachte auf die Intensität der Schwerkraft ausüben mufs (§ 58).

Foucaults Anwendung der Unveränderlichkeit der Schwingungsebene des Pendels zum Beweis für die Axendrehung der Erde (§ 352).

Fig. 62.

§ 64. **Rotation eines Körpers um eine Symmetrieaxe.** Rotiert ein Körper um eine Axe, um welche seine Masse nach allen Seiten gleichmäfsig verteilt ist, so zeigt die Rotationsaxe das Bestreben, ihre Richtung im Raume unverändert zu erhalten, oder einen Widerstand gegen jede äufsere Kraft, welche diese Richtung zu ändern strebt. Ein auf seiner Spitze sich drehender Kreisel wird durch diese Eigenschaft am Umfallen gehindert, solange die Rotationsgeschwindigkeit hinreichend grofs ist. Rotiert ein in drei Ringen nach allen Richtungen frei drehbar aufgehängter kugelförmiger Körper (Fig. 62) um die Axe AB, so bleibt die Richtung dieser Axe im Raume unveränderlich, wie man auch das Gestell drehen und wenden möge, wenn der Schwerpunkt mit dem Mittelpunkt der Aufhängung zusammenfällt. Wird bei A ein Übergewicht angebracht, so sinkt das Ende A der Drehungsaxe nicht herab, wie es der Fall sein würde, wenn der Körper in Ruhe wäre, sondern die Drehungsaxe AB beginnt sich um die Vertikallinie langsam so zu bewegen, dafs sie, in immer gleicher Neigung gegen dieselbe verharrend, nach und nach einen Kegelmantel durchläuft.

Fig. 63.

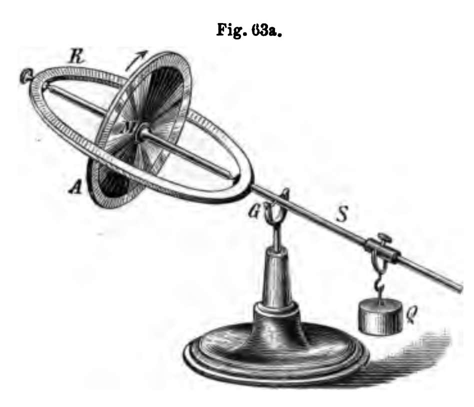


Diese Eigenschaft rotierender Körper dient zur Erklärung der astronomischen Erscheinung der sogenannten **Präcession der Nachtgleichenpunkte** (§ 358). Die Erde dreht sich um eine Axe AB (Fig. 63), welche gegen die Ebene der Ekliptik oder der jährlichen Erdbahn EK unter einem Winkel von 66½° oder gegen deren Normale NM um 23½° geneigt ist. Während der jährlichen Umlaufsbewegung der Erde behält die Erdaxe ihre Richtung im Raume unveränderlich bei, oder ist stets nach demselben Fixstern (Polarstern P) gerichtet. Im Laufe einer langen Reihe von Jahren zeigt jedoch die Richtung der Erdaxe eine langsame, regelmäfsige Änderung. Diese wird dadurch hervorgebracht, dafs die Sonne und der Mond durch ihre Anziehung auf die Teile des an den Polen abgeplatteten Erdkörpers seine Axe senkrecht zur Ebene der Ekliptik zu stellen streben. Infolgedessen stellt sich die Erdaxe nicht wirklich senkrecht zur Ekliptik, sondern ihre Richtung PQ beschreibt um die Normale NM in der Zeit von etwa 26 000 Jahren einen Kegelmantel, indem der Pol der Erdaxe P sich um den Pol der Ekliptik N in immer gleichem Abstand von 23½° im Kreise bewegt. Eine Folge davon ist, dafs die sogenannten Frühlings- und Herbstnachtgleichenpunkte oder die Punkte, in welchen der Himmelsäquator die Ekliptik an der Himmelskugel durchschneidet, auf der letzteren langsam fortschreiten und in der Zeit von 26000 Jahren, nachdem sie die ganze Ekliptik durchlaufen haben, wieder zu ihrer ursprünglichen Stellung zurückkehren (siderisches und tropisches Sonnenjahr. [§ 358]).

§ 64a. Der Fesselsche Rotationsapparat. Eine kreisförmige Scheibe *A* (Fig. 63a) mit schwerem Rand ruht mit ihrer Axe leicht drehbar in einem Ringe *R*, der an einer Querstange *S* befestigt ist. Diese Stange, welche auf einer horizontalen Axe in der Gabel *G* ruht, trägt am entgegengesetzten Ende ein verschiebbares Gewicht *Q*, während sich der vertikale Stiel der Gabel leicht in einem Fuſsgestell drehen läſst.

Wird die Scheibe durch *Q* im Gleichgewicht gehalten, so läſst sie sich in Rotation versetzen, ohne daſs eine Bewegung der Stange *S* eintritt; wird aber *Q* der Gabel näher geschoben, so beschreibt bei lebhafter Rotation der Scheibe die Querstange eine Kegelfläche um den Stiel der Gabel als Axe, und ein Sinken der Scheibe ist nicht zu beobachten. Die gleiche Erscheinung tritt ein, wenn das Schiebegewicht *Q* auf *S* in gröſserer Entfernung von *G* befestigt wird; jedoch erfolgt die konische Bewegung der Stange jetzt in der entgegengesetzten Richtung als vorher, nämlich im ersten Falle entgegengesetzt der Rotationsrichtung des oberen Teils der Scheibe, im zweiten Fall mit dieser übereinstimmend. Erst wenn die Rotation der Scheibe langsamer wird, findet bezüglich ein Sinken oder Aufsteigen der Scheibe statt, und zwar unter gleichzeitiger Beschleunigung der Bewegung der Stange. Ist die Scheibe, wie bei dem Apparat in § 64 der kugelförmige Körper, in zwei Ringen aufgehängt, so behält die Rotationsaxe ihre Lage unverändert bei.

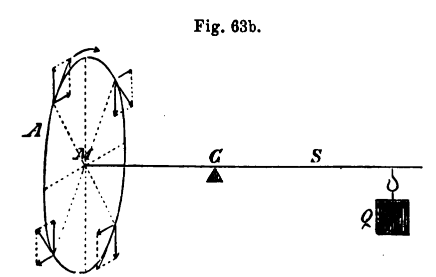
Fig. 63a.



Zur Vereinfachung der Erklärung dieser Erscheinung möge angenommen werden, daſs die Stange sich anfänglich in horizontaler Lage befinde, und soll nur der zweite Fall besprochen werden, wo bei der Weiterschiebung des Gewichtes *Q* ein Emporsteigen der Scheibe zu erwarten war.

Denkt man sich für jeden Punkt der Scheibe (Fig. 63b) die Rotationsgeschwindigkeit in ihre horizontale und vertikale Komponente zerlegt, so wirken diese, solange *Q* der Scheibe das Gleichgewicht hält, in der Ebene der Scheibe und halten dieselbe in der gleichen Lage fest. In dem Augenblick aber, wo durch die Weiterschiebung von *Q* sich die Scheibe zu heben beginnt, treten die aufwärts gerichteten Vertikalkomponenten auf die äuſsere Seite der Scheibe hinaus, die abwärts gerichteten auf die innere, während die horizontalen Komponenten in der Ebene der Scheibe bleiben. Zerlegt man jetzt weiter die aus der Ebene der Scheibe hinaustretenden Vertikalkomponenten je in der der Axe parallelen Ebene in zwei andere Komponenten, die eine in der Ebene der Scheibe, die andere horizontal, so sind diese letzteren für die bei der Drehung sich aufwärts bewegende Hälfte der Scheibe nach auſsen, für die sich abwärts bewegende nach innen gerichtet, bewirken also eine horizontale Bewegung der Scheibe und der Querstange *S* in dem Drehungssinne der oberen Hälfte der Scheibe. Diese Bewegung erfolgt um so langsamer, je stärker bei schneller Rotation der Scheibe das durch ihr Trägheitsmoment bedingte Bestreben derselben ist, die anfängliche Lage festzuhalten, und erst wenn sich die Umdrehungsgeschwindigkeit der Scheibe verringert, bewegt sich die Querstange *S* mit der Gabel schneller um den vertikalen Stiel, steigt aber auch die mit der Scheibe versehene Seite von *S* aufwärts.

Fig. 63b.



Gesetze des Stofses.

§ 65. Stofs elastischer und unelastischer Körper. Wenn zwei feste Körper, welche sich in verschiedenen Richtungen, oder mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegen, an einander stofsen, so findet zunächst zwischen den Oberflächenteilen beider Körper, wenn sie sich bis auf eine unmefsbar kleine Entfernung (d. i. bis zur sogenannten Berührung) genähert haben, eine Abstofsung statt, welche der weiteren Annäherung entgegenwirkt. Durch die zwischen den Teilen jedes festen Körpers wirksamen Molekularkräfte (§ 31 Anmerk.) wird sodann die Einwirkung auf die übrigen Massenteile des gestofsenen Körpers übertragen, wodurch im allgemeinen beide Körper eine Änderung ihrer Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung erfahren. Als allgemeines Prinzip gilt dabei das Gesetz der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung (§ 38), nach welchem jedes Atom des Körpers A auf jedes Atom des Körpers B eine gleiche Einwirkung ausübt, wie es selbst von diesem erleidet. Die Gesetze des Stofses sind im allgemeinen so kompliziert, dafs wir uns auf die Betrachtung der einfachsten Fälle beschränken müssen.

Es sollen zunächst die Gesetze des Stofses zweier kugelförmigen Körper untersucht werden, deren Mittelpunkte sich auf derselben geraden Linie in gleicher oder entgegengesetzter Richtung bewegen (centraler Stofs), und deren Massen man sich der Einfachheit halber in zwei Punkten vereinigt denken kann (Stofs materieller Punkte). Es sind dabei zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem die einander stofsenden Körper elastisch oder unelastisch sind.

§ 66. Centraler Stofs unelastischer Körper. Sind beide Körper unelastisch, so dauert ihre gegenseitige Einwirkung nur so lange, bis dieselben ihre Geschwindigkeiten ausgeglichen haben. Beide Körper bewegen sich dann mit der erlangten gemeinsamen Geschwindigkeit in gleicher Richtung fort. Bewegen sich vor dem Stofs die Körper A und B (Fig. 64), deren Massen m_1 und m_2 sind, in gleicher Richtung und zwar A mit der Geschwindigkeit v_1, B mit der gröfseren Geschwindigkeit v_2, und ist die gemeinsame Geschwindigkeit nach dem Stofs c, so hat A den Geschwindigkeitszuwachs $c-v_1$, B dagegen den Geschwindigkeitsverlust v_2-c erfahren. Bezeichnet λ die Einwirkung, welche jedes Atom eines Körpers während des Stofses auf jedes Atom des anderen ausübt, so hat jedes Atom des Körpers B von den m_1 Atomen des Körpers A die Einwirkung $m_1\lambda$, dagegen jedes Atom des Körpers A von den m_2 Atomen des Körpers B die Einwirkung $m_2\lambda$ erfahren, es ist

Fig. 64.

$$c - v_1 = m_2\lambda,\ v_2 - c = m_1\lambda,$$

woraus folgt:

$$\frac{c - v_1}{v_2 - c} = \frac{m_2}{m_1} \text{ oder } c = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Waren die ursprünglichen Bewegungsrichtungen entgegengesetzt, so hat man nur v_1 als negativ zu betrachten, oder anstelle von v_1 zu setzen $-v_1$, und man erhält

$$c = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Das positive oder negative Vorzeichen des Zählers bestimmt dann die Richtung der Bewegung nach dem Stofs. Beide Körper bleiben nach dem Stofs in Ruhe, wenn $m_1 v_1 = m_2 v_2$, oder wenn ihre Anfangsgeschwindigkeiten den Massen umgekehrt proportional sind.

Ist $v_1 = 0$ und m_1 unendlich grofs gegen m_2, oder trifft der Körper B senkrecht gegen eine feste, unelastische Wand, so ist $c = 0$, und der Körper bleibt in Ruhe. — Trifft ein unelastischer Körper in schiefer Richtung gegen eine feste, unelastische Wand, so kann man seine Bewegung in eine senkrechte und eine zur Wand parallele Komponente zerlegen, von denen die erste durch den Widerstand der Wand vernichtet wird, und die zweite allein übrigbleibt.

Man nennt das Produkt aus der Masse und Geschwindigkeit eines bewegten Körpers seine Bewegungsgröfse (§ 32a). Es bleibt also beim Stofs die (algebraische) Summe der Bewegungsgröfsen ungeändert. Die Gesetze des Stofses unelastischer Körper finden eine Anwendung beim sogenannten ballistischen Pendel, welches zur Bestimmung der Geschwindigkeit der Geschosse dient. — Prinzip der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes.

§ 67. Centraler Stofs elastischer Körper. Sind die zusammenstofsenden Körper elastisch, so erleiden sie beim Stofse an der Berührungsstelle eine Kompression, welche zunimmt bis zu dem Augenblick, in welchem beide Massen ihre Geschwindigkeiten ausgeglichen haben. Infolge des Bestrebens beider Körper, ihre ursprüngliche Gestalt wieder anzunehmen, dauert aber die Wechselwirkung zwischen beiden noch fort, während sie bei unelastischen Körpern in diesem Moment aufhörte. Da während dieser zweiten Periode des Stofses die Vorgänge der Entfernung und Ausdehnung beider Körper genau in der umgekehrten Reihenfolge vor sich gehen, wie die der Annäherung und Kompression während der ersten Periode, so wird jede der beiden Massen während der letzten Hälfte der Dauer des Stofses nochmals eine kleine Geschwindigkeitsänderung erfahren, wie während der ersten Periode. Nehmen wir zunächst wieder beide Bewegungsrichtungen vor dem Stofs als gleich an und bezeichnen, wie oben, durch c die gemeinsame Geschwindigkeit im Augenblick der gröfsten Annäherung, durch c_1 und c_2 aber die Endgeschwindigkeiten nach der völligen Trennung, so ist der Geschwindigkeitszuwachs von m_1 während der ersten Periode $c - v_1$, mithin während der ganzen Dauer des Stofses $2(c - v_1)$ und demnach die Endgeschwindigkeit $c_1 = v_1 + 2(c - v_1) = 2c - v_1$ oder, wenn man den oben gefundenen Wert für c einsetzt:

$$c_1 = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2) v_1}{m_1 + m_2}.$$

Der Geschwindigkeitsverlust von m_2 ist während der ersten Periode $v_2 - c$, während der ganzen Dauer des Stofses $2(v_2 - c)$, mithin $c_2 = 2c - v_2$ oder

$$c_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1) v_2}{m_1 + m_2}.$$

Ein negatives Vorzeichen des Wertes von c_2 würde anzeigen, dafs sich die Masse m_2 nach dem Stofse in entgegengesetzter Richtung bewegt.

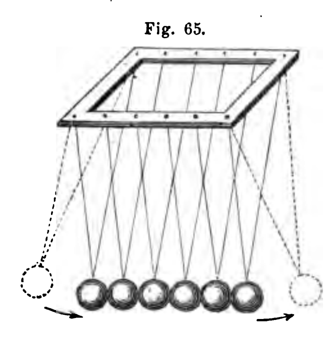
Sind die Bewegungsrichtungen beider Körper vor dem Stofse entgegengesetzt, so gelten dieselben Formeln, nur ist v_1 mit dem negativen Vorzeichen in Rechnung zu bringen.

Besondere Fälle beim Stofse elastischer Körper. 1) Sind die Massen beider Körper einander gleich oder ist $m_2 = m_1$, so wird

$$c_1 = v_2, \; c_2 = v_1,$$

d. h. beide Körper setzen ihre Bewegungen mit vertauschten Geschwindigkeiten fort. War die Masse m_1 vor dem Stofse in Ruhe, und wird sie von der gleichen Masse m_2 gestofsen, so ist $v_1 = 0$, mithin nach dem Stofse $c_1 = v_2$, $c_2 = 0$, d. h. die stofsende Masse bleibt nach dem Stofse in Ruhe, und die gestofsene setzt die Bewegung mit der Geschwindigkeit der ersteren fort. In gleicher Weise pflanzt sich der Stofs durch eine beliebige Anzahl ruhender elastischer Kugeln von gleicher Masse fort, die in gerader Linie aufgehängt sind, wie sich durch die Mariottesche Maschine (Fig. 65) darthun läfst. Wird eine der äufseren Kugeln von einer gleichen Kugel mit der Geschwindigkeit v getroffen, so giebt jede Kugel die erhaltene Geschwindigkeit an die folgende ab, und das Resultat ist, dafs nach dem Stofse alle Kugeln in Ruhe bleiben, mit Ausnahme der letzten, welche die Bewegung der stofsenden mit gleicher Geschwindigkeit fortsetzt.

Fig. 65.



2) Ist die Masse des gestofsenen Körpers m_1 so grofs, dafs m_2 gegen m_1 vernachlässigt werden darf, so wird

$$c_1 = v_1, \; c_2 = 2v_1 - v_2,$$

d. h. der gestofsene Körper erleidet keine merkliche Änderung der Geschwindigkeit, der stofsende prallt mit der Geschwindigkeit $2v_1 - v_2$ zurück. Ist $v_1 = 0$ oder trifft der stofsende Körper normal gegen eine feststehende, elastische Wand, so wird $c_2 = -v_2$. Trifft der Körper die elastische Wand in schiefer Richtung, so kann man seine Bewegung in eine normale und eine zur Wand parallele Komponente zerlegen. Letztere wird durch den Stofs nicht geändert, erstere aber in die entgegengesetzte verwandelt, woraus leicht ersichtlich ist, dafs der Körper unter demselben Winkel von der Wand zurückprallt, unter dem er dieselbe getroffen hat.

§ 68. Erhaltung der lebendigen Kräfte beim Stofs elastischer Körper. Aus den obigen Ausdrücken

$$\begin{cases} c_1 = 2c - v_1 \\ c_2 = 2c - v_2 \end{cases} \text{folgt} \quad \begin{matrix} c_1^2 = 4c^2 - 4cv_1 + v_1^2 \\ c_2^2 = 4c^2 - 4cv_2 + v_2^2, \end{matrix}$$

mithin

$$m_1 c_1^2 + m_2 c_2^2 = 4c^2 (m_1 + m_2) - 4c (m_1 v_1 + m_2 v_2) + m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2.$$

Aus dem oben (§ 66) gefundenen Wert für c folgt aber, dafs die beiden ersten Glieder auf der rechten Seite dieser Gleichung sich gegenseitig aufheben, oder es ist

$$m_1 c_1^2 + m_2 c_2^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2,$$

d. h. die Summe der lebendigen Kräfte (§ 43) beider Massen ist nach dem Stofs ebenso grofs wie vorher, oder es hat beim Stofs kein Gewinn oder Verbrauch von Arbeit stattgefunden.

Dagegen ergiebt sich beim Stofs unelastischer Körper die Summe der lebendigen Kräfte nach dem Stofs

$$(m_1 + m_2)\, c^2 = \frac{(m_2 v_2 + m_1 v_1)^2}{m_1 + m_2} = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 - \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_2 - v_1)^2.$$

Es hat also beim Stofs ein Verlust an lebendiger Kraft oder ein Verbrauch von Arbeit stattgefunden. Trifft ein unelastischer Körper normal gegen eine unelastische Wand, so geht seine ganze lebendige Kraft verloren. Dieser Arbeitsverbrauch erklärt sich dadurch, dafs die unelastischen Körper durch den Stofs eine bleibende Formänderung erlitten haben, bei welcher der Widerstand der Kohäsion ihrer Teile überwunden werden mufste. In der Wärmelehre wird gezeigt werden, dafs dabei gleichzeitig eine Umwandlung der sichtbaren Bewegung in eine andere Bewegungsform der Moleküle, nämlich in Wärme, stattgefunden hat (§ 241).

Die Gesetze des excentrischen Stofses kugelförmiger Körper lassen sich aus denen des centralen Stofses ableiten, indem man sich die Geschwindigkeit jedes Körpers im Augenblick des Stofses in eine centrale und eine tangentiale Komponente zerlegt denkt. Erstere bewirkt eine Änderung der Bewegung in der Richtung der Verbindungslinie der Mittelpunkte, wie beim centralen Stofs. Gleichzeitig werden aber infolge der beim Stofs stattfindenden Reibung durch die Tangentialkomponenten Rotationsbewegungen beider Körper erzeugt.

B. Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung tropfbar flüssiger Körper (Hydromechanik).

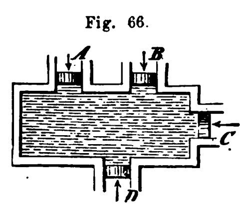
Gleichgewicht flüssiger Körper, insbesondere unter dem Einflufs der Schwerkraft.

§ 69. Verschiebbarkeit der Teile; horizontale Oberfläche. Die wesentliche Grundeigenschaft der Flüssigkeiten ist die leichte Verschiebbarkeit ihrer Teile (§ 6). Jede noch so geringe Kraft reicht hin, ihre gegenseitige Lage zu ändern, so dafs die Flüssigkeiten keine selbständige, bleibende Gestalt besitzen, sondern ihre Form durch die der umgebenden, festen Körper und die jedesmalige Richtung der auf sie wirkenden Kräfte bestimmt wird. Die Wirkung der Schwerkraft ist hinreichend, um die Teile einer Flüssigkeitsmasse auf einer horizontalen Unterlage auseinander fliefsen zu lassen. In einem Gefäfs kann eine Flüssigkeit unter dem Einflufs der Schwerkraft nur im Gleichgewicht sein, wenn ihre freie Oberfläche horizontal, d. h. zur Richtung der Schwerkraft senkrecht ist, indem bei jeder anderen Gestalt der Flüssigkeitsoberfläche ein Herabfliefsen eines Teils der Flüssigkeit von der höheren nach der tieferen Stelle erfolgen müfste.

Im allgemeinen ist eine von einer freien Oberfläche begrenzte Flüssigkeit unter der Einwirkung beliebig gerichteter Kräfte im Gleichgewicht, wenn die Richtung der Resultierenden dieser Kräfte in jedem Punkte zur Flüssigkeitsoberfläche (oder zu der an dieselbe gelegten Tangentialebene) normal ist. — Abweichungen vom vollkommenen Flüssigkeitszustande. Verschiedener Grad der Zähigkeit oder Viscosität der Flüssigkeiten (Äther, Weingeist, Wasser, Öl, Sirup, Teer).

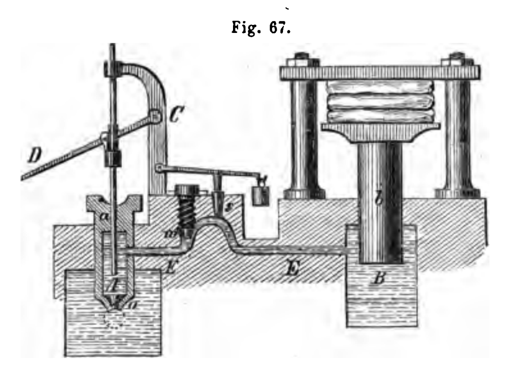
§ 70. **Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten.** Da die Flüssigkeitsteilchen einem auf sie ausgeübten Druck vermöge ihrer leichten Verschiebbarkeit nach allen Seiten auszuweichen streben, so pflanzt sich der auf einen Teil der Flüssigkeitsoberfläche ausgeübte Druck im Innern der Flüssigkeit nach allen Richtungen mit gleicher Stärke fort. In der Wand eines vollständig mit Flüssigkeit gefüllten Gefäfses (Fig. 66) sei eine Öffnung von 1 qcm angebracht und mit einem beweglichen Stempel *A* verschlossen. Die Flüssigkeit selbst soll vorläufig als gewichtslos betrachtet werden, auf den Stempel *A* aber werde ein Druck von *p* Kilogramm ausgeübt. Dieser Druck pflanzt sich durch die Flüssigkeit auf alle Teile der Wand des Gefäfses mit gleicher Stärke fort, so dafs ein bei *B*, *C* oder *D* angebrachter Stempel von einem Quadratcentimeter Oberfläche ebenfalls mit einem Druck von *p* kg belastet werden müfste, um das Hervordringen der Flüssigkeit zu verhindern. Jedes Quadratcentimeter der Gefäfswand wird also mit einer Kraft von *p* kg oder ein Flächenstück von *n* qcm Oberfläche mit einer Kraft von $n . p$ kg gedrückt, oder (Pascal, 1650) der auf einen beliebigen Teil der Gefäfswand in der zur Oberfläche senkrechten Richtung ausgeübte Druck ist der Gröfse des gedrückten Flächenstücks proportional. Wenn also im folgenden von dem Druck, unter welchem eine Flüssigkeit steht, ohne besondere Angabe der Gröfse des gedrückten Flächenstückes, die Rede ist, so ist immer der Druck auf die Flächeneinheit (1 qcm) zu verstehen.

Fig. 66.



Denkt man sich durch das Innere der in dem Gefäfs enthaltenen Flüssigkeit eine beliebige Ebene gelegt, so ist klar, dafs die diesseits und jenseits dieser Ebene befindlichen Flüssigkeitsteile auf einander gegenseitig einen gleichen Druck ausüben, wie auf ein gleich grofses Stück der Gefäfswand.

Fig. 67.



Eine praktische Anwendung der Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten bildet die hydraulische Presse (Bramah, 1797, Fig. 67). Zwei ungleich weite Cylinder *A* und *B* sind durch ein Rohr *E* mit einander verbunden, mit Wasser gefüllt und durch die Stempel *a* und *b* verschlossen. Wird auf den Stempel *a* im engeren Cylinder mittelst des einarmigen Hebels *CD* (§ 49), dessen Stützpunkt *C* ist, ein Druck ausgeübt, so pflanzt sich derselbe durch das Rohr *E* auf die im weiteren Cylinder *B* enthaltene Flüssigkeit fort, und die untere Fläche des Kolbens *b* erfährt einen Druck, welcher zu dem auf *a* ausgeübten Druck in demselben Verhältnis steht, wie die Querschnitte beider Stempel oder wie die Quadrate ihrer Durchmesser; durch ein bei *o* angebrachtes Ventil (vergl. § 96), welches sich nach innen öffnet, kann beim Heben des Stempels *a* Wasser aus dem äufseren Gefäfs in den Cylinder *A* eintreten, welches dann beim Herabdrücken des Stempels *a* in den zweiten Cylinder geprefst und beim abermaligen Heben des Stempels durch ein zweites Ventil *w* am Rücktritt gehindert wird. Um einem Zersprengen des Apparats durch zu starken Druck vorzubeugen, ist ferner ein Sicherheitsventil *s* angebracht, welches sich öffnet und dem Wasser den Ausweg gestattet, sobald der Druck die mit der Sicherheit des Apparats verträgliche Grenze überschreitet. — Anwendung der

hydraulischen Presse in Ölfabriken, bei der Appretur des Tuches, zur Prüfung der Dampfkessel, Wasserleitungsröhren, u. s. w.

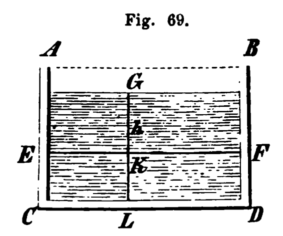
§ 71. Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten. Wird eine Flüssigkeit in einem geschlossenen Gefäfs einem Druck ausgesetzt, so erleidet sie dabei eine Volumenverminderung und kehrt nach dem Aufhören des Druckes genau zu ihrem ursprünglichen Volumen zurück. Die Flüssigkeiten besitzen also in vollkommenem Grade diejenige Art der Elasticität, welche man, zum Unterschiede von der Formelasticität fester Körper, die Volumenelasticität nennt. Die Zusammendrückbarkeit flüssiger Körper ist so gering, dafs dieselben lange Zeit hindurch für nicht zusammendrückbar gehalten wurden. Es gelingt jedoch leicht, dieselbe nachzuweisen und zu messen mittelst des von Örsted angegebenen Piëzometers (Fig. 68). Die zu komprimierende Flüssigkeit befindet sich in einem cylindrischen Glasgefäfs A, an welches ein enges, gebogenes Glasrohr B angeschmolzen ist. Der untere Teil des letzteren ist bis b mit Quecksilber gefüllt, durch welches die in A enthaltene Flüssigkeit abgesperrt wird. Das Gefäfs ist auf einem rechteckigen Streifen von Metallblech befestigt und von einem weiteren, mit Wasser gefüllten Glascylinder C umgeben, der oben und unten mit Messingfassungen versehen und stark genug ist, um einem beträchtlichen Druck Widerstand zu leisten. Mittelst der auf dem Cylinder angebrachten kleinen Druckpumpe D kann auf das in demselben befindliche Wasser ein Druck ausgeübt werden, welcher sich durch das in dem Rohre B enthaltene Quecksilber auf die Flüssigkeit im Innern des Gefäfses A fortpflanzt. Da demnach die Wände dieses Gefäfses einem von innen und aufsen genau gleichen Druck ausgesetzt sind, so wird nicht nur ein Zersprengen, sondern auch eine Erweiterung desselben durch den von innen ausgeübten Druck vermieden. Das Ansteigen des Quecksilbers, welches man bei b beobachtet, gestattet also, den Grad der Zusammendrückung der Flüssigkeit zu messen. Zu diesem Zweck ist das Blech, auf welchem die Röhre B befestigt ist, mit einer Skala versehen und das Verhältnis des Volumens der Röhre zu dem des Gefäfses A durch einen besonderen Versuch bestimmt worden. Um die Gröfse des ausgeübten Druckes zu messen, dient das Manometer M, welches aus einem cylindrischen, oben geschlossenen, unten offenen und mit Luft gefüllten Glasrohr besteht (§ 93). Die Luft wird durch den Druck komprimiert, und ihr Volumen ist nach dem Gesetz von Mariotte (siehe unten § 92) dem Druck umgekehrt proportional. Ist also die Luft auf $^1/_2, ^1/_3, ^1/_4, \ldots$ ihres ursprünglichen Rauminhalts zusammengedrückt, so beträgt der ausgeübte Druck 2, 3, 4, ... Atmosphären oder 2, 3, 4, ... Kilogramm auf 1 qcm (s. § 90). Nach den Versuchen von Regnault und Grassi (1847) wird durch den Druck einer Atmosphäre Wasser um 50, Weingeist um etwa 80, Quecksilber nur um 3 Milliontel seines Volumens zusammengedrückt. Nach Untersuchungen von Amagat (1877) steigt bei den meisten Flüssigkeiten (das Wasser bildet eine Ausnahme) die Zusammendrückbarkeit mit der Temperatur; für Äther z. B. ist sie bei 13° nur 167, bei 99° dagegen 555 Milliontel des Volumens.

Fig. 68.

§ 72. Gleichgewicht der Flüssigkeiten unter Einflufs der Schwere, Bodendruck und Seitendruck. Eine tropfbare Flüssigkeit kann, wie oben (§ 69) gezeigt, unter Einflufs der Schwerkraft in einem offenen Gefäfs nur im Gleichgewicht sein, wenn ihre freie Oberfläche eine horizontale Ebene bildet. Ist die Flüssigkeit in einem cylindrischen oder prismatischen Gefäfs $ABCD$ (Fig. 69) mit horizontalem Boden und senkrechten Wänden enthalten, so wird der Boden CD von dem ganzen Gewicht der in dem Gefäfs enthaltenen Flüssigkeitsmasse gedrückt. Bezeichnet q die Gröfse der gedrückten Grundfläche, h die Druckhöhe, d. h. die vertikale Höhe der Oberfläche oder des Niveaus der Flüssigkeit über

dem gedrückten Flächenstück, so ist $q \cdot h$ das Volumen der Flüssigkeitsmasse. Bezeichnet ferner s das specifische Gewicht der Flüssigkeit (§ 13), d. h. das Gewicht eines Kubikcentimeters der Flüssigkeit, so giebt $P = q \cdot h \cdot s$ das Gewicht der ganzen Flüssigkeitsmasse oder den Bodendruck an, welchen die ganze Grundfläche q erleidet. Denkt man sich ferner die Flüssigkeitsmasse durch Horizontalebenen in beliebig viele parallele Schichten zerlegt, so wird jede Schicht durch das Gewicht der darüber befindlichen Schichten gedrückt. Der Druck, welchen eine Schicht EF erleidet, nimmt also mit der Tiefe unter dem Flüssigkeitsspiegel zu und ist der Druckhöhe GK proportional. Da sich ferner der Flüssigkeitsdruck nach allen Richtungen mit gleicher Stärke fortpflanzt (§ 70), so wird auch ein bei E befindliches Flächenelement der Seitenwand des Gefäfses einen der Druckhöhe GK proportionalen Druck erleiden, welcher ebenso grofs ist, wie der Druck auf ein gleich grofses Element der horizontalen Flüssigkeitsschicht EF.

Fig. 69.

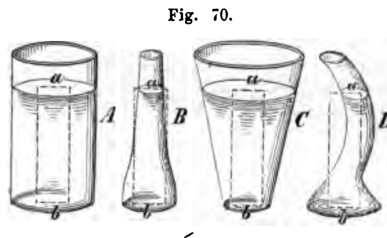


Um den Druck auf die ganze Seitenwand des Gefäfses, oder auf ein Stück derselben von endlicher Ausdehnung zu erhalten, mufs man sich dieselbe, da der Druck mit der Tiefe unter dem Niveau stetig zunimmt, in unendlich schmale horizontale Streifen zerlegt denken und den Druck, welchen alle einzelnen Streifen erleiden, summieren. Durch Zusammensetzung dieser parallelen Druckkräfte (§ 51) findet man, dafs der Druck auf die ganze vertikale Seitenwand durch den Ausdruck $q\,h\,s$ dargestellt wird, wenn q die gedrückte Oberfläche, h die Entfernung ihres Schwerpunktes vom Niveau der Flüssigkeit bezeichnet.

In grofsen Meerestiefen erreicht der hydraulische Druck eine aufserordentliche Gröfse. Eine 10 m hohe Wassersäule übt nämlich (abgesehen von dem etwas gröfseren specifischen Gewicht des Meerwassers) einen Druck von 1 kg, eine 1000 m hohe Wassersäule einen Druck von 101 kg auf jedes Quadratcentimeter des Meeresbodens aus. Die gröfsten gemessenen Meerestiefen erreichen aber mehr als das Achtfache dieses Wertes.

§ 73. **Bodendruck und Seitendruck in beliebig gestalteten Gefäfsen; Auftrieb.** Aus der allseitigen gleichförmigen Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten folgt, dafs alle Teile derselben Horizontalschicht der in einem beliebig gestalteten Gefäfs enthaltenen Flüssigkeit gleichen Druck erleiden müssen. Es folgt daraus ferner, dafs der Druck, welchen der horizontale Boden eines Gefäfses erfährt, davon unabhängig ist, ob das Gefäfs cylindrisch ist, oder nach oben sich verengt oder erweitert. In den Gefäfsen A, B, C (Fig. 70) wird bei gleicher Druckhöhe das gleiche Bodenstück b jedesmal von dem Gewicht derselben Flüssigkeitssäule ab gedrückt. Der Druck pflanzt sich also auch auf alle übrigen Teile des Bodens mit gleicher Stärke fort, und selbst der Boden eines wie D gekrümmten Gefäfses würde, infolge der Fortpflanzung des Drucks, von Schicht zu Schicht mit gleicher Kraft gedrückt werden. In jedem Fall ist der Druck auf einen beliebigen Teil des Bodens, oder auf ein Flächenelement der Gefäfswand gleich dem Gewicht

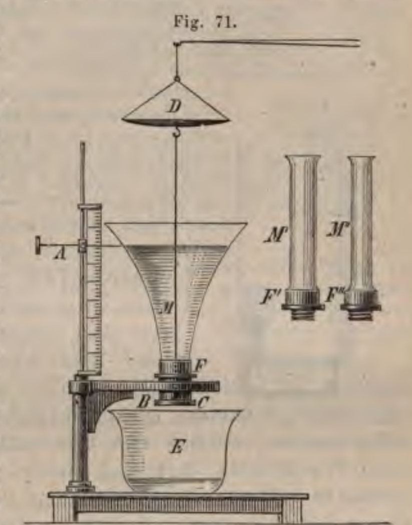
Fig. 70.



einer cylindrischen Flüssigkeitssäule, welche das gedrückte Flächenstück zur Grundfläche und die Druckhöhe zur Höhe hat.

Apparat von Pascal. (Fig. 71.) Ein gläsernes Gefäfs M ist unten mit einer metallenen, gut abgeschliffenen Fassung F versehen; an diese pafst als beweglicher Boden eine ebene Metallscheibe BC, welche an dem einen Arm D einer Wage aufgehängt und im Gleichgewicht gehalten ist. Wird jetzt durch ein auf die andere Wagschale gelegtes Gewicht Q die Bodenplatte BC an die Fassung gepreſst, so kann man (mit Vorsicht) Wasser bis zu einer bestimmten Höhe h über dem Boden, welche durch einen verstellbaren Zeiger A an einer Skala bestimmt werden kann, eingieſsen, ehe dasselbe ausflieſst. Um nunmehr darzuthun, daſs der Bodendruck nur von der Höhe h der Flüssigkeitssäule abhängt, ersetzt man das Gefäſs M durch ein anderes, M' oder M'', von verschiedener Form. Die Höhe h, bei welcher der Ausfluſs beginnt, bleibt, obschon die ihr entsprechende Wassermenge im Gefäſs eine ganz verschiedene ist, dieselbe, solange das Gewicht Q nicht geändert wird. Wird die Bodenfläche genau horizontal und central an die Fassung gepreſst, so kommt das Gewicht Q überein mit dem eines Wassercylinders von der Höhe h und der benetzten Bodenfläche als Grundfläche.

Fig. 71.



Bringt man eine Flüssigkeit in ein weites, cylindrisches Gefäſs, auf dessen dicht schlieſsendem Deckel eine enge, lange Röhre befestigt ist, die ebenfalls mit Flüssigkeit gefüllt wird, so kann man mit einer kleinen, in der engen Röhre enthaltenen Flüssigkeitsmenge einen beträchtlichen Druck erzeugen. Darauf beruht die Wirkung der Realschen Extraktpresse, bei welcher die zu extrahierende Substanz in fein gepulvertem und mit der Extraktionsflüssigkeit durchfeuchtetem Zustande zwischen zwei siebartig durchlöcherte Platten gebracht und dann dem Druck der in dem langen, engen Rohr enthaltenen Flüssigkeitssäule ausgesetzt wird. Indem die Flüssigkeit so unter starkem Druck durch die gepulverte Substanz hindurchfiltriert, wird eine möglichst vollständige Extraktion der löslichen Bestandteile bewirkt.

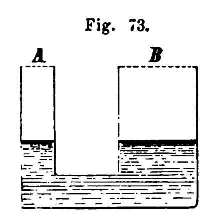
Fig. 72.

Daſs sich der Druck einer Flüssigkeit nicht nur von oben nach unten und in seitlicher Richtung, sondern auch von unten nach oben, als sogenannter Auftrieb, mit gleicher Stärke fortpflanzt, läſst sich leicht durch folgenden Versuch veranschaulichen. Gegen den eben abgeschliffenen Rand eines weiten Glascylinders (Fig. 72) wird die ebene Glasplatte AB mittelst eines durch den Cylinder gehenden Fadens angedrückt und dann das durch die Platte verschlossene Ende des Cylinders unter das Wasser getaucht. Läſst man nun den Faden los, so fällt die Glasplatte nicht herab, sondern wird durch den von unten nach oben gerichteten Wasserdruck festgehalten. Gieſst man jetzt von oben vorsichtig Wasser in den Cylinder, so bleibt die Platte so lange haften, bis das Niveau des Wassers im Innern des Cylinders beinahe ebenso hoch steht wie auſsen, oder genauer, bis der Unterschied des Druckes, welchen die Glasplatte AB von unten und von oben erleidet, dem Gewicht der Platte gleichkommt. Ist die Druckhöhe innen und auſsen gleich, so erleidet die Platte von beiden Seiten gleichen Druck und sinkt durch ihr Gewicht zu Boden.

§ 74. Kommunizierende Röhren. Sind zwei Gefäſse A und B (Fig. 73) unten durch eine Querröhre verbunden und mit derselben Flüssig-

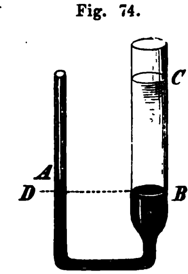
keit gefüllt, so kann diese nur im Gleichgewicht sein, wenn das Niveau in beiden Gefäfsen gleich hoch steht, mögen übrigens beide Gefäfse gleiche oder ungleiche Weite haben, da offenbar nur unter dieser Bedingung die in der Verbindungsröhre enthaltenen Flüssigkeitsteilchen von beiden Seiten her gleichem Druck ausgesetzt sind. Bei ungleichem Niveau würden dieselben nach derjenigen Seite strömen, von welcher sie den geringeren Druck erleiden (Kanalwage der Feldmesser).

Fig. 73.



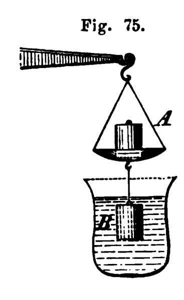
Enthalten zwei kommunizierende Röhren Flüssigkeiten von verschiedenem specifischen Gewicht, so müssen die Höhen der im Gleichgewicht befindlichen Flüssigkeitssäulen ihren specifischen Gewichten umgekehrt proportional sein. Ist z. B. der Raum von A bis B (Fig. 74) mit Quecksilber, der Raum BC mit einer leichteren Flüssigkeit erfüllt, deren specifisches Gewicht $n$mal geringer ist, so werden die unter der Horizontalebene DB befindlichen Quecksilberteile einander im Gleichgewicht halten. Die Flüssigkeitssäule BC würde durch eine gleich hohe Säule derselben Flüssigkeit im anderen Schenkel im Gleichgewicht erhalten werden. Der Druck dieser Säule kann aber durch den einer Quecksilbersäule AD von $n$mal geringerer Höhe ersetzt werden. So hält eine Quecksilbersäule von 1 cm Höhe eine 13,6 cm hohe Wassersäule im Gleichgewicht. Man kann sich daher der kommunizierenden Röhren zur Bestimmung des specifischen Gewichts der Flüssigkeiten bedienen (vergl. § 200).

Fig. 74.



§ 75. Gleichgewicht untergetauchter Körper. Archimedisches Prinzip. 1. Ein vollständig von Flüssigkeit umgebener Körper verliert durch den Druck der umgebenden Flüssigkeit so viel von seinem Gewicht, als das Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeitsmenge beträgt. Zur experimentellen Bestätigung dieses von Archimedes (220 v. Chr.) entdeckten Satzes dient die hydrostatische Wage, d. h. eine Wage, deren eine Schale A (Fig. 75) hinreichend hoch aufgehängt ist, um ein Gefäfs mit Wasser oder mit einer anderen Flüssigkeit darunter stellen zu können, und unten mit einem Häkchen versehen ist, an welchem man mittelst eines feinen Fadens oder Drahtes den unter der Flüssigkeit zu wägenden Körper aufhängen kann. Unter der Schale A hängt man einen Würfel oder Cylinder aus Metall, oder irgend einer anderen geeigneten Substanz auf, welche dichter ist, als die zum Versuche dienende Flüssigkeit, z. B. als Wasser. Auf dieselbe Schale A stellt man einen Hohlwürfel oder Hohlcylinder, welchen jener Körper genau ausfüllt, und bringt die Wage, während der Körper B in der Luft schwebt, durch Gewichte, welche auf die andere Wagschale gelegt werden, ins Gleichgewicht. Diese Wagschale sinkt, wenn der Körper B in die Flüssigkeit getaucht wird, so dafs er ganz von derselben umgeben ist, das Gleichgewicht wird aber wieder hergestellt, wenn das auf der Schale A stehende Gefäfs

Fig. 75.



bis zum Rand mit derselben Flüssigkeit gefüllt wird. Es wird also der Gewichtsverlust des in die Flüssigkeit getauchten Körpers durch das Gewicht eines gleichen Flüssigkeitsvolumens genau ersetzt.

Denkt man sich einen prismatischen Körper mit horizontalen Grundflächen (Fig. 76) unter eine Flüssigkeit getaucht, so werden die Druckkräfte, welche seine Seitenflächen von der umgebenden Flüssigkeit erleiden, einander gegenseitig aufheben, dagegen ist der Druck auf die obere und untere Grundfläche verschieden. Ist nämlich die Grundfläche q, die Höhe des Prismas h, die Entfernung der oberen Grundfläche vom Flüssigkeitsspiegel k, so erleidet die obere Grundfläche einen von oben nach unten gerichteten Druck $q\,k\,s$ (§ 72), die untere Grundfläche hingegen einen Auftrieb $q\,.\,(k+h)\,.\,s$. Die Differenz beider Kräfte $q\,.\,h\,.\,s$ stellt genau das Gewicht einer dem Prisma an Volumen gleichen Flüssigkeitsmasse dar. Um so viel erscheint also das Gewicht des Körpers durch den Druck der umgebenden Flüssigkeit vermindert. — Wird ferner ein ganz beliebig gestalteter Körper unter eine Flüssigkeit getaucht, so kann man sich denselben zunächst durch eine gleichgestaltete Flüssigkeitsmasse ersetzt denken. Diese wird durch den Druck der umgebenden Flüssigkeitsteile gerade schwebend erhalten. Denkt man sich nun diese Flüssigkeitsmasse starr werdend, oder durch eine andere Substanz ersetzt, so wird dadurch der Druck der umgebenden Flüssigkeitsteile nicht geändert. Es wird also jederzeit ein Teil des Gewichts des untergetauchten Körpers durch den Druck der umgebenden Flüssigkeit getragen, welcher dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge gleich ist.

Fig. 76.



Wie innerhalb des Gefäfses, in welches der Körper eingetaucht wird, das Flüssigkeitsniveau genau so hoch steigt, als die Menge der verdrängten Flüssigkeit erfordert, so vermehrt sich auch, wie vermittelst der Wage gezeigt werden kann, das Gewicht des Gefäfses um ebensoviel, wie das Gewicht des eingetauchten Körpers vermindert wird.

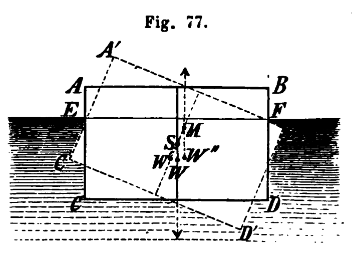
§ 76. 2. Aus den Betrachtungen des vorhergehenden Paragraphen folgt, dafs ein Körper, dessen Dichtigkeit derjenigen der umgebenden Flüssigkeit genau gleich ist, in derselben schweben, ein Körper von gröfserer Dichtigkeit, wenn er nicht unterstützt ist, untersinken, ein Körper von geringerer Dichtigkeit dagegen durch den überwiegenden Auftrieb emporsteigen mufs (Cartesianischer Taucher). Körper, welche leichter als die Flüssigkeit sind, in welche sie getaucht werden, schwimmen daher an der Oberfläche der Flüssigkeit, und zwar taucht ein schwimmender Körper so tief ein, dafs das Gewicht des von dem untergetauchten Teil des Körpers verdrängten Flüssigkeitsvolumens gleich dem ganzen Gewicht des Körpers ist.

Die Notwendigkeit dieses Satzes läfst sich wie oben erweisen, indem man sich an die Stelle des schwimmenden Körpers die von ihm verdrängte Flüssigkeitsmasse gesetzt denkt, welche von dem Druck der umgebenden Flüssigkeit getragen wird. Um den Satz durch den Versuch zu bestätigen, kann man den Körper vorsichtig in ein vorher bis zum Rand mit Flüssigkeit gefülltes Gefäfs tauchen. Der Rand mufs so gestaltet sein, dafs die überfliefsende Flüssigkeit gesammelt werden kann, ohne dafs ein Teil derselben an der äufseren Gefäfswand haften bleibt. Das Gewicht der überfliefsenden Flüssigkeitsmenge ist dann gleich dem Gewicht des Körpers.

Zum Gleichgewicht eines schwimmenden Körpers ist aufser der angegebenen Bedingung noch erforderlich (Stevinus, † 1620), dafs der Schwerpunkt des Körpers mit dem Schwerpunkt des verdrängten Flüssigkeitsvolumens auf einer Vertikallinie liege. Der letztere nämlich kann als der Angriffspunkt der Resultierenden der auf die Oberfläche des Körpers wirkenden Druckkräfte angesehen werden. — Das Gleichgewicht ist stets stabil, wenn der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers tiefer liegt als der der verdrängten Flüssigkeitsmasse. Im entgegengesetzten Fall aber ist das Gleichgewicht nicht notwendig labil. Es sei

z. B. S der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers $ABCD$. Derselbe liegt vertikal über dem Schwerpunkt W der verdrängten Wassermasse. Wird der Körper um einen kleinen Winkel gedreht, so dafs er in die Lage $A'B'C'D'$ übergeht, so ist der Schwerpunkt des verdrängten Wasservolumens nicht mehr W', sondern W''. Da nun das Gewicht des Körpers in S vertikal abwärts, die Resultierende des Wasserdrucks in W'' vertikal aufwärts wirkend gedacht werden kann, so wird das von beiden Kräften gebildete Kräftepaar (§ 50) den Körper in seine ursprüngliche Gleichgewichtslage zurückzudrehen streben; sein Gleichgewicht ist also ein **stabiles**. Der Punkt M, in welchem die durch W'' gezogene Vertikale die Linie $W'S$ oder ihre Verlängerung durchschneidet, heifst das **Metacentrum** des schwimmenden Körpers. Das Gleichgewicht ist, wie leicht ersichtlich, stabil oder labil, je nachdem das Metacentrum M höher oder tiefer liegt, als der Schwerpunkt S. Die Untersuchungen über die Stabilität des Gleichgewichts schwimmender Körper sind von grofser Wichtigkeit für den Schiffsbau u. s. w.

Fig. 77.



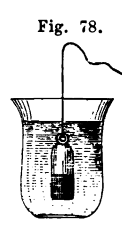
§ 77. **Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger Körper.** Zur Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger Körper können verschiedene Methoden angewendet werden, nämlich:

1. Die direkte Abwägung gleicher Volumina verschiedener Flüssigkeiten in demselben Gefäfs (§ 13).

2. Die Bestimmung mit Hilfe des Satzes über die kommunizierenden Röhren (§§ 74, 200).

3. Nach dem Archimedischen Prinzip mittelst des Gewichtsverlustes, welchen derselbe Körper, in verschiedene Flüssigkeiten getaucht, erleidet. Wägt man einen Körper, z. B. einen Hohlkörper aus Glas (Fig. 78), der durch hineingebrachte Schrotkörner hinreichend beschwert und dann zugeschmolzen worden ist, an einem feinen Draht aufgehängt, zuerst in Luft, dann unter Wasser, so giebt der **Gewichtsverlust** das Gewicht eines gleichen Wasservolumens an. Bestimmt man dann den Gewichtsverlust desselben Körpers in verschiedenen anderen Flüssigkeiten, so stehen diese Gewichtsverluste im direkten Verhältnis der specifischen Gewichte dieser Flüssigkeiten. Man hat dieselben also nur durch den Gewichtsverlust im Wasser zu dividieren, um die specifischen Gewichte zu erhalten. Um die Division zu erleichtern, kann das Volumen des Körpers z. B. gerade so grofs gewählt werden, dafs sein Gewichtsverlust in Wasser (bei 4° C., § 201), genau 100 g beträgt.

Fig. 78.



Der in den verschiedenen Flüssigkeiten abzuwägende Körper mufs natürlich schwer genug sein, um in den dichtesten der zu untersuchenden Flüssigkeiten noch unterzusinken. — Bei jeder genauen Bestimmung des specifischen Gewichts ist auf die Temperatur Rücksicht zu nehmen, da die Wärme auf die Dichtigkeit aller Körper einen mehr oder minder beträchtlichen Einflufs ausübt. — Eine besonders zur schnellen und bequemen Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger Körper geeignete Einrichtung der hydrostatischen Wage ist von **Mohr** angegeben worden. (§ 54).

§ 78. **Bestimmung des specifischen Gewichts fester Körper.** Das specifische Gewicht eines **festen** Körpers wird mit Hilfe der hydrostatischen Wage (§ 75) bestimmt. Man wägt den Körper zuerst in Luft

ab und läſst ihn dann in Wasser tauchen, so geben die Gewichte, welche man auf die kürzere Schale legen muſs, um das Gleichgewicht wiederherzustellen, das Gewicht eines gleichen Wasservolumens an. Man hat also nur mit diesem in das absolute Gewicht des Körpers zu dividieren, um sein specifisches Gewicht zu finden.

Wiegt z. B. eine Silbermünze in Luft 18,5 g, und beträgt der Gewichtsverlust im Wasser 1,8 g, so ist das specifische Gewicht $\frac{18,5}{1,8} = 10,28$.

Um das specifische Gewicht eines Körpers zu bestimmen, welcher leichter ist als Wasser, verbindet man denselben mit einem schwereren Körper, z. B. einem Stück Blei, dessen absolutes Gewicht und Gewichtsverlust im Wasser vorher durch einen besonderen Versuch bestimmt ist. — Das specifische Gewicht von Körpern, welche im Wasser auflöslich sind, bestimmt man durch Abwägung unter einer anderen Flüssigkeit, z. B. Öl, deren specifisches Gewicht in Beziehung auf Wasser bereits bekannt ist.

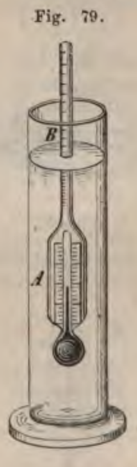
Poröse Körper, wie Holz, zeigen ein kleineres specifisches Gewicht, wenn ihre Poren mit Luft gefüllt sind, als nachdem die Luft durch Auskochen in Wasser aus denselben entfernt worden ist. Aus demselben Grunde erscheint das specifische Gewicht mancher Mineralien u. s. w. in fein gepulvertem Zustande gröſser als in festen Stücken.

Siehe die Tabelle der specifischen Gewichte in § 14.

§ 79. **Aräometer.** Der Gebrauch der **Aräometer** (ἀραιός, dünn) oder **Senkwagen** beruht auf dem zweiten Teil des Archimedischen Prinzips (§ 76), der sich auf schwimmende Körper bezieht. Man unterscheidet **Skalenaräometer und Gewichtsaräometer.**

1. Die **Skalenaräometer** dienen zur Bestimmung des specifischen Gewichts flüssiger Körper oder ihres Prozentgehalts an gelösten Stoffen. Dieselben bestehen aus einem in der Regel cylindrischen Hohlkörper von Glas A (Fig. 79), an welchem oben eine engere Glasröhre B, die **Spindel** des Aräometers, angeschmolzen ist. In der letzteren ist eine gewöhnlich auf Papier geteilte Skala eingeschlossen, welche je nach dem praktischen Zweck des Aräometers eine verschiedene Einteilung zeigt. Das untere Ende des Aräometers ist hinreichend beschwert, damit das Instrument in vertikaler Lage in stabilem Gleichgewicht schwimme. Man bewirkt dies zweckmäſsig durch die mit Quecksilber gefüllte Kugel eines kleinen Thermometers, dessen Röhre und Skala im Innern des Aräometerkörpers angebracht ist, um gleichzeitig mit dem specifischen Gewicht die Temperatur der Flüssigkeit abzulesen.

Fig. 79.



Das Aräometer taucht in einer Flüssigkeit um so tiefer ein, je kleiner ihr specifisches Gewicht ist. Ist die cylindrische Spindel des Aräometers in gleiche Teile geteilt (**Volumeter von Gay-Lussac**), und beträgt das Volumen des Aräometerkörpers bis zu dem mit 0 bezeichneten Anfangspunkt der Skala v solcher Teile, so ist aus der Tiefe des Eintauchens in zwei verschiedenen Flüssigkeiten das Verhältnis ihrer specifischen Gewichte leicht zu ermitteln. Taucht nämlich das Aräometer in der ersten Flüssigkeit bis zum Skalenteil x, in der zweiten bis zum Skalenteil y ein, so wiegen $v + x$ Raumteile der ersteren ebensoviel wie $v + y$

Raumteile der letzteren. Die specifischen Gewichte stehen also im Verhältnis von $(v + y) : (v + x)$.

Sollen die specifischen Gewichte unmittelbar an der Spindel abgelesen werden, so müssen die gleichen Unterschieden des specifischen Gewichts entsprechenden Skalenteile von unten nach oben an Gröfse zunehmen. (Es ist leicht anzugeben, nach welchem Gesetz?)

Die Skalenaräometer werden vorzugsweise zu technischen Zwecken, zur Bestimmung des Prozentgehalts von Flüssigkeiten an gelösten Stoffen gebraucht, z. B. als Alkoholometer oder Spirituswagen, als Alkalimeter zur Bestimmung des Prozentgehalts alkalischer Laugen, als Milchprober, u. s. w. Die Graduierung der Skala giebt dann unmittelbar den Prozentgehalt der Flüssigkeit an Weingeist (bei dem in Preufsen gebräuchlichen Alkoholometer von Tralles in Volumenprozenten), an Alkali, u. s. w. an. Die Angaben des Aräometers müssen jedoch, da das specifische Gewicht sich mit der Temperatur ändert (§ 200), auf eine bestimmte Normaltemperatur, z. B. $12^1/_2{}^0$ R., reduziert werden. Bei Alkoholometern liegt der Nullpunkt, bis zu welchem das Instrument in reinem Wasser eintaucht, am unteren Ende der Spindel, bei Aräometern für Flüssigkeiten, welche dichter sind als Wasser, wie Laugen, am oberen Ende.

§ 80. 2. Das Gewichtsaräometer hat anstelle der Spindel einen dünnen Hals, dessen oberes Ende ein flaches Schälchen A (Fig. 80) trägt, welches zur Aufnahme von Gewichten dient. Dasselbe wird jedesmal so weit belastet, dafs es bis zu einer am Halse angebrachten Marke einsinkt. Das verdrängte Flüssigkeitsvolumen ist dann stets gleich grofs, und das Gewicht desselben ist gleich dem des Aräometers, einschliefslich der Belastung. Es sei das ein für allemal durch Wägung ermittelte Gewicht des Aräometers p, die zum Einsinken des Aräometers bis zur Marke in zwei verschiedenen Flüssigkeiten erforderlichen Belastungen seien x und y, so stehen die Gewichte gleicher Volumina, oder die Dichtigkeiten beider Flüssigkeiten im Verhältnis von $(p + x) : (p + y)$.

Fig. 80.



Fig. 81.



Das Gewichtsaräometer von Nicholson (Fig. 81), welches zur Bestimmung des specifischen Gewichts fester Körper dient, besitzt aufser dem oberen Schälchen A noch ein zweites bei B zum Abwägen der Körper unter Wasser. Es wird zunächst die Belastung p ermittelt, durch welche das Aräometer in destilliertem Wasser bis zur Marke einsinkt. Darauf legt man den Körper, dessen specifisches Gewicht bestimmt werden soll (und dessen absolutes Gewicht nicht gröfser als p sein darf), auf das obere Schälchen A und legt so viele Gewichte hinzu, dafs das Aräometer wieder bis zur Marke einsinkt. Sind dazu q Gewichtseinheiten erforderlich, so ist das Gewicht des Körpers $p—q$. Legt man jetzt denselben Körper auf die Schale B, oder befestigt man ihn an B, so mufs wegen des Gewichtsverlustes im Wasser zu den q Gewichtseinheiten bei A noch eine neue Gewichtsmenge r hinzugefügt

werden, welche das Gewicht des gleichen Wasservolumens angiebt. Das specifische Gewicht des Körpers ist dann $\frac{p-q}{r}$.

Die Gewichtsaräometer sind um so empfindlicher, je dünner der Hals, an welchem die Marke angebracht ist. Übrigens übt die Kapillarität (s. das folgende Kapitel) einen merklichen Einfluſs auf die Angaben der Aräometer aus.

Molekularwirkungen zwischen festen und flüssigen Körpern. Kapillaritätserscheinungen.

§ 81. Kohäsion und Adhäsion der Flüssigkeiten. Benetzung, Tropfenbildung. Die im vorigen Kapitel besprochenen Gesetze des Gleichgewichts der Flüssigkeiten unter Einfluſs der Schwerkraft erleiden wesentliche Modifikationen durch die Wirkungen der Kohäsion der Flüssigkeitsteile unter sich und ihrer Adhäsion zu den Gefäſswänden.

Taucht man einen reinen Glasstab in Wasser, so bleibt beim Herausziehen desselben eine dünne Wasserschicht durch Adhäsion an der Oberfläche des Glases haften, oder das Glas wird vom Wasser benetzt. Dagegen wird Glas von Quecksilber, oder eine fettige Glasfläche von Wasser nicht benetzt. Im ersten Fall ist die Adhäsion der Flüssigkeitsteilchen zum festen Körper gröſser als die Kohäsion der Flüssigkeitsteilchen unter sich, im letzteren Fall findet das Umgekehrte statt.

Zwei eben geschliffene Metallplatten, Musschenbroeks Adhäsionsplatten, haften im trockenen Zustand mit schwacher Adhäsion an einander. Die Adhäsion wird durch eine zwischen beide gebrachte dünne Ölschicht bedeutend verstärkt. Nach dem Auseinanderreiſsen erscheinen beide Platten von Öl benetzt, — es ist also bei der Trennung der Platten die Kohäsion des Öles überwunden worden, nicht aber die Adhäsion des Öles zum Metall.

Weingeist zeigt gröſsere Adhäsion zum Glase als Wasser. Die auf einer benetzten Glasfläche haftende Wasserschicht wird durch einen darauf gebrachten Weingeisttropfen verdrängt. — Auch bei der Berührung zweier Flüssigkeiten zeigt sich der Einfluſs des verschiedenen Verhältnisses der Kohäsion und Adhäsion. Olivenöl, in geringer Menge auf Wasser gebracht, bildet rundliche Tropfen. Terpentinöl dagegen breitet sich zu einer sehr dünnen Schicht auf der Wasseroberfläche aus. Von einer ähnlichen Erscheinung der Ausbreitung rühren die eigentümlichen Bewegungen her, welche auf Wasser geworfene kleine Kampferstückchen zeigen. Gieſst man vorsichtig auf Wasser eine Schicht Alkohol, so kann man leicht zwischen beiden Flüssigkeiten, vermittelst einer Pipette (§ 101), einen gröſseren Tropfen von Olivenöl, das leichter als Wasser und schwerer als Alkohol ist (§ 14), zum Schweben bringen.

Die Kohäsion der Flüssigkeiten zeigt sich in der Tropfenbildung, von welcher dieselben den Namen der tropfbaren Flüssigkeiten erhalten haben. Eine frei fallende oder der Wirkung der Schwere entzogene Flüssigkeitsmasse rundet sich durch die Kohäsion ihrer Teile zu einem kugelförmigen Tropfen ab. Sehr kleine Quecksilbertröpfchen, auf einer horizontalen Glasplatte ruhend, sind nahezu kugelförmig; gröſsere Tropfen erscheinen durch die Wirkung der Schwere abgeplattet.

Um die Gesetze der Tropfenbildung näher zu untersuchen, brachte Plateau (1843) eine Ölmasse in ein Gemenge von Wasser und Alkohol von gleichem specifischen Gewicht, in welchem dieselbe frei schwebend durch den Druck der umgebenden Flüssigkeit getragen wurde. In Berührung mit festen Körpern (hineingesteckten Drähten von verschiedener Gestalt) kann die Oberfläche der Ölmasse mannigfaltige, aber durch bestimmte Gesetze geregelte Formen annehmen. — Die tierische Milch und künstliche Emulsionen sind wässerige Flüssigkeiten, in welchen auſserordentlich kleine und zahlreiche Fetttröpfchen in fein verteiltem Zustande schweben. — Zähe Flüssigkeiten, wie Seifenwasser, lassen sich zu dünnen Häut-

chen aufblasen. Die Formen, welche solche flüssigen Membranen für sich, oder in Berührung mit festen Körpern anzunehmen fähig sind, stimmen mit denen der Oberfläche von Flüssigkeitstropfen überein. Die Oberfläche ist bei gegebenem Rauminhalt oder gegebener Begrenzungslinie ein **Minimum**. — Die bunten Farben der Seifenblasen, welche durch die geringe Dicke des Häutchens bedingt werden finden ihre Erklärung in der Theorie des Lichts (§ 180).

§ 82. **Gestalt der Flüssigkeitsoberfläche. Elevation und Depression der Flüssigkeiten in Kapillarröhren.** Die horizontale, ebene Oberfläche einer Flüssigkeit erleidet an ihren Rändern eine Veränderung durch den Einfluſs der Wände des Gefäſses. Die Oberfläche einer benetzenden Flüssigkeit (§ 81), z. B. des Wassers in einem reinen Glasgefäſs (Fig. 82*a*), erscheint am Rande konkav, indem sich dieselbe durch die überwiegende Adhäsion an der Gefäſswand aufwärts krümmt. Der Rand einer nicht benetzenden Flüssigkeit hingegen, z. B. des Quecksilbers in einem Glasgefäſs, erscheint durch die überwiegende Kohäsion der Flüssigkeit konvex, abwärts gekrümmt (Fig. 82*b*). In sehr engen Röhren, Kapillarröhren, erscheint die ganze Oberfläche der Flüssigkeit gekrümmt und bildet einen **konkaven** oder **konvexen Meniskus**, dessen Krümmung um so stärker ist, je kleiner der Durchmesser der Röhre ist.

Fig. 82.

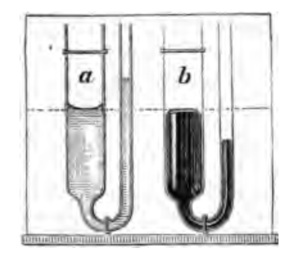
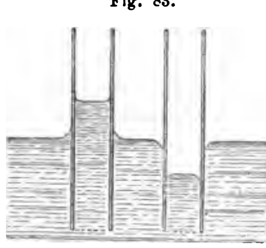


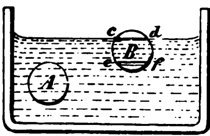
Fig. 83.



Taucht man eine an beiden Enden offene Kapillarröhre in ein weiteres, mit Flüssigkeit gefülltes Gefäſs (Fig. 83), oder bringt man die Flüssigkeit in zwei kommunizierende Röhren, von welchen die eine weit, die andere sehr eng ist (Fig. 82), so steht das Niveau der Flüssigkeit in der engen Röhre im Fall eines konkaven Meniskus höher, im Fall eines konvexen Meniskus niedriger, als in dem weiteren Gefäſs, oder es findet im ersteren Fall durch den Einfluſs der Kapillarität eine **Elevation**, im letzteren Fall eine **Depression** der Flüssigkeit in der engen Röhre statt. Die Gröſse der Elevation oder Depression ist von der Beschaffenheit der Flüssigkeit und der Gefäſswand abhängig, im übrigen bei cylindrischen Röhren **ihrem Durchmesser umgekehrt proportional**.

Auch zwischen zwei parallelen ebenen Platten findet eine Elevation oder Depression der Flüssigkeit statt, welche halb so groſs ist, wie in einer cylindrischen Röhre, deren Durchmesser dem Abstand der Platten gleichkommt.

Fig. 84.



Die soeben angeführten Gesetze der Kapillar-Elevation und -Depression sind zuerst von **Laplace** (1819) theoretisch begründet worden. Derselbe zeigte ferner, daſs der (spitze) Randwinkel, unter welchem die Oberfläche einer nicht benetzenden Flüssigkeit an die Gefäſswand stöſst, einen für dieselbe Flüssigkeit und Substanz der Gefäſswand konstanten, also von der Form des Gefäſses unabhängigen Wert besitzt. Indes wird namentlich das letztere Gesetz nicht unwesentlich durch den verändernden Einfluſs modifiziert, welchen die Oberfläche vieler Flüssigkeiten, z. B. des Quecksilbers, schon durch bloſses Stehen an der Luft erleidet.

Der Grund der Elevation und Depression der Flüssigkeiten in Kapillarröhren läſst sich im wesentlichen mittelst folgender Betrachtung übersehen. Die Anziehung, welche ein Flüssigkeitsteilchen vermöge der Kohäsion von den umgebenden Teilchen erfährt, erstreckt sich nur auf sehr kleine Entfernungen. Ein im Innern der Flüssigkeit befindliches Teilchen A (Fig. 84) wird daher nur von den innerhalb einer unendlich kleinen Kugelfläche liegenden benachbarten Teilen nach allen Richtungen gleiche Anziehung erfahren. Das Teilchen B befindet sich in einem Abstand von der Flüssigkeitsoberfläche, welcher kleiner ist, als die Entfernung, bis zu welcher sich die Wirkung der Molekularkräfte erstreckt. Dasselbe wird infolgedessen eine stärkere Anziehung in der Richtung nach dem Innern der Flüssigkeit erfahren, indem die Anziehungen der zwischen den Ebenen cd und ef enthaltenen Flüssigkeitsteilchen einander gegenseitig aufheben, mithin die Anziehung des unterhalb der Ebene ef gelegenen Kugelabschnitts übrigbleibt. Aus dieser überwiegenden Anziehung der in der Nähe der Oberfläche befindlichen Flüssigkeitsteilchen nach innen entspringt ein nach dem Innern der Flüssigkeit gerichteter Druck, welcher der Molekulardruck oder die Oberflächenspannung der Flüssigkeit genannt wird. Dieser Molekulardruck ist nun bei einer konvexen Flüssigkeitsoberfläche gröſser, bei einer konkaven geringer, als bei einer ebenen Oberfläche. Betrachten wir nämlich die Anziehung, welche ein in gleicher Entfernung von der Flüssigkeitsoberfläche gelegenes Teilchen M in jedem der drei Fälle erleidet, so hat dieselbe (Fig. 85) bei einer ebenen Oberfläche ab, wo sie von den Teilchen des Kugelsegments ab herrührt, einen mittleren Wert; bei einer konkaven Oberfläche cd heben sich die Anziehungen der zwischen den Flächen cd und $c_1 d_1$ gelegenen Flüssigkeitsteilchen gegenseitig auf, es bleibt mithin nur die Anziehung des kleineren Meniskus $c_1 d_1$, endlich bei einer konvexen Oberfläche ef die des gröſseren Meniskus $e_1 f_1$ übrig. Der daraus entspringende gröſsere oder geringere Molekulardruck bewirkt daher eine Depression oder Elevation der Flüssigkeit, welche um so gröſser ist, je stärker die Krümmung des Meniskus.

Fig. 85.



Auf ähnliche Weise erklärt sich die konvexe oder konkave Gestaltung der Flüssigkeitsoberfläche am Rande des Gefäſses durch die verschiedene Anziehung, welche die in der Nähe der Gefäſswand befindlichen Teilchen einerseits von den Teilchen der Gefäſswand, andererseits von den benachbarten Flüssigkeitsteilchen erfahren.

Auf der Kapillarität beruht das Eindringen und Aufsteigen der Flüssigkeiten in porösen Körpern, wie Löschpapier, Schwamm, Zucker u. dergl.

§ 83. **Diffusion der Flüssigkeiten, Lösung, Osmose.** Werden verschiedene Flüssigkeiten in einem Gefäſs zusammengebracht, so lagern sie sich entweder nach der Ordnung ihrer specifischen Gewichte über einander, ohne sich zu mischen, wie Quecksilber, Wasser und Öl, oder sie lösen sich, wenn zwischen ihren Teilchen eine hinreichende Molekularanziehung stattfindet, gegenseitig auf und bilden eine Mischflüssigkeit, wie Wasser und Weingeist. Ebenso werden feste Körper in diesem Fall von einer Flüssigkeit aufgelöst und in den flüssigen Aggregatzustand übergeführt, wie z. B. Kochsalz oder Zucker in Wasser.

Gieſst man zwei mischbare Flüssigkeiten, z. B. eine Salzlösung und reines Wasser, vorsichtig so über einander, daſs anfänglich die leichtere Flüssigkeit über der schwereren gelagert ist, so findet, infolge der Molekularattraktion, auch bei völliger Ruhe des Gefäſses, eine von Schicht zu Schicht allmählich fortschreitende Vermischung beider Flüssigkeiten statt, indem ihre Moleküle sich gegenseitig durchdringen, bis endlich die ganze Flüssigkeit gleiche Koncentration und chemische Zusammensetzung zeigt. Diese Erscheinung wird mit dem Namen der Diffusion der Flüssigkeiten bezeichnet.

Sind zwei mischbare Flüssigkeiten durch eine poröse Scheidewand von gebranntem Thon, Gips oder dergl., oder durch eine tierische oder vegetabilische Membran (Blase, Zellmembran) getrennt, so findet auch durch diese Scheidewand ein Austausch der Bestandteile beider Flüssigkeiten statt, welcher Osmose genannt wird. In der Regel gehen dabei ungleiche Mengen der Bestandteile beider Flüssigkeiten durch die Scheidewand in entgegengesetzter Richtung hindurch, so daſs, wenn das Niveau auf beiden Seiten ursprünglich gleich war, dasselbe auf einer Seite, der Schwerkraft entgegen, steigt, auf der anderen sinkt. (Vergl. § 106.)

Werden z. B. Salzlösungen und Wasser durch tierische Blase getrennt, so sinkt das Niveau auf der Seite des Wassers und steigt auf der Seite der Salzlösung; doch findet nie ein bloſser Übergang des Wassers zur Salzlösung, sondern stets gleichzeitig ein Übertritt des Salzes zum Wasser statt, bis schlieſslich die Lösung auf beiden Seiten der Membran gleiche Koncentration besitzt. Diese beiden gleichzeitigen entgegengesetzten Strömungen durch die Membran wurden von Dutrochet als Endosmose und Exosmose unterschieden. Dieser Forscher erkannte zuerst die Wichtigkeit der Osmose für den Organismus der Tiere und Pflanzen. Obgleich die Zellwände der Pflanzen, sowie die Wandungen der Zellen und Blutgefäſse des tierischen Organismus, selbst unter dem Mikroskop, keine sichtbaren Öffnungen zeigen, erfolgt doch durch dieselben hindurch der Austausch der Säfte und alle Aufnahme von Nahrungsbestandteilen durch Osmose.

Graham fand, daſs sich die löslichen Substanzen hinsichtlich ihrer Diffusionsgeschwindigkeit in zwei Gruppen teilen lassen, welche er mit den Namen der Krystalloidsubstanzen und Colloidsubstanzen unterscheidet. Erstere, zu denen die Metallsalze, Zucker, u. dergl. gehören, sind im festen Zustande krystallinisch. Die letzteren, wie Leim, Eiweiſs, Caramel, lösliche Kieselsäure, sind unkrystallinisch und bilden im Wasser gelatinöse Lösungen. Die Diffusionsgeschwindigkeit ist im allgemeinen für Krystalloide sehr viel gröſser als für Colloide. Durch eine Membran aus einer Colloidsubstanz, z. B. Pergamentpapier, diffundieren Krystalloide mit Leichtigkeit, während die Diffusion der Colloide fast völlig gehindert wird. Die Diffusion kann daher bei chemischen Analysen zur Trennung dieser beiden Klassen von Substanzen benutzt werden.

Zu derselben Klasse von Molekularwirkungen gehört endlich die wichtige Eigenschaft poröser Körper, vorzüglich der Knochenkohle, der Ackererde, u. s. w., beim Durchfiltrieren von Flüssigkeiten die in demselben gelösten Farbstoffe, Salze, u. s. w. an sich zu ziehen und festzuhalten, so daſs die Lösung im entfärbten oder verdünnten Zustande hindurchfiltriert (§ 19e).

Bewegungserscheinungen der tropfbaren Flüssigkeiten.

§ 84. Ausfluſsgeschwindigkeit, Torricellis Theorem. Wird in dem Boden oder der Wand eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefäſses eine Öffnung angebracht, so strömt die Flüssigkeit aus derselben hervor mit einer Geschwindigkeit, welche mit der Druckhöhe wächst, dagegen von der Dichtigkeit der Flüssigkeit und von der Richtung des ausflieſsenden Strahles unabhängig ist. Nach einem von Torricelli 1641 aufgestellten Satz ist die Ausfluſsgeschwindigkeit gleich der Endgeschwindigkeit, welche ein Körper erlangen würde, wenn er vom Flüssigkeitsniveau bis zur Höhe der Ausfluſsöffnung frei herabfiele. Dieselbe wird also, wenn h die Druckhöhe bezeichnet, nach § 32 durch die Formel

$$v = \sqrt{2gh}$$

ausgedrückt und ist der Quadratwurzel aus der Druckhöhe proportional.

Die Unabhängigkeit der Ausfluſsgeschwindigkeit von der Richtung des ausflieſsenden Strahles ist eine Folge der nach allen Richtungen gleichmäſsigen Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten. — Ein vertikal aufwärts springender

Flüssigkeitsstrahl — Springbrunnen — sollte infolge der erlangten Ausflufsgeschwindigkeit bis zur Höhe des Wasserniveaus im Ausflufsgefäfs emporgetrieben werden. Dafs die wirklich erreichte Höhe immer geringer ist, rührt von der Reibung der Flüssigkeit an den Wänden des Ausflufsrohres, vom Widerstand der Luft und von dem Umstand her, dafs die Geschwindigkeit der nachfolgenden Wasserteilchen durch den Widerstand der vorangehenden verringert wird, indem diese durch die Schwerkraft in ihrer Bewegung verzögert werden und schliefslich wieder auf den emporsteigenden Strahl zurückfallen. Es ist deshalb vorteilhaft, wenn der Strahl nicht genau vertikal, sondern in etwas schräger Richtung emporsteigt.

Der Zusammenhang des Torricellischen Satzes mit den früher aufgestellten allgemeinen Gesetzen der Bewegung ist leicht ersichtlich. Die beim Ausströmen einer bestimmten Gewichtsmenge p der Flüssigkeit geleistete Arbeit (§ 43) ist nämlich $p \,.\, h$, indem eine gleiche Gewichtsmenge vom Flüssigkeitsniveau bis zur Höhe der Ausflufsöffnung herabsinkt. Die erlangte Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$ würde nach § 33 genügen, um dieselbe Flüssigkeitsmenge wieder bis zum Niveau des Ausflufsgefäfses zu heben, oder eine Arbeitsmenge, gleich der zur Mitteilung der Geschwindigkeit verbrauchten, wieder zu erzeugen.

§ 85. **Ausflufsmenge; Gestalt des Flüssigkeitsstrahls.** Wenn der Querschnitt des ausfliefsenden Strahles gleich der Gröfse der Ausflufsöffnung wäre, so könnte man sich die während einer Sekunde ausgeflossene Flüssigkeitsmenge in der Gestalt eines Cylinders denken, dessen Grundfläche die Ausflufsöffnung und dessen Höhe gleich der Ausflufsgeschwindigkeit wäre. Ist w die Gröfse der Öffnung, v die Ausflufsgeschwindigkeit, so wäre demnach

$$wv = w\sqrt{2gh}$$

das Volumen der ausgeflossenen Flüssigkeit. Bezeichnet ferner, wie in § 72, s das specifische Gewicht der Flüssigkeit, so wäre das gefundene Volumen noch mit s zu multiplizieren, um die Ausflufsmenge in Gewichtseinheiten ausgedrückt zu erhalten. — Die wirklich beobachtete Ausflufsmenge ist jedoch bei Öffnungen in einer dünnen Gefäfswand immer kleiner, als die nach obiger Formel berechnete und beträgt, z. B. bei Wasser, nur etwa 0,62 derselben. In der That lehrt die Beobachtung, dafs die Gestalt des ausfliefsenden Strahls keine cylindrische ist, sondern dafs sein Querschnitt sich in der Nähe der Ausflufsöffnung bis auf etwa $^2/_3$ der Gröfse der Öffnung verengt.

Diese Zusammenziehung des Flüssigkeitsstrahls (contractio venae, Newton) rührt hauptsächlich davon her, dafs die Flüssigkeitsteilchen im Innern des Gefäfses von allen Seiten her nach der Öffnung in konvergierenden Richtungen zusammenströmen, und dafs ihre seitliche Geschwindigkeit an der Ausflufsöffnung nicht plötzlich vernichtet werden kann. — Auch die Reibung der Flüssigkeit an den Rändern der Öffnung trägt zur Verminderung der Ausflufsmenge bei. — Durch eine kurze, cylindrische Ansatzröhre aus einer Substanz, welche von der Flüssigkeit benetzt wird, kann die Kontraktion des Flüssigkeitsstrahls beseitigt und die Ausflufsmenge vergröfsert werden. Doch findet dabei ein Verlust an Geschwindigkeit statt.

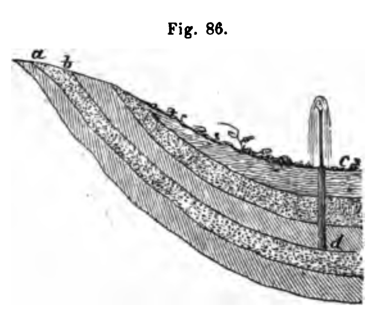
Ein vertikal abwärts fliefsender Strahl bleibt anfangs zusammenhängend. Wegen der wachsenden Fallgeschwindigkeit der Wasserteilchen aber zerreifst derselbe in einer gewissen Entfernung von der Ausflufsöffnung und löst sich in eine Reihe getrennter Tropfen auf, welche jedoch wegen der grofsen Geschwindigkeit, mit welcher sie aufeinander folgen, nicht einzeln unterschieden werden können (§ 165). Dieser Teil des Strahls erscheint trübe, undurchsichtig und zeigt eine Reihe abwechselnder Anschwellungen und Verengungen (Savartsche Bäuche). Der Grund dieser Erscheinung wird sichtbar, wenn man dieselbe durch einen schnell vor dem Auge vorbeigeführten Spalt beobachtet, oder den im Dunkeln ausfliefsenden Strahl momentan durch einen elektrischen Funken beleuchtet, wobei die einzelnen Tropfen wegen der kurzen Dauer des Lichteindrucks ruhend und getrennt erscheinen (§ 280). Man bemerkt dann, dafs die Tropfen mit der Entfernung von

der Trennungsstelle des Strahls regelmäfsig ihre Gestalt verändern und abwechselnd aus der verlängerten Form, die sie im Augenblick des Abreifsens besitzen, durch die Kugelgestalt in die abgeplattete Form und umgekehrt übergehen.

Ein in horizontaler oder schiefer Richtung ausfliefsender Flüssigkeitsstrahl zeigt die Form einer Parabel (§ 35), welche durch den Luftwiderstand modifiziert wird.

§ 86. Quellen und artesische Brunnen. Auf den Gesetzen des Wasserdrucks beruht die Entstehung natürlicher Quellen und die Anlage künstlicher Bohrbrunnen, welche von der Grafschaft Artois, wo sie zuerst im Anfang dieses Jahrhunderts in häufige Anwendung kamen, den Namen artesische Brunnen erhalten haben. — Das Regenwasser dringt nämlich in das Erdreich ein und sammelt sich in den Zwischenräumen poröser, sandiger oder kalkiger Schichten, während es von anderen, namentlich thonigen Schichten, nicht hindurchgelassen wird. Folgen nun, wie es häufig in Thalmulden der Fall ist, abwechselnd wasserhaltige und wasserdichte Schichten in geneigter Lage auf einander, welche an einer höher gelegenen Stelle zu Tage treten, so wird das bei *ab* (Fig. 86) in den Schichtenkopf einer porösen Schicht eindringende Wasser durch die darüber liegende wasserdichte Thonschicht am Emporsteigen gehindert. Es steigt aber durch den hydrostatischen Druck sofort in Form eines Wasserstrahls empor, sobald die wasserdichte Schicht bei *cd* durch ein Bohrloch durchbrochen wird.

Fig. 86.

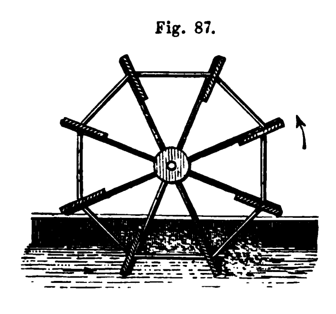


Zu den tiefsten Bohrlöchern gehören diejenigen von Passy bei Paris (557 m) und von Neusalzwerk bei Minden (696,5 m). In Algerien sind ganze Wüstenstrecken durch Bohrung artesischer Brunnen in fruchtbare Oasen umgewandelt worden.

§ 87. Wasserräder und Turbinen. Um den Fall des Wassers als Triebkraft zu verwenden, bedient man sich der Wasserräder. Dieselben sind teils vertikale, teils horizontale oder Turbinen. Unter den vertikalen Wasserrädern, deren Umdrehungsaxe horizontal ist, unterscheidet man unterschlächtige und oberschlächtige. Eine Mittelstufe zwischen beiden bilden die sogenannten rückschlächtigen Wasserräder.

a. Die unterschlächtigen Wasserräder (Fig. 87) werden vorzugsweise bei grofser Wassermenge und geringem Gefälle gebraucht. Das in einem schiefen Gerinne herabfliefsende Wasser stöfst gegen die am Umfange des Rades oder Radkranzes angebrachten Schaufeln, welche es durch seinen Stofs und Druck in Bewegung setzt, indem es einen Teil seiner beim Herabfliefsen erlangten Geschwindigkeit an dieselben abgiebt. Die Schaufeln sind entweder eben, oder, wie bei den Ponceletschen Rädern, auf zweckmäfsige Weise gekrümmt.

Fig. 87.



b. Bei den oberschlächtigen Rädern, welche vorzugsweise bei höherem Gefälle und geringer Wassermenge in Anwendung kommen, wird

das Wasser von obenher auf den Radkranz geleitet (Fig. 88), dessen Schaufeln Zellen bilden, die an beiden Seiten des Radkranzes durch Seitenwände geschlossen sind, so daſs die Zellen auf der abwärts gehenden Seite des Rades mit Wasser gefüllt bleiben und sich unten entleeren. Das Wasser wirkt hier teils durch den Stoſs gegen die Radschaufeln, teils durch sein Gewicht, indem die gefüllten Zellen auf der vorderen Seite des Radkranzes schwerer sind, als die leeren Zellen auf der hinteren, aufsteigenden Seite. Eine umgekehrte Einrichtung findet bei den zum Heben des Wassers dienenden Schöpfrädern statt.

Fig. 88.



c. Bei sehr hohem Gefälle bedient man sich mit Vorteil der horizontalen Wasserräder oder Turbinen. Unter diesen soll nur die Segnersche oder schottische Turbine als die bemerkenswerteste hervorgehoben werden. Das durch die vertikale, hohle Umdrehungsaxe A (Fig. 89) zuströmende Aufschlagswasser strömt durch die hohlen, gekrümmten Arme der Turbine und entweicht durch die an den Enden derselben angebrachten Öffnungen BB in tangentialer Richtung. Denkt man sich zunächst die Öffnungen BB verschlossen, so würde das Rad infolge des allseitigen gleichförmigen Druckes im Gleichgewicht sein. Werden nun die Arme geöffnet, so wird einerseits der in der Richtung des ausflieſsenden Wassers wirkende Druck aufgehoben, und es bleibt ein Überdruck in der entgegengesetzten Richtung. Dazu kommt, daſs das durch die Arme strömende Wasser gezwungen ist, sich in krummliniger Bahn zu bewegen und infolgedessen einen Druck auf die Bahn ausübt (§ 55), welcher das Rad in einer der Ausströmung des Wassers entgegengesetzten Richtung umtreibt.

Fig. 89.



Die Leistungsfähigkeit einer Wasserkraft wird bestimmt durch das Produkt aus dem Gewicht der pro Sekunde disponiblen Wassermenge und aus der Höhe des Gefälles. Eine Wasserkraft, welche pro Sekunde 25 kg Wasser bei einem Gefälle von 3 m verbraucht, würde der Theorie nach eine Arbeitsleistung von 75 Kilogrammmeter pro Sekunde oder einer Pferdekraft liefern (§ 43). In der Praxis kann jedoch dieses Maximum des Nutzeffekts schon darum nicht erreicht werden, weil das Wasser nie seine ganze, durch den Fall erlangte Geschwindigkeit an das Rad überträgt, sondern den Radkranz mit einer Geschwindigkeit verläſst, welche mindestens der Geschwindigkeit am Umfange des Rades gleichkommt. Die besten oberschlächtigen Räder und Turbinen liefern etwa 70% des theoretischen Effekts, die unterschlächtigen noch weniger.

Man schätzt die Wassermenge des Niagara-Falls auf 1300000 cbm pro Stunde oder etwa 360000 kg pro Sekunde, welche von einer Höhe von 50 m herabstürzen und eine Arbeitsleistung von 240000 Pferdekräften zu liefern imstande wären.

Auf die Einrichtung der sogenannten Wassersäulenmaschinen, welche ein durch Wasserdruck getriebenes Pumpwerk bilden und namentlich zur Hebung von Salzsole auf groſse Höhen angewendet werden, kann hier nicht näher eingegangen werden.

Anmerkung. Sowohl tropfbare als luftförmige Flüssigkeiten setzen der Bewegung der Körper in ihrem Innern einen Widerstand entgegen, welcher teils von der Reibung der Flüssigkeit an der Oberfläche des Körpers, teils davon herrührt, dafs durch den Körper die umgebenden Flüssigkeitsteile in Mitbewegung versetzt werden. Der Widerstand ist wesentlich von der Form des bewegten Körpers abhängig, welche zweckmäfsig gewählt werden mufs, um den Widerstand möglichst zu verringern (z. B. in der Schiffsbaukunst). Der Widerstand wächst mit der Geschwindigkeit der Bewegung und zwar in schnellerem Verhältnis als diese, da mit derselben sowohl die Menge der mitbewegten Flüssigkeitsteilchen, als auch die Geschwindigkeit, welche denselben erteilt werden mufs, zunimmt.

C. Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung luftförmiger Körper. (Pneumatik.)

§ 88. Die luftförmigen Körper haben mit den tropfbaren Flüssigkeiten die leichte Verschiebbarkeit der Teilchen gemein, unterscheiden sich aber von denselben durch den gänzlichen Mangel der Kohäsion und das Bestreben ihrer Teile, sich möglichst weit von einander zu entfernen. Infolge dieses Bestrebens füllen sie jederzeit den ihnen gebotenen Raum ganz aus und üben auf die Wände des umschliefsenden Gefäfses einen Druck aus, der mit der Dichtigkeit des in demselben enthaltenen Gases wächst. — Eine Gasmasse, welche in einem cylindrischen, mit einem luftdichten Stempel verschlossenen Gefäfs enthalten ist, kann durch einen auf den Stempel ausgeübten Druck leicht auf einen geringen Bruchteil ihres ursprünglichen Volumens komprimiert werden. Nach dem Aufhören des Druckes treibt dieselbe durch ihren Gegendruck den Stempel genau bis zu der ursprünglichen Höhe empor. Die luftförmigen Körper besitzen demnach, wie die tropfbar flüssigen (§ 71), vollkommene Volumenelasticität, sind aber in viel höherem Grade zusammendrückbar. Im übrigen gelten für die Fortpflanzung des Druckes in luftförmigen Körpern dieselben Gesetze, wie für tropfbare Flüssigkeiten (§ 70).

Die Dichtigkeit der Gase ist in der Regel sehr viel geringer als die der tropfbaren Flüssigkeiten. So ist z. B. atmosphärische Luft 773 mal weniger dicht als Wasser. Die Dichtigkeiten der übrigen Gase pflegt man nicht, wie die der tropfbar flüssigen und festen Körper, im Vergleich mit Wasser, sondern mit atmosphärischer Luft, oder mit Wasserstoffgas, welches unter allen Gasen die geringste Dichtigkeit besitzt, zu bestimmen (vergl. § 94)

§ 89. Schwere der Luft, atmosphärischer Druck. Dafs die luftförmigen Körper mit den festen und flüssigen die Eigenschaft der Schwere gemein haben, läfst sich nachweisen, indem man einen durch einen luftdichten Hahn verschliefsbaren Glasballon zuerst mit Luft gefüllt abwägt und dann die Wägung wiederholt, nachdem man mittelst der unten (§ 97) zu beschreibenden Luftpumpe die Luft aus demselben entfernt hat. Die Erdoberfläche ist von einer Lufthülle oder Atmosphäre umgeben, deren Höhe (aus astronomischen Gründen, vergl. auch § 303) auf etwa 10 Meilen geschätzt wird, und welche im wesentlichen aus einem Gemenge von 79 Raumteilen Stickstoffgas und 21 Raumteilen Sauerstoffgas gebildet wird.

Infolge ihrer Schwere übt die Atmosphäre auf die an der Erdoberfläche befindlichen Körper einen beträchtlichen Druck aus. Dieser Druck wird nur darum für gewöhnlich nicht wahrgenommen, weil er auf alle

Körper und nach allen Richtungen mit gleicher Stärke wirkt. Seine Wirkung wird aber sofort bemerkbar, sobald er durch Entfernung der Luft an einer Stelle aufgehoben wird.

Infolge der allseitigen Fortpflanzung des Druckes ist derselbe in Zimmern und anderen mit der Atmosphäre kommunizierenden Räumen ebenso grofs wie unter freiem Himmel.

Durch den atmosphärischen Druck erklären sich die Erscheinungen, dafs aus einem mit Wasser gefüllten und mit der nach unten gekehrten Öffnung in ein weiteres Gefäfs mit Wasser getauchten Glase das Wasser nicht ausfliefst; dafs aus einem gefüllten Fafs durch den geöffneten Hahn die Flüssigkeit erst dann ausfliefst, wenn auch das Spundloch geöffnet worden ist; dafs das Wasser dem in einem cylindrischen Pumpenrohr emporgezogenen Stempel nachfolgt, u. s. w., Erscheinungen, welche, bevor das Vorhandensein des Luftdrucks durch Torricelli nachgewiesen worden war (§ 90), durch einen angeblichen Abscheu der Natur vor dem leeren Raum (horror vacui) erklärt wurden. — Heber und Stechheber (§§ 100, 101).

§ 90. Torricellis Versuch (1643). Um das Vorhandensein des Luftdrucks nachzuweisen, füllte Torricelli eine etwa 90 cm lange, an einem Ende verschlossene Glasröhre AB (Fig. 90), mit Quecksilber und tauchte dann das offene Ende der Röhre in ein weiteres, mit Quecksilber gefülltes Gefäfs. Während des Umkehrens der Röhre wurde das offene Ende derselben mit dem Finger verschlossen, um das Ausfliefsen des Quecksilbers zu verhüten. Wurde nun die Röhre, nach Entfernung des Fingers, vertikal gestellt, so flofs das Quecksilber nicht aus, sondern die Quecksilbersäule im Innern der Röhre sank nur so weit herab, dafs ihr Gipfel um etwa 760 mm (28 par.″) höher stand, als das Niveau des Quecksilbers im äufseren Gefäfs. Über dem Quecksilber blieb im obersten Teil der Röhre ein leerer Raum, das Torricellische Vacuum. Beim tieferen Einsenken der Röhre in das Quecksilbergefäfs verminderte sich die Ausdehnung dieses leeren Raumes, so dafs die Niveaudifferenz immer dieselbe Gröfse von 760 mm behielt. Die 760 mm hohe Quecksilbersäule im Innern der Röhre wird demnach von dem auf das Quecksilberniveau im äufseren Gefäfs wirkenden Druck der Atmosphäre im Gleichgewicht gehalten. Sobald am oberen Ende der Röhre eine Öffnung angebracht wird, durch welche die Luft in das Torricellische Vacuum eintreten kann, sinkt das Quecksilber in der Röhre bis zum Niveau des äufseren Gefäfses herab, weil jetzt innen und aufsen der gleiche Atmosphärendruck wirkt.

Fig. 90.

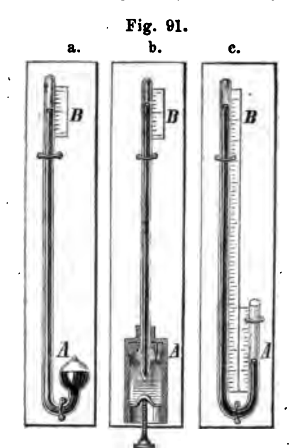


Die Höhe der vom Atmosphärendruck getragenen Quecksilbersäule, welche am Meeresniveau im Mittel etwa 760 mm beträgt, giebt ein Mafs für die Stärke des Luftdrucks. Der Druck auf 1 qcm ist nämlich gleich dem Gewicht von 76 ccm Quecksilber, oder da das specifische Gewicht des Quecksilbers = 13,59 ist, so beträgt derselbe 76 . 13,59 g = 1,033 kg auf 1 qcm. Dieser Atmosphärendruck wird häufig als Mafseinheit für den Druck der Gase und Dämpfe gebraucht, so dafs z. B. bei einem Druck von 10 Atmosphären jedes Quadratcentimeter mit 10,33 kg belastet ist.

Der Quecksilbersäule von 760 mm (28 par.″) entspricht eine Wassersäule von 13,59 . 0,76 oder 10,33 m (31,7′) Höhe. In einem Pumpenrohr kann das Wasser durch Aufziehen des Stempels nur bis zu dieser Höhe gehoben werden. Diese Erfahrung, welche man bei der Anlage eines Brunnens zu Florenz machte, gab die Veranlassung zu dem oben beschriebenen Versuch von Torricelli und zur Entdeckung der Gesetze des Luftdrucks.

§ 91. **Barometer.** Der Druck der Atmosphäre ist nicht zu allen Zeiten und an allen Orten gleich grofs. Um seine Veränderungen zu messen, dient das von Torricelli erfundene Barometer. Dasselbe besteht im wesentlichen aus einer gebogenen Glasröhre *AB* (Fig. 91), welche einen längeren, oben geschlossenen, und einen kürzeren, oben offenen Schenkel besitzt und mit Quecksilber gefüllt ist. Der geschlossene Schenkel mufs etwa 90 cm lang sein; der kürzere, offene Schenkel endet in der Regel in einem weiteren angeschmolzenen Gefäfs *A* (Fig. 91a). Die Röhre wird ganz mit Quecksilber gefüllt und durch Auskochen des Quecksilbers vollständig von der am Glase adhärierenden atmosphärischen Luft (§ 107) befreit. Bei vertikaler Stellung der Barometerröhre bildet sich dann in dem längeren Schenkel über dem Gipfel der Quecksilbersäule bei *B* ein Torricellisches Vacuum, und die Niveaudifferenz beider Schenkel giebt die Gröfse des Luftdruckes an. Auf dem Brettchen, an welchem die Barometerröhre befestigt ist, befindet sich gleichzeitig eine in Pariser Linien oder Millimeter eingeteilte Skala, an welcher die Barometerhöhe abgelesen werden kann. Der Nullpunkt der Skala mufs mit dem Niveau des Quecksilbers im offenen Schenkel zusammenfallen.

Fig. 91.



Beim Ablesen des Barometers mufs stets der Gipfel der gewölbten Quecksilberkuppe (§ 82) beobachtet und zur Vermeidung der Parallaxe das Auge in gleicher Höhe mit der Quecksilberkuppe gehalten werden. Bei genaueren Beobachtungen wird die Schärfe der Ablesung durch einen Nonius vergröfsert. Bei Anwendung zu enger Barometerröhren übt die Kapillarität einen beträchtlichen Einflufs auf die Höhe der Quecksilbersäule. Auch die Temperatur mufs berücksichtigt werden, da bei höherer Temperatur das Quecksilber, infolge der Ausdehnung durch die Wärme (§ 200), specifisch leichter ist, als bei niederer Temperatur. Genaue Barometerbeobachtungen müssen daher, um vergleichbar zu sein, auf 0° reduziert werden.

Wenn das Niveau des Quecksilbers im längeren Schenkel steigt oder fällt, so ändert sich gleichzeitig das Niveau im kürzeren Schenkel. Ist das an diesem angebrachte Gefäfs *A* weit genug, so sind diese Niveauänderungen so gering, dafs dieselben, wo es auf grofse Genauigkeit nicht ankommt, vernachlässigt werden können. Bei genauen Beobachtungen zu wissenschaftlichen Zwecken kann dieser Fehler auf verschiedene Weise vermieden werden. Beim Gefäfsbarometer mit konstantem Niveau (Fig. 91b) taucht das offene Ende der geraden Barometerröhre *AB* in ein Quecksilbergefäfs, dessen Boden durch eine Schraube gehoben oder gesenkt werden kann. Vom Deckel des Gefäfses, der zur Verbindung mit der äufseren Atmosphäre mit einer engen Öffnung versehen ist, ragt eine Stahlspitze in das Gefäfs herab. Vor jeder Beobachtung wird durch Drehen der Schraube der Boden und dadurch das Quecksilberniveau so weit gehoben oder gesenkt, dafs es die Stahlspitze genau berührt, welche dem Nullpunkt der Skala entspricht. Beim Heberbarometer (Fig. 91c) sind beide Schenkel gleich weit, wodurch der Einflufs der Kapillarität verringert wird, und es kann entweder die ganze Skala durch eine Schraube verstellt werden, so dafs jedesmal der Nullpunkt derselben mit dem Niveau im kürzeren Schenkel in Übereinstimmung gebracht wird, oder es werden die Niveauänderungen beider Schenkel abgelesen.

§ 92. **Beziehung zwischen Druck und Volumen der Gase. Mariottes Gesetz.** Eine in einem geschlossenen Gefäfs enthaltene Gasmasse übt infolge ihrer Elasticität einen Druck auf die Wände des Ge-

fäſses aus, besitzt also eine gewisse **Spannkraft**. Es sei z. B. *AB* (Fig. 92) ein cylindrisches Gefäſs von 1 qcm Querschnitt, welches mit Luft gefüllt und durch einen luftdicht schlieſsenden Stempel *B* verschlossen ist. Wird die über dem Stempel *B* befindliche Luft entfernt, so muſs der Stempel mit einem Gewicht von etwa 1 kg (§ 90) belastet werden, um die Expansion der im Gefäſs enthaltenen Luft zu verhindern. Um die Luftmasse bis auf die **Hälfte ihres ursprünglichen Volumens zu komprimieren**, oder um den Stempel bis *C* niederzudrücken, ist eine Belastung von 2 kg erforderlich. Durch eine derartige Belastung verdoppelt sich auch die Spannkraft der eingeschlossenen Luft, und jedes Quadratcentimeter der Gefäſswand hat also jetzt den **doppelten Druck** auszuhalten. Da dieselbe Luftmasse nur noch die Hälfte ihres ursprünglichen Volumens einnimmt, so ist ihre **Dichtigkeit die doppelte. Im allgemeinen ist das Volumen einer Gasmasse dem Drucke, welchem dieselbe ausgesetzt ist, umgekehrt proportional, oder die Dichtigkeit wächst im geraden Verhältnis des Druckes, oder auch, die Spannkraft eines Gases ist der Dichtigkeit direkt, dem Volumen umgekehrt proportional.**

Fig. 92.



Fig. 93.



Um die Richtigkeit dieses zuerst von **Boyle** (1662) und bald darauf unabhängig von **Mariotte** (1679) aufgefundenen Gesetzes durch den Versuch zu erweisen, dient am besten eine gebogene, an beiden Enden offene Glasröhre *ABC* (Fig. 93) mit den ungleich langen Schenkeln *AB*, *BC*, von denen der kürzere, der genau cylindrisch sein muſs, bei *C* durch einen Hahn verschlossen werden kann. Bei *B* ist ein zweiter Hahn zum Ablassen des in die Röhre gegossenen Quecksilbers angebracht. Die Röhre ist mit einer in Linien oder Millimeter geteilten Skala versehen, an welcher der Stand des Quecksilbers in beiden Schenkeln abgelesen werden kann. Gieſst man nun, während der Hahn *B* geschlossen und *C* geöffnet ist, durch die mit einem Trichter versehene Öffnung *A* etwas Quecksilber in die Röhre, so steht dasselbe in beiden Schenkeln gleich hoch. Wenn der Gipfel der Quecksilbersäule in beiden Schenkeln den mit 0 bezeichneten Anfangspunkt der Skala erreicht hat, schlieſst man den Hahn *C*. Die im kürzeren Schenkel abgeschlossene Luftsäule steht dann unter dem Druck einer Atmosphäre (§ 90). Wird jetzt bei *A* mehr Quecksilber zugegossen, so wird durch den Druck der im längeren Schenkel enthaltenen Quecksilbersäule die Luft im kürzeren Schenkel komprimiert und zwar bei einem Niveauunterschied von 760 mm genau auf die Hälfte, bei einem Unterschied von 2 . 760 mm auf $1/3$ ihres ursprünglichen Volumens, u. s. f. Da jedesmal zu dem Druck der Quecksilbersäule noch der auf das Quecksilber im offenen Schenkel wirkende Atmosphärendruck hinzuzufügen ist, so ergiebt sich daraus, daſs dem Druck von 1, 2, 3, u. s. f. Atmosphären beziehungsweise die Volumina 1, $1/2$, $1/3$, u. s. f. entsprechen. — Zum Nachweis der Richtigkeit des Gesetzes auch für **Verdünnung der Luft** füllt man anfänglich, während der Hahn *C* offen bleibt, beide Schenkel so weit mit Quecksilber, daſs bei *C* nur ein wenige Zoll langer Teil der Röhre mit Luft gefüllt bleibt und schlieſst dann den Hahn *C*. Läſst man darauf bei *B* Quecksilber abflieſsen, so verdünnt sich die Luft bei *C*, und das Niveau des Quecksilbers steht im offenen Schenkel niedriger, als im geschlossenen. Hat sich die Luft bei *C* auf das Doppelte, das Dreifache, das Vierfache u. s. w. ihres ursprünglichen Volumens ausgedehnt, so steht sie bezüglich nur unter dem Druck einer halben, einer Drittel-, einer Viertel- u. s. w. Atmosphäre, beträgt also der Niveauunterschied der Quecksilbersäulen entsprechend

$$\frac{1}{2} \cdot 760 = 380 \text{ mm}, \quad \frac{2}{3} \cdot 760 = 506^2/_3 \text{ mm}, \quad \frac{3}{4} \cdot 760 = 570 \text{ mm, u. s. w.}$$

Indem **Regnault** den Schenkel *AB* bis zu einer Höhe von 24 m verlängerte,

prüfte er (1845) die Richtigkeit des Mariotteschen Gesetzes für atmosphärische Luft und für verschiedene Gase bis zu einem Druck von 30 Atmosphären. Er fand, daſs die atmosphärische Luft und die Gase auch bei hohem Druck, solange sie noch ihrem Verflüssigungspunkt (vergl. § 212) fern bleiben, nur sehr geringe Abweichungen vom Mariotteschen Gesetz wahrnehmen lassen. In der Nähe des Verflüssigungspunktes zeigten sich gröſsere Abweichungen, indem alsdann namentlich die Dichtigkeit der Gase in schnellerem Verhältnis wächst als der Druck. Natterer ging in seinen Untersuchungen bis zu einem Druck von 3600 Atmosphären.

Bezeichnet v das Volumen einer Gasmasse unter dem Druck p, v_1 das Volumen derselben Gasmasse unter dem Druck p_1, so wird das Mariottesche Gesetz durch die Proportion
$$v : v_1 = p_1 : p,$$
oder auch durch die Gleichung
$$p v = p_1 v_1$$
ausgedrückt, d. h. bei gleichbleibender Temperatur ist das Produkt aus Druck und Volumen einer bestimmten Gasmenge konstant. Da ferner die Dichtigkeit in demselben Verhältnis wächst, in welchem das Volumen abnimmt, so folgt
$$d : d_1 = p : p_1.$$

§ 93. Das Manometer dient zur Messung des Druckes eingeschlossener Gase, Dämpfe oder Flüssigkeiten (vergl. §§ 71, 216, 223). Man unterscheidet offene und geschlossene Manometer. Das offene Manometer besteht aus einer oben und unten offenen, mit einer Skala versehenen Glasröhre, deren unteres Ende in ein Gefäſs mit Quecksilber taucht. Ein auf die Oberfläche dieses Quecksilbers ausgeübter Luft- oder Dampfdruck treibt das Quecksilber im Innern der Röhre empor und aus der Höhe der gehobenen Quecksilbersäule kann, nach dem obigen (§ 90), der Druck in Atmosphären oder in Kilogrammen berechnet werden. Da bei hohem Druck die Quecksilbersäule sehr hoch sein muſs, wodurch der Gebrauch der offenen Manometer unbequem wird, so bedient man sich der geschlossenen Manometer, bei welchen durch das Quecksilber in dem oben geschlossenen Rohr eine Luftmenge abgesperrt wird, deren im umgekehrten Verhältnis des Volumens wachsender Druck sich zu dem durch das Gewicht der Quecksilbersäule hervorgebrachten hinzuaddiert. Man kann leicht den jedem Stand der Quecksilbersäule im Manometerrohr entsprechenden Luft- oder Dampfdruck bestimmen und dasselbe danach ein für allemal mit einer festen Skala versehen.

§ 94. Bestimmung der Dichtigkeit gasförmiger Körper. Die Bestimmung der Dichtigkeit verschiedener Gase geschieht auf direktestem Wege, indem man einen Ballon von bekanntem Rauminhalt zuerst luftleer abwägt und sodann sein Gewicht bestimmt, nachdem man ihn entweder mit atmosphärischer Luft, oder mit den verschiedenen, zu untersuchenden Gasen gefüllt hat. Da jedoch die Dichtigkeit gasförmiger Körper je nach dem Druck, unter welchem dieselben stehen, veränderlich ist, und da dieselben ferner durch die Wärme in sehr hohem Grade ausgedehnt werden, so muſs bei der Bestimmung von Gasdichten auf Luftdruck und Temperatur jederzeit Rücksicht genommen werden. Da aber durch Änderungen des Luftdruckes sowohl als der Temperatur die Dichtigkeit aller Gase nahe in gleichem Verhältnis beeinfluſst wird (§§ 92 und 202), so bleibt das Verhältnis der Dichtigkeiten je zweier Gase stets nahe dasselbe, vorausgesetzt, daſs sie gleichen Änderungen des Druckes und der Temperatur unterworfen werden. — Man pflegt deshalb die relative Dichtigkeit oder das specifische Gewicht der Gase auf das der atmosphärischen Luft, oder auch auf das des leichtesten Gases, des Wasserstoffs, als Einheit zu beziehen (siehe die Tabelle § 14).

Die atmosphärische Luft (s. § 19) ist bei der Temperatur von 0° und dem Barometerstand von 760 mm (in Paris, Breite 48° 50′) 773 mal leichter als Wasser, oder 1 Liter Luft wiegt 1,293 g. Ein Liter Wasserstoff wiegt 0,0896 g.

Regnault bestimmte (1847) die atmosphärische Luft unter 45° nördl. Breite und im Meeresniveau als 773,533 mal leichter als Wasser bei 4° C. und 10517 mal leichter als Quecksilber.

Über den Zusammenhang zwischen den Dichtigkeiten und den chemischen Äquivalentgewichten gasförmiger Körper s. § 18.

§ 95. **Barometrische Höhenmessung.** Da der Luftdruck von dem Gewicht der Atmosphäre herrührt, so nimmt derselbe mit wachsender Erhebung über die Erdoberfläche ab. Der Barometerstand ist daher auf einem Berge niedriger als in der Ebene oder am Meeresniveau. Die Abnahme des Luftdrucks erfolgt jedoch nicht regelmäfsig in der Weise, dafs einer gleich grofsen vertikalen Erhebung immer dieselbe Abnahme des Barometerstandes entspricht, sondern dieselbe wird mit wachsender Höhe langsamer. Dies rührt davon her, dafs die unteren Schichten der Atmosphäre durch das Gewicht der darüber befindlichen Teile stärker zusammengedrückt, mithin dichter sind als die oberen, und zwar nimmt nach dem Gesetz von Mariotte (§ 92) die Dichtigkeit der Luft in demselben Verhältnis ab, als der Druck oder der Barometerstand. Es wird deshalb einer Erhebung, z. B. um 100 m, in den höheren und mithin dünneren Schichten der Atmosphäre eine geringere Abnahme des Luftdruckes entsprechen, als in den unteren, dichteren Schichten. Um das Gesetz der Abnahme des Druckes mit wachsender Höhe zu ermitteln, soll vorläufig die Temperatur in der ganzen Höhe einer vertikalen Luftsäule als gleichförmig vorausgesetzt werden. Man denke sich die vertikale Luftsäule AB (Fig. 94) durch horizontale Ebenen in Schichten von je 1 m Höhe geteilt. Innerhalb jeder dieser Schichten darf die Dichtigkeit der Luft ohne merklichen Fehler als gleichförmig betrachtet werden. Es sei b_0 der Barometerstand im Meeresniveau, welcher 760 mm beträgt, $b_1, b_2, b_3, \ldots$ bezeichnen den Barometerstand in 1, 2, 3, . . Meter Höhe. Die Dichtigkeiten der auf einander folgenden Luftschichten werden mit $d_1, d_2, d_3, \ldots$ bezeichnet, und zwar soll d die Dichtigkeit der Luft im Verhältnis zum Quecksilber angeben. Da beim Barometerstand b_0 die Luft 773 mal leichter als Wasser (§ 94), dieses aber 13,596 mal leichter als Quecksilber ist, so ist $d_1 = \frac{1}{13{,}596 . 773} = \frac{1}{10510}$. Die 1 m hohe Luftsäule AA_1 wird dann einer d_1 m hohen Quecksilbersäule das Gleichgewicht halten (§ 74), oder es ist:

$$b_0 - b_1 = d_1;$$

ebenso ist ferner:

$$b_1 - b_2 = d_2$$
$$b_2 - b_3 = d_3 \text{ u. s. f.}$$

Fig. 94.

Nach dem Mariotteschen Gesetz ist aber:

$$d_1 : d_2 = b_1 : b_2$$
$$d_2 : d_3 = b_2 : b_3 \text{ u. s. f.}$$

oder wenn man in diese Proportionen die obigen Werte für $d_1, d_2, d_3, \ldots$ einsetzt:

$$b_0 - b_1 : b_1 - b_2 = b_1 : b_2$$
$$b_1 - b_2 : b_2 - b_3 = b_2 : b_3, \text{ u. s. f.}$$

woraus nach einem bekannten Satz der Proportionslehre ($a : b = c : d$, folglich $a + c : b + d = c : d$) folgt:

$$b_0 : b_1 = b_1 : b_2$$
$$b_1 : b_2 = b_2 : b_3 \text{ u. s. f.}$$

Es bilden demnach die gleichen Höhenunterschieden entsprechenden Barometerstände eine Reihenfolge von stetigen Proportionen; oder wenn der Quotient $\frac{b_1}{b_0}$ mit k bezeichnet wird, so ist $b_1 = b_0 k$, $b_2 = b_1 k$, $b_3 = b_2 k$, u. s. f. Da $b_1 < b_0$ ist, so ist $k < 1$, und die Barometerstände $b_0, b_1, b_2, \ldots$ bilden eine abnehmende geometrische Reihe. Es folgt daraus der wichtige Satz, dafs die Barometerstände in geometrischer Reihe abnehmen, wenn die Höhen

in arithmetischer Reihe wachsen. Nach den Gesetzen der geometrischen Reihe ergiebt sich $b_1 = b_0 k$, $b_2 = b_0 k^2$, ..., und wenn b_x und b_y die Barometerstände in x m und y m Höhe bezeichnen,

$$b_x = b_0 \,.\, k^x,\ b_y = b_0 \,.\, k^y.$$

Es handelt sich nun darum, wenn in den unbekannten Höhen über dem Meeresspiegel, x und y, die Barometerstände b_x und b_y beobachtet worden sind, daraus den Höhenunterschied $y - x = h$ zu finden. Durch Division der vorhergehenden Gleichungen erhält man:

$$\frac{b_y}{b_x} = k^{y-x} = k^h,$$

daraus:
$$h \log k = \log b_y - \log b_x,$$

mithin:
$$h = -\frac{1}{\log k}(\log b_x - \log b_y).$$

Da $k < 1$, so ist $\log k$ negativ, mithin hat der vor der Klammer stehende Faktor $-\frac{1}{\log k}$ einen positiven Wert. Dasselbe gilt von der in der Klammer stehenden Differenz der Logarithmen, da $b_x > b_y$ ist. Der Faktor $-\frac{1}{\log k}$, der einen unveränderlichen Wert besitzt und der Kürze wegen mit A bezeichnet werden soll, kann, wie sogleich gezeigt werden wird, entweder durch Rechnung oder durch einen Versuch ein für allemal bestimmt werden. Es ist somit der gesuchte Höhenunterschied h der Differenz der Logarithmen der beobachteten Barometerstände proportional.

Der Faktor $A = -\frac{1}{\log k}$ kann entweder durch den Versuch bestimmt werden, indem man eine anderweitig bekannte Höhendifferenz auf barometrischem Wege bestimmt und aus den bekannten Gröfsen h, b_x und b_y die unbekannte Gröfse A ermittelt, oder man findet A durch Rechnung.

Es ist nämlich $k = \frac{b_1}{b_0}$, oder auch, da $b_1 = b_0 - d_1$ war, $k = 1 - \frac{d_1}{b_0}$. Da $d_1 = \frac{1}{10510}$ gefunden wurde, so ist $\frac{d_1}{b_0}$ eine sehr kleine Zahl und k sehr wenig von 1 verschieden. Aus der Theorie der Logarithmen folgt:

$$\log\left(1 - \frac{d_1}{b_0}\right) = -M\left(\frac{d_1}{b_0} + \frac{1}{2}\left(\frac{d_1}{b_0}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{d_1}{b_0}\right)^3 + \ldots\right),$$

wo M den Modulus des Logarithmensystems bezeichnet, der für Briggische oder dekadische Logarithmen = 0,434294 .... ist. Da das Quadrat und die höheren Potenzen von $\frac{d_1}{b_0}$ ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden können, so erhält man einfach:

$$\log k = -M \,.\, \frac{d_1}{b_0} \text{ und } A = -\frac{1}{\log k} = \frac{b_0}{M d_1}.$$

Durch Einsetzung der Zahlenwerte ergiebt sich:

$$A = \frac{0{,}76 \,.\, 10510}{0{,}434294} = 18392 \text{ m*)}.$$

Dabei war vorausgesetzt, dafs die Luftsäule in ihrer ganzen Höhe die Temperatur von 0^0 besitze. Bei einer höheren Temperatur t ist jedoch ihre Dichtigkeit geringer im Verhältnis von $1 : 1 + \alpha t$ (§ 202), wenn $\alpha = \frac{11}{3000}$ den Ausdehnungskoefficienten der Luft bezeichnet. Es mufs daher die nach obiger Formel gefundene Höhe noch mit $(1 + \alpha t)$ multipliziert werden. Da die Temperatur an den beiden Punkten, deren Höhenunterschied bestimmt werden soll, in der Regel verschieden ist, so nimmt man für die Temperatur der Luftsäule das arithmetische Mittel aus den an beiden Stationen beobachteten Temperaturen. Bei genauen Messungen ist ferner der Feuchtigkeitsgehalt der Luft, sowie der Umstand zu berücksichtigen, dafs mit der geographischen Breite sich die Intensität der Schwerkraft ändert und infolgedessen, bei gleicher Höhe der barometrischen Quecksilbersäule b_0, die Dichtigkeit der Luft d am Äquator etwas geringer ist als am Pol.

---

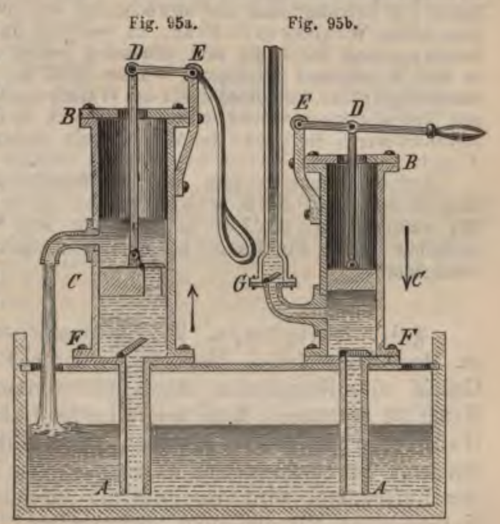
*) Durch Vergleichung des Barometerstandes auf Höhen, welche trigonometrisch genau gemessen waren, fand Ramond (1811) für A den Wert 18393 m.

Der Gedanke, das Barometer zur Messung von Berghöhen zu benutzen, rührt von **Pascal** her, auf dessen Veranlassung zuerst sein Schwager **Périer** am 19. September 1648 mit einem Barometer den etwa 970 m hohen **Puy-de-Dôme** bestieg und auf dem Gipfel eine Abnahme des Luftdruckes von etwas mehr als 8 cm beobachtete.

Barometrische Höhenmessungen geben nur dann genaue Resultate, wenn die horizontale Entfernung der beiden Beobachtungsstationen nicht zu grofs ist. Wo möglich mufs der Barometerstand am Fufse und auf dem Gipfel des Berges gleichzeitig von zwei Beobachtern nach vorausgegangener Verabredung bestimmt werden. — Durch die leicht transportablen **Metall- oder Aneroidbarometer** (*ἀ-νηρός*, nicht-feucht) sind in neuerer Zeit die barometrischen Höhenmessungen erleichtert worden. Dieselben beruhen auf den Formveränderungen, welche eine Metallbüchse mit dünnem, elastischem Deckel, oder eine gebogene, dünnwandige Röhre, welche luftleer gepumpt sind, durch den äufseren Luftdruck erleiden. Die dadurch erzeugten kleinen Bewegungen werden mittelst eines Winkelhebels auf einen um eine Axe drehbaren Zeiger übertragen und durch diesen auf einer kreisförmigen Skala im vergröfserten Mafsstabe sichtbar gemacht. — Doch müssen solche Metallbarometer öfter mit einem Normal-Quecksilberbarometer verglichen werden, wenn sie brauchbare Resultate ergeben sollen.

Die verschiedenen Meere sind nicht gleich hoch. Um die Angaben „über dem Meer“ in Übereinstimmung zu bringen, werden seit 1878 durch Beschlufs des „Centraldirektoriums der Vermessungen im preufsischen Staat“ alle staatlich unternommenen Nivellements auf einen in der Berliner Sternwarte besonders fundierten Normalhöhepunkt bezogen, dessen Höhe gleich 37 m über „**Normal-Null**“, d. h. ungefähr 37 m über dem Mittelwasser der Nord- und Ostsee angenommen worden ist.

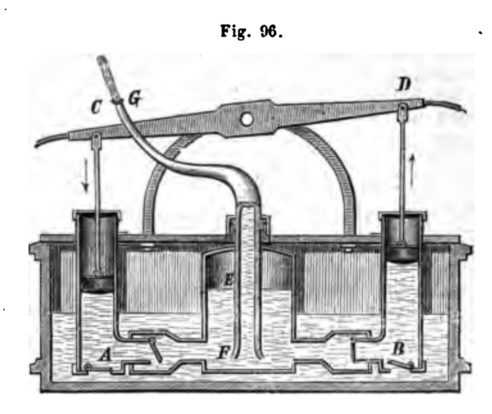
§ 96. **Wasserpumpen.** Auf den Gesetzen des Luftdruckes basiert die Wirkung der Pumpen, deren man sich zum Heben des Wassers bedient. Das Pumpenrohr *AB* (Fig. 95a und b) steht mit seinem unteren Ende in dem mit Wasser gefüllten Brunnenkessel. In dem oberen, genau cylindrisch ausgebohrten Teile des Rohres *BF* wird der luftdicht anschliefsende Kolben *C* mittelst der Kolbenstange *CD*, die an dem Hebel *DE* befestigt ist, auf und nieder bewegt. Beim Aufziehen des Kolbens wird das Wasser aus dem Brunnenkessel durch den auf das äufsere Niveau wirkenden Luftdruck in das Pumpenrohr emporgetrieben. Am unteren Ende des Rohres *BF* ist das **Bodenventil** *F* angebracht, eine mit Leder überzogene Klappe, welche sich nach oben öffnet und dem von unten in das Pumpenrohr eintretenden Wasser den Durchgang gestattet, beim Niederdrücken des Kolbens aber die Öffnung des Rohres verschliefst und den Rücktritt des Wassers verhindert.



Bei den **Saugpumpen** (Fig. 95a) ist nun der Kolben *C* mit einem Kanal durchbohrt, welcher durch ein zweites, nach oben sich öffnendes Ventil, das **Kolbenventil**, verschlossen ist. Beim Aufziehen des

Kolbens schliefst sich das Kolbenventil, und das Wasser wird durch das geöffnete Bodenventil angesaugt; beim Niederdrücken des Kolbens dagegen schliefst sich das Bodenventil, und das Wasser tritt durch das geöffnete Kolbenventil über den Kolben. Beim abermaligen Emporziehen des Kolbens wird das über denselben getretene Wasser emporgehoben und fliefst durch das Seitenrohr ab, während gleichzeitig eine neue Wassermenge aus dem Brunnenkessel angesaugt wird.

Fig. 96.



Bei den Druckpumpen (Fig. 95b) ist der Kolben nicht durchbohrt, dagegen ist dicht über dem Bodenventil ein Seitenrohr angebracht, dessen Eingang durch das nach aufsen sich öffnende Ventil *G* verschlossen ist, und welches in das Steigrohr *GH* übergeht. Beim Niederdrücken des Kolbens wird das Wasser durch das sich öffnende Ventil *G* in das Steigrohr getrieben, während beim Aufziehen des Kolbens das Ventil den Rücktritt des Wassers verhindert.

Die Druckpumpen kommen namentlich in Anwendung, wo das Wasser auf gröfsere Höhen gehoben oder wo, wie bei den Feuerspritzen, ein Wasserstrahl zu grofser Höhe emporgetrieben werden soll. Da das Wasser bei der Druckpumpe nur während des Niedergangs des Kolbens emporgetrieben wird, so verbindet man bei der Feuerspritze, um den Strahl gleichförmig zu machen, in der Regel zwei Druckpumpen, *A* und *B* (Fig. 96), deren Kolbenstangen an einem zweiarmigen Hebel *CD* befestigt sind und abwechselnd auf- und niedergehen, und bringt aufserdem einen Windkessel *E* an, in welchem das Wasser abwechselnd aus beiden Druckpumpen durch die sich öffnenden Seitenventile getrieben wird. Durch das in den Windkessel getriebene Wasser wird die in demselben enthaltene Luft zusammengedrückt, und diese treibt das Wasser durch ihren auf die Oberfläche desselben mit gleichförmiger Stärke wirkenden Druck in das Steigrohr *FG* empor, welches luftdicht durch die Decke des Windkessels hindurchgeht, und dessen untere Öffnung *F* sich unter dem Niveau des Wassers befindet.

Auf demselben Prinzip, wie der Windkessel der Feuerspritzen, beruht der Heronsball und der Heronsbrunnen (Hero von Alexandrien um 100 v. Chr.). Bei ersterem wird die Luft in dem über dem Wasser befindlichen Raum *E* unmittelbar durch Einblasen, bei letzterem durch den Druck einer Wassersäule verdichtet.

§ 97. Luftpumpe. Die Luftpumpe, erfunden von Otto v. Guericke zu Magdeburg 1650, dient dazu, durch Entfernung der Luft aus einem Gefäfs oder Recipienten einen luftverdünnten oder annähernd luftleeren Raum zu erzeugen. Man unterscheidet Hahn- und Ventilluftpumpen. Die Hahnluftpumpe (Fig. 97) kann zweckmäfsig folgendermafsen eingerichtet werden. In einem genau ausgeschliffenen Hohlcylinder *AB*, dem Stiefel der Luftpumpe, wird der luftdicht anschliefsende Kolben *C* mittelst der Kolbenstange *CD* auf- und niederbewegt. Am Boden des Stiefels ist ein Hahn angebracht, welcher, wie in Figur 98a und b angedeutet, mit einer doppelten Bohrung versehen ist. Bei der Stellung *a* steht der Pumpenstiefel durch die gerade durchgehende Bohrung des Hahnes mit dem Rohr

EF und dem zu evakuierenden Gefäfs oder Recipienten *G* in Verbindung. Wird der Kolben emporgezogen, so tritt ein Teil der im Recipienten enthaltenen Luft in den Pumpenstiefel. Dreht man jetzt den Hahn um 90°, so dafs derselbe die Stellung *b* erhält, so wird die Verbindung zwischen Stiefel und Recipienten unterbrochen, der erstere tritt dagegen durch die seitliche Bohrung des Hahnes und die Öffnung *v* in Verbindung mit der äufseren Atmosphäre, und beim Niederdrücken des Kolbens entweicht die im Stiefel enthaltene Luft. Der Hahn wird nun wieder in die Stellung *a* zurückgedreht, der Kolben wird wieder emporgezogen u. s. f., bis der gewünschte Grad der Luftverdünnung erreicht ist.

Um das lästige Drehen des Hahnes zu vermeiden, hat man denselben bei der Ventilluftpumpe durch ein Bodenventil und ein Kolbenventil ersetzt, die ganz ähnlich wie bei der Saugpumpe (§ 96) angeordnet sind.

Fig. 97.

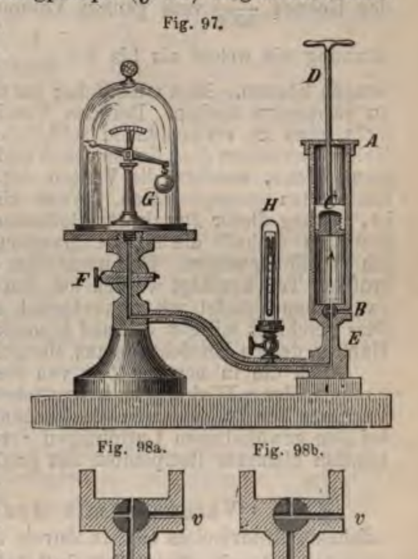


Fig. 98a. Fig. 98b.

Anstatt der mit Leder überzogenen Klappenventile, welche nicht hinreichend luftdicht schliefsen und aufserdem zu schwer sein würden, um bei fortschreitender Verdünnung durch den geringen, im Recipienten noch stattfindenden Luftdruck gehoben zu werden, wendet man in der Regel sogenannte Blasenventile an, welche aus einem rechtwinkligen Streifen Blase *a b c d* (Fig. 99) gebildet sind, der eine kleine, in der Bodenplatte des Stiefels befindliche Öffnung *e* bedeckt und an zwei gegenüberliegenden Seiten *ab*, *cd* befestigt ist. Durch einen von untenher wirkenden Luftdruck wird derselbe leicht gehoben und gestattet der Luft den Durchgang; durch einen von obenher wirkenden Druck dagegen wird er luftdicht gegen die Messingplatte gedrückt.

Als Recipient dient bei den meisten Versuchen mit der Luftpumpe eine Glasglocke mit breitem, vollkommen eben abgeschliffenem Rande, welche auf den ebenen Teller der Luftpumpe gesetzt wird, nachdem man den Rand zu besserer Dichtung mit einer geringen Quantität Fett bestrichen hat. Der Grad der Verdünnung wird durch die Barometerprobe (Fig. 97) *H* angegeben, welche ein abgekürztes Heberbarometer bildet, dessen Schenkel nur 10—15 cm lang sind. Der geschlossene Schenkel ist ganz mit Quecksilber gefüllt und durch sorgfältiges Auskochen von jeder Spur von Luft befreit. Solange der Luftdruck im Recipienten der Luftpumpe noch nicht unter die Gröfse herabgesunken ist, welche dem Niveauunterschied beider Schenkel entspricht, bleibt der geschlossene Schenkel ganz mit Quecksilber gefüllt. Dasselbe beginnt erst zu sinken, wenn ein der Höhe dieser Quecksilbersäule entsprechender Grad der Verdünnung erreicht ist. Von diesem Augenblick an giebt der Niveauunterschied, welcher an der Skala der Barometerprobe abgelesen wird, den noch vorhandenen Luftdruck an. Um auch geringere Grade der Verdünnung messen zu können, setzt man mit dem Recipienten das obere Ende eines oben und unten offenen, mehr als 760 mm (28 par.″) langen, vertikalen Glasrohres in Verbindung, dessen unteres Ende in ein Gefäfs mit Quecksilber taucht. Wenn die Luft im Recipienten verdünnt wird, so wird eine Quecksilbersäule im Rohr emporgesaugt, deren Höhe den erreichten Grad der Verdünnung angiebt. Wenn die vollkommene Luftleere im Recipienten erreicht wäre, so müfste diese Höhe der Barometerhöhe gleich sein.

Fig. 99.

a b
e d

Selbst mit der besten Luftpumpe ist es nicht möglich, einen absolut luftleeren Raum zu erzeugen. Bezeichnet *v* den Rauminhalt des Recipienten einschliefslich

des Verbindungsrohres *EF*, w den Rauminhalt des Pumpenstiefels, so wird sich beim ersten Kolbenzug das Luftvolumen von v ccm auf $(v + w)$ ccm ausdehnen, mithin die Dichtigkeit im Recipienten nach dem ersten Kolbenzuge nur noch $\frac{v}{v+w}$ der ursprünglichen betragen. Ebenso würden nach n Kolbenzügen die Dichtigkeit und der Druck im Verhältnis von $\left(\frac{v}{v+w}\right)^n$ vermindert sein. Nach einer hinreichend grofsen Zahl von Kolbenzügen würde dieser Wert unter jede angebbare Gröfse herabsinken, oder es könnte jeder beliebige Grad der Verdünnung erreicht werden. Dies ist aber, auch abgesehen von den aus mangelhafter Dichtung des Kolbens und der Hähne entspringenden Fehlern, nicht möglich. Bei den Hahnluftpumpen bleibt nämlich nach dem Niederdrücken des Kolbens die Bohrung des Hahnes jedesmal mit Luft von der Dichtigkeit der Atmosphäre gefüllt. Wird nun der Hahn gedreht und der Kolben wieder emporgezogen, so breitet sich diese Luft im Stiefel aus. Wenn z. B. der mit Luft gefüllte sogenannte schädliche Raum des Hahnes $\frac{1}{1000}$ vom ganzen Volumen des Stiefels beträgt, so wird die Verdünnung nie weiter als bis auf $\frac{1}{1000}$ der Dichtigkeit der Atmosphäre getrieben werden können. Man mufs daher die Gröfse dieses schädlichen Raumes möglichst zu verringern suchen. Bei den Ventilluftpumpen kommt zu der Wirkung des nicht ganz zu vermeidenden schädlichen Raumes, der beim Niederdrücken des Kolbens zwischen dem Kolbenventil und Bodenventil übrig bleibt, noch der Widerstand hinzu, welchen die Ventile der Öffnung durch den schwachen Druck im Recipienten entgegensetzen. Wenn ein gewisser Grad der Verdünnung erreicht ist, vermag dieser Druck das Bodenventil nicht mehr zu heben. Im allgemeinen gestatten deshalb die Hahnluftpumpen einen höheren Grad der Verdünnung als die Ventilluftpumpen. Der nachteilige Einflufs des schädlichen Raumes kann zum gröfsten Teil beseitigt werden bei den zweistiefligen Hahnluftpumpen, welche zwei Pumpenstiefel mit abwechselnd auf- und niedergehenden Kolben besitzen. Dies geschieht mittelst des auf besondere Weise durchbohrten Grafsmannschen Hahnes, dessen Einrichtung aus Mangel an Raum hier nicht erläutert werden kann.

Auch die in neuerer Zeit von Geifsler u. a. angegebenen Quecksilberluftpumpen, deren Wirkung im wesentlichen auf der Erzeugung eines Torricellischen Vacuums beruht, gestatten die Verdünnung der Luft weiter zu treiben, als dies bei den gewöhnlichen Luftpumpen der Fall ist, und werden namentlich zur Evakuation kleinerer Recipienten mit grofsem Vorteil angewendet.

§ 98. Versuche mit der Luftpumpe. 1. Verschliefst man ein offenes cylindrisches Gefäfs durch eine auf den eben abgeschliffenen Rand gelegte und mit etwas Fett luftdicht gemachte Glasplatte, oder durch ein Stück trockener Blase, so wird dasselbe beim Auspumpen der Luft aus dem Gefäfs durch den einseitig wirkenden äufseren Luftdruck zersprengt.

2. Die Magdeburger Halbkugeln. Eine Hohlkugel ist aus zwei mit eben abgeschliffenen Rändern genau auf einander passenden Hälften zusammengesetzt. Die Halbkugeln können leicht getrennt werden, solange das Innere der Hohlkugel mit Luft gefüllt ist. Wird dieselbe durch eine zu diesem Zweck angebrachte, durch einen Hahn verschliefsbare Öffnung evakuiert, so ist zur Trennung eine sehr grofse Kraft erforderlich.

Otto v. Guericke stellte diesen Versuch i. J. 1654 vor dem Reichstag zu Regensburg mit zwei Paar Halbkugeln von 45 und 67 cm Durchmesser an. Letztere konnten durch die Kraft von 24 Pferden nicht auseinander gerissen werden. Es ist leicht, die Gröfse der zur Trennung erforderlichen Kraft zu berechnen (§ 90). Die Glocke des Recipienten haftet, sobald sie luftleer gemacht worden ist, so fest auf dem Teller der Luftpumpe, dafs es unmöglich ist, dieselbe abzuheben, oder seitwärts zu verschieben.

3. Quecksilber wird durch den Luftdruck durch eine dicke, senkrecht gegen die Fasern geschnittene Platte von Buchsbaumholz geprefst.

4. Ein mit Quecksilber gefüllter Heber hört unter der Glocke der Luftpumpe auf zu fliefsen. (Vergl. § 100.)

5. Versuche, welche auf der Expansion abgeschlossener Luftmassen beruhen. Ein hohler Gummiball, oder eine schlaff zugebundene Blase bläht sich unter der Glocke der Luftpumpe auf; der Wasserstrahl eines unter die Glocke gestellten Heronsballs beginnt zu springen, sobald die Luft verdünnt wird, u. s. w.

6. Entweichen absorbierter Gase. Aus Brunnenwasser steigen beim Auspumpen der Luft zahlreiche Luftbläschen auf, welche von absorbierten Gasen, namentlich Kohlensäure, herrühren (§ 107). Kohlensäurehaltige Getränke (Selterwasser, Bier) beginnen aufserordentlich stark zu schäumen.

7. Lauwarmes Wasser kann durch Auspumpen der Luft zum Sieden gebracht werden, wobei seine Temperatur sinkt, da die zur Dampfbildung erforderliche Wärme dem Wasser entzogen wird (§ 209).

8. Stellt man unter den Recipienten ein Schälchen mit Wasser über ein gröfseres Gefäfs mit koncentrierter Schwefelsäure, so wird die Temperatur des Wassers durch die schnelle Verdunstung im Vacuum nach einiger Zeit bis zum Gefrieren erniedrigt (§ 211).

9. Ein Stück Metall und eine Flaumfeder fallen im luftleeren Raum gleich schnell (§ 32).

10. An einem kleinen Wagebalken G (Fig. 97, Seite 111) ist einerseits eine Hohlkugel von Glas, andererseits ein Metallgewichtchen angebracht, so dafs im lufterfüllten Raum der Wagebalken im Gleichgewicht ist und horizontal schwebt. Beim Auspumpen der Luft sinkt das Ende des Wagebalkens, an welchem die Glaskugel aufgehängt ist, beim Zuströmen der Luft stellt sich das Gleichgewicht wieder her (vergl. § 103).

11. Lichtflammen verlöschen, Tiere, namentlich warmblütige, sterben sogleich im luftleeren Raum, Schiefspulver kann nicht entzündet werden. — Folgen des Mangels an Sauerstoff (§ 19).

12. Der Schall eines unter dem Recipienten befindlichen Glöckchens wird unhörbar, wenn die Luft ausgepumpt ist (§ 121). Vergl. § 100.

Damit der Versuch gelinge, mufs dafür gesorgt sein, dafs die Glocke durch unelastische Körper, welche den Schall nicht fortpflanzen, von dem Körper der Luftpumpe getrennt sei.

Bei der Rohrpost wird die durch eine Luftpumpe verdünnte Luft zur Beförderung von Briefen vermittelst langer Röhren benutzt.

Fig. 100.



§ 99. Die Kompressionspumpe dient dazu, die atmosphärische Luft oder andere Gase in einem Recipienten zu verdichten. Der Recipient besteht in der Regel aus Metall (Kupfer, Gufsstahl und dergl.) und mufs hinreichend starke Wände besitzen, um den beabsichtigten Druck ohne Gefahr des Zerspringens auszuhalten. Jede Hahnluftpumpe kann bei umgekehrter Stellung des Hahns auch zum Komprimieren der Luft benutzt werden. Einfacher ist folgende Einrichtung der Kompressionspumpe. In dem Stiefel AB (Fig. 100) wird der Kolben B mittelst des an der Kolbenstange befestigten Handgriffs C auf und nieder bewegt. Am unteren Ende des Stiefels ist bei D ein Kegelventil angebracht, d. i. ein kegelförmiges Metallstück, welches die hohlkegelförmige Bohrung am unteren Ende des Stiefels genau verschliefst, wenn es

von untenher gegen dieselbe gedrückt wird, welches aber beim Niederdrücken des Kolbens der Luft den Durchgang in der Richtung vom Stiefel nach dem Recipienten *E* gestattet. Beim Aufziehen des Kolbens schliefst sich das Ventil *D* und hindert den Rücktritt der Luft aus dem Recipienten in den Stiefel. Bei *A* ist in der Seitenwand des letzteren eine Öffnung angebracht. Wird der Kolben bis über diese Öffnung emporgezogen, so füllt sich der Stiefel von neuem mit Luft von der Dichtigkeit der Atmosphäre, welche beim nächsten Kolbenstofs in den Recipienten geprefst wird, u. s. f.

Der Raum, welcher beim Niederdrücken des Kolbens zwischen diesem und dem Bodenventil übrigbleibt, wirkt hier, ähnlich wie bei den Verdünnungsluftpumpen, als schädlicher Raum, welcher hindert, die Verdichtung bis über eine gewisse Grenze zu steigern. Indes giebt man bei den Kompressionspumpen häufig absichtlich dem schädlichen Raum eine gewisse Ausdehnung, um sich vor den gefährlichen Folgen einer durch Versehen zu weit gesteigerten Kompression zu sichern.

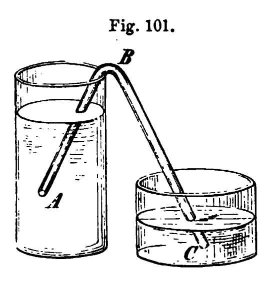
Im hohlen Kolben der Windbüchse wird vor dem Gebrauch die Luft bis auf 8—10 Atmosphären verdichtet. Wenn das den Recipienten verschliefsende Ventil durch den Drücker für einen Moment geöffnet wird, so strömt ein Teil der im Kolben verdichteten Luft aus und treibt durch ihren Druck die Kugel mit grofser Geschwindigkeit aus dem Lauf. Man kann auf diese Weise mehrere Schüsse nach einander thun, ohne die Luft von neuem zu komprimieren, wobei freilich der Druck der eingeschlossenen Luft und mithin die Geschwindigkeit des Geschosses bei jedem folgenden Schufs etwas geringer wird.

Wichtiger ist der Gebrauch, welchen man von der Kompressionspumpe gemacht hat, um Kohlensäure, Ammoniak, Cyangas und andere Gase in den tropfbar flüssigen Zustand überzuführen (s. unter Wärmelehre § 212).

Die Gebläse bewirken das Ausströmen von Luft unter erhöhtem Druck. Bei dem Cylindergebläse wird die Luft durch einen hin und hergehenden Kolben verdichtet; bei dem Trommelgebläse oder Ventilator wird die Luft in einem Gehäuse durch ein sich schnell drehendes Flügelrad in Bewegung gebracht, durch die Schwungkraft von der Mitte entfernt, um durch eine seitlich angebrachte Öffnung mit starkem Druck zu entweichen, während in den verdünnten Raum in der Mitte neue Luft einströmt. Bei dem Blasebalg strömt beim Aufziehen die Luft zum Teil durch das Ansatzrohr, besonders aber durch ein seitliches Ventil ein, und beim Zusammendrücken durch das Rohr mit Heftigkeit wieder aus.

§ 100. **Einige Apparate, deren Wirksamkeit auf den Gesetzen des Luftdruckes beruht.** Der Heber ist eine gebogene Röhre mit zwei ungleich langen Schenkeln, welche zur Überführung einer Flüssigkeit aus einem Gefäfs in ein anderes dient. Taucht der kürzere Schenkel *AB* (Fig. 101) in das mit Wasser oder einer anderen Flüssigkeit gefüllte Gefäfs *A*, und füllt man den Heber durch Saugen bei *C* mit Flüssigkeit, so beginnt diese bei *C* auszufliefsen, indem sie fortdauernd im kürzeren Schenkel *AB* aufsteigt und im längeren *BC* herabfliefst, bis das Flüssigkeitsniveau das Ende des kürzeren Schenkels *A* erreicht hat. Läfst man den längeren Schenkel *BC* in ein zweites Gefäfs münden, so dauert das Fliefsen nur so lange, bis das Flüssigkeitsniveau in beiden Gefäfsen in gleicher Höhe steht. Der Luftdruck wirkt nämlich auf das Flüssigkeitsniveau auf beiden Seiten gleich stark, und wenn das Niveau auf beiden Seiten gleich ist, so üben auch die in den Schenkeln des Hebers vom Scheitel *B* bis zum Flüssigkeitsniveau ent-

Fig. 101.



haltenen Flüssigkeitssäulen gleichen Druck aus (§ 73). Ist dagegen das Niveau auf beiden Seiten ungleich, so überwiegt der Druck der Flüssigkeitssäule, deren vertikale Höhe die gröſsere ist, und treibt die Flüssigkeit nach der Seite des niederen Niveaus.

Man bedient sich zu Heberröhren zweckmäſsig biegsamer Kautschukschläuche. — Im völlig luftleeren Raum versagt der Heber seinen Dienst, indem bei mangelndem Luftdruck die Flüssigkeit nicht mehr von *A* bis *B* aufzusteigen vermag, sondern bei *B* sich teilt und in jedem von beiden Schenkeln bis zu dem Niveau der Flüssigkeit im äuſseren Gefäſs herabsinkt, so daſs bei *B* ein luftleerer Raum entsteht. (Vergl. § 98,4.) Ebenso darf die Biegung *B* des Hebers nicht höher als 760 mm über der Oberfläche der zu überführenden Flüssigkeit liegen (§ 90).

§ 101. Der Stechheber (Fig. 102) ist ein längliches, röhrenförmiges, oben und unten mit engen Öffnungen versehenes Gefäſs, dessen man sich bedient, um Flüssigkeitsproben aus Gefäſsen mit enger Mündung, z. B. aus Fässern, emporzuheben. Taucht man das Gefäſs in die Flüssigkeit, während beide Zugänge *A* und *B* offen sind, so füllt es sich bis zum Niveau der äuſseren Flüssigkeit, indem die aus dem Gefäſs verdrängte Luft bei *A* entweicht. Wird dann beim Emporheben die Öffnung *A* durch den darauf gedrückten Daumen geschlossen, so wird der Wiedereintritt der Luft verhindert, und das Gefäſs bleibt zum gröſsten Teil mit Flüssigkeit gefüllt, welche bei *B* abflieſst, sobald der Finger von *A* entfernt wird. Die Öffnung bei *B* muſs eng genug sein, um das Eindringen von Luftblasen durch dieselbe zu verhindern. Eine ähnliche Vorrichtung im kleineren Maſsstabe ist die Pipette.

Fig. 102.

§ 102. Das Mariottesche Gefäſs mit konstantem Niveau wird benutzt, wo es sich darum handelt, einen Flüssigkeitsstrahl unter konstant bleibender Druckhöhe ausflieſsen zu lassen (vergl. § 84). Eine groſse Flasche *A* (Fig. 103) sei mit Wasser gefüllt und durch einen Kork verschlossen, durch welchen eine oben und unten offene Glasröhre *AB* hindurchgeht. Auſserdem besitze dieselbe in der Nähe des Bodens eine Seitenöffnung *C*. Wird die Öffnung der Röhre *B* verschlossen, so kann bei *C* kein Wasser abflieſsen, weil bei *B* keine Luft eintreten kann. Wird *B* geöffnet, so beginnt das Wasser bei *C* auszuflieſsen. Das Niveau des Wassers in der Röhre *AB* sinkt sogleich bis zum unteren Ende der Röhre *A* herab, und ein der ausflieſsenden Wassermenge entsprechendes Luftvolumen tritt durch *BA* ein und steigt in Blasen durch das Wasser in den oberen Raum der Flasche empor. Der Ausfluſs geschieht dabei fortdauernd mit einer der Druckhöhe *AD* entsprechenden Geschwindigkeit. Die Wasserteilchen bei *A* stehen nämlich unter demselben Atmosphärendruck, wie bei *C*; der Druck der Wassersäule *AE* wird dadurch im Gleichgewicht gehalten, daſs die Luft bei *E* im oberen Teil der Flasche etwas verdünnt ist und einen geringeren Druck auf das Wasser-

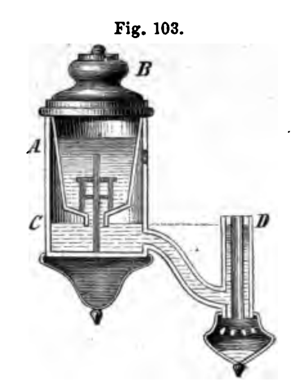
Fig. 103.



niveau ausübt, als die Atmosphäre bei C. Durch Emporziehen oder Herabsenken der Glasröhre AB kann die Druckhöhe und somit die Ausflußgeschwindigkeit beliebig modifiziert werden.

Auf einem ganz ähnlichen Prinzip beruht die Vorrichtung, deren man sich bei Öllampen bedient, um das Niveau des Brennöles konstant auf der Höhe des Dochtrandes zu erhalten. In das weitere, cylindrische Gefäß A ist umgekehrt das engere Gefäß B gestürzt, welches oben luftdicht verschlossen ist, unten aber bei C in eine kurze, offene Röhre mündet. Das Gefäß B ist mit Öl gefüllt. Dieses kann eben nur so lange ausfließen, als bei C Luft eintreten kann. Sobald daher das Niveau des Öles im weiteren Gefäß bis C gestiegen ist, hört das Ausfließen des Öles aus B auf, oder dauert nur in dem Maße fort, als durch das Verbrennen ein Teil des Öles bei D verzehrt wird. Der Rand des Dochthalters muß sich in gleicher Horizontalebene mit dem Rande der Ausflußöffnung C befinden.

Fig. 103.



§ 103. **Gewichtsverlust der Körper in der Luft; Einfluß desselben auf Wägungen.** Genau dieselben Betrachtungen, durch welche in der Hydrostatik (§ 75) nachgewiesen wurde, daß ein in eine Flüssigkeit eingetauchter Körper durch den Druck derselben einen scheinbaren Gewichtsverlust erleidet, welcher dem Gewicht des verdrängten Flüssigkeitsvolumens gleich ist, sind auch auf Körper anwendbar, welche dem allseitigen Drucke eines umgebenden, gasförmigen Mittels ausgesetzt sind. Ein Körper wird in der umgebenden atmosphärischen Luft herabsinken, schweben oder emporsteigen, je nachdem sein eigenes Gewicht größer, genau gleich groß oder kleiner ist, als das des verdrängten Luftvolumens. Bei der Wägung in der Luft erscheint das Gewicht des zu wägenden Körpers um so mehr verringert, je mehr Luft er verdrängt, oder je geringer seine Dichtigkeit ist (s. oben § 98, 10).

Werden die Gewichte zweier Körper von annähernd gleicher Dichtigkeit verglichen, so kann sich der Gewichtsverlust beider bis auf eine unmerkliche Größe kompensieren. Haben aber die durch Wägung zu vergleichenden Körper sehr ungleiche Dichtigkeit, so muß dieser Umstand bei genauen Wägungen berücksichtigt werden. Bei wissenschaftlichen Untersuchungen, bei welchen es sich um die größte erreichbare Schärfe der Bestimmungen handelt, müssen die Wägungen im luftleeren Raum vorgenommen, oder auf den luftleeren Raum reduziert werden.

§ 104. **Luftballon.** Wird ein aus leichtem Seidenzeug, welches durch einen Firnisüberzug luftdicht gemacht ist, angefertigter Ballon mit einem Gase gefüllt, dessen Dichtigkeit geringer ist, als diejenige der atmosphärischen Luft, so wird der Ballon in der Luft emporsteigen, sobald das Gewicht des Ballons nebst dem darin enthaltenen Gase und der angehängten Belastung geringer ist, als das der verdrängten Luft. Die Gebrüder Montgolfier brachten zuerst im Jahre 1783 Ballons mittelst durch Feuer erwärmter Luft zum Steigen, wobei stets die große Gefahr vorhanden war, daß der Ballon selbst sich durch das unter seiner Öffnung angebrachte Feuer entzündete. Charles wendete bald darauf zur Füllung des Ballons Wasserstoffgas an. In neuerer Zeit bedient man sich zur Füllung der Luftballons in der Regel des billiger und bequemer herzustellenden Leuchtgases. Da das specifische Gewicht des Leuchtgases beträchtlich größer ist als das

des Wasserstoffgases, so müssen allerdings die Dimensionen des Ballons vergröfsert werden, um eine gleiche Steigkraft zu erzielen.

Ist v der Rauminhalt des gefüllten Ballons in Litern ausgedrückt, ist ferner p das Gewicht eines Liters atmosphärischer Luft beim herrschenden Barometerstand b und bei der Temperatur t, und bezeichnet s das specifische Gewicht des im Ballon enthaltenen Gases, endlich P das Gewicht des Zeuges, aus welchem der Ballon besteht, nebst der angehängten Belastung, so ist das Gewicht der vom Ballon verdrängten Luft $v . p$, das Gewicht des den Ballon füllenden Gases $v . p . s$, der Unterschied beider mithin $vp\ (1-s)$. Der Ballon würde in der Schicht der Atmosphäre, in welcher er sich befindet, gerade im Gleichgewicht sein, wenn $vp\ (1-s) = P$ wäre. Ist die Belastung P geringer, so giebt der Unterschied $vp\ (1-s) - P$ die Steigkraft an, welche übrigbleibt, oder das Gewicht, welches der Belastung noch hinzugefügt werden müfste, um den Ballon im Gleichgewicht zu erhalten. Mit wachsender Höhe über der Erdoberfläche nimmt der Barometerstand und infolgedessen die Dichtigkeit der Luft ab. Ist b_0 der Barometerstand an der Erdoberfläche, b_h der Barometerstand in der Höhe h, ferner p_0 und p_h das Gewicht eines Liters Luft an der Erdoberfläche und in der Höhe h, und bezeichnet wie oben s das specifische Gewicht des Gases, mit welchem der Ballon gefüllt ist, so wird derselbe bis zu einer Höhe steigen, in welcher

$$v . p_h\ (1 - s) = P$$

ist. Wäre die Temperatur innerhalb der ganzen Höhe der Luftsäule gleich, so hätte man $p_h = p_0 \cdot \frac{b_h}{b_0}$, und indem man diesen Wert in obige Gleichung einsetzt, erhält man $\frac{b_h}{b_0} = \frac{P}{vp_0\ (1-s)}$. Aus dem Verhältnis der Barometerstände $\frac{b_h}{b_0}$ kann aber nach § 95 die Höhe h leicht gefunden werden.

Das Problem der Steuerung des Luftballons, auch gegen den Wind, hat durch die französischen Offiziere Renard und Krebs, wenigstens bei schwachem Luftstrom, 1884 eine praktische Lösung gefunden.

§ 105. Ausströmungsgesetze der Gase. Für die Ausströmungsgeschwindigkeit der Gase gelten ähnliche Gesetze, wie für die der tropfbaren Flüssigkeiten (§ 84). Die Ausflufsgeschwindigkeit wird nämlich ebenfalls durch die Formel

$$v = \sqrt{2\,gh}$$

dargestellt, wenn h die Höhe einer Gassäule von der Dichtigkeit des ausströmenden Gases vorstellt, welche denjenigen Druck oder die Druckdifferenz hervorbringen würde, unter welcher die Ausströmung erfolgt. Wird daher die Druckdifferenz durch die Höhe H einer Quecksilbersäule gemessen, und bezeichnet $D : d$ das Verhältnis der Dichtigkeit des Quecksilbers zu der des ausströmenden Gases, so hat man $H : h = d : D$ (§ 92), mithin:

$$v = \sqrt{\frac{2g\,H . D}{d}},$$

woraus unter anderem das von Graham aufgestellte Gesetz sich ergiebt, dafs die Ausströmungsgeschwindigkeiten verschiedener Gase unter gleichem Quecksilberdruck den Quadratwurzeln aus ihren specifischen Gewichten umgekehrt proportional sind. So ist z. B. Wasserstoffgas 16 mal weniger dicht als Sauerstoffgas, mithin seine Ausströmungsgeschwindigkeit bei gleicher Druckdifferenz 4 mal gröfser.

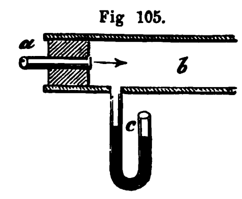
Für die atmosphärische Luft hat das Verhältnis $D : d$ den Wert 10517 (§ 94) und wird der Druck durch eine Quecksilbersäule von der Höhe $H = 76$ cm gemessen; demnach ergiebt sich als die Ausflufsgeschwindigkeit in den luftleeren Raum:

$$v = \sqrt{2g\,.\,0{,}76\,.\,10517} = 396 \text{ m.}$$

Bei Berechnung der Ausflußmenge der Gase finden ähnliche Bemerkungen statt, wie bei den tropfbaren Flüssigkeiten (§ 85). Die Strömungen der Gase in Röhrenleitungen, wie sie z. B. bei der Gasbeleuchtung in Anwendung kommen, sind komplizierteren Gesetzen unterworfen.

Bemerkenswert sind die Erscheinungen, welche beim Ausfluß eines Luftstromes aus einem engeren in ein weiteres Rohr, oder in einen unbegrenzten Luftraum stattfinden. Wird z. B. aus dem engen Rohr *a* in das weitere *b* (Fig. 105) ein Luftstrom in der Richtung des Pfeiles geblasen, so wird dadurch in dem Rohr *b* nicht, wie man glauben könnte, eine Vermehrung, sondern eine Verminderung des Luftdruckes erzeugt, welche sich durch den Stand des Flüssigkeitsniveaus in den beiden Schenkeln des Uförmig gebogenen Rohres *c* zu erkennen giebt und als negativer Druck bezeichnet wird. Die Erscheinung erklärt sich daraus, daſs die aus *a* mit einer gewissen Geschwindigkeit austretenden Luftteilchen, indem sie sich ausbreiten, ihre Geschwindigkeit den im Rohr *b* enthaltenen ruhenden Luftteilchen mitteilen und dieselben im Sinne ihrer Bewegung mit sich fortzureiſsen streben. — Ähnliche Saugwirkungen kommen bei der Ausströmung tropfbarer Flüssigkeiten vor. Auf denselben beruht die Wirkung des sogenannten Wassertrommelgebläses, die Erzeugung des Luftzugs im Feuerherd der Lokomotiven durch das sogenannte Dampfblasrohr (§ 224), die Sprengelsche Quecksilberluftpumpe, der Giffardsche Injektor zur Einführung des Speisewassers in Dampfkessel, u. s. w. — Durch negativen Druck, hervorgebracht durch flieſsende Quellen im Innern der Insel, deren Nebenklüfte mit den Einfluſsstellen in Verbindung stehen, und durch die das Meerwasser in den Quellstrang aufgezogen wird, hat wohl Wiebel richtig die Meermühlen von Argostoli auf Cephalonia erklärt. Das Meer flieſst daselbst an zwei Stellen direkt in den Erdboden ein und zwar täglich etwa 160000 cbm, mit einer Fallhöhe, welche genügt, um an jedem Orte eine Mühle zu treiben, die eine seit 1835, die andere seit 1859 in ununterbrochener Thätigkeit.

Fig 105.



§ 106. Diffusion der Gase. Setzt man zwei Gefäſse, welche verschiedene Gase, z. B. Kohlensäure und Wasserstoffgas, enthalten, mit einander in Verbindung, so findet, selbst wenn das specifisch schwerere Gas im unteren, das specifisch leichtere im oberen Gefäſs enthalten ist, eine allmähliche Vermischung beider Gase statt, so daſs nach Verlauf einer gewissen Zeit das entstandene Gasgemenge überall dieselbe Zusammensetzung zeigt. Ein solches Gasgemenge ist auch die atmosphärische Luft, in welcher Sauerstoffgas und Stickstoffgas, trotz ihres verschiedenen specifischen Gewichts, in allen Höhenschichten der Atmosphäre in gleichem Verhältnis (§ 89) gemischt sind. — Trennt man zwei Gase durch eine poröse Scheidewand, z. B. durch eine dünne Platte aus unglasiertem, gebranntem Thon, Gips, Graphit, u. s. w., so geht durch die Poren der Scheidewand die Vermischung oder Diffusion beider Gase ebenfalls vor sich. Beide Gase durchdringen jedoch die Scheidewand im allgemeinen mit ungleicher Geschwindigkeit und zwar sind diese Diffusionsgeschwindigkeiten, wie Graham (1834) gezeigt hat, ebenso wie die Ausflusgeschwindigkeiten (§ 105), den Quadratwurzeln aus den specifischen Gewichten der Gase umgekehrt proportional. (Vergl. § 83.)

Bringt man daher ein mit atmosphärischer Luft gefülltes und durch eine Platte von porösem Thon verschlossenes Gefäſs in eine Atmosphäre von Wasserstoffgas oder Grubengas, so wird infolge der schnelleren Diffusion dieser specifisch leichteren Gase im Innern des Gefäſses eine Vermehrung des Luftdrucks erzeugt, eine Verminderung dagegen, wenn man dasselbe in eine Umgebung bringt, welche Kohlensäure oder ein anderes dichteres Gas enthält. Man hat diese Erscheinung zur Konstruktion eines Apparates benutzt, der zur Erkennung des Vorhandenseins brennbarer Gase (der sogenannten „schlagenden Wetter") in Kohlenbergwerken bestimmt ist.

§ 107. **Absorption der Gase durch feste und flüssige Körper.** Die festen Körper besitzen im allgemeinen die Eigenschaft, die sie umgebenden Gase an ihrer Oberfläche zu verdichten, so dafs jeder Körper, welcher an der atmosphärischen Luft, oder in einem anderen Gase oder Gasgemenge gelegen hat, an seiner Oberfläche mit einer durch Adhäsion (§ 81) an derselben haftenden Gasschicht bedeckt ist, welche nur durch erhöhte Temperatur, oder durch sorgfältiges Abreiben mit Flüssigkeiten, mit Kohlenpulver oder anderen Substanzen, welche die verdichtete Gasschicht selbst absorbieren, entfernt werden kann (vergl. § 91). In besonders auffallendem Grade zeigt sich aber die Eigenschaft, gasförmige Körper an ihrer Oberfläche zu verdichten oder zu **absorbieren**, bei porösen Körpern, deren feine Poren in ihrem Innern eine im Verhältnis zum Volumen des Körpers aufserordentlich grofse Oberfläche darbieten. Zu den porösen Körpern, welche ein vorzügliches Absorptionsvermögen für Gase besitzen, gehört vorzugsweise die frisch ausgeglühte **Holzkohle**. Nach **Hunter** vermag die Kohle des Buchsbaumholzes bei 0° ihr 85faches, die des Campecheholzes ihr 111faches Volumen Ammoniakgas zu absorbieren (§ 19e). Ein ausgezeichnetes Absorptionsvermögen für Gase besitzt ferner das Platin im fein verteilten Zustand, wie es aus seinen chemischen Verbindungen als **Platinschwamm** oder Platinmohr ausgeschieden wird. Diese Eigenschaft des Platinschwamms kommt bei der **Wasserstoffzündmaschine** zur Anwendung, indem ein auf Platinschwamm treffender Wasserstoffstrom an dessen Oberfläche mit solcher Energie verdichtet wird, dafs sich der Platinschwamm bis zum Glühen erhitzt (§ 242) und die Entzündung des Wasserstoffgases bewirkt.

Auch durch Flüssigkeiten werden die Gase in verschiedenem und zum Teil sehr beträchtlichem Verhältnis aufgelöst oder absorbiert. Die Quantität des absorbierten Gases ist nach einem von **Henry** (1803) aufgestellten Gesetz dem Druck der mit der Flüssigkeit in Berührung stehenden Gasmasse proportional, so dafs bei doppeltem Druck die doppelte Gasmasse absorbiert wird, oder nach dem **Mariotte**schen Gesetz (§ 92) die Absorption immer in gleichem Volumenverhältnis stattfindet. Wird daher der Druck vermindert, so entweicht ein Teil des absorbierten Gases (z. B. unter der Glocke der Luftpumpe (§ 98, 6), oder beim Öffnen einer Selterwasserflasche); durch gesteigerten Druck dagegen wird die absorbierte Gasmenge vermehrt.

Ist ein **Gasgemenge** mit der Flüssigkeit in Berührung, so kommt für jeden Bestandteil desselben nur der **Partialdruck** in Betracht, welchen derselbe ausübt, oder es wird z. B. die absorbierte Kohlensäuremenge dadurch nicht vermehrt, dafs man in den über der Flüssigkeit befindlichen, mit Kohlensäuregas gefüllten Raum ein anderes Gas als Kohlensäure, z. B. Stickstoffgas, hineinprefst (vergl. **Daltons** Gesetz § 213).

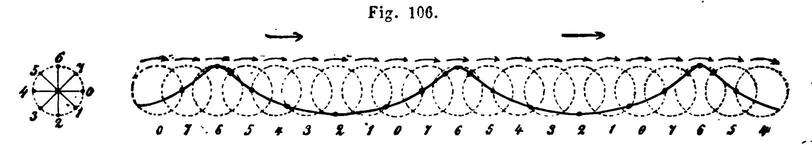
Die Absorptionsfähigkeit nimmt mit steigender Temperatur ab. Beim Sieden des Wassers werden die meisten in demselben absorbierten Gase ausgetrieben. Wasser absorbiert bei 15° nach **Bunsen** 727 Vol. Ammoniakgas, 450 Vol. Chlorwasserstoff, 43,5 Vol. schweflige Säure, $3^1/_4$ Vol. Schwefelwasserstoff, 1 Vol. Kohlensäure, $^1/_{34}$ Vol. Sauerstoffgas, $^1/_{70}$ Vol. Stickstoffgas. — Das im frischen Brunnenwasser und in gröfserer Menge in Mineralwässern und moussierenden Getränken aufgelöste Gas, welches beim Stehen an der Luft in kleinen Bläschen entweicht, besteht zum gröfsten Teil aus Kohlensäure.

D. Allgemeine Gesetze der Wellenbewegung flüssiger und elastischer Körper.

§ 108. Wasserwellen. Wird die ebene, horizontale Oberfläche einer im Gleichgewicht befindlichen Flüssigkeitsmasse an einer Stelle erschüttert, z. B. durch einen in die Flüssigkeit fallenden Körper, so beobachtet man, dafs sich von dem Erschütterungsmittelpunkt aus ein System von kreisförmigen Wellen mit immer wachsenden Halbmessern ausbreitet. Diese radiale Ausbreitung der Wellenkreise ist jedoch nicht mit einer fortschreitenden Bewegung der Flüssigkeitsteilchen selbst verbunden. An leichten Körperchen, welche auf der Oberfläche der Flüssigkeit schwimmen, oder im Innern derselben schweben, beobachtet man nämlich, dafs dieselben an der fortschreitenden Bewegung der Welle nicht teilnehmen, sondern nur durch dieselbe gehoben und gesenkt werden, oder eine kleine Kreisbahn beschreiben, so dafs sie nach dem Vorübergang der Welle an ihre ursprüngliche Stelle zurückgekehrt sind. Der Eindruck des Fortschreitens der Welle wird also nur durch eine Fortpflanzung des Bewegungszustandes hervorgebracht, indem jedes Flüssigkeitsteilchen dem nächstfolgenden seine Bewegung in der Weise mitteilt, dafs alle in der Richtung eines Wellenradius auf einander folgenden Teilchen der Reihe nach die gleiche Bewegung machen.

An jeder Welle unterscheidet man den über das ursprüngliche Niveau erhobenen Wellenberg und das unter dasselbe vertiefte Wellenthal. Folgt eine Reihe gleichgestalteter Wellen nach einander, so heifst der Abstand zweier auf einander folgenden Wellenberge, oder der ihm gleiche Abstand zweier Wellenthäler eine Wellenlänge. Zwei Flüssigkeitsteilchen, welche in der Richtung des Fortschreitens der Wellen um eine Wellenlänge von einander entfernt sind, befinden sich stets in gleichem Bewegungszustand oder in gleicher Schwingungsphase (vergl. § 60); zwei Teilchen, deren Abstand gleich einer halben Wellenlänge ist, befinden sich in entgegengesetzter Schwingungsphase (Fig. 106).

Fig. 106.



Die Gebrüder H. und W. Weber stellten (1825) an einer mit Wasser gefüllten Rinne, deren Seitenwände aus Spiegelglasplatten gebildet waren, Untersuchungen über die Wasserwellen an. Dieselben fanden, dafs die in der Nähe der Oberfläche befindlichen Wasserteilchen kreisähnliche, die tieferen Teilchen dagegen elliptische Bahnen beschrieben, deren horizontale Axe gröfser war als die vertikale.

§ 109. Fortpflanzungsgeschwindigkeit; Schwingungsdauer und Schwingungszahl. Während ein Wellensystem um eine Wellenlänge fortschreitet, gelangt ein Flüssigkeitsteilchen vom Gipfel eines Wellenberges durch den tiefsten Punkt seiner Bahn wieder bis zum Gipfel des nächstfolgenden Wellenberges; es hat also während dieser Zeit einmal seine Bahn vollständig durchlaufen. Die dazu erforderliche Zeit T heifst Schwingungsdauer. Während dieser Zeit pflanzt sich die Bewegung um eine

Wellenlänge L fort. Bezeichnet daher c die **Fortpflanzungsgeschwindigkeit** der Wellenbewegung, so ist (§ 30):

$$c = \frac{L}{T}, \qquad L = c\,T, \qquad T = \frac{L}{c}.$$

Da im folgenden häufig von Wellenbewegungen elastischer Körper die Rede sein wird, bei welchen die Schwingungsdauer nur einen kleinen Bruchteil einer Sekunde beträgt, so ist es in solchen Fällen zweckmäfsig, anstelle der Schwingungsdauer die **Schwingungszahl** oder die Anzahl der in der Sekunde vollendeten Schwingungen anzugeben. Wird diese mit n bezeichnet, so ist:

$$T = \frac{1}{n}, \qquad c = n\,L, \qquad L = \frac{c}{n}, \qquad n = \frac{c}{L}.$$

Die Gebrüder **Weber** beobachteten, dafs Wellen auf Flüssigkeiten von verschiedenem specifischen Gewicht (Wasser und Quecksilber) sich mit merklich gleicher Geschwindigkeit fortbewegen, dafs aber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der Tiefe der Flüssigkeit zunimmt. Die Geschwindigkeit der Wasserwellen in einer kleinen Rinne beträgt etwa 0,75 m, im Atlantischen Ocean bis 13 m.

§ 110. **Interferenz und Reflexion der Wasserwellen.** Werden auf einer Flüssigkeitsoberfläche gleichzeitig zwei Systeme von Wellenkreisen erregt, deren Mittelpunkte sich in nicht zu grofsem Abstand befinden, so durchkreuzen sich bei fortschreitender Ausbreitung die beiden Systemen angehörigen Wellenkreise, **ohne sich gegenseitig in ihrer regelmäfsigen Fortpflanzung zu stören.** Wo zwei gleich hohe Wellenberge zusammentreffen, da entsteht ein Wellenberg von doppelter Höhe, durch Zusammentreffen zweier Thäler von gleicher Tiefe ein Thal von doppelter Tiefe; wo ein Wellenberg des einen Systems mit einem gleichen Wellenthal des anderen Systems zusammentrifft, bleibt das ursprüngliche Niveau ungeändert, indem beide einander gegenseitig aufheben. Dieses Resultat der Zusammenwirkung zweier Wellenbewegungen wird mit dem Namen der **Interferenz** der Wellensysteme bezeichnet.

Fig. 106a.

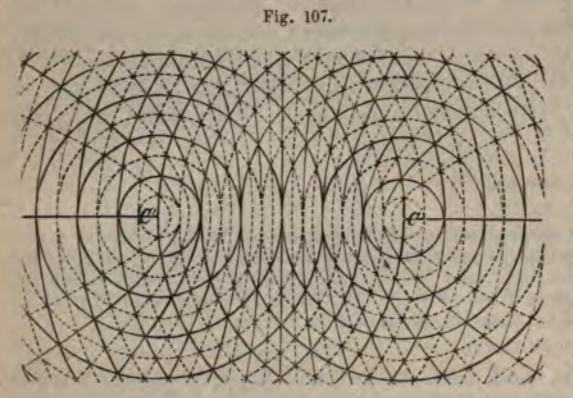


Trifft ein System kreisförmiger Wellen bei seiner Ausbreitung auf eine die Flüssigkeit begrenzende, vertikale feste Wand, so wird es von derselben **zurückgeworfen** oder **reflektiert.** Es bildet sich nämlich von der Wand aus ein neues System kreisförmiger Wellen (Fig. 106a), dessen Mittelpunkt C' ebenso weit hinter der reflektierenden Wand liegt, wie der Mittelpunkt des ursprünglichen Systems vor derselben, und beide Systeme interferieren mit einander.

Haben zwei interferierende Wellensysteme, welche von den Punkten C und C' aus (Fig. 107) erregt werden, gleiche Schwingungsdauer und Wellenlänge, und befinden sich die beiden Punkte C und C' immer in gleicher Schwingungsphase, so werden an allen Punkten, welche von C und C' gleichen Abstand haben, **immer gleiche Schwingungsphasen** beider Systeme zusammentreffen, ebenso an denjenigen Punkten, für welche der

Unterschied der Entfernungen von C und C' gleich L, $2\,L$, ... ist, oder überhaupt eine ganze Anzahl von Wellenlängen beträgt. Dagegen treffen stets entgegengesetzte Phasen beider Wellensysteme an denjenigen Punkten zusammen, deren Abstände von C und C' beziehungsweise um $^1/_2\,L$, $^3/_2\,L$, oder überhaupt um eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen von einander verschieden sind. Die an diesen Punkten befindlichen Flüssigkeitsteilchen bleiben also in Ruhe. Aus der Geometrie ist bekannt, daſs der geometrische Ort der Punkte, deren Abstände von zwei festen Punkten eine konstante Differenz besitzen, eine Hyperbel (§ 57) ist, deren Brennpunkte die beiden festen Punkte sind. In Fig. 107 stellen die stark ausgezogenen Kreise die Wellenberge, die schwachen Kreise die Wellenthäler vor; die stark ausgezogenen Hyperbeln sind die Linien, in welchen durch Zusammentreffen stets gleicher Schwingungsphasen die stärkste Bewegung stattfindet, die schwach gezeichneten Hyperbeln dagegen die Linien, in welchen durch Zusammentreffen entgegengesetzter Schwingungsphasen die Bewegung aufgehoben wird.

Fig. 107.

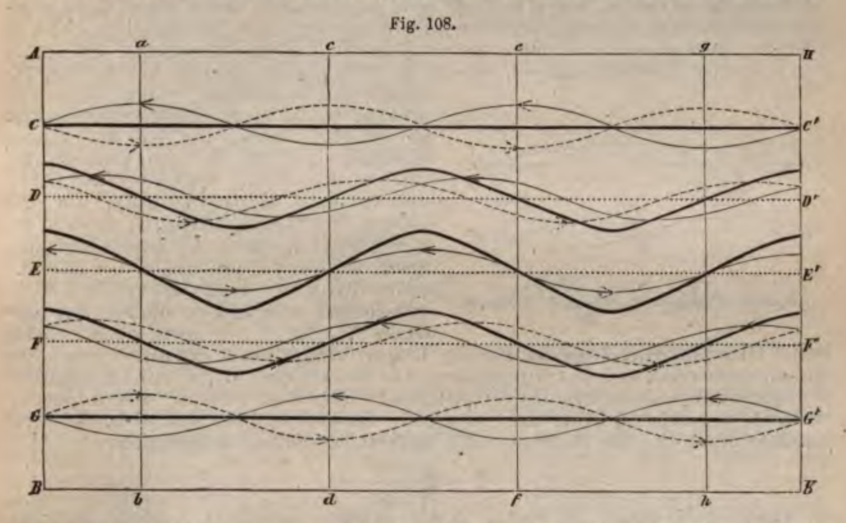


§ 111. Fortschreitende Wellen und stehende Schwingungen flüssiger und elastischer Körper. In ähnlicher Weise, wie auf der Oberfläche von Flüssigkeiten, vermögen sich in elastischen Körpern Wellenbewegungen fortzupflanzen. Der Bewegungszustand, welcher dabei von jedem Teilchen an das benachbarte fortgepflanzt wird, kann entweder in einer seitlichen Verschiebung aus der Gleichgewichtslage (z. B. bei einem gespannten Seil), oder in einer Verschiebung in der Fortpflanzungsrichtung bestehen (wie bei den Luftwellen), wobei anstelle der Wellenberge und Wellenthäler auf einander folgende, abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen treten (s. unten § 112). In engem Zusammenhang mit den fortschreitenden Wellenbewegungen sind ferner die stehenden Schwingungen, bei welchen die Teilchen einer Flüssigkeit, oder eines elastischen Körpers gleichzeitig hin und her gehende Schwingungen von verschiedener Amplitude machen, die sich an derselben Stelle des Körpers immer in gleicher Weise wiederholen, bei denen aber gewisse Stellen, welche man Schwingungsknoten nennt, ganz in Ruhe bleiben, während an den zwischen den Knoten liegenden Schwingungsbäuchen die Bewegung am stärksten ist.

Aus den Betrachtungen des vorigen Paragraphen ist ersichtlich, wie derartige stehende Schwingungen durch die Interferenz fortschreitender Wellen erzeugt werden können. Die schwach gezeichneten Hyperbeln in Fig. 107 stellen die ruhenden Knotenlinien, die starken Hyperbeln die Schwingungsbäuche dar. Insbesondere entstehen häufig stehende Schwingungen durch Interferenz eines

ursprünglichen mit einem reflektierten Wellensystem. In Fig. 108 stellen die schwächer ausgezogenen Kurven ein in der Richtung der Pfeile fortschreitendes, die punktierten Kurven das von der festen Wand *AB* reflektierte Wellensystem, endlich die stark ausgezogenen Linien das aus der Interferenz beider hervorgehende System stehender Schwingungen vor. Die Kurven *CC'*, *DD'*, . . . stellen dabei auf einander folgende Schwingungszustände dar, welche einem Fortrücken des ursprünglichen Wellensystems um je $^1/_8$ Wellenlänge oder einem Zeitunterschied von je $^1/_8$ Schwingungsdauer entsprechen. Man sieht dabei, daſs auf den Linien *ab*, *cd*, *ef*, *gh* immer entgegengesetzte Schwingungszustände der direkten und reflektierten Welle zusammentreffen, daſs die auf diesen Linien liegenden Punkte also Knotenpunkte der stehenden Schwingungen sind. Bei *CC'* findet das Zusammentreffen entgegengesetzter Schwingungszustände in allen Punkten statt, die stehende Welle reduziert sich daher in diesem Augenblick auf eine gerade Linie. Nach $^1/_8$ Schwingungsdauer haben beide Wellen die in *DD'*

Fig. 108.



dargestellte Lage angenommen. Die Ordinate der die stehende Schwingung darstellenden Kurve ist in jedem Punkt gleich der algebraischen Summe der Ordinaten der beiden anderen Kurven. Wieder nach $^1/_8$ Schwingungsdauer, in *EE'*, fallen überall gleiche Schwingungszustände der direkten und reflektierten Welle zusammen, so daſs beide Kurven sich in der Figur vollständig decken. Beide Wellen verstärken sich also überall, und die stehende Schwingung hat das Maximum ihrer Ausweichung erreicht, u. s. f. Denkt man sich *HK* als eine zweite reflektierende Wand, so wird aus der fortdauernd hin und her reflektierten Wellenbewegung die in der Figur dargestellte stehende Schwingung hervorgehen.

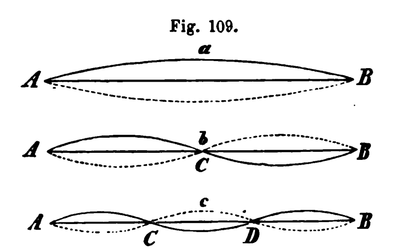
Die Schwingungsdauer und Wellenlänge der stehenden Schwingung stimmt mit der der fortschreitenden Welle, aus der sie hervorgegangen ist, überein. Die Entfernung je zweier benachbarten Knotenpunkte beträgt eine halbe Wellenlänge.

Die Entfernung des ersten und letzten Schwingungsknotens von den reflektierenden Wänden ist $^1/_4$ Wellenlänge. Es muſs jedoch bemerkt werden, daſs die Reflexion der Wellen am befestigten Ende eines Seiles, sowie der Luftwellen an einer festen Wand, in etwas anderer Weise vor sich geht, als die der Flüssigkeitswellen. Da nämlich der Endpunkt des Seiles durch seine Befestigung an der Bewegung gehindert ist, und ebenso die der Wand unmittelbar benachbarten Luftteilchen in der zur Wand senkrechten Richtung nicht schwingen können, so muſs in beiden Fällen an der Stelle selbst, wo die Reflexion stattfindet, ein Schwingungsknoten liegen, oder es müssen daselbst immer entgegengesetzte Phasen der direkten und reflektierten Welle zusammenfallen. Die Welle wird daher mit umgekehrter Phase reflektiert oder die Reflexion erfolgt so, als ob in Fig. 108

nicht AB, sondern ab die reflektierende Wand wäre. Die Entfernung des nächsten Knotens von der Wand beträgt dann eine halbe Wellenlänge.

Die Erscheinungen der fortschreitenden Wellen und der stehenden Schwingungen lassen sich leicht an einem schlaff gespannten Seil, oder an einer elastischen Spiralfeder von Messingdraht (élastique) anschaulich machen. Wird gegen ein Ende des Seiles ein kurzer Schlag von der Seite her geführt, so pflanzt sich die erzeugte Welle am Seile fort, bis sie am anderen Ende reflektiert wird, mit entgegengesetzter Phase zurückkehrt, u. s. f. Wiederholen sich die Erschütterungen am Anfangspunkt des Seiles in gewissen gleichen Zeitintervallen, so vereinigen sich die direkten und reflektierten Wellen zu stehenden Schwingungen. Dabei kann entweder das Seil als Ganzes auf und ab schwingen, so dafs nur die Enden des Seiles ruhende Knotenpunkte sind und die ganze Länge des Seiles einen einzigen Schwingungsbauch, entsprechend einer halben Wellenlänge, bildet (Fig. 109 a), oder dasselbe kann in zwei, drei oder mehrere, durch Knoten getrennte Abteilungen zerfallen, wobei sich je zwei benachbarte, durch einen Knoten getrennte Teile stets in entgegengesetzten Schwingungsphasen befinden (Fig. 109 b, c), also der Abstand zweier Knoten einer halben Wellenlänge entspricht. Die Dauer der stehenden Schwingungen ist, wie die der Pendelschwingungen, von der Schwingungsweite unabhängig, solange diese eine gewisse Gröfse nicht überschreitet (vergl. §§ 60, 61). Wenn das Seil als Ganzes schwingt, ist die Schwingungsdauer gleich der Zeit, welche eine fortschreitende Welle braucht, um die Länge des Seiles hin und zurück zu durchlaufen, daher bei gleichbleibender Spannung der Länge des Seiles direkt proportional. Wenn das Seil in 2, 3,... Abteilungen schwingt, ist die Schwingungsdauer $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, . . . so grofs als im ersten Fall. Die Schwingungsdauer ist ferner umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Spannung des Seiles und direkt proportional der Quadratwurzel aus der Dichtigkeit oder dem Gewicht der Längeneinheit des Materials, aus welchem dasselbe besteht. Dieselbe wird nämlich durch die von Taylor (1715) aufgestellte Formel ausgedrückt:

Fig. 109.



$$T = 2\sqrt{\frac{lG}{gp}},$$

in welcher l die Länge des Seiles, G sein ganzes Gewicht, p die in Gewichtseinheiten ausgedrückte Spannung und g die Intensität der Schwerkraft bezeichnet. Ist k das Gewicht der Längeneinheit der Substanz des Seiles, so wird $G = kl$, mithin

$$T = 2l\sqrt{\frac{k}{gp}},$$

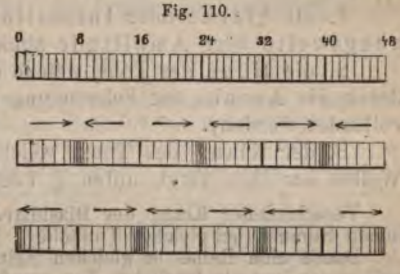
woraus sich die oben ausgesprochenen Sätze ergeben. (Es ist dabei vorausgesetzt, dafs die Elasticität des Seiles oder der Saite lediglich von der Spannung, nicht aber von der Steifigkeit des Materials herrührt.) Der Ausdruck $c = \sqrt{\frac{gp}{k}}$ giebt die Geschwindigkeit an, mit welcher sich Transversalwellen am gespannten Seil fortpflanzen.

§ 112. Longitudinal-, Transversal- und Torsionsschwingungen. Elastische Körper können auf verschiedene Weise in Schwingungen versetzt werden, welche, ähnlich den Pendelschwingungen, um so länger fortdauern, je vollkommener die Elasticität des schwingenden Körpers ist, und je weniger die Schwingungen durch äufsere Bewegungshindernisse (Luftwiderstand u. s. w.) gehemmt werden. Nach der Schwingungsrichtung unterscheidet man drei Arten von Schwingungen. Longitudinal heifsen die Schwingungen eines elastischen Stabes oder Fadens, wenn die Schwingungsrichtung der einzelnen Teile mit der Längenrichtung des Körpers zusammenfällt; transversal, wenn die Schwingungsrichtung auf der Längenrichtung

senkrecht steht. Bei den Torsionsschwingungen endlich vollführen die einzelnen Teilchen drehende Bewegungen um die Längenaxe des schwingenden Körpers. Alle drei Arten von Schwingungen können sowohl bei fortschreitenden, wie bei stehenden Wellen stattfinden.

Die genannten Schwingungsformen können an einer elastischen Spiralfeder aus Messingdraht, welche durch ein angehängtes Gewicht mäfsig gespannt ist, leicht nachgewiesen werden. Derselbe Körper kann gleichzeitig in Longitudinal-, Transversal- und Torsionsschwingungen versetzt werden, ohne dafs dieselben einander gegenseitig stören. Die im vorigen Paragraphen betrachteten Seilwellen sind Transversalwellen; die Teile des schwingenden Körpers erleiden dabei abwechselnd Ausbiegungen nach entgegengesetzten Richtungen. Bei den Longitudinalschwingungen findet keine Biegung, sondern eine abwechselnde Ausdehnung und Zusammendrückung der Teile in der Längenrichtung statt. An den ruhenden Knotenpunkten treten dabei, durch das von beiden Seiten her gegen den Knoten hin stattfindende Zusammenrücken und Auseinanderweichen der Teile (s. Fig. 110), abwechselnd die stärksten Verdichtungen und Verdünnungen ein. In der Regel ist die Schwingungsdauer der transversalen Schwingungen gröfser als die der longitudinalen. Bei gespannten Saiten z. B. wird das Verhältnis beider durch die Quadratwurzel aus dem Quotienten der durch das spannende Gewicht bewirkten Verlängerung und der ganzen Länge der Saite ausgedrückt, oder ist $t' = t\sqrt{\delta}$, wenn δ diesen Quotienten bezeichnet. Wird z. B. eine Saite durch ein angehängtes Gewicht um $1/_{100}$ ihrer Länge ausgedehnt, so sind die Longitudinalschwingungen 10 mal schneller als die transversalen.

Fig. 110.



Wie Saiten und Stäbe, die vorwiegend nach einer Richtung ausgedehnt sind, so können gespannte Membranen oder elastische Platten mit zwei Hauptdimensionen in Transversalschwingungen versetzt werden, bei welchen die Schwingungsrichtung auf der Ebene der Membran oder Platte senkrecht steht. Anstelle der Knotenpunkte treten dann in Ruhe bleibende Knotenlinien auf, die durch aufgestreuten Sand sichtbar gemacht werden können (Chladnis Klangfiguren, siehe unten § 118).

Endlich sind auch nach allen drei Dimensionen gleichmäfsig ausgedehnte elastische Körper fähig, longitudinale und transversale Wellen fortzupflanzen, indem in diesem Fall als Longitudinalwellen diejenigen Wellen bezeichnet werden, bei welchen die Schwingungsrichtung der einzelnen Teilchen mit der Fortpflanzungsrichtung zusammenfällt, als Transversalwellen diejenigen, bei welchen sie auf derselben senkrecht steht. Bei ersteren finden abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen, bei letzteren nur seitliche Verschiebungen der in der Fortpflanzungsrichtung auf einander folgenden Schichten statt. Zur ersten Gattung gehören die Luftwellen, welche den Schall (§§ 113, 121), zur letzteren die Ätherwellen, welche das Licht (§ 176) fortpflanzen.

Vierter Abschnitt.

Akustik oder Lehre vom Schall.

§ 113. Schall, Geräusch, Ton. Die gasförmigen Körper sind vermöge ihrer grofsen Elasticität in vorzüglichem Grade fähig, Wellenbewegungen fortzupflanzen. Jede hinreichend intensive Erschütterung der Luft veranlafst ein System von Longitudinalwellen (§ 112), welche

aus abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen bestehen und sich von dem Erschütterungsmittelpunkte aus nach allen Richtungen hin mit gleicher Geschwindigkeit, mithin kugelförmig ausbreiten. Wird die Wellenbewegung bis zu unserem Gehörorgan fortgepflanzt, so nehmen wir dieselbe als Schallempfindung wahr. Eine unregelmäßsige Lufterschütterung, wie sie z. B. durch eine Explosion, oder durch den Zusammenstoſs zweier harten Körper erzeugt wird, wird im allgemeinen als mehr oder minder lautes Geräusch (Knall) empfunden. Von besonderer Wichtigkeit sind aber diejenigen Wellenbewegungen, welche durch die in gleichen Zeitintervallen sich regelmäſsig wiederholenden Schwingungen elastischer Körper hervorgerufen werden, und die wir, wenn sie schnell auf einander folgen, als musikalische Töne wahrnehmen. Bei der Tonempfindung sind zu unterscheiden:

1. die Stärke oder Intensität des Tons, welche von der Schwingungsweite oder Amplitude abhängt;

2. die Höhe des Tons, welche durch die Schwingungsdauer, oder durch die Anzahl der Schwingungen bedingt wird, die in einer Sekunde vollendet werden;

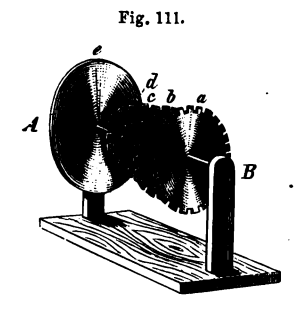
3. der Klang des Tons, welcher von der verschiedenen Form der Wellen herrührt (vergl. unten § 126).

Verschiedener Klang der Blasinstrumente, Streichinstrumente, der menschlichen Stimme, bei gleicher Tonhöhe.

Damit eine Reihe in gleichen Zeitintervallen auf einander folgender Luftwellen von uns als deutlicher Ton empfunden werde, muſs die Anzahl der Wellen in einer Sekunde wenigstens etwa 16, oder die Schwingungsdauer kleiner als $^1/_{16}$ Sekunde sein (§ 115). Da demnach die einem bestimmten Ton entsprechende Schwingungsdauer stets nur ein kleiner Bruchteil einer Sekunde ist, so ist es zweckmäſsig, anstatt der Schwingungsdauer T stets die Schwingungszahl n anzugeben. Es ist dann $T = \frac{1}{n}$ (§ 109).

§ 114. Musikalische Tonintervalle, Tonleiter, Sirene von Savart. Unter dem Intervall zweier Töne versteht man das Verhältnis ihrer Schwingungszahlen. Um die den einzelnen Tönen der musikalischen Tonleiter entsprechenden Schwingungszahlen zu ermitteln, bedient man sich verschiedener mechanischer Vorrichtungen, durch welche mittelst schnell auf einander folgender Stöſse, deren Zeitintervalle genau bekannt sind, musikalische Töne erzeugt werden können. Eine der einfachsten dieser Vorrichtungen, welche man im allgemeinen Sirenen nennt, ist die von Savart angegebene. Auf einer gemeinschaftlichen Umdrehungsaxe AB (Fig. 111) sind mehrere, an ihrem Umfange mit Zähnen versehene Räder von verschiedenem Durchmesser befestigt. Dieselben lassen sich in schnelle Umdrehung versetzen, und zum Zweck messender Versuche kann die Anzahl der in einer Sekunde vollendeten Umdrehungen durch ein Uhrwerk geregelt und genau bestimmt werden. Eine auf derselben Axe befestigte Bleischeibe e dient dazu, durch ihr Beharrungsvermögen die Umdrehung möglichst gleichförmig zu erhalten. Wird gegen die Zähne eines der Räder ein elastisches Papierblättchen

Fig. 111.



gehalten, so veranlassen die gegen dasselbe stofsenden Zähne während jeder Umdrehung des Rades ebensoviel Schwingungen des Blättchens, als Zähne vorhanden sind, und erzeugen dadurch einen Ton, dessen Höhe von der Anzahl der Zähne und von der Drehungsgeschwindigkeit des Rades abhängt. Mittelst der verschiedenen, auf derselben Axe befestigten Räder lassen sich nun leicht die Verhältnisse der Schwingungszahlen der Töne der Tonleiter bestimmen. Sind z. B. vier Räder vorhanden, die beziehungsweise mit 40, 50, 60, 80 Zähnen versehen sind, und läfst man den Apparat während einer Sekunde 10 Umdrehungen machen, so werden die Schwingungszahlen der durch die vier Räder erzeugten Töne beziehungsweise 400, 500, 600, 800 sein. Der Versuch lehrt nun, dafs die vier Töne bei diesen Schwingungsverhältnissen den musikalischen Grundakkord: Grundton, grofse Terz, Quinte und Oktave bilden. Wählt man z. B. C als Grundton, so ergeben sich die Schwingungsverhältnisse der vier Töne

$$C : E : G : c = 4 : 5 : 6 : 8.$$

Im allgemeinen gilt das schon von Pythagoras erkannte Gesetz, dafs diejenigen Tonintervalle, deren Zusammenklingen einen harmonischen Eindruck auf unser Ohr macht, durch die einfachsten Zahlenverhältnisse dargestellt werden, und von Leibniz († 1716) rührt der charakteristische Ausspruch her: „musica est exercitium arithmeticae occultum nescientis se numerare animi.“

In obigem Grundakkord sind bereits die hauptsächlichsten harmonischen Tonintervalle enthalten, deren Einklang um so vollkommener ist, durch je kleinere Verhältniszahlen ihre Schwingungsverhältnisse ausgedrückt werden, nämlich

die Oktave $C : c = 1 : 2$ — die grofse Terz $C : E = 4 : 5$
„ Quinte $C : G = 2 : 3$ — „ kleine Terz $E : G = 5 : 6$
„ Quarte $G : c = 3 : 4$ — „ (kleine) Sexte $E : c = 5 : 8$.

Aus diesen Verhältnissen lassen sich ferner die Schwingungszahlen der übrigen Töne der Tonleiter ableiten. Setzt man, zur Vermeidung von Brüchen, die Schwingungszahl des Grundtons $C = 24$, so wird $E = 30$, $G = 36$, $c = 48$, ferner F als Quarte von $C = 32$, D als tiefe Quarte von $G = 27$, H als Quinte von $E = 45$, A als Quarte von $E = 40$, so dafs man, je nachdem die Schwingungszahl des Grundtons $= 24$ oder $= 1$ gesetzt wird, folgende Zahlenverhältnisse für die Töne der diatonischen Tonleiter erhält:

C		D		E		F		G		A		H		c
24		27		30		32		36		40		45		48
1		$^9/_8$		$^5/_4$		$^4/_3$		$^3/_2$		$^5/_3$		$^{15}/_8$		2.
	$^9/_8$		$^{10}/_9$		$^{16}/_{15}$		$^9/_8$		$^{10}/_9$		$^9/_8$		$^{16}/_{15}$	

Das Schwingungsverhältnis der im Grundakkord nicht enthaltenen grofsen Sexte $C : A$ ist also $= 3 : 5$. Die in der dritten Reihe zwischen je zwei auf einander folgenden Tönen stehenden Brüche drücken die Intervalle dieser Töne aus. Es ist ersichtlich, dafs von den drei vorkommenden Tonintervallen zwei sehr nahe gleich sind, indem ihr Quotient $^9/_8 : {}^{10}/_9 = {}^{81}/_{80}$, oder das sogenannte Komma, nur sehr wenig von der Einheit verschieden ist, dafs hingegen das Intervall $^{16}/_{15}$ beträchtlich kleiner ist, als die beiden anderen. Man nennt deshalb in der Musik dieses Intervall ein halbes, die beiden anderen ganze Tonintervalle, und zwar unterscheidet man das Intervall $^9/_8$ als grofsen, $^{10}/_9$ als kleinen ganzen Ton (Major und Minor). Wie die einfachen Tonintervalle, so sind auch die Quintenintervalle der Tonleiter nicht genau gleich. So müfste z. B. A als reine Quinte von D $40^1/_2$ Schwingungen, anstatt 40 machen, oder das Quintenverhältnis $D : A$ ist um ein

Komma zu klein ($40 : 40^1/_2 = 80 : 81$). Man unterscheidet deshalb **reine** Quinten, welche genau das richtige Verhältnis 2 : 3 haben, und **verminderte** Quinten. Von der Unmöglichkeit, in einer fortlaufenden Reihe von Tönen gleichzeitig alle Quinten und auch alle Oktaven rein zu stimmen, überzeugt man sich durch den sogenannten **Quintenzirkel**. Indem man nämlich von einem beliebigen Grundton, z. B. C,,, ausgehend, immer in Quinten fortschreitet, bis man zu einer höheren Oktave des Grundtons gelangt, erhält man folgende Reihe von Tönen:

$$C_{,,}\ G_{,,}\ D_{,}\ A_{,}\ E\ H\ \genfrac{}{}{0pt}{}{fis}{ges}\ \genfrac{}{}{0pt}{}{cis'}{des'}\ \genfrac{}{}{0pt}{}{gis'}{as'}\ \genfrac{}{}{0pt}{}{dis''}{es''}\ \genfrac{}{}{0pt}{}{ais''}{b''}\ f'''\ c''''.$$

Diese Reihe umfaßt 12 Quinten und 7 Oktaven. Da c'''' die siebente Oktave von C,, ist, so stehen die Schwingungszahlen beider Töne, bei reiner Stimmung der Oktaven, im Verhältnis von $1 : 2^7$. Anderenfalls würde sich ihr Verhältnis, wenn man immer in reinen Quinten fortschreitet, gleich $1 : (^3/_2)^{12}$ ergeben. Da nun $(^3/_2)^{12} > 2^7$ ist, so ist beides nicht gleichzeitig möglich. Man muſs daher, um die Oktaven rein zu erhalten, entweder, wie im obigen Schema der Schwingungszahlen angenommen ist, nur gewisse Quinten rein stimmen, andere dagegen um ein Komma vermindern, diese Stimmung heiſst die **reine Temperatur**; oder man muſs den Fehler auf alle Quinten gleichmäſsig verteilen und erhält so die **gleichschwebende** Temperatur. Der Fehler jeder einzelnen Quinte wird dabei so klein, daſs er nur für ein musikalisch feingeübtes Ohr bemerkbar ist. Das Intervall x, welches man der **temperierten** Quinte anstelle des reinen Verhältnisses $^3/_2$ zu geben hat, ergiebt sich daraus, daſs $x^{12} = 2^7$ sein muſs, woraus $x = \sqrt[12]{2^7} = 1{,}49831$, ein Wert, welcher von 1,5 nur sehr wenig verschieden ist. Alle ganzen Tonintervalle werden dann ebenfalls unter sich gleich und jedes gleich zwei halben Tonintervallen. Ein halbes Tonintervall wird durch das Verhältnis $1 : \sqrt[12]{2}$ oder $1 : 1{,}05946$ ausgedrückt. Die gleichschwebende Temperatur kommt hauptsächlich bei Instrumenten mit festen Tönen (Pianoforte) zur Anwendung, während z. B. bei Streichinstrumenten die Quinten rein gestimmt zu werden pflegen.

Pythagoras leitete die Schwingungsverhältnisse der Töne aus den Längen der Saiten ab. Die Sirene wurde (1819) von **Cagniard de la Tour** erfunden. Bei der Sirene von **Cagniard de la Tour**, sowie bei derjenigen von **Oppel**, wird der Ton durch einen Luftstrom erzeugt, welcher gegen eine rotierende Scheibe geblasen wird, die mit einer oder mehreren kreisförmigen Reihen von Löchern versehen ist. Befinden sich z. B. in einer Reihe 24 Öffnungen, in gleichen Abständen verteilt, so wird der Luftstrom bei jeder Umdrehung der Scheibe 24 mal hergestellt und wieder unterbrochen. Macht also die Scheibe 20 Umdrehungen in jeder Sekunde, so hört man einen Ton von 480 Schwingungen. Die **Oppel**sche Sirene enthält auf einer Pappscheibe zahlreiche Löcherreihen, welche den harmonischen Tonintervallen entsprechen und zur Erläuterung der Schwingungsverhältnisse der Töne dienen. — Eine Modifikation der Sirene von **Cagniard de la Tour**, die **Brown**sche **Sirene**, bei welcher anstelle der komprimierten Luft Dampf von hoher Spannung zur Anwendung gelangt, wird als sogenanntes **Nebelsignal** zur Warnung der Schiffer an der Meeresküste benutzt; ihr durchdringender, schriller Ton vermag besser als die Dampfpfeife, oder als Glocken- und Kanonensignale das Getöse der Brandung zu übertönen. Der Schall der auf der Nebelstation **Bülk** thätigen Sirene ist 11 Kilometer weit zu vernehmen.

Von besonderer Wichtigkeit ist noch eine Reihe von Tönen, deren Schwingungszahlen nach den Verhältnissen der natürlichen Zahlenreihe wachsen, oder unter einander in den Verhältnissen 1 : 2 : 3 : 4 : . . . stehen. Diese Reihe ist unter dem Namen der **harmonischen Oberreihe** bekannt. Geht man vom Grundton *C* aus, so erhält man folgende Reihe:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	c	g	c'	e'	g'	i'	c''	d''	e''	k''	g'' . . . .

Die Töne 7, 11, welche in dieser Reihe mit i', k'' bezeichnet sind, sind in der Tonleiter nicht enthalten, indem i' zwischen a' und b', k'' zwischen f'' und fis'' liegt. Schwingende Saiten und Pfeifen vermögen auſser ihrem Grundton noch eine Anzahl höherer Töne zu geben, welche der harmonischen Oberreihe dieses Grundtons angehören (§§ 116, 119).

§ 115. **Absolute Schwingungszahl, Kammerton.** Nachdem im vorhergehenden die **Verhältnisse** zwischen den Schwingungszahlen der

verschiedenen Töne der Tonleiter festgestellt sind, genügt es, die absolute Schwingungszahl eines bestimmten Tons zu kennen, um daraus die Schwingungen aller übrigen Töne ableiten zu können. Als Ausgangspunkt für die Stimmung der musikalischen Instrumente wird in der Regel der sogenannte Kammerton a' gewählt, welcher 440 Schwingungen in einer Sekunde macht und durch die Normalstimmgabel angegeben wird.

Es wird später (§ 125) gezeigt werden, auf welche Weise es möglich ist, eine Stimmgabel mit aufserordentlicher Genauigkeit auf eine bestimmte Zahl von Schwingungen abzustimmen. — Solange eine Normalstimmung nicht festgesetzt war, fanden zwischen den Stimmungen der verschiedenen Orchester beträchtliche Differenzen statt, und namentlich erhöhte sich die Stimmung im Lauf der Zeit immer mehr, bis in Deutschland, nach dem Vorschlag von Scheibler, die Schwingungszahl a' = 440, während in Frankreich a' = 435 vollständigen oder 870 halben Schwingungen festgesetzt wurde. Demnach bildet $C_{,,} = 16^1/_2$ etwa die untere Grenze der hörbaren Töne, während andererseits ein Ton nicht mehr hörbar ist, wenn seine Schwingungszahl gröfser ist als 40—50000. Die musikalisch gut brauchbaren Töne mit deutlich wahrnehmbarer Tonhöhe haben nach Helmholtz zwischen 40 und 4000 Schwingungen, liegen also im Bereiche von 7 Oktaven und ihre Wellenlänge (§ 121) zwischen 8 m und 8 cm.

Die tonerregenden Körper können in drei Gruppen eingeteilt werden:

1. durch Spannung elastische (weich-elastische) Körper — gespannte Saiten und Membranen;
2. durch Steifigkeit elastische (hart-elastische) Körper — elastische Stäbe und Platten;
3. luftförmige und tropfbar flüssige Körper.

§ 116. Gespannte Saiten und Membranen. Die Gesetze der Tonerregung durch gespannte Saiten ergeben sich aus den früher (§ 111) besprochenen, allgemeinen Gesetzen der Schwingungen elastischer Körper. Aus der Taylorschen Formel ergiebt sich die Schwingungszahl des Grundtons einer gespannten Saite

$$n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{gp}{k}}.$$

Die Schwingungszahl ist also der Länge der Saite umgekehrt proportional. Sie wächst in direktem Verhältnis der Quadratwurzel aus der Spannung und ist umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus dem Gewicht der Längeneinheit der Saite. Bei gleichbleibender Spannung wird also der Ton durch Verkürzung der Saite, bei gleichbleibender Länge durch vergröfserte Spannung erhöht. Dickere Saiten geben bei gleicher Länge und Spannung tiefere Töne. Darmsaiten geben, da sie leichter sind, höhere Töne als Metallsaiten von gleicher Dicke und Spannung. — Die Tonerregung geschieht durch Anschlagen der Saite mit einem Hämmerchen (Klavier), mit dem Finger (Zither, Guitarre), oder Streichen mit dem durch Kolophonium rauh gemachten Violinbogen (Violine, Cello, u. s. w.).

Aufser dem Grundton, bei welchem die Saite als Ganzes schwingt, kann dieselbe noch die Reihe von Obertönen geben, welche der harmonischen Oberreihe des Grundtons (§ 114) entsprechen (Flageoletttöne), wobei sich die Saite durch Knotenpunkte in eine Anzahl von Abteilungen teilt, welche der Ordnungszahl des Obertons entspricht (§ 111). Die Obertöne werden am besten erregt, indem man die gespannte Saite in $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$, . . . der Länge leise mit dem Finger berührt und dann mit dem Bogen an einer Stelle anstreicht, wo ein Schwingungsbauch liegen mufs.

Durch sehr schiefes Anstreichen der Saite mit dem Violinbogen, oder durch Reiben mit einem durch Kolophonium rauh gemachten Tuch kann dieselbe in Longitudinalschwingungen versetzt werden. Die Longitudinaltöne der Saiten sind viel höher als die Transversaltöne (§ 112).

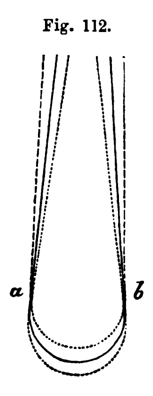
Die Gesetze der Schwingungen gespannter Saiten werden am Monochord nachgewiesen, welches aus einer Saite besteht, die an beiden Enden festgeklammert werden kann, nachdem derselben durch ein angehängtes Gewicht von willkürlich abzuändernder Gröfse eine beliebige Spannung erteilt worden ist. Durch einen beweglichen Steg kann ein Stück der Saite abgegrenzt werden, dessen Länge an einer unter derselben angebrachten Skala abgelesen werden kann. Die Saite ist über einem aus dünnen, elastischen Holzplatten zusammengesetzten hohlen Resonanzkasten aufgespannt. Der Ton einer in freier Luft ausgespannten Saite ist nämlich nur schwach hörbar, weil wegen der geringen Oberfläche der Saite die Schwingungen sich nur in geringem Mafse der umgebenden Luft mitteilen. Dadurch aber, dafs der Resonanzkasten und die in demselben enthaltene Luftmasse von den Befestigungspunkten der Saite aus in Mitschwingungen versetzt werden, wird die Mitteilung der Schwingungen an die umgebende Luft erleichtert und der Ton lauter hörbar. Es ist deshalb bei allen Saiteninstrumenten ein Resonanzboden oder ein mit Schalllöchern versehener Resonanzkasten angebracht, über welchem die Saiten aufgespannt werden.

Das Stimmen der Saiteninstrumente geschieht in der Regel durch Änderung der Spannung mittelst eines drehbaren Wirbels. Durch erhöhte Temperatur (§ 198), sowie bei Darmsaiten durch Luftfeuchtigkeit (§ 219), wird die Spannung verringert, daher die Tonhöhe vertieft. Bei der Violine, Guitarre, u. s. w. werden auf derselben Saite verschiedene Töne erzeugt, indem die Saitenlänge durch den Druck des Fingers auf dem Griffbrett begrenzt wird.

Die Schwingungen gespannter Membranen finden in der Musik eine geringere Anwendung, — z. B. bei Trommeln, Pauken — und befolgen weniger einfache Gesetze als die der Saiten. Im allgemeinen wächst die Tonhöhe auch hier mit der Spannung der Membran und nimmt mit wachsender Ausdehnung und Dicke derselben ab. Doch können die Schwingungen einer Membran mannigfaltigen (nicht der harmonischen Oberreihe angehörigen) Tönen entsprechen, indem sich dieselbe durch Knotenlinien auf sehr verschiedene Weise in schwingende Abteilungen teilen kann. Diese Knotenlinien können durch aufgestreuten Sand sichtbar gemacht werden (vergl. § 118).

§ 117. Elastische Stäbe, Stimmgabel. Elastische Stäbe können in Longitudinal-, Transversal- und Torsionsschwingungen versetzt werden; im allgemeinen entsprechen den Transversalschwingungen die tiefsten, den Torsionsschwingungen die höchsten Töne. — Die Transversalschwingungen befolgen verschiedene Gesetze, je nachdem der Stab an einem Ende oder an beiden Enden frei, angestemmt oder eingeklemmt ist. Der Ton ist um so höher, je kürzer oder dicker der Stab, und je gröfser die Elasticität seiner Substanz ist. Bei einem an einem Ende eingeklemmten Stab ist die Schwingungszahl dem Quadrat der Länge umgekehrt proportional. — Aufser dem Grundton vermag der Stab eine Reihe (nicht harmonischer) Obertöne zu geben.

Fig. 112.



Eine besondere Anwendung finden die Transversalschwingungen elastischer Stäbe bei der Stimmgabel. Dieselbe besteht aus einem Stahlstab mit zwei parallelen Schenkeln, welche durch eine Uförmige Biegung vereinigt sind. An der Biegungsstelle ist die Stimmgabel mit einem Stiel versehen. Die Schwingungen der Stimmgabel erfolgen so, dafs, wie in Fig. 112 angedeutet, beide Schenkel gleichzeitig nach aufsen oder nach innen schwingen, wobei sich in der Nähe der Biegung, bei *a* und *b*, zwei

ruhende Knotenpunkte bilden. Die Transversalschwingungen der Stimmgabel teilen sich dem Stiel als Longitudinalschwingungen mit. Der Ton der angeschlagenen Stimmgabel ist wenig hörbar, solange dieselbe mit der Hand am Stiel in freier Luft gehalten wird. Er wird laut hörbar, sobald der Stiel auf einen festen Körper aufgesetzt wird, der als Resonanzboden (§ 116) dient. Zweckmäfsig wird mit der Stimmgabel ein Resonanzkasten verbunden, dessen Dimensionen der Schwingungszahl der Stimmgabel entsprechend gewählt sind. Aufser ihrem Grundton vermag die Stimmgabel noch die Oktave desselben und eine Reihe anharmonischer Obertöne zu geben.

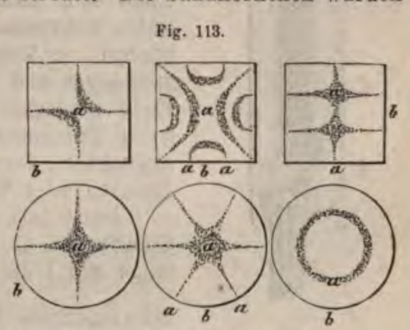
Um die Schwingungen einer Stimmgabel graphisch darzustellen, befestigt man etwa an dem Ende des einen Schenkels der Gabel seitwärts ein Stiftchen und zieht dann, der schwingenden Gabel entlang, berufstes Papier mit gleichförmiger Geschwindigkeit vorüber, so dafs das Stiftchen auf dem Papier einen feinen Strich hinterläfst. Das Papier ist dazu am besten über eine Walze gezogen, welche durch ein Uhrwerk in gleichförmige Rotation versetzt wird (Kaleidophon).

Die Longitudinaltöne der Stäbe können durch Reiben mit einem feuchten, oder durch Kolophonium rauh gemachten Tuch erregt werden. Die Schwingungszahl des Grundtons ist der Länge des Stabes umgekehrt proportional, im übrigen von der Dicke desselben unabhängig und lediglich von der Elasticität seiner Substanz bedingt (§ 111). Die sogenannte Stabharmonika besteht aus einer Reihe von Rohrstäben, deren Längen den Schwingungszahlen der Töne der Tonleiter umgekehrt proportional abgemessen sind.

§ 118. Elastische Platten können, wie gespannte Membranen, auf mannigfaltige Weise in Schwingungen versetzt werden, indem sie sich durch Knotenlinien in einzelne schwingende Abteilungen teilen.

Chladni machte (1787) die Knotenlinien dadurch sichtbar, dafs er feinen Sand auf die schwingende Platte streute. Die Sandkörnchen wurden von den in Bewegung befindlichen Teilen der Platte fortgeschleudert und sammelten sich auf den ruhenden Knotenlinien an (Fig. 113). Am mannigfaltigsten sind die so entstehenden Chladnischen Klangfiguren bei regelmäfsig gestalteten, z. B. quadratischen Platten. Den tiefsten Tönen, welche eine Platte zu geben vermag, entsprechen die einfachsten, den höchsten Tönen die kompliziertesten Figuren.

Fig. 113.



Die Töne werden am besten durch Anstreichen mittelst des Violinbogens (bei *b*) erzeugt, während die Platte an solchen Punkten, durch welche die Knotenlinien gehen sollen (bei *a*), eingeklemmt oder mit dem Finger berührt wird. Auch gekrümmte elastische Platten (Gläser, Glocken) teilen sich durch Knotenlinien in einzeln schwingende Abteilungen. An einem zur Hälfte mit Wasser gefüllten Weinglase können diese durch die Wirbelbewegungen des Wassers sichtbar gemacht werden. Einen eigentümlichen, spiralförmigen Verlauf zeigen die Knotenlinien auf Glasröhren, welche durch Kombination von longitudinalen mit transversalen oder Torsionsschwingungen erzeugt werden.

Eine andere Art von Klangfiguren erzeugte Faraday, indem er Bärlappsamen auf die schwingende Platte streute. Infolge der durch die Schwingungen erzeugten wirbelförmigen Luftbewegung sammelt sich dieser in rundlichen, wirbelnden Häufchen an den Stellen der stärksten Schwingungen an.

§ 119. **Tonerregung durch luftförmige Körper, offene und gedeckte Pfeifen.** Die luftförmigen Körper sind vermöge ihrer grofsen Elasticität nicht nur zur Fortpflanzung der Schallwellen, sondern auch zur Tonerregung durch stehende Schwingungen in hohem Grade geeignet. Jede durch die Wände eines Gefäfses begrenzte Luftmasse ist solcher stehenden Schwingungen fähig, welche in derselben durch Resonanz (z. B. durch eine über die Öffnung des Gefäfses gehaltene, auf den entsprechenden Ton abgestimmte Stimmgabel), durch Anblasen mittelst eines gegen den Rand des Gefäfses gerichteten Luftstromes, oder auf andere Weise erzeugt werden können. Besonders häufig kommen zur Anwendung die stehenden Schwingungen der Luft in röhrenförmigen Gefäfsen oder Pfeifen. Bei den Lippenpfeifen wird der Ton mittelst des an einem Ende des Rohres angebrachten Mundstückes erregt, und man unterscheidet offene und gedeckte (gedackte) Pfeifen, je nachdem das andere Ende der Röhre offen oder verschlossen ist.

Bei den Lippenpfeifen der Orgel gelangt die Luft aus der Windlade in den sogenannten Fufs *a* (Fig. 114), aus welchem dieselbe durch einen schmalen Spalt *b* ausströmt*). Der aus dem Spalt austretende Luftstrom bricht sich an der gegenüberstehenden Kante *c*, welche die Lippe genannt wird. Der Zwischenraum *bc* zwischen Spalt und Lippe heifst die Mundöffnung. — Ganz ähnlich ist das Flötenmundstück eingerichtet.

Fig. 114.

Für die Bestimmung der Tonhöhe der Pfeifen gilt die Regel, dafs sich am geschlossenen Ende einer Pfeife stets ein Schwingungsknoten, am offenen Ende ein Schwingungsbauch befinden mufs. Am geschlossenen Ende sind nämlich die Luftteilchen durch die die Röhre begrenzende Gefäfswand an der Bewegung gehindert, es können daselbst nur abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen stattfinden. Am offenen Ende hingegen besitzen die Luftteilchen wegen des freien Zusammenhanges mit der Atmosphäre volle Beweglichkeit, darum kann dort eine beträchtliche Verdichtung oder Verdünnung nicht stattfinden.

Bezeichnet c die Geschwindigkeit, mit welcher die Schallwellen in der Luft fortschreiten, λ die Wellenlänge und l die Länge der Pfeife, so ist (§ 109) die Schwingungszahl $n = \frac{c}{\lambda}$. Wenn eine offene Pfeife ihren tiefsten Ton oder Grundton giebt, so ist nur ein Schwingungsknoten vorhanden, welcher in der Mitte der Pfeife liegt, also von jedem der Schwingungsbäuche an den offenen Enden der Pfeife um $^1/_4$ Wellenlänge oder $^1/_4\ \lambda$ entfernt ist (§ 111). Es ist demnach

$$l = \frac{1}{2}\lambda,\ \lambda = 2l,\ n_1 = \frac{c}{2l}.$$

Beim zweiten Ton der Pfeife sind zwei Schwingungsknoten vorhanden,

*) Der Spalt ist in der Figur absichtlich zu breit gezeichnet worden.

welche unter sich um $^1/_2\ \lambda$ und von jedem offenen Ende der Pfeife um $^1/_4\ \lambda$ entfernt sind. Es ist daher $l = \lambda$ und $n_2 = 2\,\frac{c}{2l}$; ebenso ergeben sich für die folgenden Obertöne der offenen Pfeife die Schwingungszahlen $3\,\frac{c}{2l}$, $4\,\frac{c}{2l}$ . . ., oder *die offene Pfeife vermag alle Töne der harmonischen Oberreihe zu geben.*

Bei der gedeckten Pfeife liegt ein Schwingungsknoten am geschlossenen Ende. Beim Grundton der Pfeife ist dieser der einzige, mithin:

$$l = \frac{1}{4}\lambda,\ \lambda = 4l,\ n_1 = \frac{c}{4l},$$

woraus folgt, *daſs der Grundton der gedeckten Pfeife die tiefere Oktave des Grundtons einer offenen Pfeife von gleicher Länge ist*, oder *daſs eine gedeckte Pfeife denselben Grundton giebt, wie eine offene Pfeife von doppelter Länge.* Beim ersten Oberton der gedeckten Pfeife ist auſser dem Schwingungsknoten am Ende ein zweiter Schwingungsknoten vorhanden, dessen Abstand vom geschlossenen Ende mithin $^1/_2\,\lambda$, vom offenen Ende der Pfeife hingegen $^1/_4\ \lambda$ beträgt; es ist daher $l = \frac{3}{4}\lambda$, $\lambda = \frac{4}{3}l$ und $n_2 = 3\,\frac{c}{4l}$, ebenso ergeben sich für die folgenden Obertöne die Schwingungszahlen $5\,\frac{c}{4l}$, $7\frac{c}{4l}$, . . . oder *die gedeckte Pfeife giebt nur die ungeraden Töne der harmonischen Oberreihe.*

Das Ansprechen des Grundtons oder der verschiedenen Obertöne einer Pfeife kann durch die verschiedene Weite des Spaltes b und der Mundöffnung bc, sowie die verschiedene Stärke des Luftstromes bewirkt werden Die in Fig. 115 angedeutete Lage der Knoten und Schwingungsbäuche kann nach *Hopkins* in einer Glaspfeife dadurch sichtbar gemacht werden, daſs man eine über einen Ring gespannte, dünne Membran, auf welche Sand gestreut ist, mittelst eines Drahtes in der Pfeife auf und ab bewegt. Der Sand bleibt in Ruhe, wenn die Membran sich an einem Knotenpunkt befindet — auch klingt der Ton der Pfeife nur in diesem Fall rein, da sonst die Luftschwingungen durch die Membran gehemmt werden. Die Erfahrung hat übrigens gelehrt, daſs die Entfernung des letzten Knotens vom offenen Ende der Pfeife etwas kleiner ist als $^1/_4\ \lambda$.

Fig. 115.

Für eine annähernde Schätzung der Tonhöhe kann in atmosphärischer Luft $c = 332$ m (1024 par.') angenommen werden (§ 121), und da auſserdem näherungsweise die Schwingungszahl des Tons C,, = 16 gesetzt werden kann (§ 115), so ist C,, der Grundton einer offenen 32füſsigen, oder einer gedeckten 16füſsigen Orgelpfeife. Da die Schallgeschwindigkeit in verschiedenen Gasen der Quadratwurzel aus der Dichtigkeit umgekehrt proportional ist, so hängt auch die Tonhöhe einer Pfeife von der Beschaffenheit des darin enthaltenen Gases ab (s. unten § 122).

Für die stehenden Schwingungen der Luftsäule ist es unwesentlich, ob die Röhre gerade oder gebogen, weit oder eng ist, wenn nur scharfe Biegungen vermieden werden, und der Durchmesser des Rohres hinreichend klein ist im Verhältnis zur Länge. Man giebt deshalb den Röhren der Blasinstrumente (Trompete, Waldhorn) bei gröſserer Länge eine gewundene Gestalt. Das Material des Rohres (Holz, Metall) ist nicht auf die Tonhöhe, wohl aber auf den Klang des Tons von Einfluſs. — Die Tonhöhe der Blasinstrumente kann abgeändert werden, entweder durch Verlängerung und Verkürzung des Rohres durch *Auszüge* oder *Ventile*

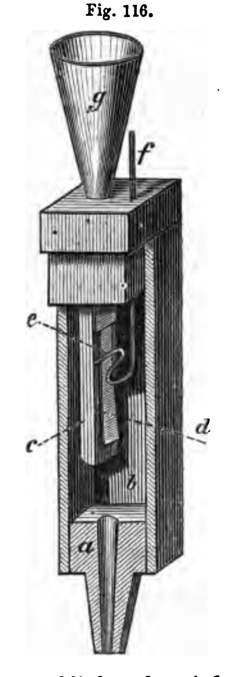
(Posaune, Waldhorn), oder durch Seitenöffnungen des Rohres, welche mit den Fingern, oder durch Klappen verschlossen werden (Flöte, Klarinette), wobei die Länge des Rohres jedesmal bis zur ersten unverschlossenen Seitenöffnung zu rechnen ist. Durch verschiedenes Anblasen werden die Obertöne zum Ansprechen gebracht (Trompete, Waldhorn), durch teilweises Decken (Stopfen) einer offenen Pfeife (Einführen der Hand in den bei den meisten Blasinstrumenten am Ende des Rohres angebrachten, erweiterten Schalltrichter) wird der Ton vertieft.

Beträgt der Röhrendurchmesser mehr als etwa $^1/_{20}$ der Länge, so ist derselbe von wesentlichem Einfluſs auf die Tonhöhe, indem der Ton desto tiefer wird, je gröſser der Querschnitt der Pfeife.

Eine eigentümliche Art der Tonerzeugung in Röhren findet bei der von Higgins (1777) entdeckten, sogenannten Gasharmonika (chemischen Harmonika) statt. Über eine kleine Gasflamme, welche aus einem Glasrohr mit enger Öffnung kommt, wird eine weitere Glasröhre gestülpt. Die in dieser Glasröhre enthaltene Luftsäule wird dadurch in laut tönende Schwingungen versetzt. Der Eintritt dieser Schwingungen ist von einer eigentümlichen Veränderung im Aussehen der Flamme begleitet, deren Grund man erkennt, sobald man das Bild der Flamme in einem rotierenden, oder schnell hin und her bewegten Spiegel betrachtet. Dasselbe erscheint dann in eine Reihe getrennter Flammenbilder aufgelöst, deren Anzahl den Schwingungen der Luftsäule entsprechend ist. Durch Änderung der Röhrenlänge kann die Tonhöhe abgestimmt werden, und man kann mehrere solche tonangebende Flammen zu einem Akkord vereinigen.

§ 120. Zungenpfeifen. Bei den Zungenpfeifen geschieht die Tonerregung mittelst einer elastischen, metallischen oder membranösen Zunge, durch deren Schwingungen ein durch eine Öffnung geblasener Luftstrom abwechselnd unterbrochen und wiederhergestellt wird. Die im Ansatzrohr enthaltene Luftsäule wird dadurch in regelmäſsige Schwingungen versetzt, deren Anzahl einerseits von der Beschaffenheit der Zunge, andererseits von der Länge der mitschwingenden Luftsäule abhängig ist, indem die Schwingungen beider sich innerhalb gewisser Grenzen gegenseitig zu modifizieren vermögen. Zur Gattung der Zungenpfeifen gehören die Klarinette, Oboe, Harmonika, die Schnarrwerke der Orgeln, u. s. w. Auch Trompete und Waldhorn sind als Zungenpfeifen zu betrachten, indem bei denselben die auf das Mundstück aufgesetzten, gespannten Lippenränder die Stelle der vibrierenden Zunge vertreten; dasselbe gilt von den Stimmbändern des menschlichen Kehlkopfes (§ 127).

Fig. 116.



Die Mundstücke der Klarinette, Oboe und des Fagotts haben aus Rohrblättchen gebildete Zungen, die Harmonika und die sogenannten Schnarrwerke der Orgeln Metallzungen. Das Mundstück der Zungenpfeifen einer Orgel hat z. B. folgende Einrichtung. Durch das Rohr *a* (Fig. 116) tritt der aus der Windlade eingeblasene Luftstrom in den Fuſs *b*. Dieser ist durch einen Deckel verschlossen, in welchen eine Blechkapsel *c* von der Form eines Halbcylinders eingesetzt ist. Letztere ist an der vorderen, ebenen Fläche mit einem rechteckigen Schlitz versehen, der durch eine elastische Stahllamelle *d* verschlossen ist. Diese ist nur an ihrem oberen Ende befestigt, im übrigen frei beweglich, so daſs sie in ihrer Ruhelage die rechteckige Öffnung fast genau verschlieſst, ohne jedoch beim Hindurchschlagen an die Ränder der Öffnung anzustreifen. Die in *b* eingeblasene Luft drückt gegen die Lamelle, öffnet sich dadurch den Ausweg nach dem Innern des Halbcylinders, von wo sie durch eine am oberen Ende des letzteren angebrachte Öffnung in das konische oder cylin-

drische Ansatzrohr *g* gelangt. Sobald durch das Entweichen der Luft der Druck im Fufs *b* vermindert ist, schwingt die Stahllamelle *d* vermöge ihrer Elasticität rückwärts und verschliefst die Öffnung von neuem. Indem sich dieser Vorgang wiederholt, wird die Feder und durch den intermittierenden Luftstrom zugleich die Luftsäule im Ansatzrohr *g* in regelmäfsige Schwingungen versetzt, deren Dauer einerseits von der Elasticität der Stahllamelle, andererseits von der Länge der schwingenden Luftsäule abhängt. Durch die mittelst des Drahtes *f* verstellbare Krücke *e* kann die Länge des schwingenden Teiles der Feder abgeändert und dadurch der Ton der Pfeife innerhalb gewisser Grenzen abgestimmt werden. — Der Klang des Tons der Zungenpfeifen ist ein mehr oder minder schnarrender, besonders wenn die Zunge nicht, wie bei dem beschriebenen Mundstück, eine durchschlagende, sondern eine auf die Ränder der Öffnung aufschlagende ist.

§ 121. Fortpflanzung des Schalles in der Luft. Die Verbreitung des Schalles in der Luft geschieht durch Longitudinalwellen, welche aus auf einander folgenden Verdichtungen und Verdünnungen bestehen und sich kugelförmig vom Erschütterungsmittelpunkt ausbreiten. Die Geschwindigkeit, mit welcher die Schallwellen sich fortpflanzen, wird durch Kanonensignale bestimmt, indem an zwei Stationen von genau bekannter Entfernung Kanonen aufgestellt und auf beiden Stationen abwechselnd die Zeitintervalle beobachtet werden, welche beim Abfeuern der Kanonen zwischen der Wahrnehmung des Pulverblitzes und des Schalles der Explosion verfliefsen. Die zur Fortpflanzung des Lichts erforderliche Zeit ist dabei als verschwindend klein zu betrachten (§ 133). Die genauesten Beobachtungen, welche auf diese Weise von Moll und van Beek (1823) in der Nähe von Utrecht angestellt wurden, haben für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles, bei der Temperatur von 0°, den Wert von 332,15 m (1022,5 par.') ergeben.

Die Beobachtungen werden am zweckmäfsigsten bei Nacht angestellt, weil die Luft zu dieser Zeit am ruhigsten ist, und die Signale am weitesten hörbar sind. Um einen möglichen Einflufs der Windesrichtung auf die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Schalles zu vermeiden, werden die Signale abwechselnd auf beiden Stationen gegeben und aus beiden so erhaltenen Bestimmungen das Mittel genommen. Die Geschwindigkeit des Schalles ist unabhängig vom Luftdruck, daher auf Bergen ebenso grofs, wie in der Ebene und aufwärts oder abwärts ebenso grofs, wie in horizontaler Richtung. Die Intensität des Schalles dagegen ist in verdünnter Luft geringer, als in dichterer Luft, und im luftleeren Raum ist die Fortpflanzung des Schalles nicht möglich (§ 98, 12). Von Thal zu Berg verbreitet sich der Schall leichter, als von Berg zu Thal, weil die dünneren Luftschichten leichter durch die dichteren in Schwingungen versetzt werden als umgekehrt. — Durch ungleichförmige Beschaffenheit der Luftschichten, Wolken, Nebel, u. dergl. wird die Fortpflanzung des Schalles erschwert. — Hohe und tiefe Töne werden mit gleicher Geschwindigkeit fortgepflanzt, was schon daraus hervorgeht, dafs der Rhythmus einer aus der Entfernung gehörten Musik durch die Fortpflanzung nicht gestört wird. — Bei höherer Temperatur ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles gröfser, als bei niederer Temperatur; um daher bei verschiedenen Temperaturen angestellte Beobachtungen vergleichbar zu machen, müssen sie auf eine und dieselbe Normaltemperatur, z. B. 0°, reduziert werden. — Nach Untersuchungen von Kundt nimmt die Schallgeschwindigkeit der Luft in Röhren ab mit dem Durchmesser des Rohres, jedoch erst von einem gewissen Durchmesser an in merklicher Weise.

Über die theoretische Bestimmung der Geschwindigkeit des Schalles, zu welcher die Wärmelehre erforderlich ist, vergl. § 230a.

§ 122. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in anderen Gasen, sowie in flüssigen und festen Körpern. Die direkte Bestimmung der Geschwindigkeit des Schalles in anderen Gasen als atmosphärischer Luft ist darum nicht ausführbar, weil Gasmassen von hinreichender Ausdehnung nicht her-

gestellt werden können. Dieselbe kann jedoch leicht auf indirektem Wege bestimmt werden, indem man dieselbe Pfeife nach einander mit atmosphärischer Luft und mit verschiedenen Gasen gefüllt anbläst (§ 119). Wird z. B. die Pfeife in Wasserstoffgas angeblasen, so erhält man als Grundton die Doppeloktave des Tons, welchen dieselbe Pfeife in Sauerstoff giebt, woraus folgt, daſs bei gleicher Wellenlänge die Schwingungszahl in Wasserstoff 4mal so groſs ist, als in Sauerstoff, oder da $c = n \cdot \lambda$, daſs die Geschwindigkeit des Schalles in Wasserstoffgas die vierfache ist. Durch derartige Versuche bestimmten Dulong und später Masson die Geschwindigkeit des Schalles in verschiedenen Gasen. Für die chemisch einfachen Gase (O, H, N) und Gemenge derselben fand sich das Gesetz bestätigt, daſs die Schallgeschwindigkeit der Quadratwurzel aus der Dichtigkeit umgekehrt proportional ist. Bei zusammengesetzten Gasen ist dieses Gesetz nur in dem Fall richtig, wenn die chemische Vereinigung der Grundstoffe ohne Volumenverminderung stattfindet (z. B. bei HCl); es erfährt dagegen eine Modifikation, wenn die chemische Verbindung von einer Kontraktion begleitet ist (z. B. bei NH_3, CO_2), indem aus Gründen, welche der Wärmetheorie angehören, der Laplacesche Koefficient k (§ 230a) für diese Gase einen anderen Wert besitzt.

Die Geschwindigkeit des Schalles in Wasser ist von Colladon und Sturm (1827) durch direkte Versuche im Genfer See bestimmt worden. Mittelst unter Wasser gegebener Glockensignale fanden dieselben, daſs der Schall im Wasser $4\frac{1}{2}$mal schneller fortgeleitet wird, als in atmosphärischer Luft.

Auch durch feste Körper wird der Schall mit gröſserer Geschwindigkeit und häufig auch durch den festen Erdboden auf gröſsere Entfernungen fortgepflanzt, als durch die Luft. So ist Kanonendonner öfter auf mehr als 200 Kilometer Entfernung gehört worden.

Die Geschwindigkeit des Schalles in festen Körpern kann aus der Dauer der Longitudinalschwingungen elastischer Stäbe mittelst des Gesetzes abgeleitet werden, daſs die Schwingungsdauer des Grundtones eines Stabes derjenigen Zeit gleich ist, welche die Schallwelle braucht, um den Stab hin und zurück zu durchlaufen, oder daſs $c = 2nl$ ist, wenn l die Länge des Stabes bezeichnet. Auf diese Weise fand z. B. Chladni, daſs die Schallgeschwindigkeit in Eichenholz oder Messing $10^2/_3$, in Glas $16^2/_3$mal gröſser ist, als in Luft, und Wertheim fand für gezogene Metalle bei 15—20° folgende Werte, die Geschwindigkeit in Luft = 1 gesetzt:

Blei 4,3	Silber 8,1	Kupfer 11,2
Gold 6,4	Platin 8,2	Guſsstahl 15,1.
Zinn 7,5	Zink 11,0	

§ 123. **Reflexion der Schallwellen. Echo.** Auf der Reflexion der Schallwellen durch feste Körper beruht das Echo (Wiederhall, Nachhall), welches daher in gebirgigen Gegenden mit senkrecht abfallenden Felswänden am häufigsten ist. Bei geringer Entfernung der reflektierenden Wand, z. B. in groſsen Sälen, ist die Zwischenzeit zwischen der Wahrnehmung der ursprünglichen und der reflektierten Welle so klein, daſs dieselben nicht getrennt wahrgenommen werden, sondern letztere nur einen störenden Nachhall bewirkt, welcher durch zweckmäſsige Unterbrechung der Wände durch Nischen, Vorhänge u. s. w. vermindert werden kann. Da wir in einer Sekunde etwa 8—10 Silben deutlich getrennt zu hören imstande sind, so ist zur Erzeugung eines sogenannten einsilbigen Echos eine solche Entfernung der reflektierenden Wand erforderlich, daſs der Hin- und Rückweg von der Schallwelle in $^1/_{10}$ Sekunde durchlaufen wird, d. i. etwa 50′ (16,6 m), für ein zweisilbiges Echo 100′ (33,2 m), u. s. w. Mehrfache Echos können durch mehrere reflektierende Wände, die sich in verschiedener Entfernung befinden, oder durch wiederholte Reflexion an zwei gegenüberstehenden Wänden erzeugt werden.

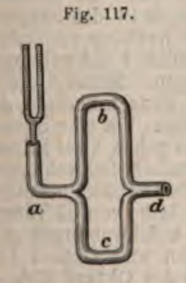
Bekannte, teils vielsilbige, teils mehrfache Echos sind z. B. bei Adersbach in Böhmen, welches 7 Silben 3mal, beim Schloſs Simonetta bei Mailand, welches einen Pistolenschuſs 56mal, am Rhein zwischen Koblenz und Bingen, welches ein Wort 17mal wiederholt.

Auf der regelmäfsigen Reflexion der Schallwellen beruhen die Erscheinungen der sogenannten **Flüstergewölbe** in Kirchen, u. s. w. Infolge einer in § 57a erwähnten Eigenschaft der Ellipse werden alle in einem Brennpunkt eines elliptischen Gewölbes erregten Schallwellen so reflektiert, dafs sie sich im anderen Brennpunkt vereinigen, so dafs in einem Brennpunkt leise gesprochene Worte für ein im anderen Brennpunkt befindliches Ohr hörbar sind, während ein dazwischen stehender Beobachter nichts zu hören vermag. Ähnliches kann bei zwei gegenüberstehenden, halbkreisförmigen Nischen u. dergl. stattfinden.

Durch ein in die Wände eines Hauses eingemauertes **Kommunikationsrohr** kann der Schall auf gröfsere Entfernung ungeschwächt fortgeleitet werden, indem durch Reflexion an den Wänden des Rohres die seitliche Ausbreitung gehindert wird. In gleicher Weise werden durch die Wände eines konischen **Sprachrohrs** die vom Munde ausgehenden Schallwellen so reflektiert, dafs sie sich beim Austritt aus dem Sprachrohr vorzugsweise in einer der Axe des Rohres parallelen Richtung fortpflanzen und darum in dieser Richtung weiter hörbar sind. Umgekehrt sammelt das **Hörrohr** die durch die weite Öffnung einfallenden Schallwellen und führt dieselben verstärkt durch die enge Öffnung zum Ohr.

§ 124. **Interferenz der Schallwellen.** Wie im allgemeinen zwei Wellensysteme sich durch Interferenz gegenseitig verstärken oder aufheben können, je nachdem sie mit gleichen oder mit entgegengesetzten Schwingungsphasen zusammentreffen (§ 110), so gilt dies insbesondere von den Schallwellen, was durch verschiedene Versuche nachgewiesen werden kann. **Hopkins** wendete zu diesem Zwecke ein an seinem unteren Ende gabelförmig in zwei Schenkel geteiltes und am oberen Ende durch eine Membran verschlossenes Rohr an. Dieses Rohr wird über eine schwingende, elastische Platte gehalten, nachdem auf die Membran feiner Sand gestreut ist. Je nachdem beide Schenkel sich über Teilen der Platte befinden, welche in gleichen oder in entgegengesetzten Schwingungsphasen begriffen sind, verstärken oder vernichten sich die Wellen im oberen Teil des Rohres, was aus der Bewegung oder Ruhe der auf die Membran gestreuten Sandkörnchen erkannt wird. **Quincke** befestigte, um die Interferenz der Schallwellen hörbar zu machen, den Stiel einer Stimmgabel in einem Kautschukrohr *a* (Fig. 117), welches mit einem in zwei Zweige von ungleicher Länge *b*, *c* geteilten Rohr in Verbindung stand, so dafs die durch *a* eintretenden Schallwellen, nachdem sie die ungleichen Wege *abd*, *acd* durchlaufen hatten, sich in *d* wieder vereinigten. Das Ende des Rohres *d* wird in die Ohröffnung gesteckt. Ist nun der Längenunterschied der Schenkel *b* und *c* so abgemessen, dafs er einer ungeraden Anzahl von halben Wellenlängen des Grundtons der Stimmgabel entspricht, so treffen im Rohr *d* stets entgegengesetzte Schwingungsphasen zusammen, und der Ton ist durch das Rohr *d* nicht hörbar. Er wird aber sofort hörbar, wenn der Längenunterschied der beiden Zweige abgeändert, oder wenn einer von beiden verschlossen wird.

Fig. 117.



§ 125. **Schwebungen und Kombinationstöne.** Befinden sich die Schwingungen zweier tönenden Körper, z. B. zweier Stimmgabeln, in genauem Einklang, so wird ihr Ton nur wie ein einziger hörbar. Werden aber die Schwingungen der einen von beiden durch auf die Zinken geklebte Wachsstückchen ein wenig verzögert, so wird ein in regelmäfsigen Intervallen sich wiederholendes Anschwellen und Abnehmen der Intensität des Tons hörbar. Diese periodischen Schwankungen der Tonstärke, welche mit dem Namen der Schwebungen bezeichnet werden, rühren von der Interferenz der von beiden Tonquellen erregten Schallwellen her. Dieselben folgen um so schneller auf einander, je gröfser die Differenz der Schwingungszahlen beider Töne ist, und zwar ist die Anzahl der Schwebungen, welche in einer Sekunde gehört werden, gleich der Differenz der Schwingungszahlen beider Töne.

Der Grund dieser Interferenzerscheinung ist leicht ersichtlich. Macht z. B. die eine Stimmgabel 200 Schwingungen, die andere dagegen 202 Schwingungen in einer Sekunde, und befinden sich zu einer bestimmten Zeit beide in gleichen Schwingungsphasen, so hat nach einer halben Sekunde die eine Gabel 100, die andere 101 Schwingungen gemacht, und die Phasen sind wieder in Übereinstimmung, ebenfalls nach 1, $1^1/_2$, 2, $2^1/_2$, . . . Sekunden; dagegen ist nach $^1/_4$ Sekunde, nach $^3/_4$ Sekunden, u. s. w. die eine Gabel der anderen um $^1/_2$ Schwingung vorangeeilt, daher findet während jeder Sekunde zweimal eine Verstärkung und zweimal eine Schwächung des Tons durch Interferenz statt. Wird die Differenz der Schwingungszahlen so weit vergröfsert, dafs mehr als 10—12 Schwebungen in einer Sekunde stattfinden, so sind dieselben nicht mehr einzeln wahrnehmbar, sondern es erhält der Klang des Tons dadurch eine gewisse Rauhigkeit, welche auf unser Ohr den unangenehmen Eindruck einer Dissonanz macht.

Eine andere Interferenzerscheinung verwandter Art, welche durch das Zusammenwirken zweier Töne erzeugt wird, bilden die sogenannten Kombinationstöne oder Tartinischen Töne (1714). Wird z. B. ein Ton *c* gleichzeitig mit seiner Quinte *g* angegeben, so hört man einen tieferen Ton *C* leise mitklingen, dessen Schwingungszahl gleich der Differenz der Schwingungszahlen beider Töne ist. Die Töne *c* und *f* geben ebenso den Kombinationston *F'*. Aufser diesen Differenztönen ist von Helmholtz eine andere Gattung von Kombinationstönen nachgewiesen worden, die Summationstöne, deren Schwingungszahl gleich der Summe der Schwingungszahlen der ursprünglichen Töne ist; doch sind dieselben weit schwächer und schwieriger wahrnehmbar, als die Differenztöne.

Mittelst der Schwebungen ist es möglich, die Töne zweier musikalischen Instrumente in aufserordentlich genauen Einklang zu bringen, indem man mit dem Abstimmen so lange fortfährt, bis die Schwebungen verschwinden. Um Stimmgabeln auf die normale Zahl von 440 Schwingungen abzustimmen, bedient man sich einer Hilfsstimmgabel, welche z. B. 436 Schwingungen macht. Jede der zu stimmenden Gabeln mufs dann mit dieser Hilfsgabel 4 Schwebungen in der Sekunde geben, was mit grofser Genauigkeit kontrolliert werden kann. Scheibler verfertigte eine Reihe von Stimmgabeln, deren jede mit der vorhergehenden 4 Schwebungen gab, und welche durch das Intervall einer Oktave aufstiegen. Mittelst dieses Tonometers war es möglich, die Schwingungszahl jedes Tons innerhalb des Intervalls der Oktave durch Schwebungen genau zu bestimmen. Da eine Stimmgabel aufser ihrem Grundton die Oktave als Oberton giebt, so geben zwei Stimmgabeln, welche fast genau um eine Oktave differieren, ebenfalls Schwebungen, mittelst deren das genaue Oktavenintervall mit aufserordentlicher Schärfe ermittelt werden kann. War z. B., um die Oktave zu erreichen, eine Reihe von 32 Stimmgabeln erforderlich, von denen jede mit der vorhergehenden 4 Schwebungen gab, so betrug die Differenz der Schwingungszahlen von Grundton und Oktave 128, mithin die absolute Schwingungszahl des Grundtons 128, die der Oktave 256. — Einfacher als der Scheiblersche Apparat ist der von Appunn konstruierte Tonmesser, in welchem die Stimmgabeln durch Metallzungen ersetzt sind, die durch einen aus einer Windlade kommenden Luftstrom zum Tönen gebracht werden.

Andere Methoden, die Schwingungsverhältnisse zweier Stimmgabeln durch optische Hilfsmittel mit grofser Genauigkeit zu bestimmen, sind von Lissajous angegeben worden.

§ 126. **Klang der Töne.** Die durch verschiedene musikalische Instrumente, z. B. durch Streichinstrumente, Blasinstrumente, die menschliche Stimme, erzeugten Töne besitzen auch bei gleicher Tonhöhe und Intensität einen verschiedenen Klang, welcher den Tönen jedes Instrumentes ihren eigentümlichen Charakter giebt; ja das menschliche Stimmorgan vermag einem und demselben Ton nach Willkür den verschiedenen Klang der Vokale *a*, *e*, *i*, *o*, *u* zu geben. Durch Helmholtz ist (1862) auf das bestimmteste nachgewiesen worden, daſs der verschiedene Klang der Töne davon herrührt, daſs fast kein Instrument den Grundton allein hören läſst, sondern daſs dieser fast stets von einer Reihe von Obertönen begleitet ist, welche der harmonischen Oberreihe des Grundtons (§ 114) angehören, und durch deren verschiedene Zahl und Intensität eben der eigentümliche Charakter der Töne, oder der Klang jedes Instrumentes bedingt ist. So erscheinen namentlich diejenigen Töne scharf, schmetternd und schrillend, welche zahlreiche und intensive Obertöne enthalten.

Die in einem Klange enthaltenen Töne, den Grundton mit eingeschlossen, bezeichnet Helmholtz als die Teiltöne oder Partialtöne des Klanges und zwar den Grundton als den ersten Teilton, den ersten, zweiten, . . . Oberton bezüglich als den zweiten, dritten, . . . Teilton, so daſs die Ordnungszahl jedes Teiltons zugleich das Verhältnis seiner Schwingungszahl zu der des Grundtons angiebt. (Der Obertonapparat von Appunn.)

Gewohnheitsmäſsig fassen wir die aus Kombinationen der Grundtöne mit gewissen Obertönen zusammengesetzten Klänge wie einfache Töne auf, so daſs wir nur den Grundton mit der eigentümlichen Klangfarbe des Instruments zu hören glauben und das Vorhandensein der Obertöne in dem Klang nur dann wahrnehmen, wenn unsere Aufmerksamkeit besonders auf dieselben gerichtet ist, oder wenn ihre Wahrnehmung durch geeignete Hilfsmittel (z. B. „Resonatoren"), welche die Obertöne stärker hervortreten lassen, erleichtert wird. Insbesondere gilt dies von den durch alltägliche, fortdauernde Gewohnheit uns bekannten Vokalklängen der menschlichen Stimme. Die Zusammensetzung der Vokalklänge aus Obertönen hat Helmholtz unzweifelhaft durch zwei verschiedene Methoden nachgewiesen, die als die synthetische und analytische Methode bezeichnet werden können. Die erstere beruht auf der wirklichen Zusammensetzung der Vokalklänge aus den einfachen Grundtönen einer Reihe von Stimmgabeln, deren Schwingungsverhältnisse den Tönen der harmonischen Oberreihe entsprechen, welche Zusammensetzung einfacher vermittelst des Vokalapparates von Appunn durch Holzpfeifen mit Ventilen herzustellen ist; die letztere beruht darauf, daſs aus den auf eine bestimmte Note gesungenen Vokalklängen die in ihnen enthaltenen Obertöne mittelst ins Ohr gesteckter Resonatoren von kugelähnlicher Gestalt (Fig. 118), die auf einen bestimmten Ton abgestimmt sind und daher nur diesen verstärken, deutlich herausgehört werden. Mittelst dieser Methoden fand Helmholtz z. B., daſs der Vokal *U* durch den Grundton *B* mit nur schwachem Mitklingen des zweiten und dritten Teiltons *b* und *f'* erzeugt wird, daſs bei *O* der Ton *b'* stark, daneben *b*, *f'*, *d''* schwächer mittönen, während *A* und namentlich *E* und *I* eine gröſsere Zahl hoher Obertöne enthalten. Die verschiedenen Vokalklänge werden durch die menschliche Stimme erzeugt, indem wir durch veränderte Gestalt der Mundhöhle — Verlängerung, Verkürzung derselben, verschiedene Weite der Mundöffnung — die Resonanz des in ihr enthaltenen Luftraumes für die verschiedenen Töne abändern.

Fig. 118.



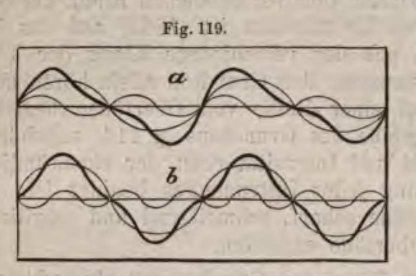
Singt man in ein Klavier, von dessen Saiten die Dämpfer durch den Forte-Zug gehoben sind, der Reihe nach die Vokale *a*, *e*, *i*, *o*, *u*, so tönen aus dem Klavier deutlich dieselben Vokalklänge zurück, indem durch jeden Vokal die seinen Obertönen entsprechenden Saiten zum Mittönen gebracht werden und so denselben Klang zusammensetzen.

Daſs auch die Klänge der Saiten u. s. w., die durch Anstreichen oder An-

schlagen an verschiedenen Stellen erzeugt werden, durch die verschiedenen in ihnen enthaltenen Obertöne bedingt sind, läſst sich teils durch Resonatoren, teils durch optische Hilfsmittel nachweisen.

Durch das Mittönen der Obertöne eines Grundtons wird die Form der Tonwellen beeinfluſst, und man kann deshalb auch sagen, daſs der Klang eines Tons von der Form der Wellen abhängt. So stellt z. B. Fig. 119a die Form der Wellen vor, welche durch die Kombination eines Grundtons mit seiner Oktave, Fig. 119b die Form, welche durch Kombination des Grundtons mit dem dritten Teilton oder der Quinte der Oktave erzeugt wird.

Fig. 119.



Umgekehrt läſst sich auf mathematischem Wege zeigen, daſs jede beliebige periodische Schwingungsform in eine Reihe einfacher Schwingungen zerlegt werden kann, welche den Tönen der harmonischen Oberreihe entsprechen.

Man kann die verschiedenen Schwingungsformen einer Seite sichtbar machen, indem man einen leichten Schreibstoff, z. B. ein Stückchen Federbart, mit etwas Wachs an der Saite befestigt, und nachdem man dieselbe in Schwingungen versetzt hat, ein beruſstes Papierblatt schnell an dem Stift vorbeiführt; dieser zeichnet dann auf der Ruſsschicht die aus den zusammenklingenden Obertönen resultierende Schwingungsform der Saite auf (§ 117).

§ 127. Das menschliche Stimmorgan. Der zur Erzeugung der menschlichen Stimme dienende Kehlkopf bildet das obere Ende der Luftröhre. Der Kehlkopf selbst besteht aus mehreren Knorpeln, welche durch Bänder mit einander verbunden, durch besondere Muskeln beweglich und mit einer Schleimhaut überzogen sind. Fig. 120a stellt den Kehlkopf von der Seite, Fig. 120b von hinten gesehen dar. Der Ringknorpel *a* bildet

Fig. 120 a.



Fig. 120 b.



einen Ring, welcher hinten höher ist als vorn und auf welchem vorn der Schildknorpel *b*, hinten die Gieſsbeckenknorpel *c* befestigt sind. Bei *d* ist auf dem Schildknorpel der Kehldeckel befestigt, welcher beim Schlingen den Eingang zum Kehlkopf verdeckt. Zwischen dem Schildknorpel und den beiden Gieſsbeckenknorpeln sind die elastischen Stimmbänder *e* ausgespannt, welche, von der Schleimhaut des Kehlkopfes überzogen, zwischen sich einen schmalen Spalt, die Stimmritze, lassen. Durch die Muskeln des Kehlkopfes können die Knorpel gegen einander bewegt, und kann insbesondere durch veränderte Stellung der Gieſsbeckenknorpel

gegen einander und gegen den Schildknorpel die Stimmritze erweitert, oder verengt und die Spannung der Stimmbänder geregelt werden. Beim ruhigen Atmen findet die Luft durch die geöffnete Stimmritze ungehinderten Durchgang. Beim Sprechen oder Singen versetzt der zwischen den einander genäherten Rändern der Stimmbänder hindurchgepreſste Luftstrom diese in Schwingungen nach Art der Zungenpfeifen, wobei die Schwingungszahl hauptsächlich durch die Spannung der Stimmbänder bedingt, aber wie bei den Zungenpfeifen, auch von den Dimensionen der mitschwingenden Luftmasse beeinfluſst wird.

Brust- und Falsetttöne. Bei letzteren schwingen nur die inneren Ränder der Stimmbänder. Über die Entstehung der Vokalklänge s. oben § 126. Die Konsonanten werden durch die Bewegungshindernisse gebildet, welche die Organe der Mundhöhle, Gaumen, Zunge, Zähne, Lippen, dem Luftstrom darbieten.

§ 128. Das Gehörorgan. Das Ohr zerfällt in das äuſsere und innere Ohr. Ersteres besteht aus der zum Auffangen der Schallwellen dienenden Ohrmuschel und dem äuſseren Gehörgang A (Fig. 121 in natürlicher Gröſse), welcher an seinem Ende durch eine schräg gestellte Membran, das Trommelfell m, verschlossen ist. Das innere Ohr ist in

Fig. 121.



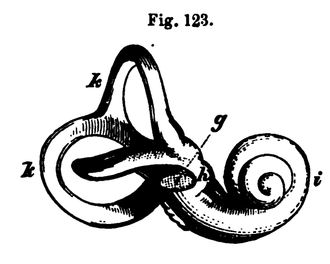
einem der festesten Knochen des Schädels, dem Felsenbein, eingeschlossen, welches einen Teil des Schläfenbeins bildet. Dasselbe zerfällt in die Trommelhöhle B und das Labyrinth C. Die Trommelhöhle wird durch das Trommelfell vom äuſseren Gehörgang geschieden; sie ist mit Luft gefüllt und steht mit dem hinteren Teil der Nasenhöhle durch die Eustachische Röhre E in Verbindung, durch welche das Gleichgewicht des Druckes zwischen der in der Trommelhöhle enthaltenen Luft und der äuſseren Atmosphäre hergestellt wird. Die Trommelhöhle enthält die Gehörknöchelchen, die in Fig. 122 in vierfacher (linearer) Vergröſserung besonders dargestellt sind und von ihrer Gestalt die Namen Hammer c, Amboſs d, Linsenkörperchen e, und Steigbügel f erhalten haben. Der Stiel des Hammers ist an dem Trommelfell festgeheftet, während der Tritt des Steigbügels das nach dem Labyrinth führende

Fig. 122.



ovale Fenster *g* verschliefst. Das Labyrinth (in Fig. 123 ist ein Abgufs seiner Höhlung dargestellt) besteht aus dem Vorhof *h*, der Schnecke *i* und den drei halbkreisförmigen Kanälen *k*. Dasselbe ist mit der Gehörfeuchtigkeit angefüllt und mit den Membranen des häutigen Labyrinths ausgekleidet, auf welchen sich die Fasern des Gehörnerven ausbreiten, namentlich zahlreich auf den sogenannten Ampullen der halbkreisförmigen Kanäle und in der spiralförmigen Scheidewand, welche das Innere der Schnecke in eine obere und eine untere Windung teilt. Erstere mündet an der Basis der Schnecke in den Vorhof, letztere endet in dem runden Fenster, welches durch eine Membran, das kleine Trommelfell, verschlossen ist und nebst dem ovalen Fenster des Vorhofs die Verbindung mit der Trommelhöhle herstellt. Die spiralförmige Scheidewand der Schnecke zeigt einen sehr zusammengesetzten Bau und die in derselben enthaltenen, erst in neuerer Zeit vom Marchese Corti entdeckten und nach ihm benannten Cortischen Fasern scheinen insbesondere zur Wahrnehmung der musikalischen Töne zu dienen. Die Schallwellen werden durch die Ohrmuschel und den äufseren Gehörgang bis nach dem Trommelfell geleitet, welches durch dieselben in Schwingungen versetzt wird. Diese pflanzen sich teils durch die Reihe der Gehörknöchelchen, teils durch die in der Trommelhöhle enthaltene Luft nach dem Labyrinth fort, wo sie in den Fasern des Hörnerven die Schallempfindung verursachen. Die Enden des Hörnerven sind überall mit besonderen, teils elastischen, teils festen Hilfsapparaten verbunden, welche unter dem Einflufs äufserer Schwingungen in Mitschwingung versetzt werden können und dann wahrscheinlich die Nervenmasse erschüttern und erregen. Die Leitung des Schalles bis zum Labyrinth kann auch mit Ausschlufs des äufseren Ohres durch die Schädelknochen stattfinden.

Fig. 123.



Fünfter Abschnitt.

Optik oder Lehre vom Licht.

Vom Ursprung und der Ausbreitung des Lichtes.

§ 129. Die Eindrücke, welche wir durch das Auge von der Aufsenwelt empfangen, nennen wir Lichtempfindungen. Jeder Körper, welchen wir durch das Auge wahrnehmen, sendet Licht aus, ist also ein leuchtender. Die meisten Körper vermögen aber nicht selbständig Licht hervorzubringen, sondern werfen nur das Licht zurück, welches sie von anderen leuchtenden Körpern empfangen. Man hat danach selbstleuchtende und nichtselbstleuchtende Körper zu unterscheiden. Zu den selbstleuchtenden Körpern gehören:

1. Die Sonne, unsere hauptsächlichste Lichtquelle, und die Fixsterne. Weiter unten (§§ 150 u. 239) zu erörternde Erscheinungen machen es in hohem

Grade wahrscheinlich, daſs die Sonne ein glühender Körper ist, dessen Temperatur die aller irdischen Licht- und Wärmequellen bei weitem übertrifft. Dasselbe gilt von den anderen Fixsternen.

2. Verbrennende und glühende Körper. Die Flammen verbrennender Körper sind infolge der, durch den Verbrennungsprozeſs (§ 243) erzeugten, hohen Temperatur leuchtend, namentlich wenn in der Flamme Kohlenstoff in festem Aggregatzustand ausgeschieden wird, wie es in den Flammen der meisten kohlenwasserstoffhaltigen Verbindungen (Öl, Leuchtgas) der Fall ist, oder wenn das Verbrennungsprodukt ein fester Körper ist (Phosphor- oder Magnesiumflamme). Glühende Gase besitzen nur ein schwaches Leuchtvermögen — schwach leuchtende Flamme des Wasserstoffgases, des mit atmosphärischer Luft gemischten Leuchtgases im Bunsenschen Gasbrenner. — Sigerallicht des glühenden Kalkes im Knallgasgebläse. — Lichterscheinungen beim Schleifen harter Steine (Mitteilungen von Noeggerath aus den Achatschleifereien zu Oberstein und Idar im Fürstentum Birkenfeld). Es entwickelt sich zwischen dem zu schleifenden Stein und dem Schleifstein ein starkes, rotes Licht, welches viele Funken von sich ausgehen läſst. Durchscheinende und durchsichtige Steine leuchten dabei prachtvoll rot, mit einem Stich ins Gelbliche: sie sehen meist wie rotglühendes Eisen aus, und es hat das Ansehen, als müsse der Schleifer, der sie in den Händen hält, sich die Finger verbrennen. Nach dem Gefühl in der Hand glaubte Noeggerath jedoch die Zunahme der Temperatur nur auf 12 bis 15° C. schätzen zu können. — Hierher gehört auch das elektrische Kohlenlicht (§ 336) und das Licht des elektrischen Funkens (§ 274). Das Rotglühen des Platins beginnt nach Foucault bei 525° C., wird deutlich wahrnehmbar bei 700°, blendendes Weiſsglühen tritt ein bei 1500°. (Vergl. § 238.)

3. Phosphorescierende Körper, welche schon bei gewöhnlicher Temperatur leuchten. Bei manchen Körpern, wie beim Phosphor und gewissen verwesenden, mineralischen und vegetabilischen Stoffen, hängt die Phosphorescenz mit einem langsamen Oxydationsprozeſs zusammen, bei anderen wird dieselbe durch Insolation, d. h. durch vorhergegangenes Bestrahlen mit Sonnenlicht, hervorgerufen. Zu den letzteren Körpern, den sogenannten Lichtsaugern, gehören gewisse Varietäten des Diamants und andere Edelsteine, ferner Schwefelcalcium, Schwefelbarium und Schwefelstrontium (Cantonscher und Bologneser Leuchtstein). Der Chlorophan, eine Varietät des Fluſsspats, beginnt bei einer Temperatur, die weit unter der Glühhitze liegt, mit grünem Licht zu phosphorescieren (vergl. § 153).

4. Leuchtende Organismen. Bei den Leuchtkäfern aus der Gattung Lampyris besteht das Leuchtorgan des Männchens aus leuchtenden Punkten auf der Unterseite der letzten Hinterleibsringe, während beim flügellosen Weibchen die Hinterleibsringe in gröſserer Ausdehnung leuchtend sind. Bei den in Brasilien und Mexiko als Haarschmuck gebrauchten Cucuyos (Gattung Pyrophorus) liegt das Leuchtorgan am Halsschild (§ 149). — Das Meeresleuchten wird hauptsächlich durch Millionen kleiner, leuchtender Infusorien (Noctiluca miliaris) verursacht. Auch gewisse Quallen (Pelagia noctiluca) und Mollusken aus der Ordnung der Tunicata (Pyrosoma) sind leuchtend.

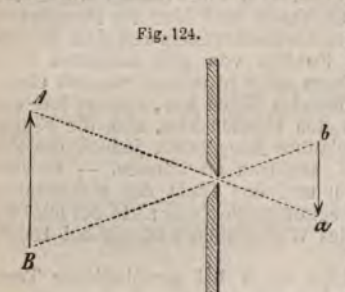
§ 130. Ausbreitung des Lichtes. Das von einem leuchtenden Körper ausgehende Licht verbreitet sich nach allen Richtungen in geraden Linien, welche man Lichtstrahlen nennt. Nach ihrem Verhalten gegen auffallende Lichtstrahlen zerfallen die Körper in durchsichtige und undurchsichtige, je nachdem sie den Lichtstrahlen den Durchgang gestatten oder nicht. Ein Mittelglied zwischen beiden bilden die durchscheinenden Körper.

Die geradlinige Verbreitung des Lichtes ist uns durch so viele alltägliche Erfahrungen bekannt, daſs jede durch ungleichförmige Beschaffenheit der Luftschichten oder andere Ursachen veranlaſste Abweichung von derselben zu Täuschungen Anlaſs giebt (Luftspiegelungen, atmosphärische Refraktion § 141).

Undurchsichtige Körper werden in sehr dünnen Schichten in der Regel durchscheinend. Gold und Silber, zu sehr dünnen Blättchen ausgeschlagen, oder in sehr dünner Schicht auf Glas niedergeschlagen, sind mit grünlichem oder bläulichem Licht durchscheinend oder selbst durchsichtig.

§ 131. Schatten. Wenn die Verbreitung der Lichtstrahlen durch einen undurchsichtigen Körper gehindert wird, so entsteht hinter demselben ein Schatten, d. h. ein unerleuchteter Raum. Besitzt der leuchtende Körper eine sehr geringe Ausdehnung, so dafs man denselben als geometrischen Punkt betrachten kann, so sind die erleuchteten Teile des Raumes von den nicht erleuchteten durch eine scharfe Grenze geschieden. Ist dagegen der leuchtende Körper von merklicher Ausdehnung, so findet an den Grenzen des Schattens ein allmählicher Übergang vom Licht zur Finsternis statt, indem die in dem sogenannten Halbschatten gelegenen Teile des Raumes noch von einem Teil der Oberfläche des leuchtenden Körpers Strahlen empfangen, während die in dem Kernschatten liegenden Punkte ganz verfinstert sind.

Fig. 124.



Als Beispiel der Erläuterung dienen die Mond- und Sonnenfinsternisse. Partiale, totale und ringförmige Sonnenfinsternisse. (§§ 383 und 384.)

Befindet sich im geschlossenen Fensterladen eines verfinsterten Zimmers eine enge Öffnung, so sieht man auf einem der Öffnung gegenüberstehenden Schirm ein umgekehrtes Bild der vor dem Fenster befindlichen Gegenstände, dessen Entstehung sich aus der geradlinigen Verbreitung des Lichtes leicht erklärt, weil (Fig. 124) die von einem jeden Punkte des Gegenstandes ausgehenden Lichtstrahlen sich für das Auge nahezu in einem entsprechenden Punkt des Bildes vereinigen. Das Bild ist um so heller, je mehr Licht jeder Punkt A seinem Bildpunkt a zusendet und um so schärfer, je kleiner die Öffnung, je näher der Schirm und je entfernter der Gegenstand ist. Die entsprechenden Dimensionen (Länge und Breite) von Bild und Gegenstand verhalten sich wie deren Entfernungen von der Öffnung. Bei kleiner Öffnung und entferntem Schirm hat die Gestalt der ersteren auf die Gröfse des Bildes geringeren Einflufs als auf seine Schärfe. Runde Sonnenbildchen im Schatten des Laubes der Bäume. Über die Unterscheidung wirklicher und scheinbarer Bilder vergl. § 135.

§ 132. Lichtintensität, Photometrie. Die Stärke der Erleuchtung oder die Lichtintensität nimmt mit wachsender Entfernung von der Lichtquelle ab und zwar im umgekehrten Verhältnis des Quadrats der Entfernung. Es wird also eine Fläche durch eine Kerze in der Entfernung von 1 Meter ebenso stark erleuchtet, wie durch 4 gleiche Kerzen in der doppelten, oder durch 9 gleiche Kerzen in der dreifachen Entfernung. — Denkt man sich um einen leuchtenden Punkt Kugelflächen mit den Halbmessern 1, 2, 3, u. s. w. beschrieben, so verhalten sich die Oberflächen wie die Quadrate ihrer Halbmesser. Dieselbe Lichtmenge mufs sich also bei $n$mal gröfserer Entfernung über eine n^2mal gröfsere Fläche ausbreiten. Infolgedessen nimmt die Intensität der Beleuchtung in demselben Verhältnis ab.

Zur Bestätigung dieses Gesetzes und zur Vergleichung der Intensität verschiedener Lichtquellen dienen die Photometer (Lichtmesser). Unter diesen ist das gebräuchlichste das von Bunsen (1847) angegebene. Dasselbe besteht im wesentlichen aus einem Papierschirm, welcher an einer Stelle durch einen Stearinfleck transparent gemacht ist. Wird dieser Schirm von beiden Seiten her ungleich stark erleuchtet, so erscheint der Fleck, von der stärker beleuchteten Seite gesehen, dunkel auf hellem Grunde, von der schwächer beleuchteten Seite gesehen, hell auf dunklem Grunde, da derselbe mehr Licht hindurchläfst und weniger reflektiert, als der übrige Teil des Papiers. Der Fleck verschwindet scheinbar, wenn

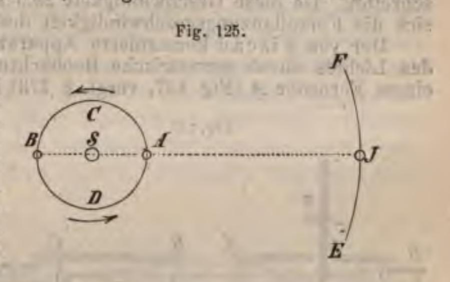
der Schirm von beiden Seiten her gleich stark erleuchtet ist, weil dann der Fleck ebenso hell erscheint, als der umgebende Teil des Papiers. Auf der einen Seite des Papierschirms sei in der Entfernung von 1 m eine Normalkerze aufgestellt. Um den Fleck verschwinden zu lassen, werden auf der anderen Seite 4 gleiche Kerzen in doppelter, oder 9 Kerzen in dreifacher Entfernung aufgestellt werden müssen. Soll die Lichtstärke einer gegebenen Flamme mit der Normalkerze verglichen werden, so ändert man ihre Entfernung vom Schirm so lange ab, bis der Stearinfleck verschwindet. Das Quadrat dieser Entfernung giebt dann ein Mafs für die Lichtstärke der Flamme. Nach Wollaston ist die Intensität des Sonnenlichtes gleich der von 800000 (nach Zöllner (1865) etwa 600000) Vollmonden, oder gleich der von 61 000 Stearinkerzen in 1 m Entfernung.

§ 133. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. Die Geschwindigkeit, mit welcher das Licht sich von dem leuchtenden Punkt aus verbreitet, ist so grofs, dafs die gewöhnlichen Mittel der Zeitmessung nicht hinreichen, um die zu seiner Fortpflanzung auf irdische Entfernungen erforderliche Zeitdauer zu messen. Aus astronomischen Beobachtungen über die Verfinsterungen der Jupitertrabanten leitete zuerst Olaf Römer (1675) für die Geschwindigkeit des Lichtes den Wert von etwa 297000 km (40000 geogr. Meilen) in der Sekunde ab. Zu dem gleichen Resultat führte die im Jahre 1728 von Bradley gemachte Entdeckung der Aberration des Lichtes der Fixsterne. In neuerer Zeit endlich (1849) ist es Fizeau und Foucault gelungen, durch sinnreich konstruierte Apparate die Fortpflanzungsdauer des Lichtes auch für irdische Entfernungen zu messen.

Die regelmäfsig wiederkehrenden Verfinsterungen der Jupitermonde durch ihren Hauptplaneten (§ 386) können durch Fernröhre beobachtet, und aus denselben kann die Umlaufszeit dieser Monde um den Jupiter mit grofser Genauigkeit ermittelt werden.

Stellt S (Fig. 125) die Sonne, der Kreis AB die Erdbahn und EF einen Teil der Bahn des Jupiter dar, so ist die Entfernung der Erde vom Jupiter in der Stellung A, oder der sogenannten Opposition des Jupiter, am kleinsten, in der Stellung B, oder zur Zeit der Konjunktion, am gröfsten. Der Unterschied beider Entfernungen AB ist gleich dem Durchmesser der Erdbahn, oder gleich 40 Millionen Meilen. Man hatte nun beobachtet, dafs während sich die Erde von A über C nach B bewegt, also sich vom Jupiter entfernt, die Umlaufszeit der Jupitermonde verzögert erschien, dagegen beschleunigt, während sich die Erde auf der Bahnstrecke BDA dem Jupiter näherte, so dafs die Verfinsterungen zur Zeit der Opposition etwa um $8^1/_4$ Minuten früher, in der Nähe der Konjunktion um $8^1/_4$ Minuten später beobachtet wurden, als die Berechnung aus der mittleren Umlaufszeit ergab. Olaf Römer erklärte diese Erscheinung durch die Annahme, dafs das Licht zur Zeit der Opposition eine kleinere Zeit brauche, um vom Jupitermond bis zur Erde zu gelangen, als zur Zeit der Konjunktion. Da der Unterschied der Entfernungen 40 Millionen Meilen, der Zeitunterschied aber etwas mehr als $16^1/_2$ Minuten oder fast genau 1000 Sekunden beträgt, so ergiebt sich daraus die Geschwindigkeit des Lichtes gleich 40000 geogr. Meilen (297000 km) in der Sekunde.

Fig. 125.



Die von Bradley entdeckte Erscheinung der Aberration des Lichtes der Fixsterne besteht darin, dafs die Fixsterne ihren scheinbaren Ort an der Himmelskugel nicht unveränderlich beibehalten, sondern im Laufe eines Jahres einen kleinen Kreis, oder eine kleine Ellipse um ihren mittleren Ort zu beschreiben scheinen, deren grofse Axe für alle Fixsterne gleich ist und 40,9 Bogensekunden beträgt. Die kleine Axe der Ellipse (§ 57a) ist gleich Null für die Fixsterne, welche in der Ebene der Erdbahn oder Ekliptik stehen, dagegen wird dieselbe

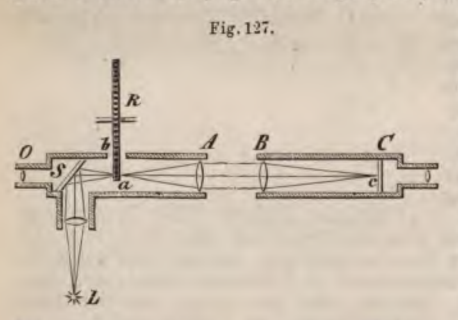
der grofsen Axe gleich, oder die Ellipse wird zum Kreise für die in der Nähe des Poles der Ekliptik stehenden Fixsterne. Zu jeder Zeit des Jahres erscheinen die Fixsterne von ihrem wahren oder mittleren Ort im Sinne der augenblicklichen Bewegungsrichtung der Erde in ihrer Bahn verschoben. Bradley erklärte diese Erscheinung aus dem Verhältnis zwischen der Bewegungsgeschwindigkeit der Erde und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. Dieser Einflufs der Bewegung der Erde kann durch analoge irdische Erscheinungen erläutert werden. Senkrecht herabfallende Regentropfen scheinen gegen die Fensterscheiben eines in Bewegung begriffenen Eisenbahnzuges in schräger Richtung zu schlagen. Ein solcher Regentropfen würde durch ein mit dem Zuge bewegtes, vertikales Rohr nicht hindurchfallen, sondern gegen die hintere Wand desselben schlagen. Soll der Regentropfen das Rohr in der Richtung seiner Axe durchlaufen, so mufs man dasselbe im Sinne der Bewegung des Zuges vorwärts neigen, und der Neigungswinkel wird von dem Verhältnis zwischen der vertikalen Geschwindigkeit der Regentropfen und der horizontalen Geschwindigkeit des Rohres abhängen. — Ist SAB die wahre Richtung eines Lichtstrahls, welcher von einem Fixstern S in das Fernrohr AB gelangt, und hat sich das Fernrohr, während der Lichtstrahl die Strecke AB durchläuft, um die Strecke BC in der Richtung des Pfeiles vorwärts bewegt, so ist AC der scheinbare Weg des Lichtstrahls, relativ gegen das Fernrohr. Man wird also den Stern in der Richtung CAS_1 zu erblicken glauben, oder man wird das Fernrohr um den Aberrationswinkel $SAS_1 = BAC$ im Sinne der Bewegung der Erde vorwärts neigen müssen, um den Stern in der Richtung der Axe des Fernrohres zu erblicken. Ist der Aberrationswinkel α, so ist tang $\alpha = \frac{BC}{AB}$.

Fig. 126.

Diese beiden Linien stehen aber in demselben Verhältnis, wie die Bahngeschwindigkeit der Erde zur Geschwindigkeit des Lichtes. Die grofse Axe der kleinen Ellipse, welche jeder Fixstern im Laufe eines Jahres zu beschreiben scheint, stellt die doppelte Gröfse der Verschiebung von seiner wahren mittleren Lage dar, der Aberrationswinkel ist also gleich 20,45 Bogensekunden und tang α fast genau gleich 0,0001. Die Geschwindigkeit des Lichtes ist demnach 10000 mal gröfser als die Geschwindigkeit, mit welcher die Erde in ihrer Bahn um die Sonne fortschreitet. Da diese Geschwindigkeit 29,5 km in der Sekunde beträgt, so ergiebt sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes gleich 295000 km.

Der von Fizeau konstruierte Apparat zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Lichtes durch terrestrische Beobachtungen hatte folgende Einrichtung. In einem Fernrohr A (Fig. 127, vergl. § 173) ist bei S eine unter einem Winkel von 45° gegen die Axe des Rohres geneigte unbelegte Spiegelglasplatte angebracht. Die von einer intensiven Lichtquelle L ausgehenden Strahlen fallen durch ein Seitenrohr, in welchem eine Sammellinse angebracht ist, auf den Spiegel, welcher sie so reflektiert, dafs bei a, im Hauptbrennpunkt des Fernrohres, ein reelles Bild des leuchtenden Punktes L entsteht (§ 158). Die Strahlen gehen dann durch die Objektivlinse A des Fernrohres, von welcher sie so gebrochen werden, dafs sie der Axe parallel austreten. Dem Fernrohr A steht in einer Entfernung von mehr als 8 Kilometer ein zweites Fernrohr B gegenüber, in dessen Brennweite bei C ein Planspiegel genau senkrecht zur Axe des Fernrohres aufgestellt ist. Durch jedes Fernrohr sieht man deutlich das Objektiv des anderen. Die durch das Objektiv B in paralleler Richtung eintretenden Strahlen werden im Brennpunkt C gesammelt und dort von dem ebenen Spiegel so zurückgeworfen, dafs sie genau auf demselben Weg, auf welchem sie gekommen sind, durch B und A nach a zurückkehren. Ein Teil derselben wird von der Spiegelglasplatte S nach L reflektiert, ein anderer Teil aber geht durch die Glasplatte hindurch und

Fig. 127.



gelangt durch das Okular O in das Auge des Beobachters, welcher daher im Fernrohr ein Bild der Lichtquelle L erblickt. Das Rohr hat bei b einen seitlichen Einschnitt, durch welchen der Kranz eines mit 720 Zähnen und 720 ebenso breiten Lücken versehenen Rades R in dasselbe hineinragt. Dieses Rad kann durch ein Uhrwerk mit großser Geschwindigkeit um eine der Axe des Fernrohres parallele Axe gedreht werden. Fällt das Bild a in die Lücke zwischen zwei Zähnen des Rades, so können die Lichtstrahlen ungehindert hindurchgehen; dieselben werden aber abgeblendet, so oft bei der Umdrehung des Rades ein Zahn anstelle der Lücke tritt. Wird das Rad mit solcher Geschwindigkeit gedreht, daſs es gerade um die Breite eines Zahnes fortgerückt ist, während ein von a ausgehender Lichtstrahl den 17 km langen Weg von A bis B und zurück durchlaufen hat, so wird der auf dem Weg von S nach A durch eine Zahnlücke gelangte Lichtstrahl jedesmal auf dem Rückweg durch den nächsten Zahn des Rades, der inzwischen anstelle der Lücke getreten ist, aufgehalten werden, und das Bild der Lichtquelle verschwindet für den Beobachter. Bei doppelter Drehungsgeschwindigkeit des Rades erscheint dasselbe wieder, indem jetzt der durch eine Zahnlücke hingegangene Strahl durch die nächstfolgende zurückkehrt u. s. f., bei weiter gesteigerter Drehungsgeschwindigkeit. Bei den Versuchen von Fizeau betrug die Entfernung AB 8633 m, und das Verschwinden des Bildes trat zuerst bei 12,6 Umdrehungen des Rades in der Sekunde ein. Da das Rad 720 Zähne hatte, so waren zur Drehung um die Breite eines Zahnes $\frac{1}{2.\,720.\,12{,}6}$ Sekunden erforderlich, und in dieser Zeit durchlief der Lichtstrahl einen Weg von 2 . 8633 m, woraus sich die Geschwindigkeit des Lichtes gleich 313274300 m oder 42119 geogr. Meilen ergiebt. — Dagegen erhielt Cornu (1874) aus einer grofsen Anzahl (mehr als tausend) Einzelbeobachtungen vermittelst des Fizeauschen Zahnrades für die Geschwindigkeit des Lichtes 300400 km; ebenso ergab sich aus Versuchen, die nach einer anderen Methode (vergl. unten § 177) von Foucault angestellt wurden, der Wert von 298000 km oder 40170 geogr. Meilen.

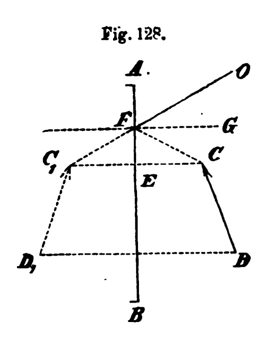
§ 134. Absorption, Reflexion, Refraktion. Die Lichtstrahlen, welche die Oberfläche eines Körpers treffen, werden von demselben teilweise ausgelöscht oder absorbiert, teilweise dringen sie, wenn der Körper ein durchsichtiger ist, in denselben ein und werden dabei von ihrer geraden Richtung abgelenkt oder gebrochen, teilweise endlich werden sie von der Oberfläche des Körpers zurückgeworfen. Die zurückgeworfenen Lichtstrahlen werden entweder, wenn die zurückstrahlende Fläche rauh ist, nach allen Richtungen unregelmäſsig zerstreut oder, an glatten, polierten Oberflächen, regelmäſsig in einer bestimmten Richtung reflektiert oder gespiegelt. Die Lehre von den Gesetzen der regelmäſsigen Spiegelung (Reflexion) des Lichtes heiſst Katoptrik, die Lehre von der Lichtbrechung (Refraktion) Dioptrik.

Gesetze der regelmäſsigen Spiegelung oder Reflexion des Lichtes.

§ 135. Reflexion an ebenen Spiegeln. In einem ebenen Spiegel erblicken wir die Bilder der vor demselben befindlichen Gegenstände in scheinbar symmetrischer Lage, so daſs uns das Bild jedes vor der spiegelnden Ebene befindlichen, leuchtenden Punktes ebenso weit hinter dem Spiegel zu liegen scheint, wie der leuchtende Punkt selbst vor dem Spiegel. Es stelle AB (Fig. 128) die Spiegelebene, CD einen vor derselben befindlichen Gegenstand vor. Das in O befindliche Auge erblickt das Spiegelbild des Punktes C in der Richtung OC_1. Der von C ausgehende Lichtstrahl CF ist also in der Richtung FO reflektiert nach dem Auge gelangt. Die Linie CC_1, welche den Punkt C mit seinem Spiegelbild verbindet, steht senkrecht auf der Ebene AB, und es ist $CE = C_1E$. Aus der

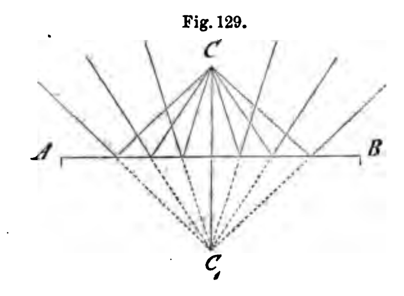
Kongruenz der Dreiecke CFE und C_1FE folgt, dafs $\angle\ CFE = C_1FE$ oder auch $CFE = OFA$. Errichtet man ferner im Punkt F auf der Spiegelebene das Lot FG, welches das **Einfallslot** genannt wird, so ist $\angle\ CFG = \angle\ GFO$. Der Winkel CFG, welchen die Richtung des einfallenden Strahls mit dem Einfallslot einschliefst, heifst der **Einfallswinkel**, der Winkel GFO der **Reflexionswinkel**, die durch CF und FG gelegte, mithin auf dem Spiegel AB senkrechte Ebene, welche gleichzeitig den reflektierten Strahl FO enthält, heifst **Einfallsebene**. Die Richtung des zurückgeworfenen Strahls ist mithin vollständig durch die beiden Grundgesetze der Spiegelung bestimmt: 1) **Der reflektierte Strahl liegt in der durch den einfallenden Strahl und das Einfallslot gelegten Ebene.** 2) **Der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel.**

Fig. 128.



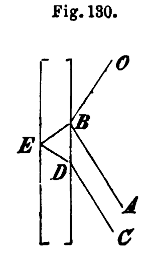
Wie diese schon von **Hero v. Alexandrien** um 100 v. Chr. erwähnten Gesetze der Spiegelung aus der durch die Erfahrung bekannten Lage des Spiegelbildes hergeleitet worden, so kann natürlich, wenn die Richtigkeit dieser Gesetze vorausgesetzt wird, auf umgekehrtem Wege bewiesen werden, dafs alle von einem Punkt C (Fig. 129) ausgehenden Lichtstrahlen reflektiert werden, als ob sie von dem ebenso weit hinter dem Spiegel auf der Verlängerung des von C auf den Spiegel gefällten Lotes gelegenen Punkt C_1 ausgingen. Dieser Punkt ist daher das **optische Bild** des Punktes C (§ 131) und zwar ist dasselbe, da eine wirkliche Durchkreuzung der zurückgeworfenen Lichtstrahlen in C_1 nicht stattfindet, sondern nur ihre verlängerten Richtungen sich im Punkt C_1 durchschneiden, ein **scheinbares** (virtuelles) Bild, im Gegensatz zu **wirklichen** (reellen) Bildern, bei welchen eine wirkliche Durchkreuzung der zurückgeworfenen Strahlen in einem Punkt stattfindet (§ 137). In betreff der Herleitung der Reflexionsgesetze aus der Undulationstheorie vergl. § 176.

Fig. 129.



Im vorhergehenden ist zunächst vorausgesetzt worden, dafs nur eine einzige spiegelnde Ebene vorhanden ist, wie dies bei ebenen Metallspiegeln, Spiegeln aus schwarzem Glase, u. s. w. der Fall ist. Die gewöhnlichen Glasspiegel bestehen aus einer von zwei parallelen Ebenen begrenzten Glasplatte, welche auf ihrer hinteren Seite mit Spiegelfolie (einem Amalgam aus Zinn und Quecksilber) belegt ist. Die Reflexion findet in diesem Fall zum Teil an der vorderen Glasfläche, vorzugsweise aber an der hinteren, mit Metall belegten Fläche statt, indem der Lichtstrahl CD (Fig. 130) in das Glas eindringt und durch zweimalige Brechung (§ 141) an der vorderen und einmalige Reflexion an der hinteren Glasfläche auf dem Wege $CDEBO$ ins Auge gelangt. Man sieht daher, namentlich, wenn man schräg gegen den Spiegel blickt, zwei Bilder des Gegenstandes, ein stärkeres, welches von der Reflexion an der hinteren, und ein schwächeres, welches von der Reflexion an der vorderen Fläche des Glases herrührt. Letzteres übt wegen seiner geringeren Lichtstärke in der Regel keinen störenden Einflufs aus. Betrachtet man in schräger Richtung das Bild einer vor den Spiegel gehaltenen Lichtflamme, so

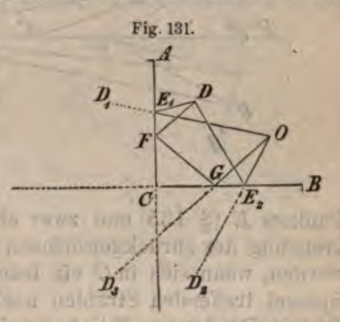
Fig. 130.



kann man auch mehrere Bilder wahrnehmen, welche durch wiederholte Reflexion an beiden Glasflächen erzeugt sind. Die Gesetze der Reflexion des Lichtes an ebenen Spiegeln erfahren vielfache praktische und wissenschaftliche Anwendungen. Letztere z. B. bei der Benutzung des Quecksilberhorizonts zur Messung von Höhenwinkeln, beim Heliostat und Heliotrop, bei der von Poggendorf angegebenen Spiegelablesung der Magnetometer (vergl. § 302), beim Spiegelsextanten (§ 353) u. s. w.

Werden zwei ebene Spiegel einander parallel gegenübergestellt, so erblickt man das Bild eines zwischen beiden befindlichen, leuchtenden Punktes durch wiederholte Reflexion an beiden Spiegeln vervielfacht. Auch von einem Gegenstand, welcher zwischen zwei unter einem Winkel gegen einander geneigte Spiegel gebracht wird, erblickt man mehrere Bilder, deren Anzahl von dem Neigungswinkel beider Spiegelebenen abhängt und besonders leicht zu bestimmen ist, wenn derselbe ein einfacher Bruchteil von 4 Rechten ist. Schliefsen z. B. die Ebenen der beiden Spiegel AC und BC (Fig. 131) einen rechten Winkel ein, so erblickt das Auge O, aufser dem leuchtenden Punkt D und den durch einmalige Reflexion erzeugten Bildern D_1 und D_2, noch das Bild D_3, welches durch doppelte Reflexion an beiden Spiegelebenen erzeugt wird, indem der Lichtstrahl auf dem Weg $DFGO$ ins Auge gelangt. Bei einem Neigungswinkel von 60° erblickt man, mit Einschlufs des leuchtenden Punktes selbst, 6 Bilder u. s. f. Auf der Anwendung solcher Winkelspiegel beruht das sogenannte Kaleidoskop, welches von Brewster (1817) erfunden ist

Fig. 131.

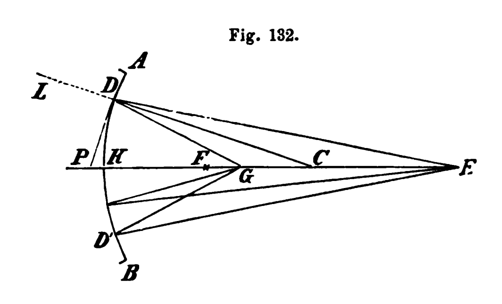


§ 136. Reflexion an Kugelspiegeln. Konkav- und Konvexspiegel. Das für ebene Spiegel geltende Reflexionsgesetz findet auch für die Reflexion an beliebig gekrümmten Oberflächen Anwendung, nur mufs man sich zur Bestimmung des Einfallslotes in dem Punkt, wo die Reflexion stattfindet, die Berührungsebene an die spiegelnde, krumme Oberfläche gelegt denken, oder das Einfallslot selbst ist die auf der reflektierenden Oberfläche errichtete Normale. Von besonderer Wichtigkeit ist die Reflexion an kugelförmig oder sphärisch gekrümmten Spiegeln. Je nachdem die Reflexion an der äufseren, erhabenen Fläche eines Kugelsegments, oder an der inneren, konkaven Fläche des Abschnitts einer Hohlkugel stattfindet, unterscheidet man Konvexspiegel und Konkav- oder Hohlspiegel.

§ 137. Sphärische Konkavspiegel. Es stelle der Kreisbogen AB (Fig. 132) den an seiner Innenfläche spiegelnden Abschnitt einer Hohlkugel vor. C sei der Mittelpunkt der Kugelfläche, welcher das Segment angehört, oder der Krümmungsmittelpunkt des Hohlspiegels. Da jeder Kugelhalbmesser auf der in seinem Endpunkt an die Kugelfläche gelegten Berührungsebene senkrecht steht, so bildet der Kugelhalbmesser CD das Einfallslot für einen Lichtstrahl, welcher im Punkt D die Kugelfläche trifft. Es sei E ein leuchtender Punkt, dessen Entfernung vom Hohlspiegel gröfser ist, als der Krümmungshalbmesser. Unter den von E aus den Spiegel treffenden Strahlen ist der Strahl EK besonders bemerkenswert, welcher durch den Mittelpunkt C geht. Derselbe soll der Axenstrahl genannt werden. Da seine Richtung mit dem Einfallslot CK zusammenfällt, so wird er in der Richtung KC zurückgeworfen. Ein beliebiger zweiter Strahl ED wird in der Richtung DG reflektiert, so dafs $\angle GDC = EDC$

ist (§ 135). Denkt man sich die Figur um *EK* als Axe gedreht, so ist ersichtlich, dafs alle Strahlen, welche von *E* ausgehen und mit dem Axenstrahl gleiche Winkel einschliefsen, nach der Reflexion die Axe in demselben Punkt *G* durchschneiden müssen. Es wird unten gezeigt werden, dafs dasselbe Gesetz annäherungsweise für **alle Strahlen** gilt, die von dem Punkt *E* ausgehen und mit dem Axenstrahl *EK* nicht zu grofse Winkel einschliefsen. Der Punkt *G* ist also das **optische Bild** des leuchtenden Punktes *E* (§ 135) und zwar ein **reelles Bild**, da eine wirkliche Durchkreuzung der zurückgeworfenen Strahlen im Punkt *G* stattfindet. Umgekehrt werden, wenn sich in *G* ein leuchtender Punkt befindet, alle von *G* aus den Spiegel treffenden Strahlen nach der Reflexion in *E* vereinigt, oder **wenn *G* das Bild von *E* ist, so ist umgekehrt *E* das Bild von *G*.**

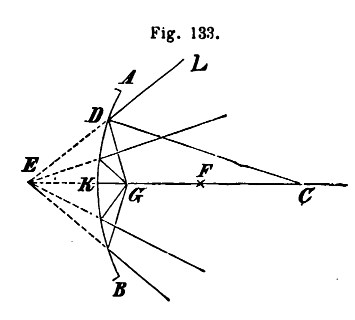
Fig. 132.



Fällt der leuchtende Punkt mit dem Krümmungsmittelpunkt *C* zusammen, so treffen alle Strahlen den Spiegel lotrecht, werden also sämtlich nach *C* zurückgeworfen, oder der Krümmungsmittelpunkt des Spiegels ist sein eigenes Bild.

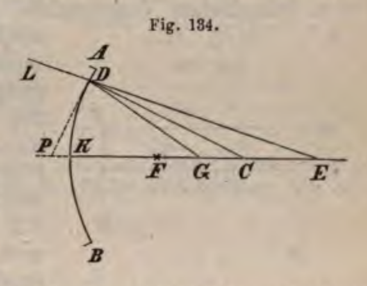
Je weiter sich der leuchtende Punkt *E* vom Spiegel entfernt, desto mehr nähert sich demselben das Bild *G*. Entfernt sich der leuchtende Punkt ins Unendliche, so werden sämtliche einfallenden Strahlen dem Axenstrahl *CK* parallel. **Es werden in diesem Fall sämtliche der Axe *CK* parallel einfallenden Strahlen annähernd in einem Punkt *F* vereinigt, welcher der Hauptbrennpunkt des Spiegels genannt wird.** Die Entfernung des Hauptbrennpunktes vom Spiegel, *FK*, heifst **die Hauptbrennweite und ist gleich dem halben Krümmungshalbmesser des Spiegels.** Wie alle parallel einfallenden Strahlen im Hauptbrennpunkt gesammelt werden, so werden umgekehrt alle von diesem Punkt ausgehenden Strahlen in paralleler Richtung reflektiert, oder das optische Bild des Hauptbrennpunktes liegt im Unendlichen. Rückt endlich der leuchtende Punkt *G* (Fig. 133) dem Spiegel noch näher als der Hauptbrennpunkt, so vermag die Reflexion am Hohlspiegel die von *G* aus divergierenden Strahlen nicht mehr konvergent zu machen, sondern dieselben divergieren auch nach der Reflexion, als ob sie von einem Punkt *E* ausgingen, welcher hinter dem Spiegel liegt und das **scheinbare** Bild (§ 135) des Punktes *G* ist. Die Entfernung des scheinbaren Bildes vom Spiegel ist stets gröfser als die des leuchtenden Punktes. Je mehr sich aber letzterer dem Spiegel nähert, desto näher rückt auch das Bild an den Spiegel heran, bis beide im Punkt *K* zusammenfallen.

Fig. 133.



Die vor dem Spiegel liegenden **wirklichen Bilder** leuchtender Punkte können mittelst eines vor den Spiegel gehaltenen Papierschirmes sichtbar gemacht werden, wobei nur dafür gesorgt sein mufs, dafs nicht die Mehrzahl der einfallenden Strahlen durch den Schirm vom Spiegel abgehalten wird. Um wirkliche oder scheinbare Bilder ohne Hilfe eines Schirmes zu beobachten, mufs das Auge in solcher Richtung gegen den Spiegel blicken, dafs die durch das Auge und den Ort des zu beobachtenden Bildes gezogene Gerade die Spiegeloberfläche trifft. Mittelst einer geringen Seitenbewegung des Auges ist dann die Lage des Bildes, ob vor oder hinter dem Spiegel, leicht zu beurteilen, indem sich ein vor dem Spiegel liegendes Bild in entgegengesetzter, dagegen ein hinter demselben liegendes Bild in gleicher Richtung mit dem Auge zu bewegen scheint. Im ersteren Fall kann der Ort des Bildes genau bestimmt werden mittelst einer Nadelspitze, welche man leicht in eine solche Lage vor dem Spiegel bringt, dafs sie bei jeder Stellung des Auges mit dem Bild zusammenfällt.

Fig. 134.



Zur Begründung der angegebenen Gesetze der Reflexion an Hohlspiegeln dienen folgende Betrachtungen. Im Dreieck GDE (Fig. 134) halbiert die Linie DC den Winkel an der Spitze, da nach dem Reflexionsgesetz $\angle\, GDC = CDE$ ist. Nach einem bekannten geometrischen Satz ist also $GC : CE = GD : DE$. Die Tangente DP halbiert ferner den Aufsenwinkel GDL, mithin ist $GP : PE = GD : DE$*). Aus der Verbindung beider Proportionen folgt $GC : CE = GP : PE$. Der Punkt P rückt um so näher an K heran, je kleiner der Bogen DK ist. Für kleine Öffnungswinkel des Spiegels kann die Entfernung PK ohne merklichen Fehler vernachlässigt und anstelle des Verhältnisses $GP : PE$ das Verhältnis $GK : KE$ gesetzt werden. Die Lage des Punktes G wird dann von der Richtung des einfallenden Strahls unabhängig, oder alle einfallenden Strahlen werden nach der Reflexion in demselben Punkt vereinigt. Bezeichnet man den Krümmungshalbmesser des Spiegels CK mit r, die Entfernung des leuchtenden Punktes KE mit a, die Bildweite KG mit b, so geht die Proportion $GC : CE = GK : KE$ über in $r - b : a - r = b : a$, woraus folgt $\frac{r-b}{b} = \frac{a-r}{a}$, $\frac{r}{b} - 1 = 1 - \frac{r}{a}$, oder endlich:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r}.$$

Aus der Betrachtung dieser Formel, welche den Zusammenhang zwischen den Entfernungen des leuchtenden Punktes und des Bildes vom Spiegel ausdrückt, lassen sich mit Leichtigkeit die oben angeführten Gesetze ableiten. Da die Summe der umgekehrten Werte von a und b immer denselben Wert $\frac{2}{r}$ haben mufs, so mufs b wachsen, wenn a abnimmt, und umgekehrt. Für $a = r$ wird auch $b = r$. Für $a = \infty$ wird $b = \frac{1}{2} r$, oder wenn die Hauptbrennweite mit f bezeichnet wird, ist $f = \frac{1}{2} r$. Mit Benutzung dieses Wertes kann die obige Gleichung auch in der Form geschrieben werden:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Für $a = f$ wird $b = \infty$, d. h. die vom Brennpunkt ausgehenden Strahlen werden der Axe parallel reflektiert; für $a < f$ wird $\frac{1}{a} > \frac{1}{f}$, mithin $\frac{1}{b}$ negativ; es mufs

*) Die beiden Geraden DP und DC halbieren die von GD und EDL eingeschlossenen Nebenwinkel. Die vier Geraden bilden also ein harmonisches Strahlenbüschel und die Punkte G und E sind konjugiert harmonische Punkte in Beziehung auf C und P.

also auch b negativ sein, d. h. das Bild liegt hinter dem Spiegel und ist ein scheinbares.

Eine andere leicht zu erweisende Beziehung wird durch die Gleichung ausgedrückt

$$GF \,.\, EF = f^2.$$

§ 138. **Konstruktion der durch Hohlspiegel erzeugten Bilder von Gegenständen.** Die im vorhergehenden gewonnenen Resultate können dazu dienen, die durch Hohlspiegel erzeugten Bilder der vor ihnen befindlichen Gegenstände durch eine einfache geometrische Konstruktion ihrer Lage und Gröſse nach zu bestimmen. Es stelle AB (Fig. 135) den Hohlspiegel, C seinen Krümmungsmittelpunkt, K den Mittelpunkt der kreisförmig begrenzten Kugelschale vor; die Gerade KC heiſst die Hauptaxe des Spiegels, ihr Mittelpunkt F sein Hauptbrennpunkt. Jeder parallel mit CK den Spiegel treffende Strahl wird dann nach F reflektiert, jeder von F ausgehende Strahl wird parallel der Hauptaxe, jeder von C ausgehende Strahl nach C zurückgeworfen. Um das Bild einer vor dem Spiegel befindlichen Geraden zu finden, suche man zunächst das Bild von V, indem man die drei von V ausgehenden Strahlen VD, VF, VC (oder auch nur zwei von ihnen) in ihrem Gange verfolgt. Die reflektierten Strahlen durchschneiden sich im Bildpunkt v; ebenso findet man w als Bild von W. Liegt VW jenseits des Krümmungsmittelpunktes, so ist das Bild vw ein wirkliches, umgekehrtes und verkleinertes. Betrachtet man die zwischen F und C gelegene Gerade vw als Objekt, so ist das Bild VW ein wirkliches, umgekehrtes und vergröſsertes. Das Gröſsenverhältnis zwischen Bild und Gegenstand ergiebt sich aus der Betrachtung der ähnlichen Dreiecke vCw und VCW. Es ist nämlich $vw : VW = wC : WC$, oder wenn man die Schnittpunkte von VW und vw mit der Axe durch E und G bezeichnet, $vw : VW = GC : EC = GK : EK$ (§ 137). Es verhalten sich also der Gröſse nach Bild und Gegenstand, wie ihre Entfernungen vom Spiegel. Der Lage nach sind wirkliche Bilder immer umgekehrt.

Fig. 135.

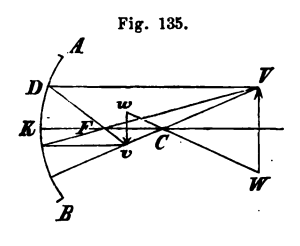
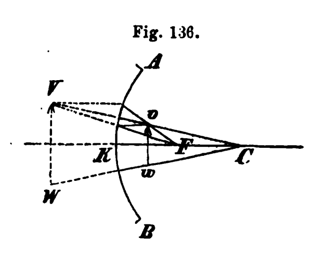


Fig. 136.



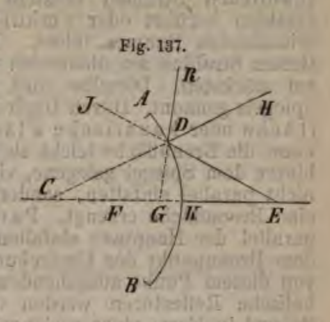
Durch eine ganz entsprechende Konstruktion (Fig. 136) ergiebt sich, daſs von der innerhalb der Hauptbrennweite liegenden Geraden vw ein scheinbares, aufrechtes und stets vergröſsertes Bild erzeugt wird.

Es ist übrigens zu bemerken, daſs das Bild einer geraden Linie, selbst bei Spiegeln mit kleiner Öffnung, nicht genau wieder eine gerade Linie ist, daſs also die eben angegebene Konstruktion des durch einen Hohlspiegel erzeugten Bildes eines Gegenstandes nur annähernd richtig ist (§ 140).

§ 139. **Sphärische Konvexspiegel.** Die Gesetze der Reflexion an Konvexspiegeln können unmittelbar aus den für Konkavspiegel geltenden abgeleitet werden. Es bilde (Fig. 137) der durch die Umdrehung

des Bogens AB um die Axe CK entstandene Abschnitt einer Kugeloberfläche einen Konvexspiegel; E sei ein vor demselben befindlicher leuchtender Punkt. Der Axenstrahl EC wird im Punkt K in der Richtung KE zurückgeworfen. Ein zweiter Strahl ED wird in der Richtung DR reflektiert, so dafs $\angle RDH = EDH$ ist. Der Strahl DR schneide, rückwärts verlängert, den Axenstrahl in dem hinter dem Spiegel gelegenen Punkt G, so ist G das stets scheinbare Bild des Punktes E. Würde umgekehrt G als leuchtender Punkt und AB als Hohlspiegel betrachtet, so wäre E das scheinbare Bild von G (da $\angle JDC = CDG$ ist).

Fig. 137.

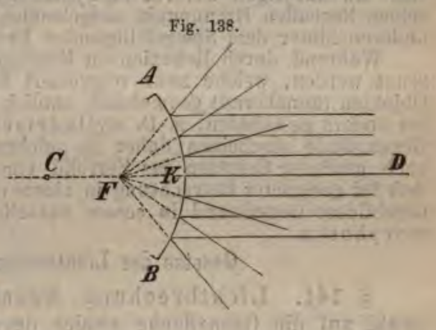


Es gelten demnach für den Konvexspiegel dieselben Beziehungen zwischen der Entfernung des leuchtenden Punktes und des Bildes vom Spiegel, wie beim Konkavspiegel. Nur ist zu beachten, dafs die Entfernung $GK = b$ als negativ in Rechnung gebracht werden mufs, weil das Bild ein virtuelles ist, und dafs ebenso der Krümmungshalbmesser KC negativ ist, weil der Mittelpunkt C hinter dem Spiegel liegt. Die Formel für die Bildweite bei Konvexspiegeln geht dadurch über in:

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{2}{r}.$$

Für $a = \infty$ wird $b = \frac{1}{2} r$, oder die parallel der Axe auffallenden Strahlen werden so reflektiert, dafs sie von einem hinter dem Spiegel in der Entfernung $\frac{1}{2} r$ gelegenen virtuellen Hauptbrennpunkt F zu divergieren scheinen. (Fig. 138.)
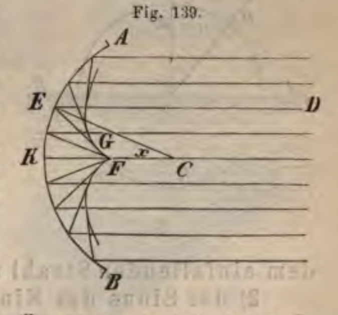
Fig. 138.



Es ergiebt sich daraus die Konstruktion der Bilder vor dem Konvexspiegel befindlicher Gegenstände (vergl. Fig. 136). Diese Bilder sind stets scheinbare, aufrechte und verkleinerte.

§ 140. Brennlinien und Brennflächen; elliptische und parabolische Spiegel. Wie oben gezeigt worden, gelten die für die Reflexion an Kugelspiegeln entwickelten Gesetze nur annäherungsweise und unter gewissen beschränkenden Voraussetzungen. In der That werden die von einem leuchtenden Punkt ausgehenden Strahlen nicht genau in einem Punkt vereinigt, und die Abweichung tritt um so mehr hervor, je gröfser die Öffnung des Spiegels ist. Die Betrachtung soll der Einfachheit wegen auf den Fall der Reflexion parallel einfallender Strahlen an einem Hohlspiegel beschränkt werden. Ist DE ein einfallender Strahl und G der Durchschnittspunkt des zurückgeworfenen Strahls mit der Axe KC, so ist $DE \parallel CG$, mithin $\angle GCE = CED = CEG$ und $\triangle CGE$ gleichschenklig; daraus folgt, wenn der Winkel GCE, welchen das Einfallslot CE mit dem Axenstrahl einschliefst, mit x bezeichnet wird, $CG = \frac{r}{2 \cos x}$. Solange der Winkel x nur wenige Grade beträgt, ist $\cos x$ nur sehr wenig von 1 verschieden. Es werden daher die nahe der Axe einfallenden Strahlen annähernd im Hauptbrennpunkt F vereinigt. Je gröfser aber x wird, desto schneller nimmt der Nenner des für

Fig. 139.



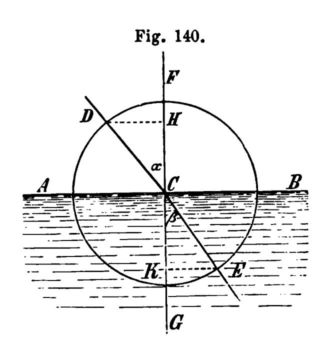
CG gefundenen Ausdruckes ab, und desto mehr entfernt sich der Durchschnittspunkt *G* von *C*. Durch die Durchschneidung der auf einander folgenden zurückgeworfenen Strahlen entsteht eine krumme Linie, welche von allen diesen Strahlen berührt oder umhüllt wird und die Grenzkurve des von denselben erleuchteten Raumes bildet. In der Nähe dieser Grenzkurve sind die reflektierten Strahlen am dichtesten zusammengedrängt, und ist daher die Erleuchtung am stärksten. Dieselbe wird die Brennlinie oder kaustische Kurve des Spiegels genannt. Durch Umdrehung der Figur um die Axe *CK* wird eine Brennfläche oder kaustische Fläche erzeugt. Bei Hohlspiegeln mit großer Öffnung kann die Brennfläche leicht sichtbar gemacht werden. Konvexspiegel besitzen eine hinter dem Spiegel gelegene, virtuelle Brennfläche. Auch durch Strahlen, welche nicht parallel einfallen, sondern von einem leuchtenden Punkt divergieren, wird eine Brennfläche erzeugt. Parabolische Spiegel besitzen die Eigenschaft, alle parallel der Hauptaxe einfallenden Strahlen geometrisch genau in einem Punkt, dem Brennpunkt des Umdrehungsparaboloids, zu vereinigen und umgekehrt alle von diesem Punkt ausgehenden Strahlen parallel der Axe zurückzuwerfen. Parabolische Reflectoren werden daher z. B. auf Leuchttürmen angewendet. Ein Spiegel in Form eines verlängerten Umdrehungsellipsoids vereinigt alle von einem Brennpunkt ausgehenden Strahlen genau im anderen Brennpunkt, und eine Schale eines zweifächrigen Umdrehungshyperboloids wirft alle von dem innerhalb derselben liegenden Brennpunkt ausgehenden Strahlen so zurück, als ob sie von dem anderen hinter dem Spiegel liegenden Brennpunkt herkämen (§ 57a.)

Während durch Reflexion an Kugelspiegeln von geringer Öffnung Bilder erzeugt werden, welche zwar vergröſsert oder verkleinert, aber den gespiegelten Objekten (annähernd) geometrisch ähnlich sind, so ist dies nicht mehr der Fall bei anders gestalteten, z. B. cylindrischen oder konischen Spiegeln. Die Gegenstände erscheinen daher in solchen Spiegeln verzerrt. Umgekehrt kann nach gewissen Gesetzen das Zerrbild eines Gegenstandes so konstruiert werden, daſs bei geeigneter Betrachtung in einem cylindrischen oder konischen Spiegel der abgebildete Gegenstand in seinen natürlichen Dimensionen erblickt wird. Anamorphosen.

Gesetze der Lichtbrechung oder Refraktion.

§ 141. Lichtbrechung, Brechungsexponent. Trifft ein Lichtstrahl auf die Grenzfläche zweier durchsichtigen Körper, z. B. Luft und Glas, so wird derselbe teilweise nach den im vorigen Kapitel besprochenen Gesetzen zurückgeworfen, teilweise aber dringt er aus dem ersten in das zweite Medium ein und wird dabei von seiner geradlinigen Richtung abgelenkt oder gebrochen. Es stelle *AB* (Fig. 140) die ebene Trennungsfläche beider Medien vor, *DC* sei die Richtung des einfallenden, *CE* die des gebrochenen Strahles, *FG* das im Punkt *C* errichtete Einfallslot (§ 135), so ist $\angle DCF = \alpha$ der Einfallswinkel, $\angle ECK = \beta$ der Brechungswinkel. Mit wachsendem Einfallswinkel wächst auch der Brechungswinkel; genauer wird ihre gegenseitige Beziehung bestimmt durch die beiden Brechungsgesetze, welche von Snellius († 1626) und Descartes († 1650), unabhängig von einander, nach 1621 gefunden und aufgestellt worden sind, nämlich:

Fig. 140.



1) der gebrochene Strahl liegt mit dem einfallenden Strahl und dem Einfallslot in derselben Ebene,

2) der Sinus des Einfallswinkels steht zum Sinus des Brechungswinkels (*DH*:*EK*) in einem unabänderlichen Verhältnis.

Also, wenn *n* den Exponenten dieses Verhältnisses oder den Brechungsexponenten bezeichnet, so ist

$$\sin \alpha = n \sin \beta.$$

Je nachdem der Brechungsexponent n gröfser oder kleiner als 1 ist, ist der Brechungswinkel kleiner oder gröfser als der Einfallswinkel. Im ersten Fall wird der Strahl dem Einfallslot zugebrochen, und das zweite Medium heifst optisch dichter oder stärker lichtbrechend als das erste; im letzteren Fall wird der Strahl vom Einfallslot weggebrochen, oder das zweite Medium ist das optisch dünnere oder schwächer lichtbrechende.

Letzteres würde z. B. der Fall sein, wenn in Fig. 140 der Strahl EC auf dem umgekehrten Wege aus Glas in Luft überginge. Es wäre dann CD der gebrochene Strahl und

$$\sin \beta = \frac{1}{n} \sin \alpha,$$

wo $\frac{1}{n} < 1$. Ist also n der Brechungsexponent für den Übergang aus Luft in Glas, so ist $\frac{1}{n}$ der Brechungsexponent für den umgekehrten Übergang aus Glas in Luft.

Die Konstruktion des gebrochenen Strahles CE, wenn der einfallende Strahl CD gegeben ist, und umgekehrt, ergiebt sich unmittelbar aus Fig. 140a. Die Radien der beiden Kreise $CP = r$ und $CO = \varrho$ sind so gewählt, dafs

$$r = n\varrho,$$

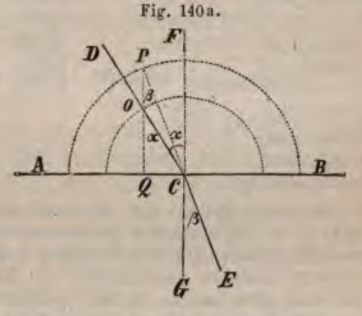
so ergiebt sich:

$$CQ = \varrho \sin \alpha = r \sin \beta,$$

folglich:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{r}{\varrho} = n.$$

Fig. 140a.



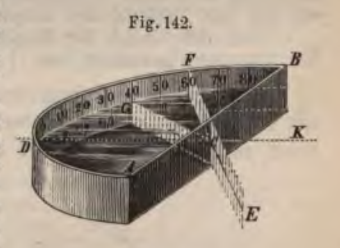
Ein schräg ins Wasser getauchter Stab erscheint infolge der Lichtbrechung an der Flüssigkeitsoberfläche unter stumpfem Winkel nach aufwärts geknickt. Der Boden eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefäfses und überhaupt die unter der Flüssigkeitsoberfläche befindlichen Gegenstände scheinen durch die Lichtbrechung gehoben, indem ein von A (Fig. 141) ausgehender Lichtstrahl auf dem Wege ABO in das bei O befindliche Auge gelangt, daher von A' zu kommen scheint. — Ein Glaswürfel erscheint in der Richtung, in welcher man hindurchsieht, verkürzt.

Fig. 141.



Das Snelliussche Brechungsgesetz kann mittelst des folgenden, einfachen Apparates bestätigt werden. Ein flaches, halbcylindrisches Gefäfs ist zur Hälfte mit Wasser gefüllt. Der Boden und die halbcylindrische Gefäfswand ADB (Fig. 142) sind von Blech, die ebene Wand AB dagegen von einer Glasplatte gebildet, welche bis auf einen schmalen Spalt bei C mit Stanniol beklebt ist. Ein durch den Spalt eintretendes Bündel paralleler Lichtstrahlen EC geht im oberen Teil des Gefäfses durch die Luft in der Richtung CF, im unteren Teil dagegen dringen die Strahlen in das Wasser ein und werden nach G gebrochen. (Über den Einflufs der Glasplatte s. unten § 142.) An der gekrümmten Wand ADB ist eine von D aus beginnende Gradteilung angebracht, an welcher die zusammengehörigen Werte des Einfallswinkels $DCF = ECK$ und des Brechungswinkels DCG abgelesen werden können. Mit Hilfe der trigonometrischen Tafeln überzeugt man sich, dafs, wenn man den Einfallswinkel von 0° bis 90° wachsen läfst, die Sinus der beiden Winkel in einem unveränderlichen Verhältnis stehen. Beim Übergang aus Luft in Wasser ist dieses Verhältnis annähernd wie 4 : 3, beim Übergang aus Luft in Glas wie 3 : 2. Folgende Tabelle enthält

Fig. 142.



die Brechungsexponenten einiger der wichtigsten Substanzen. Da, wie unten (§ 145) gezeigt werden wird, das weifse Licht aus Strahlen von verschiedener Brechbarkeit zusammengesetzt ist, so kann genau genommen, immer nur der Brechungsexponent für eine bestimmte Gattung von Lichtstrahlen angegeben werden. Die Tabelle enthält die Brechungsexponenten für Strahlen, deren Brechbarkeit den Fraunhoferschen Linien *B*, *D* und *H* (§ 149) entspricht. Die Linie *D* kann als Mafs für die Strahlen mittlerer Brechbarkeit gelten.

Substanz.	Dichtigkeit.	Brechungsexponent für die Fraunhoferschen Linien *B*	*D*	*H*	$\frac{n_h - n_b}{n_d - 1}$
Crownglas	2,535	1,526	1,530	1,547	0,040
Flintglas von Fraunhofer . .	3,723	1,628	1,635	1,671	0,068
Desgl. von Merz	—	1,722	1,732	1,789	0,093
Phosphor	1,8	—	2,144	2,310	—
Diamant	3,52	—	2,487	—	—
Wasser 15° C.	1,00	1,3300	1,3324	1,3431	0,040
Äther 15° C.	0,720	1,3545	1,3566	1,3683	0,039
Weingeist 15° C.	0,795	1,3612	1,3638	1,3751	0,038
Terpentinöl 10,6° C.	0,886	1,470	1,474	1,494	0,051
Kassiaöl 10° C.	1,07	1,596	1,610	1,704	0,177
Schwefelkohlenstoff 15,6° C. .	1,272	1,618	1,631	1,702	0,133
Atmosphärische Luft . . .		1,000293	1,000295	1,000300	—
Kohlensäure		1,000447	1,000449	1,000458	—
Wasserstoff		1,000142	1,000143	1,000147	—
Schwefeldampf		—	1,001629	—	—

In der Regel ist das physisch dichtere Medium auch das optisch dichtere; so wirkt z. B. Glas stärker lichtbrechend als Wasser, Wasser stärker als Luft; der Brechungsindex der Salzlösungen wächst mit ihrem Koncentrationsgrade. Doch kommen vielfache Ausnahmen vor. Besonders sind viele kohlenstoffhaltige, flüssige Verbindungen durch ein im Verhältnis zu ihrem specifischen Gewicht sehr hohes Lichtbrechungsvermögen ausgezeichnet; so namentlich Alkohol, Terpentinöl, Kassiaöl, Schwefelkohlenstoff. Die Gröfse des Brechungsexponenten ist abhängig von der Temperatur; Jamin machte zuerst die interessante Beobachtung, dafs der Brechungsindex des Wassers nicht, wie die Dichtigkeit, bei 4° C. ein Maximum wird, sondern bei der Erwärmung von 0° an stetig abnimmt. Unter den festen Körpern besitzen Diamant und Phosphor ein sehr hohes Lichtbrechungsvermögen.

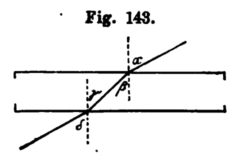
Auch gasförmige Körper wirken lichtbrechend, so dafs z. B. die Lichtstrahlen bei ihrem Übergang aus dem leeren Weltraum in die Erdatmosphäre, oder aus dünneren in dichtere Luftschichten eine Ablenkung von ihrer geradlinigen Richtung erleiden, welche unter dem Namen der atmosphärischen Strahlenbrechung bekannt, und deren störender Einflufs bei astronomischen und geodätischen Beobachtungen berücksichtigt werden mufs.

Auf der Brechung und Reflexion der Lichtstrahlen durch Luftschichten von ungleichmäfsiger Dichte beruhen ferner die Erscheinungen der Luftspiegelung (*Fata morgana*), das Zittern der Gegenstände, welche durch den aus einem Schornstein, oder über einer Weingeistflamme aufsteigenden, heifsen Luftstrom betrachtet werden, das Funkeln der Sterne, u. s. w.

Über den Grund der Lichtbrechung s. unten § 176, über die Bestimmung des Brechungsexponenten § 144.

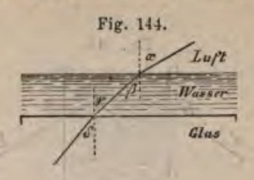
§ 142. Brechung durch planparallele Platten. Durchdringt ein Lichtstrahl eine von zwei parallelen Ebenen begrenzte Platte, und ist diese auf beiden Seiten von demselben Medium z. B. Luft, umgeben, so ist die Richtung des austretenden Strahles der des ursprünglichen parallel. Es ist nämlich (Fig. 143), wenn n den Brechungsexponenten der Platte bezeichnet, $\sin \alpha = n \sin \beta$, $\sin \delta = n \sin \gamma$ (§ 141) und da $\beta = \gamma$, so ist auch $\delta = \alpha$.

Fig. 143.



Ist dagegen das dritte lichtbrechende Medium von dem ersten verschieden, so erleidet der Lichtstrahl nach dem Durchgang durch die Platte dieselbe Ablenkung, als ob er unmittelbar aus dem ersten in das dritte Medium übergegangen wäre. Bezeichnet n_1 den Brechungsexponenten für den Übergang aus Luft in Wasser, n_2 für den Übergang aus Luft in Glas, endlich n_3 für den Übergang aus Wasser in Glas, so ist (Fig. 144) $\sin\alpha = n_1 \sin\beta$, oder da $\angle\beta = \gamma$ ist,

Fig. 144.



$$\sin\alpha = n_1 \sin\gamma,$$

ferner ist $\sin\gamma = n_3 \sin\delta$,

folglich:

$$\sin\alpha = n_1 \,.\, n_3 \sin\delta;$$

geht aber der Lichtstrahl unmittelbar aus Luft in Glas über, so ist

$$\sin\alpha = n_2 \sin\delta,$$

mithin $n_2 = n_1 \,.\, n_3$ oder:

$$n_3 = \frac{n_2}{n_1}.$$

Ist also n_1 der Brechungsexponent des Wassers, n_2 der des Glases, so gilt für den Übergang aus Wasser in Glas, oder umgekehrt, die Gleichung:

$$n_1 \sin\gamma = n_2 \sin\delta.$$

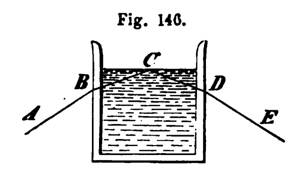
§ 143. **Grenzwinkel der Brechung, totale Reflexion.** Ein Lichtstrahl, welcher die ebene Trennungsfläche zweier Mittel in normaler Richtung trifft, erleidet keine Ablenkung, da sowohl der Einfallswinkel als der Brechungswinkel gleich Null ist. Mit wachsendem Einfallswinkel α wächst auch der Brechungswinkel β. Ist $n > 1$, so ist $\beta < \alpha$. Für den gröfsten möglichen Wert des Einfallswinkels $\alpha = 90^0$ wird $\sin\alpha = 1$, mithin $\sin\beta = \frac{1}{n}$. Der Brechungswinkel β kann also nie über den Grenzwert hinauswachsen, welcher diesem Wert des Sinus entspricht. Für den Übergang aus Luft in Wasser ist z. B. $n = \frac{4}{3}$, mithin $\sin\beta = \frac{3}{4}$ und $\beta = 48^0\,35'$. Dieser Winkel wird deshalb der **Grenzwinkel** der Brechung genannt. Geht umgekehrt ein Lichtstrahl aus dem optisch dichteren in das optisch dünnere Medium, z. B. aus Wasser in Luft über, so erreicht bei einem Einfallswinkel von $48^0\ 35'$ der Brechungswinkel bereits den gröfsten möglichen Wert von 90^0. Für gröfsere Werte des Einfallswinkels ergiebt die Formel $\sin\alpha = n \sin\beta$ für den Sinus des Brechungswinkels Werte, die > 1 sind, und zu welchen kein Winkel gehört. **Es kann daher in diesem Fall überhaupt der Austritt des Lichtstrahles aus dem dichteren in das dünnere Medium nicht mehr stattfinden;** der Lichtstrahl wird vielmehr an der Grenzfläche vollständig in das Innere des dichteren Mediums zurückgeworfen oder **total reflektiert.** Diese Folgerung aus dem Brechungsgesetz wird in der That durch die Erfahrung bestätigt und ist von **Keppler** (1611) entdeckt worden.

Fig. 145.

Für Crownglas, dessen Brechungsexponent = 1,5 ist, ergiebt sich der Grenzwinkel, bei welchem die totale Reflexion eintritt, = $41^0\ 49'$. Schleift man daher ein rechtwinklig-gleichschenkliges Glasprisma *ACB* (Fig. 145), so wird ein in der Richtung *DE* einfallender Lichtstrahl, der die Hypotenusenfläche *AB* unter dem Einfallswinkel von 45^0 trifft, vollständig nach *EF* reflektiert. Blickt man in der Richtung *FE* in das Prisma, so erscheint die Fläche *AB* vollkommen spiegelnd und undurchsichtig, wie mit Metall belegt. Wird die Fläche an einer Stelle mit dem nassen Finger berührt, so findet an dieser Stelle keine totale Reflexion mehr statt, und der

Spiegel erscheint wie von einer Öffnung durchbrochen. Man bedient sich solcher Prismen als vollkommener Spiegel häufig in optischen Instrumenten. Ähnliches beobachtet man, wenn man gegen die Oberfläche des Wassers in einem Glase (Fig. 146) in den Wasserbehältern eines Aquariums u. dergl. in schräger Richtung von untenher blickt. (Wollastons Camera lucida oder clara.)

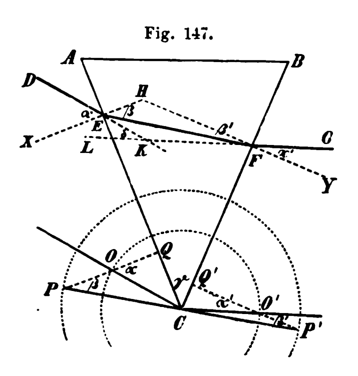
Fig. 146.



§ 144. Brechung des Lichtes im Prisma. Beim Durchgang durch ein lichtbrechendes Medium, welches von zwei nicht parallelen, ebenen Flächen begrenzt wird, erleidet ein Lichtstrahl, sowohl beim Eintritt als beim Austritt, eine Brechung und erfährt dadurch eine bleibende Ablenkung von seiner ursprünglichen Richtung.

Es stelle ACB (Fig. 147) den Querschnitt eines dreiseitigen Glasprismas vor. DE sei ein Lichtstrahl, welcher die Fläche AC unter dem Einfallswinkel $DEX = \alpha$ trifft, nach der Richtung EF gebrochen wird und nach abermaliger Brechung FG aus dem Prisma austritt. Ein in G befindliches Auge wird den in D befindlichen Gegenstand in der Richtung GL zu sehen glauben. Die Durchschnittskante C der lichtbrechenden Flächen heifst die brechende Kante, ihr Neigungswinkel $ACB = \gamma$ der brechende Winkel des Prismas. Die durch das Prisma betrachteten Gegenstände erscheinen also durch die Lichtbrechung nach der Seite der brechenden Kante verschoben. Die gesamte Ablenkung von der ursprünglichen Richtung, welche der Lichtstrahl durch die Brechung erlitten hat, wird durch den Winkel $DKL = \delta$ angegeben. Die Gröfse dieser Ablenkung hängt von dem Brechungsexponenten der Substanz des Prismas n, von der Gröfse des brechenden Winkels γ, endlich von dem Einfallswinkel α ab.

Fig. 147.



Es sei (Fig. 147) $DEFG$ der Weg des Lichtstrahles durch das Prisma (die Konstruktion dieses Weges ist am Punkt C für die Strahlen $OC \parallel DE, PP' \parallel EF, CO' \parallel FG$ nach § 141 ausgeführt). HX und HY seien die in E und F errichteten Einfallslote; der Brechungswinkel für die erste Brechung HEF werde mit β, HFE mit β', endlich GFY mit α' bezeichnet. Da das Viereck $EHFC$ zwei rechte Winkel bei E und F enthält, so ist $\angle EHF = 180^0 - \gamma$, mithin $\beta + \beta' = \gamma$. Ferner ist $\angle KEF = \alpha - \beta$, $\angle KFE = \alpha' - \beta'$, mithin der Ablenkungswinkel δ, als Aufsenwinkel des $\triangle KFE$, gleich $\alpha - \beta + \alpha' - \beta'$, d. h.

$$\delta = \alpha + \alpha' - \gamma.$$

Die Gröfse der Ablenkung ist im allgemeinen von dem Wert des Einfallswinkels α abhängig. Es läfst sich zeigen, dafs dieselbe den kleinsten Wert besitzt, wenn der Einfallswinkel α so gewählt wird, dafs $\alpha' = \alpha$ und mithin auch $\beta' = \beta$, also der Weg des Lichtstrahles im Prisma EF gegen beide lichtbrechenden Flächen gleich geneigt ist.

In Fig. 147a sei $ACB = \gamma$, der brechende Winkel, durch die Linie CD in die beiden Stücke $ACD = \beta$ und $BCD = \beta'$ geteilt, wo β und β' die Brechungswinkel für den einfallenden und den austretenden Strahl sind; ferner seien mit den Radien $AC = r$ und $EC = \varrho$, wo $r = n\varrho$ ist (vergl. § 141), Kreise um C geschlagen und zwischen ihnen die Linien AE und BF parallel CD gezogen, so sind die Winkel EAC und FBC bezüglich als Wechselwinkel gleich β und β', und weil

$$\sin AEC\ (=\sin ECD):\ \sin EAC = r:\varrho = n:1,$$

und

$\sin BFC\ (=\sin FCD):\ \sin FBC = r:\varrho = n:1$, so sind die Winkel ECD und FCD bezüglich gleich α und α'.

Fig. 147a.

Nunmehr ergiebt sich sofort, daſs die Sehne $EF > AB$, solange β und β', folglich α und α' von einander verschieden sind. Denn sei etwa $\beta > \beta'$, so ist, weil $\angle CAB = CBA$, Winkel

$$EAC + CAB > FBC + CBA,$$

d.i. $\angle EAB > FBA$ und weil $EAB + FBA = 180^0$, so ist $EAB > 90^0$, folglich wenn man $FG \parallel BA$ zieht, $FGE > 90^0$, d. h. $EF > GF$, und weil $GF = AB$ ist, auch $EF > AB$.

Weil aber

$$EF = 2\varrho \sin\frac{\alpha+\alpha'}{2}$$

und

$$AB = 2r \sin\frac{\gamma}{2},$$

ferner

$$r = n\varrho,$$

so hat man

$$\sin\frac{\alpha+\alpha'}{2} > n \sin\frac{\gamma}{2},$$

solange α und α' verschieden von einander sind. Wenn aber $\alpha = \alpha'$ ist, folglich auch $\beta = \beta'$, so ist:

A) $$\sin\frac{\alpha+\alpha'}{2} = n \sin\frac{\gamma}{2}.$$

Es erlangt also in diesem Fall die Summe $\alpha + \alpha'$ und mithin auch der Ablenkungswinkel

B) $$\delta = \alpha + \alpha' - \gamma$$

seinen kleinsten Wert, w. z. b. w. Dreht man also, während die Richtung des einfallenden Strahles unverändert bleibt, das Prisma vor dem Auge so lange, bis das Minimum der Ablenkung der Lichtstrahlen erreicht ist, so ist bei dieser Stellung des Prismas die der Gleichung A entsprechende Bedingung erfüllt. Setzt man in dieser Gleichung anstelle der Summe $\alpha + \alpha'$ ihren Wert aus der Gleichung B, so erhält man:

$$\sin\frac{\delta+\gamma}{2} = n \sin\frac{\gamma}{2}$$

und

C) $$n = \frac{\sin\frac{\delta+\gamma}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}.$$

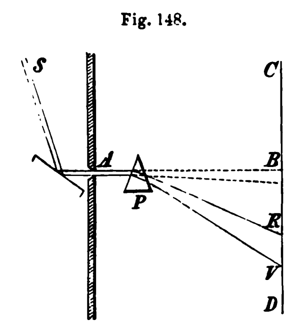
Hat man die kleinste Ablenkung des Lichtstrahles δ und den brechenden Winkel des Prismas γ gemessen, so kann diese Gleichung dazu dienen, den Brechungsindex n für die Substanz des Prismas zu berechnen. Feste Körper kann man leicht in Form von Prismen erhalten, oder doch zwei Flächen an dieselben anschleifen, deren Neigungswinkel sich bestimmen läſst. Flüssige Körper bringt man in ein Hohlprisma, welches von zwei planparallelen Glasplatten (§ 142) begrenzt wird. Zur Bestimmung der Brechungsexponenten der Gase bedient man sich eines ähnlichen Hohlprismas, welches luftleer gepumpt, oder mit verschiedenen Gasen gefüllt werden kann. Wegen des geringen Lichtbrechungsvermögens der Gase muſs das Prisma einen sehr groſsen brechenden Winkel besitzen.

Anmerkung. Ist $n < 1$, so ist $\beta > \alpha$ und $\beta' > \alpha'$; alsdann ergiebt sich $EF < AB$ und demnach $\sin\frac{\alpha+\alpha'}{2} < n \sin\frac{\gamma}{2}$, auſser für die Annahme $\alpha = \alpha'$, für welche auch $\beta = \beta'$ ist. Für diese Annahme erreicht $\frac{\alpha+\alpha'}{2}$ seinen gröſsten Wert und demnach der Ablenkungswinkel δ, der jetzt gleich $\beta + \beta' - (\alpha + \alpha')$ ist, wiederum seinen kleinsten Wert. Ein solcher Fall tritt übrigens z. B. ein, wenn ein mit Wasserstoff gefülltes Prisma in atmosphärischer Luft untersucht wird.

Farbenzerstreuung oder Dispersion des Lichtes.

§ 145. Zerlegung des weifsen Lichtes in Farben. **Betrachtet** man ein leuchtendes Objekt, z. B. eine Lichtflamme, oder einen weifsen Strich auf dunklem Grunde, durch ein Prisma, so sieht man dasselbe nicht nur in der Richtung nach der brechenden Kante des Prismas verschoben (§ 144), sondern auch an seinen Rändern von Farbensäumen begrenzt. Läfst man in ein verfinstertes Zimmer durch einen im Fensterladen angebrachten schmalen Spalt *A* (Fig. 148) ein Bündel von Sonnenstrahlen fallen, welche durch einen vor dem Fensterladen angebrachten Spiegel in horizontaler Richtung reflektiert werden, so erblickt man auf einem, dem Spalt gegenübergestellten, weifsen Papierschirm *CD* bei *B* einen der Länge des Spaltes entsprechenden Lichtstreif von etwas gröfserer Breite (vergl. § 148). Stellt man vor den Spalt ein Prisma *P*, dessen brechende Kante dem Spalt parallel und in der Figur nach oben gekehrt ist, so wird das Strahlenbündel durch die Brechung im Prisma von seinem geradlinigen Wege nach *D* hin abgelenkt. Gleichzeitig erscheint aber das Bild des Spaltes beträchtlich verbreitert und das weifse Licht in eine Reihe von Farben aufgelöst, welche von *R* nach *V* hin durch unmerkliche Abstufungen in einander übergehen. Die Hauptfarben folgen von *R* nach *V* in folgender Ordnung auf einander: rot, orange, gelb, grün, blau, violett, so dafs die roten Strahlen am wenigsten, die violetten am meisten von der ursprünglichen Richtung abgelenkt worden sind. Das weifse Licht ist also durch die prismatische Brechung in verschiedenfarbige Strahlen zerlegt worden, welche sich durch den verschiedenen Grad ihrer Brechbarkeit unterscheiden.

Fig. 148.



Sondert man aus dem erhaltenen Farbenbild oder Spektrum einen einzelnen, farbigen Strahl aus, indem man denselben z. B. durch einen zweiten in dem Schirm *CD* angebrachten, schmalen Spalt gehen läfst, während alle übrigen Strahlen durch den Schirm zurückgehalten werden, so kann dieser Strahl zwar durch ein zweites Prisma abermals gebrochen, nicht aber in einfachere Farbenstrahlen zerlegt werden. Man nennt deshalb die einzelnen farbigen Strahlen des Spektrums, welche nicht weiter zerlegt werden können, homogene oder einfache Strahlen, während das weifse Sonnenlicht und die natürlichen Farben der Körper aus solchen einfachen Strahlen zusammengesetzt sind.

Die Zusammensetzung des weifsen Lichtes aus den Farben des Spektrums ist zuerst von Newton (1666) nachgewiesen worden. Da das Blau im Spektrum einen beträchtlich gröfseren Raum einnimmt, als jede der übrigen Farben, so unterschied Newton in diesem Teil des Spektrums zwei Farbentöne, Hellblau und Indigo, wodurch die Zahl der Hauptfarben auf sieben erhöht wurde. Überhaupt ist die Begrenzung der Farben des Spektrums eine mehr oder minder willkürliche, indem genau genommen unendlich viele einfachen Strahlen vorhanden sind, die durch unmerkliche Abstufungen der Farbe und Brechbarkeit in einander übergehen. Man kann jedoch drei Grundfarben, Rot, Gelb und Blau unterscheiden, während Orange, Grün und Violett den Übergang zwischen je zweien dieser Grundfarben vermitteln.

Wie das weiſse Licht durch Brechung im Prisma in seine einfachen farbigen Bestandteile zerlegt werden kann, so können umgekehrt diese Farben wieder zu weiſsem Licht vereinigt werden, entweder mit Hilfe einer Sammellinse, oder indem man das Spektrum durch ein in geeigneter Lage aufgestelltes, zweites Prisma betrachtet. (*Experimentum crucis* von Newton.) Weniger vollkommen gelingt die Erzeugung des weiſsen Lichtes aus seinen farbigen Bestandteilen mittelst des Farbenkreisels, einer kreisförmigen Pappscheibe, die in Sektoren abgeteilt ist, welche mit den Farben des Spektrums bemalt sind und zwar so, daſs die Breite der farbigen Sektoren der Ausdehnung der entsprechenden Farben im Spektrum möglichst entsprechen muſs. Wird die Scheibe in schnelle Umdrehung versetzt, so vereinigt sich der Eindruck der verschiedenfarbigen Sektoren im Auge (§ 165), so daſs die Pappscheibe in einem mehr oder minder dem vollkommenen Weiſs sich nähernden Grau erscheint. Da es nicht möglich ist, durch künstliche Farbstoffe oder Pigmente Farben zu erzeugen, welche den reinen Spektralfarben genau entsprechen, so gelingt es nicht, durch diese Methode ein vollkommen reines Weiſs zu erzeugen.

§ 146. Natürliche Farben der Körper. Die natürlichen Farben der Körper entstehen dadurch, daſs von den im weiſsen Licht enthaltenen, farbigen Strahlen nur ein Teil an der Oberfläche der farbigen Körper reflektiert oder von denselben hindurchgelassen, ein anderer Teil dagegen vernichtet oder absorbiert wird. Ein weiſser oder farbloser Körper ist also ein solcher, welcher alle Farbenstrahlen in gleicher Weise reflektiert oder hindurchläſst.

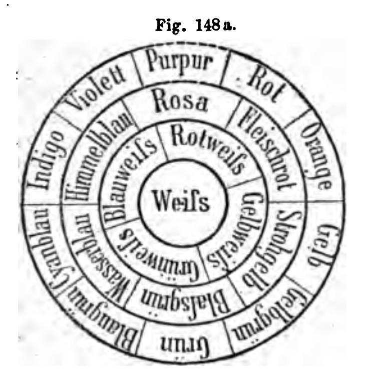
Die Art der Zusammensetzung der Mischfarben der Körper aus den reinen Spektralfarben untersucht man am besten, indem man die Pigmente in Form schmaler Streifen auf dunklem Hintergrund durch das Prisma betrachtet. Anstatt des vollständigen Spektrums erblickt man dann ein solches, in welchem die von dem Körper ganz oder teilweise absorbierten Farben fehlen, oder mehr oder minder geschwächt sind. Durchsichtige Körper, z. B. farbige Gläser oder Flüssigkeiten, stellt man hinter einen mit weiſsem Licht beleuchteten, schmalen Spalt und betrachtet diesen durch ein Prisma, oder fängt das Farbenbild des Spaltes durch einen Papierschirm auf.

Weiſse Körper erscheinen mit rotem Licht beleuchtet rot, mit grünem grün, da sie nur diejenigen Strahlen zurückwerfen können, von welchen sie getroffen werden. Bunte Farben erscheinen je nach der Art der Beleuchtung verändert. Manche (namentlich blaue und violette) Farben erscheinen abends bei Lampenlicht anders als bei Tageslicht, da dem Lampenlicht, selbst dem hellen Licht der Gasflammen, gewisse Farbenstrahlen fehlen, die im weiſsen Tageslicht vorhanden sind. (Bei heller Dämmerung oder bei Mondschein erscheint deshalb das Licht der Gasflammen rötlich.) Bei Beleuchtung durch vollkommen einfarbiges Licht, z. B. durch das einfarbig-gelbe Licht einer durch Kochsalz gefärbten Weingeistflamme (§ 149), verschwinden alle Farbenunterschiede der Körper, und man vermag nur hell und dunkel zu unterscheiden.

§ 147. Komplementärfarben, Mischfarben. (Helmholtz, 1867.) Durch die gleichzeitige Einwirkung verschiedener einfachen Farben auf dieselbe Stelle der Netzhaut können Farbenempfindungen entstehen, welche durch die einfachen Spektralfarben nicht hervorgebracht werden. So ergiebt sich Purpur durch Mischung von Violett und Rot, Weiſs durch Zusammensetzung gewisser Paare einfacher Farben, welche Komplementär- oder Ergänzungsfarben heiſsen. Ebenso erhält man Komplementärfarben, wenn man sich das Spektrum auf beliebige Weise dadurch in zwei Teile zerlegt denkt, daſs man eine einzelne Farbe oder mehrere Farbenstreifen aus demselben aussondert und jeden der beiden Teile zu einer Mischfarbe vereinigt, weil die so entstehenden Farbenmischungen sich jederzeit zu weiſsem Licht ergänzen.

So sind Rot und Grünlich Blau, Orange und Cyanblau, Gelb und Indigoblau, Grünlich Gelb und Violett Komplementärfarben, ebenso auch Grün und Purpur. Die Zusammenstellung zweier Komplementärfarben macht auf das Auge einen wohlthuenden Eindruck (vergl. § 166). Dafs Gelb und Blau komplementäre Farben sind, also bei ihrer Mischung Weifs geben, scheint der bekannten Thatsache zu widersprechen, dafs die Mischfarbe von gelben und blauen Farbstoffen grün ist. Dieser Widerspruch findet nach Helmholtz darin seine Lösung, dafs keine natürliche Farbe rein ist. Eine blaue Flüssigkeit läfst demnach aufser dem Blau auch einen Teil des angrenzenden Grün hindurchgehen und ebenso ist eine gelbe Flüssigkeit, aufser für Gelb, auch für Grün durchsichtig. In einer Mischung beider Flüssigkeiten ist also Grün die einzige Farbe, für welche beide Grundfarben zugleich durchsichtig sind, während Gelb durch die blaue Flüssigkeit und Blau durch die gelbe ausgeschlossen werden. Wenn demnach weifses Licht auf die Mischung fällt, wird allein das Grün zum Auge zurückgeworfen.

Fig. 148a.



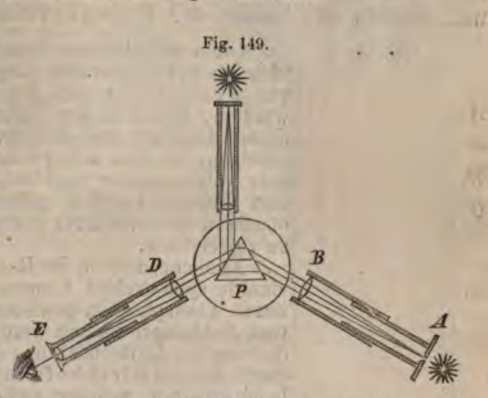
Um die **Mischfarbe** zweier einfachen Farben des Spektrums zu erhalten, denke man sich die Spektralfarben in einem geschlossenen Ringe, durch Einfügung von Purpur zwischen Violett und Rot, auf die Peripherie eines Kreises verteilt (Fig. 148a), so dafs die Komplementärfarben einander diametral gegenüberliegen, ferner in der Mitte des Kreises Weifs und auf den Radien die Übergangsfarben zwischen Weifs und der betreffenden gesättigten Farbe an der Peripherie. Alsdann ist die Mischfarbe zweier beliebigen einfachen Farben eine der Zwischenfarben, und zwar um so gesättigter, je näher auf der Peripherie die Farben einander liegen, umsomehr weifslich, je weiter sie von einander abstehen. So giebt Rot mit Gelb gemischt Orange, mit Grün weifslich Gelb, mit Cyanblau Rosa (weifslich Purpurrot) als Mischfarbe u. s. w.

Zur **Mischung der Farben** bedient man sich entweder des Farbenkreisels, indem man Scheiben mit verschiedenfarbigen Sektoren schnell rotieren läfst, oder man blickt durch eine ebene Glastafel in schräger Richtung nach einer farbigen Fläche, während die dem Beobachter zugekehrte Seite der Glastafel gleichzeitig Licht eines andersfarbigen Objekts durch Reflexion zusendet.

§ 148. **Spektralapparat.** Ein vor einen Spalt gestelltes Prisma reicht allein nicht aus, ein vollkommen reines Spektrum, d. h. ein solches zu erzeugen, in welchem die einfachen Farbenstrahlen völlig von einander getrennt sind. Da nämlich die von den verschiedenen Teilen der Sonnenscheibe, oder einer anderen Lichtquelle, auf den Spalt fallenden Strahlen nicht völlig parallel sind, so erhält man auch ohne Prisma auf dem gegenüberstehenden Schirm nicht eine scharf begrenzte, schmale Lichtlinie von der Breite des Spalts, sondern einen Lichtstreif, der um so breiter ist, je gröfser die Entfernung des Schirmes vom Spalt. Bei Anwendung des Prismas greifen die den einzelnen homogenen Strahlen des Spektrums entsprechenden Farbenstreifen mit ihren Rändern über einander, wodurch eine Vermischung der reinen Farben entsteht. **Um ein völlig reines Spektrum zu erzeugen**, stellt man in geeigneter Entfernung vor dem Spalt eine Konvexlinse auf; durch diese wird auf dem gegenüberstehenden Schirm ein vollkommen scharf begrenztes Bild des Spaltes entworfen (§ 156), welches durch Annäherung der Ränder des Spaltes beliebig schmal gemacht werden kann. Durch das Prisma wird diese Lichtlinie in ein völlig reines Spektrum aufgelöst. Für genauere Beobachtungen ist es jedoch zweckmäfsig, das Spektrum nicht **objektiv** auf einem Schirm aufzufangen,

sondern dasselbe mittelst eines vor das Prisma gestellten Fernrohres **subjektiv** zu beobachten. Zu dieser Beobachtungsmethode dient am besten der von **Kirchhoff** und **Bunsen** konstruierte Spektralapparat, dessen wesentliche Teile in Fig. 149 im Grundrifs dargestellt sind.

Fig. 149.



Die durch einen schmalen Spalt bei *A* eintretenden Lichtstrahlen werden durch die Konvexlinse *B* parallel gemacht und gelangen, nachdem sie durch das Prisma *P* gegangen sind, in das Fernrohr *DE*. Durch die Objektivlinse *D* dieses Fernrohrs (vergl. § 156) wird in der Fokalebene desselben ein vollkommen reines Spektrum erzeugt, welches mittelst des vergröfsernden Fernrohrokulares *E* beobachtet wird. Statt **eines** Prismas können deren mehrere hinter einander gestellt werden, um die Ausdehnung des Spektrums noch mehr zu vergröfsern.

In Fig. 149a ist der Spektralapparat selbst dargestellt. Die vorn befindliche Glasplatte des dritten, in der Mitte der Figur sehr verkürzt gezeichneten Rohres, ist bis auf einen schmalen, horizontalen Streifen, auf welchem sich eine Millimeterskala befindet, mit Stanniol bedeckt. Wird dieser Spalt durch eine vor ihm aufgestellte Flamme erleuchtet (Fig. 149), so entsteht durch die am anderen Ende des

Fig. 149a.



Rohres befindliche Linse ein reelles Bild der Skala, welches durch Reflexion an der zugewendeten Fläche des Prismas in die Richtung der Axe des Beobachtungsrohres *ED* verlegt wird, so dafs man vom Okular *E* aus, zugleich mit dem durch das Prisma erzeugten Spektrum, das Spiegelbild der Skala sieht und die Lage der einzelnen Farben des Spektrums zu bestimmen vermag.

§ 149. **Fraunhofersche Linien, Flammenspektra, Spektralanalyse.** Betrachtet man mittelst des beschriebenen Spektralapparates das Spektrum einer vor den Spalt gestellten Leuchtgas- oder Kerzenflamme, oder eines weifsglühenden Drahtes, so bildet dasselbe eine völlig stetige Farbenfolge ohne jede Unterbrechung. Läfst man dagegen direktes, oder

von der Atmosphäre reflektiertes Sonnenlicht in den Apparat eintreten, so erscheint das Spektrum von einer sehr grofsen Zahl dunkler Querstreifen durchzogen, welche zuerst von Wollaston beobachtet, von Fraunhofer aber (1814) genauer untersucht und in ihrer Bedeutung erkannt wurden und deshalb den Namen der Fraunhoferschen Linien erhalten haben.

Fig. 150.

A a B C D E b F G H

Die vorzüglichsten dieser Linien (Fig. 150), welche stets dieselbe unveränderliche Lage im Spektrum beibehalten, sind von Fraunhofer mit den Buchstaben A bis H bezeichnet worden. Die Zahl der Linien, welche teils mehr, teils minder scharf begrenzt und dunkel, sowie an Breite verschieden erscheinen, ist eine aufserordentlich grofse. Durch Anwendung sehr vollkommener Spektralapparate ist es Kirchhoff (1863) und anderen möglich gewesen, Tausende derselben zu beobachten und nach ihrer gegenseitigen Lage im Spektrum genau zu verzeichnen.

Ähnliche, doch in der Regel breitere und weniger zahlreiche, dunkle Querstreifen können im Spektrum des weifsen Lichts durch Absorption in gewissen farbigen Gasen (salpetrig-saurem Gas, Joddampf) erzeugt werden. Eine besonders wichtige Bedeutung hat die Beobachtung der Fraunhoferschen Linien 1859 durch den von Kirchhoff und Bunsen entdeckten Zusammenhang erhalten, welcher zwischen diesen dunklen Linien und den hellen Linien stattfindet, die man im Spektrum gewisser durch Metalldämpfe gefärbten Flammen wahrnimmt. Bringt man z. B. in eine Weingeistflamme, oder in die schwach leuchtende, bläuliche Flamme eines Bunsenschen Gasbrenners mittelst eines Platindrahtes eine geringe Quantität Kochsalz ($NaCl$), so teilt dasselbe der Flamme eine intensiv gelbe Färbung mit, welche von glühendem Natriumdampf herrührt. Das Spektrum dieser Flamme besteht aus einer einzigen, scharf begrenzten, gelben Linie, oder mit anderen Worten, die durch Kochsalz gefärbte Flamme sendet homogenes Licht aus (§ 145), dessen Brechbarkeit genau der Fraunhoferschen Linie D im Sonnenspektrum entspricht (durch sehr vollkommene Spektralapparate erscheint sowohl die helle Natriumlinie, als die dunkle Fraunhofersche Linie D, aus zwei durch einen geringen Zwischenraum getrennten Linien zusammengesetzt). In ähnlicher Weise wird die Flamme des Bunsenschen Brenners durch Kaliumsalze violett, durch Lithium-, Calcium- und Strontiumsalze rot, durch Barium-, Thallium- oder Kupfersalze, sowie durch Borsäure grün, durch Indiumsalze blau gefärbt. Die Spektra dieser farbigen Flammen bestehen aus einer, oder in der Regel aus mehreren, hellen Linien, welche für die einzelnen Metalle charakteristisch sind, so dafs man mit Hilfe derselben die geringsten Spuren eines dieser Metalle in seinen Verbindungen zu erkennen und zu unterscheiden vermag.

Nach Kirchhoff reicht das Vorhandensein von $\frac{1}{3\,000\,000}$ Milligramm Natriumdampf, oder von $\frac{1}{100\,000}$ Milligramm Lithiumdampf in der Flamme hin, um die für diese Metalle charakteristischen Linien im Spektrum hervorzurufen. Die Methode der spektralanalytischen Untersuchung ist daher namentlich geeignet, das Vorhandensein sehr geringer Mengen gewisser metallischen Bestandteile in Mischungen aufzufinden, und mittelst derselben ist es bereits gelungen, einige bisher unbekannte, metallische Grundstoffe zu entdecken, unter denen das Caesium und Rubidium, welche 1860 und 1861 von Kirchhoff und Bunsen in der Mutterlauge gewisser Solquellen aufgefunden wurden, das Thallium, gleichzeitig von Crookes und Lamy in Schwefelkiesen 1861, und das Indium von Reich und Richter in der Freiberger Zinkblende 1863 entdeckt.

Die Spektra der Schwermetalle, deren Chloride meist weniger flüchtig sind, oder bei erhöhter Temperatur zersetzt werden, untersucht man am besten mit Hilfe des elektrischen Funkens. Läfst man nämlich elektrische Funken [am besten eignen sich die Funken des Induktionsapparates (§ 334)] zwischen metallischen Drähten überschlagen, so ist das Spektrum derselben aus zweierlei hellen Linien zusammengesetzt, von welchen die einen von der Beschaffenheit der metallischen Leiter, die anderen aber von dem Gase abhängen, in welchem die Entladung stattfindet. Die Spektra glühender Gase können am besten mittelst der sogenannten Geifslerschen Röhren (§ 334) untersucht werden. So besteht z. B. das Wasserstoffspektrum aus drei scharf begrenzten, hellen Linien, einer roten, grünen und blauen, von welchen die beiden ersten mit den Fraunhoferschen Linien *C* und *F*, die dritte mit einer zwischen *F* und *G* gelegenen Linie übereinzustimmen scheinen.

Das Spektrum des Leuchtkäfers (*Elater noctilucus*) ist nach Young kontinuierlich, ohne irgend eine Spur von dunklen oder hellen Linien, und liegt fast ganz zwischen den Fraunhoferschen Linien *C* und *F*, wo das Licht fast gar keine chemischen Wirkungen äufsert.

§ 150. Analyse der Atmosphäre der Sonne und der Fixsterne. Durch den eigentümlichen Zusammenhang zwischen den hellen Linien gewisser Metallspektra und den dunklen Fraunhoferschen Linien des Sonnenspektrums (§ 149) wurde Kirchhoff (1860) zu einem Satze geführt, welcher merkwürdige Folgerungen hinsichtlich der chemischen Bestandteile der Atmosphären der Sonne und der übrigen Fixsterne gestattet. Kirchhoff zeigte nämlich, dafs jeder Körper diejenigen Lichtstrahlen vorzugsweise zu absorbieren fähig ist, welche er selbst im glühenden Zustand ausstrahlt, oder dafs das Verhältnis zwischen dem Emissionsvermögen und Absorptionsvermögen für Strahlen derselben Gattung bei allen Körpern gleichen Wert besitzt. So sendet z. B. Natriumdampf im glühenden Zustand Strahlen aus, deren Brechbarkeit der Fraunhoferschen Linie *D* entspricht. Nach dem ausgesprochenen Satz vermag also Natriumdampf dieselben Strahlen vorzugsweise zu absorbieren. In der That erscheint eine mit Natriumdampf gefüllte Glasröhre vor eine durch Kochsalz gefärbte Flamme gebracht, schwarz und undurchsichtig, und wenn man intensives weifses Licht (z. B. elektrisches Licht, oder Drummondsches Kalklicht) durch eine Flamme gehen läfst, die glühenden Natriumdampf enthält, so erscheint in dem Spektrum desselben eine dunkle Linie genau an der Stelle der Fraunhoferschen Linie *D*. Gestützt auf diese Versuche schlofs Kirchhoff aus dem Vorhandensein der Linie *D* im Sonnenspektrum, dafs der lichtaussendende Sonnenkörper von einer absorbierenden Dampfatmosphäre umgeben sei, welche Natrium im gasförmigen Zustand enthält. Auf gleiche Weise gelang es Kirchhoff, das Vorhandensein der Grundstoffe Na, Fe, Ca, Mg, Ni in der Sonnenatmosphäre mit Sicherheit nachzuweisen und die Existenz mehrerer anderen wahrscheinlich zu machen. Angström zählte (1868) 800 Linien irdischer Stoffe (450 allein des Eisens) auf, welche im Sonnenspektrum als dunkle Linien vorkommen. Gewisse dunkle Linien des Sonnenspektrums rühren, wie Janssen gezeigt hat, von der Absorption durch den in der Erdatmosphäre enthaltenen Wasserdampf her. Die früher nur bei totalen Sonnenfinsternissen beobachteten Protuberanzen (§ 371), Hervorragungen über die verdunkelte Sonnenscheibe von eigentümlichem rosenfarbenen Licht, welche seit einer 1868 von Janssen und Lockyer gleichzeitig gemachten Entdeckung eine tägliche Beobachtung gestatten, sind ihrem

Spektrum nach Eruptionen von glühenden Gasen, vorzugsweise von Wasserstoffgas.

Die Spektra des Lichtes des Mondes und der Planeten zeigen dieselben Fraunhoferschen Linien, wie das Sonnenspektrum, da diese Himmelskörper uns reflektiertes Sonnenlicht zusenden; doch finden sich in den Spektren des Jupiter, des Saturn und des Neptun eigentümliche Absorptionsstreifen, welche auf eine besondere Atmosphäre dieser Planeten schliefsen lassen. Die Spektra der Fixsterne (§ 401) dagegen sind vom Sonnenspektrum verschieden, was auf eine verschiedene chemische Beschaffenheit der Atmosphäre dieser Fixsterne schliefsen läfst. Doch scheint es, dafs gewisse Linien, also auch gewisse chemische Bestandteile, einer grofsen Zahl von Fixsternen gemeinsam sind. So scheinen namentlich Natrium, Magnesium und Eisen in den Atmosphären der meisten Fixsterne vorhanden zu sein.

Von besonderem Interesse für die Astronomie ist die Entdeckung von Huggins und Miller, dafs die Spektra der sogenannten planetarischen Nebelsterne nicht denen der Sonne und der übrigen Fixsterne gleichen, sondern, ähnlich den Flammenspektren, aus mehreren völlig getrennten, schmalen Lichtlinien zusammengesetzt sind. Man kann daraus schliefsen, dafs diese Nebelsterne nicht feste oder flüssige Körper, sondern glühende Gasmassen sind, also gleichsam noch in einer früheren Bildungsepoche befindliche Fixsterne, wie nach der Hypothese von Kant und Laplace auch unsere Sonne und unser Planetensystem durch Verdichtung einer ursprünglich gasförmigen Masse von aufserordentlich hoher Temperatur entstanden sein sollen (vergl. § 239).

§ 151. Brechungs-, Farbenzerstreuungsvermögen. Aus der verschiedenen Brechbarkeit der Strahlen des Spektrums folgt, dafs der Brechungsexponent derselben Substanz für verschiedene Strahlen ungleiche Werte besitzt, dafs daher bei genaueren Angaben des Brechungsexponenten immer hinzugefügt werden mufs, für welche Strahlengattung derselbe gilt. Die Fraunhoferschen Linien bieten ein bequemes Hilfsmittel zur Bezeichnung bestimmter Strahlen des Spektrums, es werden daher die Angaben der Brechungsexponenten in der Regel auf diese Linien bezogen, wie dies in der Tabelle des § 141 geschehen ist. Der Überschufs des Brechungsexponenten einer bestimmten Strahlengattung über die Einheit, $n - 1$, kann als Mafs für die Brechbarkeit dieser Strahlengattung angesehen werden. Bei nahe gleichem Brechungsvermögen für die mittleren Strahlen des Spektrums können verschiedene Substanzen sehr ungleiches Farbenzerstreuungsvermögen besitzen oder Spektra von sehr ungleicher Länge erzeugen. Bezeichnen n_b, n_d und n_h die Brechungsexponenten derselben Substanz für die Fraunhoferschen Linien B, D und H, den roten, gelben und violetten Strahlen entsprechend, so dient die Gröfse $\frac{n_h - n_b}{n_d - 1}$ als Mafs für das Farbenzerstreuungsvermögen. Aus den in der letzten Spalte der Tabelle (§ 141) zusammengestellten Zahlen ist ersichtlich, dafs unter den Glassorten das bleihaltige Flintglas, unter den Flüssigkeiten Kassiaöl und Schwefelkohlenstoff, durch sehr hohes Farbenzerstreuungsvermögen ausgezeichnet sind. Diese Substanzen eignen sich daher vorzugsweise zur Erzeugung langer Farbenspektra.

§ 152. Unsichtbare Strahlen des Spektrums; chemische Wirkungen des Lichts, Photographie. Aufser den Strahlen, welche das sichtbare Spektrum bilden, giebt es noch andere Strahlen, welche, für das Auge nicht wahrnehmbar, nach denselben Gesetzen wie die sichtbaren Strahlen fortgepflanzt, reflektiert und gebrochen werden, und deren Existenz durch verschiedene Wirkungen nachgewiesen werden kann. Diese dunklen Strahlen des Spektrums,

welche zuerst von W. Herschel (1800) entdeckt worden sind, erstrecken sich teils über das rote, teils über das violette Ende desselben hinaus, besitzen also teils geringere Brechbarkeit als die roten, teils gröfsere als die violetten Strahlen. Von den ersteren, welche sich hauptsächlich durch ihre erwärmende Wirkung kundgeben und deshalb auch dunkle Wärmestrahlen genannt werden, wird in der Wärmelehre (§ 238) näher gehandelt werden. Die jenseits des violetten Endes des Spektrums liegenden Strahlen von gröfster Brechbarkeit sind vorzugsweise durch ihre chemische Wirksamkeit ausgezeichnet. Gewisse chemische Verbindungs- und Zersetzungsprozesse werden nämlich durch den Einflufs des Lichtes hervorgerufen oder begünstigt. So findet in einem Gemenge von Chlorgas und Wasserstoffgas die chemische Vereinigung beider Bestandteile zu Chlorwasserstoff (§ 20a) bei gewöhnlicher Temperatur im Dunkeln gar nicht, bei Tageslicht allmählich, bei direktem Sonnenlicht plötzlich und unter Explosion statt. Umgekehrt werden durch den Einflufs des Lichtes chemische Zersetzungen hervorgerufen. Hierauf beruht unter anderem der Prozefs des Bleichens durch den vereinigten Einflufs des Lichtes und der Feuchtigkeit (vergl. auch § 244), ferner die chemische Zersetzung des Chlorsilbers, Jodsilbers und Bromsilbers durch das Licht, welche in der Photographie eine ausgedehnte Anwendung erfahren hat. Dabei werden die lichtempfindlichen Verbindungen, namentlich Jod- und Bromsilber, in einer auf der photographischen Platte ausgebreiteten Kollodium- oder Eiweifsschicht verteilt, der Bestrahlung in der Camera obscura (§ 159) ausgesetzt. An den vom Licht getroffenen Stellen werden dadurch innerhalb weniger Sekunden die Silbersalze teilweise wirklich, unter Ausscheidung metallischen Silbers, zerlegt, teilweise aber nur in eigentümlicher Weise modifiziert, so dafs bei der darauf folgenden Eintauchung der Platte in eine reduzierende Lösung von Pyrogallussäure oder Eisenvitriol (die sogenannte Hervorrufungsflüssigkeit) die Ausscheidung des metallischen Silbers mit schwarzer Farbe an denjenigen Stellen stattfindet, welche der Wirkung des Lichtes ausgesetzt waren. Man erhält dadurch ein sogenanntes negatives Bild, d. h. ein solches, bei welchem die hellen Teile des abgebildeten Objektes dunkel, die dunklen hell erscheinen. Um das Bild dauerhaft zu machen oder zu fixieren, müssen hierauf die unzersetzt gebliebenen Teile des Silbersalzes durch Eintauchen in eine Auflösung von unterschwefligsaurem Natron oder Cyankalium entfernt werden. Hat man ein solches negatives Bild auf einer mit Kollodium überzogenen Glasplatte erzeugt, so kann man von demselben beliebig viele positive Kopieen erhalten, indem man unter die negative Platte ein mit einer lichtempfindlichen Eiweifsschicht überzogenes Papierblatt legt und den Sonnenstrahlen aussetzt; die dunklen Stellen des negativen Bildes halten dann die Wirkung des Sonnenlichtes ab, während dasselbe durch die hellen Teile des negativen Bildes hindurch wirkt und die Reduktion des Silbers an diesen Stellen bewirkt. Das so erhaltene positive Bild mufs darauf, wie das negative, fixiert werden.

Läfst man das Sonnenspektrum auf eine photographische Platte fallen, so zeigt sich, dafs keineswegs alle Teile desselben in gleichem Grade chemisch wirksam sind. Während für das Auge der gelbe Teil des Spektrums die gröfste Lichtstärke zu besitzen scheint, bringen die roten und gelben Strahlen nur eine sehr geringe chemische Wirkung hervor, dagegen zeigen die blauen und violetten Strahlen eine viel stärkere chemische Wirksamkeit, und das Bild des Spektrums, welches man auf der photographischen Platte erhält, erstreckt sich weit über das violette Ende des sichtbaren Spektrums hinaus. Die Fraunhoferschen Linien des violetten Teiles des Spektrums sind im photographischen Bilde deutlich unterscheidbar, aufserdem aber treten noch eine grofse Zahl dunkler Linien hervor, welche dem ultravioletten, unsichtbaren Teil des chemischen Spektrums angehören, und von denen die vorzüglichsten mit den Buchstaben I—P bezeichnet werden. Die gröfsere Brechbarkeit der dunklen, chemischen Strahlen mufs bei der Konstruktion der achromatischen Objektivlinsen für die photographische Camera auf geeignete Weise berücksichtigt werden (§ 160). Über die Ausdehnung des ultraroten und ultravioletten Teiles des Spektrums vergl. § 178.

Die ungleiche chemische Wirksamkeit der verschiedenfarbigen Strahlen und das Vorhandensein der dunklen, chemisch wirksamen Strahlen ist bei photographischen Aufnahmen von beträchtlichem Einflufs; so erscheinen z. B. rote Kleider im photographischen Bilde dunkel, blaue dagegen hell. Nachdem Draper (1850) zuerst darauf aufmerksam gemacht hatte, dafs nur diejenigen Strahlen auf einen Körper chemisch wirken, welche von dem Körper absorbiert werden, ge-

langte H. W. Vogel (1873) durch vielfache Versuche zu dem Ergebnis, daſs bei der Lichtempfindlichkeit photographischer Platten auſser der Lichtabsorptionsfähigkeit der empfindlichen Silbersalze selbst auch die ihnen beigemengten Stoffe eine wichtige Rolle spielen, und seitdem ist (1884) durch weitere Untersuchungen desselben Forschers das praktische Resultat erreicht worden, daſs Azalingelatin-Trockenplatten und Eosinplatten Handelsprodukte geworden sind, durch welche sich mit leichter Mühe und ohne kostspielige Vorrichtungen die Aufnahme farbiger Körper in den richtigen Tonverhältnissen bewerkstelligen läſst.

§ 153. Fluorescenz. Wird ein weiſser Körper (§ 146) mit einfarbigem Licht beleuchtet, so besitzen die zurückgeworfenen Strahlen im allgemeinen mit den einfallenden gleiche Farbe und Brechbarkeit; ein weiſser Papierstreif z. B. erscheint im blauen Teil des Spektrums blau, im roten rot, im ultravioletten Teil (§ 152) dunkel. Eine Ausnahme von dieser Regel bilden die von Brewster (1838) und Herschel entdeckten, von Stokes (1852) näher untersuchten Erscheinungen der Fluorescenz. Läſst man Sonnenstrahlen auf eine farblose, durchsichtige Auflösung von schwefelsaurem Chinin fallen, so erblickt man an der Oberfläche derselben einen Lichtschein von schön himmelblauer Farbe, welcher nur wenig in das Innere der Flüssigkeit eindringt und noch intensiver wird, wenn man die Sonnenstrahlen mittelst einer Sammellinse koncentriert. Auf ähnliche Weise fluoresciert die grüne Auflösung des Blattgrüns oder Chlorophylls mit blutroter Farbe, die alkoholische Lösung des Magdalarot, einer Anilinfarbe, prachtvoll orangegelb, gelbes Steinöl (Petroleum) mit blaugrüner, hellbraune Curcumatinktur und gelbes Uranglas mit grüner, gewisse Varietäten des Fluſsspats (von welchem der Name der Fluorescenz herrührt) mit violettblauer Farbe u. s. w.

Das Fluorescenzlicht ist aus dem Innern der fluorescierenden Substanz unregelmäſsig zerstreut, aber nur in einer oberflächlichen Schicht, welche um so tiefer in das Innere der Substanz eindringt, je intensiver die einfallenden Lichtstrahlen sind. Lichtstrahlen, welche einmal durch eine Schicht der fluorescierenden Substanz von gewisser Dicke hindurchgedrungen sind, haben dadurch die Fähigkeit verloren, in einer zweiten Schicht derselben Substanz Fluorescenz zu erregen, woraus man schlieſsen muſs, daſs gewisse Strahlen des Sonnenlichts, welche die Fluorescenz hervorrufen, durch die fluorescierende Substanz ausgelöscht oder absorbiert werden.

Läſst man die verschiedenen Strahlen des Sonnenspektrums auf eine fluorescierende Substanz, z. B. Chininlösung, fallen, so zeigt sich, daſs die verschiedenen Strahlen des Spektrums in sehr ungleichem Grade die Fähigkeit besitzen, Fluorescenz zu erregen, und daſs die von dem fluorescierenden Körper ausgesendeten Strahlen eine andere Farbe, und zwar meist eine Farbe von geringerer Brechbarkeit besitzen, als die Strahlen, welche die Fluorescenz hervorrufen. So wird das blaue Fluorescenzlicht der Chininlösung vorzugsweise durch die violetten und die dunklen, ultravioletten Strahlen des Spektrums erzeugt; läſst man das Spektrum auf einen Streifen von Uranglas fallen, so erscheint derselbe weit über das violette Ende des Spektrums hinaus mit schön grünem Licht fluorescierend. Schriftzüge, welche mit einer verdünnten Lösung von Bariumplatincyanür auf weiſses Papier geschrieben und bei weiſsem Tageslicht nur wenig bemerkbar sind, werden unter einem violetten Glase, welches nur die brechbarsten Strahlen hindurchläſst, oder im ultravioletten Teil des Spektrums, mit glänzend grünem Fluorescenzlicht sichtbar. Elektrisches Licht (§§ 334, 336), welches sehr reich an ultravioletten Strahlen ist, besitzt auch in vorzüglichem Grade die Fähigkeit, Fluorescenz zu erregen.

Lommel hat (1871) dargethan, daſs nicht bloſs die stärker brechbaren Strahlen imstande sind, Fluorescenz zu erregen. Er entwarf das Sonnenspektrum auf einem Glastrog, in welchem sich eine Lösung von Magdalarot befand, und es zeigte sich das gelbe Fluorescenzlicht bereits an einer Stelle zwischen den Fraunhoferschen Linien C und D, also noch im Rot, und erstreckte sich von da aus mit abwechselnder Helligkeit bis ins Ultraviolett hinein; am stärksten zeigte es sich hinter der Linie D, wo sonst grüngelbe Strahlen hintreffen. Um nunmehr nachzuweisen, daſs ein der Fluorescenz fähiger Körper nur durch diejenigen Strahlen zur Fluorescenz gebracht wird, welche er absorbiert, lieſs Lommel weiter das Licht zuerst durch einen Glastrog der zu untersuchenden Lösung mit parallelen Wänden hindurchgehen und entwarf erst dann von ihm das Spektrum. Es zeigen sich Absorptionsstreifen gerade an denjenigen Stellen, wo vorher die Fluorescenz

am hellsten gewesen war, und zwar entspricht jedem hellen Streifen im fluorescierenden Spektrum ein dunkler Streifen im Absorptionsspektrum.

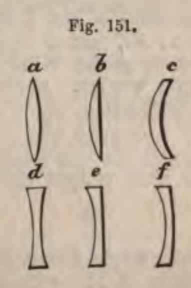
In der Regel dauert das Selbstleuchten des fluorescierenden Körpers nur so lange an, wie die Bestrahlung. Dauert hingegen das Selbstleuchten noch eine Zeit lang nach dem Aufhören der Bestrahlung fort, so ergiebt sich die Erscheinung der Phosphorescenz durch Insolation (§ 129, 3). In der That hat das Fluorescenzlicht grofse Ähnlichkeit mit dem Licht phosphorescierender Körper, und die vollständige Analogie beider Erscheinungen ist von Becquerel mittelst des von ihm konstruierten Phosphoroskops nachgewiesen worden.

§ 153a. Anomale Dispersion. Von Christiansen ist (1870) an der Anilinfarbe Fuchsin die Erscheinung beobachtet worden, dafs sich in ihrem Spektrum die Farben Rot, Orange und Gelb stärker gebrochen zeigen, als Blau und Violett, also die Reihenfolge der Farben eine abnorme ist; um die Flüssigkeitsschicht möglichst durchsichtig zu erhalten, wendete Christiansen zu seiner Untersuchung ein Prisma von möglichst kleinem brechenden Winkel (bis unter 1°) an. Diese von einer anomalen Dispersion des Lichts herrührende Erscheinung ist alsdann von Kundt weiterhin an allen Körpern mit sogenannten Oberflächenfarben beobachtet worden, d. h. an Körpern, welche im reflektierten Licht eine andere Farbe zeigen als im durchgelassenen Licht. Im anomalen Spektrum fehlt jedesmal die Oberflächenfarbe, deren Entstehung auf Absorption zurückzuführen ist. Eine solche Oberflächenfarbe ist z. B. am festen Indigo bekannt, der bei rauher Oberfläche, also von Innen, die blaue Farbe zeigt, welche auch seiner Lösung zukommt, während er an einer glatt geriebenen Oberfläche ein komplementäres Orangerot zeigt, eine metallisch glänzende Oberflächenfarbe.

Kundt hat die anomale Dispersion auch an anderen Anilinfarben, am Indigokarmin, am Cyanin, am übermangansauren Kali, am Magdalarot, u. s. w. nachgewiesen. Nach seiner Angabe entwerfe man zunächst ein schmales Spektrum, etwa durch ein Flintglasprisma, und betrachte dieses alsdann durch ein Prisma der zu untersuchenden Substanz, indem man die brechende Kante desselben senkrecht zu der des ersteren stellt. Während bei gewöhnlicher Brechung das bandförmige Spektrum seitlich verschoben erscheint, und zwar Rot am wenigsten, Violett am meisten, zeigt sich bei anomaler Dispersion das Band unregelmäfsig gekrümmt; bei Fuchsin z. B. ist Rot ziemlich stark verschoben, Gelb noch mehr, dann kommt eine dunkle Stelle, weil der mittlere Teil des Spektrums (die Oberflächenfarbe) absorbiert ist, und weiter kommen Blau und Violett, jedoch viel weniger seitlich verschoben, als Rot und Gelb.

§ 154. Brechung des Lichtes durch sphärische Linsen. Sammel- und Zerstreuungslinsen. Unter einer sphärischen Linse versteht man im allgemeinen ein von zwei kugelförmig gekrümmten Flächen begrenztes, lichtbrechendes Medium. Nach der Wirkung, welche die Linsen auf den Gang der Lichtstrahlen ausüben, unterscheidet man Sammel- und Zerstreuungslinsen. Die ersteren sind in ihrer Wirkung den Konkavspiegeln analog, indem sie parallel ihrer Axe auffallende Lichtstrahlen konvergent machen und in einem reellen, hinter der Linse liegenden Brennpunkt vereinigen; die letzteren entsprechen den Konvexspiegeln, indem sie parallel der Axe auffallende Strahlen divergent machen, so dafs dieselben von einem vor der Linse liegenden virtuellen Brennpunkt auszugehen scheinen. Da unter den sphärisch gekrümmten Flächen die Ebene als besonderer Fall einbegriffen ist (nämlich als Teil einer Kugelfläche von unendlich grofsem Halbmesser), so kann man, je nachdem die beiden Begrenzungsflächen konvex, konkav oder eben sind, folgende sechs Gattungen von Linsen (Fig. 151) unterscheiden. Zu den Sammellinsen gehören *a* die bikonvexe,

Fig. 151.

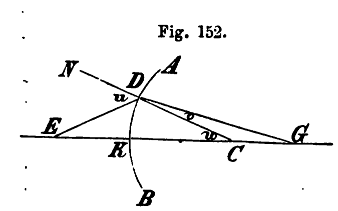


b die plankonvexe, c die konkavkonvexe, bei welcher die Krümmung der konvexen Fläche stärker ist als die der konkaven; zu den Zerstreuungslinsen gehören d die bikonkave, e die plankonkave, f die konvexkonkave Linse, bei welcher die konkave Fläche stärker gekrümmt ist als die konvexe. Die Sammellinsen sind in der Mitte dicker wie am Rande, die Zerstreuungslinsen umgekehrt.

Eine Sammellinse erzeugt, wie ein Hohlspiegel, reelle Bilder von leuchtenden Punkten, welche sich jenseits der Brennweite befinden. Die vom Brennpunkt ausgehenden Strahlen werden parallel der Axe gebrochen, oder das Bild des Brennpunktes liegt im Unendlichen. Rückt der leuchtende Punkt noch näher an die Linse heran als der Brennpunkt, so ist die Brechung nicht mehr hinreichend, um die Divergenz der Strahlen aufzuheben und die Linse erzeugt ein virtuelles, vor der Linse liegendes Bild des leuchtenden Punktes. — Zerstreuungslinsen erzeugen stets virtuelle Bilder. (Siehe § 158.)

§ 155. Brechung des Lichtes an einer sphärisch gekrümmten Fläche. Um die Gesetze der Lichtbrechung durch Linsen zu begründen, ist es erforderlich, zuvor die Brechung des Lichtes durch eine einzige Kugelfläche zu untersuchen. Es stelle AB (Fig. 152) den Durchschnitt der kugelförmigen Trennungsfläche zweier lichtbrechenden Mittel vor. Der Mittelpunkt der Kugelfläche sei C, die Brechungsexponenten der beiden Medien seien n und n'. Unter den von einem leuchtenden Punkt E ausgehenden Strahlen, welche die Kugelfläche treffen, ist der Strahl EKC ausgezeichnet, welcher ungebrochen hindurchgeht, weil seine Richtung mit der des Einfallslotes zusammenfällt. Derselbe soll der Axenstrahl des Punktes E genannt werden. Für einen zweiten Strahl ED ist CDN das Einfallslot. Es sei $n' > n$, so wird der Strahl dem Einfallslot zu gebrochen, oder der Brechungswinkel $CDG = v$ ist kleiner als der Einfallswinkel $NDE = u$, und zwar ist nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz (§§ 141, 142)

Fig. 152.



$$1. \qquad n \sin u = n' \sin v.$$

Bei hinreichender Entfernung des leuchtenden Punktes E konvergiert der gebrochene Strahl gegen die Axe und schneidet dieselbe in einem jenseits C liegenden Punkt G. Wird Winkel KCD mit w bezeichnet, so dafs $\angle DCG = 180^0 - w$ ist, so hat man im Dreieck EDC

$$2. \qquad \frac{EC}{ED} = \frac{\sin u}{\sin w}$$

und im Dreieck GDC

$$3. \qquad \frac{GC}{GD} = \frac{\sin v}{\sin w},$$

woraus mit Rücksicht auf (1.) folgt:

$$4. \qquad n \cdot \frac{EC}{ED} = n' \cdot \frac{GC}{GD}.$$

Bezeichnet r den Krümmungshalbmesser der brechenden Fläche und wird EK mit a, KG mit a' bezeichnet, so kann für Strahlen, welche mit dem Axenstrahl nicht zu grofse Winkel einschliefsen, ohne merklichen Fehler $ED = a$, $GD = a'$ gesetzt werden. Ferner ist $EC = a + r$, $GC = a' - r$; mithin geht die Gleichung (4.) über in:

$$n \cdot \frac{a+r}{a} = n' \cdot \frac{a'-r}{a'}$$

oder nach einigen einfachen Umformungen wird

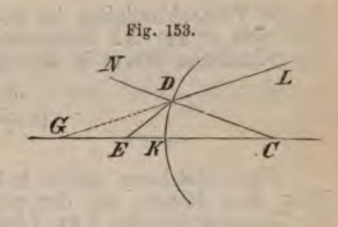
$$5. \qquad \frac{n}{a} + \frac{n'}{a'} = \frac{n'-n}{r}.$$

Die Analogie dieser Formel mit derjenigen, welche für die Reflexion an Kugelspiegeln (§ 137) gefunden wurde, ist ersichtlich. Es kann ferner leicht gezeigt

werden, daſs die Formel noch in Geltung bleibt, wenn der leuchtende Punkt so nahe an die brechende Kugelfläche heranrückt, daſs die Richtung des gebrochenen Strahles DG den Axenstrahl nicht mehr hinter, sondern vor der brechenden Fläche durchschneidet (Fig. 153). In diesem Fall ergiebt sich aus der Formel (5.) ein negativer Wert für die Vereinigungsweite a', welcher andeutet, daſs das Bild G vor der brechenden Fläche liegt, mithin ein virtuelles ist (vergl. § 137).

Um die Lichtbrechung an einer konkaven Fläche zu bestimmen, kann man in Fig. 153 LD als den einfallenden, DE als den gebrochenen Strahl betrachten. Die Formel (5.) bleibt also auch für diesen Fall gültig, wenn man in derselben a mit a' und n mit n' vertauscht. Dadurch bleibt aber die linke Seite ganz ungeändert, und die rechte Seite wechselt nur das Vorzeichen. Um also die Formel (5.) ohne Unterschied für die Brechung in konvexen und konkaven Flächen anwenden zu können, braucht man nur übereinzukommen, wenn die brechende Fläche nach der Seite des einfallenden Strahles konkav ist, ihren Krümmungshalbmesser r als negativ in Rechnung zu bringen.

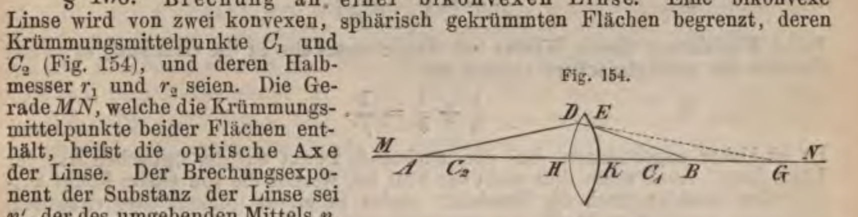
Fig. 153.



Aus den bei Herleitung der Formel (5.) gemachten Voraussetzungen geht hervor, daſs dieselbe nur annäherungsweise und unter gewissen Beschränkungen gilt, nämlich für solche Strahlen, welche mit dem Axenstrahl nur kleine Winkel einschlieſsen. Genau genommen, werden die von einem Punkt ausgehenden Strahlen durch die Brechung nicht in einem Punkt vereinigt, sondern die gebrochenen Strahlen umhüllen, wie die von einem Kugelspiegel reflektierten Strahlen (§ 140), eine reelle oder virtuelle Brennfläche.

§ 156. Brechung an einer bikonvexen Linse. Eine bikonvexe Linse wird von zwei konvexen, sphärisch gekrümmten Flächen begrenzt, deren Krümmungsmittelpunkte C_1 und C_2 (Fig. 154), und deren Halbmesser r_1 und r_2 seien. Die Gerade MN, welche die Krümmungsmittelpunkte beider Flächen enthält, heiſst die optische Axe der Linse. Der Brechungsexponent der Substanz der Linse sei n', der des umgebenden Mittels n. Auf der optischen Axe liege vor der Linse der leuchtende Punkt A. Der von A ausgehende Axenstrahl $AHKB$ geht durch beide Linsenflächen ungebrochen hindurch. Der Strahl AD wird an der vorderen Fläche der Linse so gebrochen, daſs seine Richtung DE, hinreichend verlängert, die Axe in G durchschneiden würde. Bevor er aber die Axe erreicht, erleidet er eine zweite Brechung an der hinteren Linsenfläche in E, welche ihm die Richtung EB erteilt. Es sei die Entfernung des leuchtenden Punktes von der Linse $AH = a$, die Vereinigungsweite der gebrochenen Strahlen $KB = b$, die Dicke der Linse $HK = d$. Ferner sei $HG = a'$, $KG = b'$, so daſs $a' - b' = HG - KG = d$ ist. Für die Brechung an der ersten Fläche gilt dann die Gleichung (§ 155)

Fig. 154.



$$\text{a)} \qquad \frac{n}{a} + \frac{n'}{a'} = \frac{n' - n}{r_1}.$$

Für die Brechung an der zweiten Fläche kann man BE als den einfallenden, ED als den gebrochenen Strahl betrachten und hat dann, mit Rücksicht darauf, daſs der Punkt G vor der Linse liegt, also die Entfernung KG als negativ in Rechnung zu bringen ist:

$$\text{b)} \qquad \frac{n}{b} - \frac{n'}{b'} = \frac{n' - n}{r_2}.$$

Besonders einfach gestaltet sich das aus diesen beiden Gleichungen abzuleitende Schluſsresultat, wenn die Dicke der Linse so klein ist, daſs dieselbe vernach-

lässigt und ohne merklichen Fehler $a' = b'$ gesetzt werden darf. Man erhält dann durch Addition der Gleichungen a) und b)

$$\frac{n}{a} + \frac{n}{b} = (n' - n)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right),$$

oder wenn zur Abkürzung $\frac{n'}{n} - 1 = m$ gesetzt wird:

c) $$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = m\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

Ist die Vernachlässigung der Dicke der Linse nicht gestattet, so erhält man, indem man a' aus der Gleichung a) und b' aus der Gleichung b) berechnet und die gefundenen Werte in die Gleichung $a' - b' = d$ einsetzt:

d) $$\frac{d}{m+1} = \frac{1}{\frac{m}{r_1} - \frac{1}{a}} + \frac{1}{\frac{m}{r_2} - \frac{1}{b}}.$$

Diese Gleichung, welche in Beziehung auf a und auf b vom ersten Grade ist, kann dazu dienen, aus der gegebenen Entfernung des leuchtenden Punktes a die Vereinigungsweite b zu finden und umgekehrt. Als Beispiel der Anwendung dieser Formel kann die Berechnung der Hauptbrennweite einer kugelförmigen oder halbkugelförmigen Linse dienen. (Im letzteren Fall ist zu unterscheiden, ob die parallelen Strahlen von der ebenen, oder von der konvexen Seite her einfallen. Für die ebene Fläche ist $r = \infty$ zu setzen.)

Wir beschränken uns auf die Betrachtung des einfacheren Falles, daſs die Dicke der Linse vernachlässigt werden darf. Sind die einfallenden Strahlen der Axe parallel, so ist in der Gleichung c) $a = \infty$ zu setzen. Bezeichnet man durch f die in diesem Fall stattfindende Vereinigungsweite der gebrochenen Strahlen, oder die Hauptbrennweite der Linse, so wird:

e) $$\frac{1}{f} = m\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

Durch Einführung dieses Wertes der Hauptbrennweite in die Gleichung c) nimmt dieselbe die noch einfachere Gestalt an:

f) $$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Es ist bisher angenommen, daſs der leuchtende Punkt auf der optischen Axe der Linse liegt. Auch wenn dies nicht der Fall ist, werden die von einem Punkt ausgehenden Strahlen nach der Brechung wieder in einem (reellen oder virtuellen) Bildpunkt vereinigt, wenn die von demselben ausgehenden und die Linse treffenden Strahlen nur kleine Winkel mit der optischen Axe der Linse einschlieſsen. Wie der Ort des Bildes in diesem Fall durch einfache geometrische Konstruktion gefunden werden kann, wird in § 158 erläutert werden.

§ 157. Ausdehnung des Resultats auf beliebige sphärische Linsen. Nach der oben (§ 155) gemachten Bemerkung bleiben die Formeln c) und f) in § 156 ohne Änderung auch für andere als bikonvexe Linsen gültig, wenn man den Krümmungshalbmesser einer ebenen Fläche als unendlich und den einer konkaven Fläche als negativ in Rechnung bringt. Der Wert der Hauptbrennweite f hängt von den Krümmungshalbmessern beider Linsenflächen und von dem Verhältnis der Brechungsexponenten $\frac{n'}{n}$ ab.

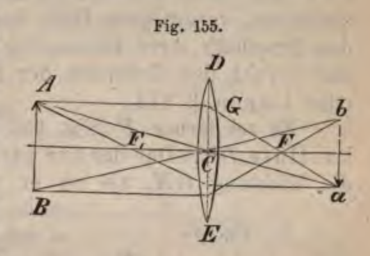
Ist die Substanz der Linse optisch dichter als das umgebende Medium, oder $n' > n$, so ist der Faktor m stets positiv. Für eine bikonvexe Linse sind r_1 und r_2, also auch ihre umgekehrten Werte $\frac{1}{r_1}$ und $\frac{1}{r_2}$ positiv, und es ergiebt sich ein positiver Wert für f, der Hauptbrennpunkt ist also reell. Für eine bikonkave Linse sind r_1 und r_2 beide negativ, mithin auch f negativ und der Hauptbrennpunkt virtuell. Haben r_1 und r_2 entgegengesetzte Vorzeichen, oder ist eine von beiden Flächen eben, so überwiegt in der Summe $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$ das

Glied, welches der stärker gekrümmten Fläche entspricht. Die Linse wirkt daher als Sammellinse oder als Zerstreuungslinse, je nachdem die stärker gekrümmte Fläche konvex oder konkav ist (§ 154).

Ist dagegen $n' < n$, so ist m negativ, und die bikonvexe Linse wirkt in diesem Fall als Zerstreuungslinse, die bikonkave als Sammellinse. Es kann dies ersichtlich gemacht werden, indem man eine aus zwei zusammengekitteten Uhrgläsern gebildete, mit Luft gefüllte Hohllinse unter Wasser bringt. Oder man drückt ein Uhrglas, die konkave Seite nach unten richtend, mit horizontalem Rand unter Wasser, wodurch die alsdann abgesperrte Luftblase die Form einer plankonvexen Hohllinse unter Wasser erhält.

§ 158. **Konstruktion der durch Linsen erzeugten Bilder.** Ist die positive oder negative Hauptbrennweite einer Linse bekannt, so lassen sich alle durch dieselbe erzeugten reellen oder virtuellen Bilder von Punkten und räumlichen Gebilden durch einfache Konstruktion finden. Es stelle z. B. DE eine Konvexlinse, AB einen vor derselben befindlichen Gegenstand vor, dessen Bild gefunden werden soll. Unter den von A auf die Linse fallenden Strahlen wähle man zunächst denjenigen Strahl AG aus, welcher der optischen Axe der Linse parallel ist.

Fig. 155.



Derselbe wird so gebrochen*), daſs er nach der Brechung durch den Brennpunkt F geht, also die Richtung GF erhält. Ist ferner C der Mittelpunkt der Linse, deren Dicke als verschwindend klein betrachtet werden soll**), so wird die Richtung des Strahles AC durch die Brechung nicht geändert, da derselbe an beiden Flächen der Linse gleiche und entgegengesetzte Brechungen erleidet. Der Strahl AF_1 endlich, welcher durch den vorderen Hauptbrennpunkt F_1 geht, wird durch die Brechung der Axe parallel. Die Richtungen der drei gebrochenen Strahlen schneiden sich, hinreichend verlängert, im Punkt a, welcher das Bild von A ist. Ebenso wird b als Bild von B gefunden. Das Bild ab des Objektes AB ist demnach ein **reelles und umgekehrtes**. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ACB und aCb folgt, daſs **die Gröſsen von Bild und Gegenstand in demselben Verhältnis stehen, wie ihre Entfernungen von der Linse**; das Bild einer geraden Linie ist also nur annähernd geradlinig (vergl. § 138). Das reelle Bild kann, wie beim Hohlspiegel (§ 137), entweder auf einem Papierschirm sichtbar gemacht, oder von einem jenseits ab in hinreichender Entfernung (§ 164) befindlichen, nach der Linse hinblickenden Auge wahrgenommen werden.

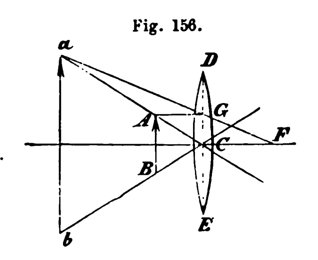
---

*) Zur Vereinfachung der Darstellung kann der Durchschnitt einer Linse ersetzt werden durch die zur Axe senkrechte Mittellinie und auf diese der Brechungspunkt eines hindurchgehenden Strahls verlegt werden (Fig. 155—157).

) Genau genommen treten, wie Gauſs (1843) gezeigt hat, anstelle des optischen Mittelpunktes für eine einfache Linse, oder ein beliebiges Linsensystem **zwei sogenannte **Hauptpunkte**, welche die Eigenschaft haben, daſs, wenn der eintretende Strahl nach dem **ersten** Hauptpunkt gerichtet ist, der austretende Strahl durch den **zweiten** Hauptpunkt geht, und seine Richtung der des einfallenden Strahles parallel ist. Bei gewöhnlichen, einfachen Glaslinsen beträgt der Abstand beider Hauptpunkte etwa $^1/_3$ der Linsendicke. Wenn diese verschwindend klein ist, so fallen beide Hauptpunkte im optischen Mittelpunkt zusammen, und die Richtungen des eintretenden und austretenden Strahles bilden **eine** gerade Linie.

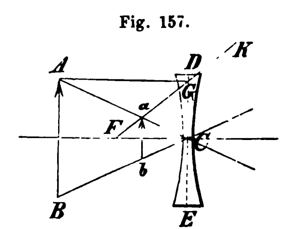
Ist die Entfernung des Gegenstandes AB (Fig. 156) kleiner als die Hauptbrennweite der Linse, so schneiden sich die Richtungen der austretenden Strahlen GF und AC nicht mehr hinter der Linse, sondern ihre Richtungen treffen, rückwärts verlängert, in dem vor der Linse gelegenen Punkt a zusammen, welcher das virtuelle Bild von A ist. Ebenso ist b das virtuelle Bild von B. Das virtuelle Bild ab des Objektes AB ist seiner Lage nach stets aufrecht und stets vergröfsert, da seine Entfernung von der Linse gröfser ist, als die des Objektes. Man erblickt das aufrechte, vergröfserte Bild, indem man durch die Konvexlinse hindurch den innerhalb ihrer Brennweite befindlichen Gegenstand betrachtet. Darauf beruht der Gebrauch der Sammellinsen als Vergröfserungsgläser oder Lupen (§ 171).

Fig. 156.



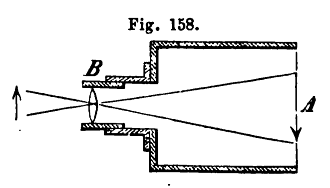
Es sei ferner F (Fig. 157) der virtuelle Hauptbrennpunkt der Konkavlinse DE. Der der Axe parallele Strahl AG erhält durch die Brechung die Richtung GK, als ob er von F ausginge. Der Strahl AC behält seine ursprüngliche Richtung bei. Es ist also a das Bild von A. Ebenso ist b das Bild von B und ab das aufrechte, virtuelle und stets verkleinerte Bild des Objektes AB, welches von einem durch die Linse nach AB hinblickenden Auge wahrgenommen wird. Das virtuelle Bild liegt immer näher an der Konkavlinse als der Gegenstand und stets innerhalb der Hauptbrennweite.

Fig. 157.



§ 159. Die Camera obscura, erfunden von Porta (1558), besteht in ihrer einfachsten Gestalt aus einem Kasten, dessen eine Wand A (Fig. 158) von einer durchscheinenden Platte aus mattgeschliffenem Glas, Ölpapier oder dgl. gebildet wird, während in einer Öffnung der gegenüberstehenden Wand eine Konvexlinse B angebracht ist. In der Regel ist die Fassung der Linse in einem kurzen Auszugsrohr angebracht, mittelst dessen die Entfernung der Linse vom Schirm A, welche nahe gleich ihrer Brennweite sein mufs, genau reguliert werden kann. Durch die Linse wird auf dem Schirm ein umgekehrtes, verkleinertes Bild der in hinreichender Entfernung von der Linse befindlichen Gegenstände entworfen (§ 158). Je näher das Objekt, desto gröfser ist die Vereinigungsweite der Strahlen. Die Entfernung der Linse vom Schirm mufs deshalb für nähere Objekte etwas vergröfsert werden, um ein scharfes Bild zu erhalten. Die Seitenwände des Kastens müssen, um fremde Lichtstrahlen und störende Reflexe abzuhalten, undurchsichtig und auf der Innenseite geschwärzt sein.

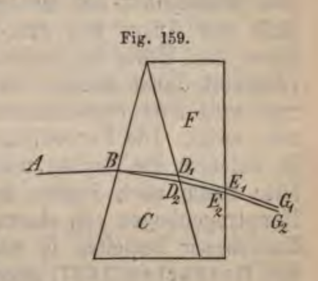
Fig. 158.



Bei der photographischen Camera (§ 152) kann die transparente Glasplatte nach erfolgter genauer Einstellung der Vereinigungsweite herausgenommen und durch eine, mit der lichtempfindlichen Kollodiumschicht überzogene Glasplatte ersetzt werden. Anstatt der einfachen Sammellinse dient ein achromatisches und aplanatisches Linsensystem (§ 160), dessen Öffnung zur Erzielung möglichst grofser Lichtstärke so grofs gewählt wird, als es mit der Schärfe des Bildes verträglich ist.

§ 160. **Achromatisches Prisma; achromatische und aplanatische Linsensysteme.** Infolge der verschiedenen Brechbarkeit der farbigen Bestandteile des weifsen Lichtes ist die Brennweite einer Linse für die verschiedenen Strahlen des Spektrums nicht gleich, sondern am kleinsten für die am stärksten brechbaren violetten, am gröfsten für die minder brechbaren, roten Strahlen. Diese chromatische Abweichung thut der Schärfe der durch Linsen erzeugten Bilder bedeutenden Eintrag, indem dieselben von farbigen Säumen umgeben erscheinen. Es war deshalb von Wichtigkeit, ein Mittel aufzufinden, um eine Ablenkung des Lichtes ohne gleichzeitige Farbenzerstreuung zu erzeugen. Dieser Zweck wird erreicht durch Kombination zweier Prismen oder Linsen, deren Substanzen bei nahe gleichem mittleren Brechungsvermögen ein sehr ungleiches Farbenzerstreuungsvermögen besitzen (§ 151).

Fig. 159.



Unter den Glassorten ist das bleihaltige Flintglas durch ein verhältnismäfsig hohes Farbenzerstreuungsvermögen ausgezeichnet. Verbindet man daher ein Crownglasprisma C (Fig. 159) mit einem Flintglasprisma F von kleinerem brechenden Winkel, so dafs die brechenden Kanten beider Prismen entgegengesetzte Lage haben, so wird bei passend gewähltem Verhältnis der brechenden Winkel die Farbenzerstreuung fast völlig, die Ablenkung aber nur zum Teil aufgehoben. Ebenso gelingt es, durch passende Kombination einer Konvexlinse von Crownglas mit einer Konkavlinse aus Flintglas, eine achromatische Doppellinse (Fig. 160) zu erhalten, welche alle Strahlen des Spektrums in gleicher Brennweite vereinigt. Die (von Newton irrtümlich für unmöglich gehaltene) Konstruktion achromatischer Objektive durch Hall (1729) und Dollond (1759) bildete einen sehr wesentlichen Fortschritt in der Vervollkommnung der optischen Instrumente.

Fig. 160.

C F

Wenn ein bei B eintretender Lichtstrahl AB durch die Brechung in ein Lichtbündel zerspalten ist, dessen Verlauf im Innern der achromatischen Prismenverbindung in der Figur 159 durch den Gang BD_1E_1 der roten, bezüglich BD_2E_2 der violetten Randstrahlen dargestellt sein soll, so müssen, wenn die Farbenzerstreuung zuletzt beseitigt sein soll, die Strahlen bei E_1 und E_2 in paralleler Richtung heraustreten, weil sie dann in ihrem weiteren Verlauf dieselbe Erscheinung darbieten, wie Strahlen, die mit doppelter Brechung durch eine planparallele Platte hindurchgegangen sind.

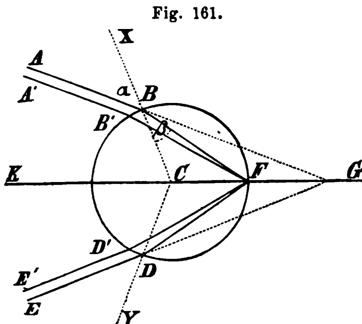
Ein zweiter Fehler der durch Linsen erzeugten Bilder besteht in der sogenannten sphärischen Aberration oder Abweichung wegen der Kugelgestalt der brechenden Fläche. Infolge dieser Abweichung werden nämlich erstens die von einem Punkt des Objekts ausgehenden Strahlen nicht genau in einem Punkt, sondern auf einer kaustischen Fläche vereinigt, und zweitens ist das Bild nicht genau geometrisch ähnlich dem Objekt, sondern zeigt Verzerrungen, welche sich namentlich an den Rändern des Gesichtsfeldes optischer Instrumente bemerkbar machen. Auch dieser Fehler kann durch passende Wahl der Krümmungshalbmesser der lichtbrechenden Flächen, namentlich wenn mehrere Linsen zu einem Objektivsystem kombiniert werden, beträchtlich vermindert werden. Eine Verbindung von Linsen, durch

welche die sphärische Abweichung möglichst vollständig aufgehoben ist, heifst ein aplanatisches Linsensystem.

Linsen aus Edelsteinen, namentlich Diamant, erfordern bei gleicher Brennweite wegen des hohen Brechungsvermögens eine geringere Krümmung der Flächen, geben daher eine geringere sphärische Aberration, doch sind sie wegen der Kostspieligkeit und Schwierigkeit ihrer Herstellung wenig in Gebrauch.

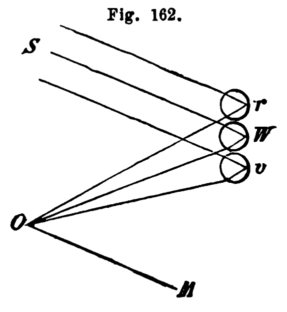
§ 161. Regenbogen. Auf der Brechung und Reflexion der Sonnenstrahlen im Innern kugelförmiger Wassertropfen beruht die Erscheinung des Regenbogens. Dieser besteht in einem farbigen Kreisbogen von etwa 41° Halbmesser, welchen man erblickt, wenn die Sonne einer regnenden Wolke gegenübersteht, oder auch, wenn der Wasserstaub eines Wasserfalles oder eines Springbrunnens von den Sonnenstrahlen beleuchtet wird. Der Mittelpunkt des farbigen Bogens liegt jederzeit auf der Verbindungslinie des Auges mit dem der Sonne diametral gegenüberstehenden, also unter dem Horizont gelegenen, Punkt der Himmelskugel. Der Regenbogen erscheint daher flacher bei höherem, höher bei niederem Stand der Sonne und wird zum vollständigen Halbkreis, wenn die Sonne gerade im Horizont steht. Die Farbenfolge des Regenbogens gleicht der eines Spektrums, in welchem die Farben unvollständig getrennt sind, und zwar ist der violette Saum nach innen, der rote nach aufsen gekehrt. Häufig ist der Hauptregenbogen von einem etwas blasseren Nebenregenbogen von gröfserem Halbmesser begleitet, in welchem die Farbenfolge die umgekehrte ist. Die von Descartes (1637) gegebene Erklärung des Regenbogens ist im wesentlichen die folgende: Die in paralleler Richtung auf einen Wassertropfen fallenden Sonnenstrahlen werden durch die Brechung und Reflexion im Innern des Tropfens im allgemeinen in divergierenden Richtungen zerstreut. Gewisse Strahlen werden aber, nachdem sie eine einmalige Reflexion im Innern des Tropfens erlitten haben, vorzugsweise nach einer bestimmten Richtung zurückgeworfen und machen deshalb einen stärkeren Eindruck auf das Auge. Dies findet nämlich statt, wenn die benachbarten, in paralleler Richtung den Tropfen treffenden Strahlen AB, $A'B'$ (Fig. 161), nachdem sie nach F gebrochen und von da nach D (D') reflektiert worden sind, nicht in divergierender, sondern wieder in paralleler Richtung austreten.

Fig. 161.



Diese wirksamen Strahlen bilden nun, wie unten gezeigt wird, mit den eintretenden Strahlen einen Winkel von etwa 41°, der aber, infolge der Verschiedenheit der Brechungsexponenten, für die roten Strahlen etwas gröfser ist als für die violetten, indem er für jene 42° 30′, für diese 40° 40′ beträgt. Das Auge eines in O (Fig. 162) befindlichen Beobachters wird also in einer Richtung rO, die mit $OM \parallel SW$ einen Winkel von $42\frac{1}{2}°$ einschliefst, vorzugsweise von roten, in der Richtung vO, die mit OM einen

Fig. 162.



Winkel von 40^0 $40'$ bildet, von violetten Strahlen getroffen werden. Denkt man sich die Figur um *OM* als Axe gedreht, so sieht man, dafs die roten Strahlen einen Bogen von 42^0 $30'$, die violetten einen Bogen von 40^0 $40'$ Halbmesser um den der Sonne gegenüberliegenden Punkt der Himmelskugel bilden müssen. In ähnlicher Weise entsteht der Nebenregenbogen durch Strahlen, welche nach zweimaliger, innerer Reflexion (Fig. 163) aus dem Wassertropfen austreten. Die wirksamen roten Strahlen bilden alsdann mit den eintretenden einen Winkel von 50^0 $6'$, während dieser Winkel für die violetten Strahlen 53^0 $29'$ beträgt.

Ist C (Fig. 161) der Mittelpunkt des Wassertropfens, so bildet CBX das Einfallslot für den einfallenden Strahl AB. Der Einfallswinkel ABX werde mit α, der Brechungswinkel CBF mit β bezeichnet. Im Punkt F tritt ein Teil des Strahles aus dem Wassertropfen aus; dieser Teil hat jedoch, da er nicht in das Auge gelangt, für die Erklärung des Regenbogens keine Bedeutung. Ein anderer Teil wird in der Richtung FD reflektiert und tritt bei D aus, indem er nach DE gebrochen wird. Da die Dreiecke BCF und FCD gleichschenklig sind, und nach dem Reflexionsgesetz $\angle BFC = CFD$ ist, so sind die 4 Winkel an den Grundlinien dieser Dreiecke einander gleich und $FDC = \beta$, mithin $\angle EDY = \alpha$. Verlängert man die Richtungen des einfallenden und des austretenden Strahles, bis sie sich in G durchschneiden, so ist $\angle AGE = \delta$ der Winkel, welchen die austretenden mit den einfallenden Strahlen einschliefsen, und wenn der benachbarte Strahl $A'B'$ in einer mit DE parallelen Richtung $D'E'$ austreten soll, so mufs $\delta' = \delta$ sein. Es ist aber $\angle KCB = CBG + CGB$, und da $KCB = 2\beta$, $CBG = \alpha$, $CGB = \frac{1}{2}\delta$ ist, so ergiebt sich $\frac{1}{2}\delta = 2\beta - \alpha$, ebenso $\frac{1}{2}\delta' = 2\beta' - \alpha'$. Die Bedingung des parallelen Austritts ist also, dafs $2\beta - \alpha = 2\beta' - \alpha'$, oder $\alpha - \alpha' = 2(\beta - \beta')$ sei. Wird die sehr kleine Differenz $\alpha - \alpha'$ mit x, $\beta - \beta'$ mit y bezeichnet, so dafs also $\alpha' = \alpha - x$, $\beta' = \beta - y$ ist, so mufs $x = 2y$ sein. Nach dem Brechungsgesetz hat man

$$\sin\alpha = n \sin\beta,$$
$$\sin(\alpha - x) = n \sin(\beta - y),$$

folglich:

$$\sin\alpha - \sin(\alpha - x) = n\,[\sin\beta - \sin(\beta - y)]$$

oder:

$$2 \sin\frac{1}{2}x \cos(\alpha - \frac{1}{2}x) = 2\,n \sin\frac{1}{2}y \cos(\beta - \frac{1}{2}y).$$

Da die Sinus sehr kleiner Winkel den entsprechenden Bogen proportional sind, und da ohne merklichen Fehler $\cos\alpha$ für $\cos(\alpha - \frac{1}{2}x)$ und $\cos\beta$ für $\cos(\beta - \frac{1}{2}y)$ gesetzt werden darf, so wird

$$x \cos\alpha = ny \cos\beta,$$

und da zum parallelen Austritt die Bedingung

$$x = 2y$$

erforderlich war, so ergiebt sich:

$$2 \cos\alpha = n \cos\beta,$$

mithin:

$$4 \cos\alpha^2 = n^2 \cos\beta^2,$$

und da:

$$\sin\alpha^2 = n^2 \sin\beta^2,$$

so folgt:

$$1 + 3 \cos\alpha^2 = n^2$$

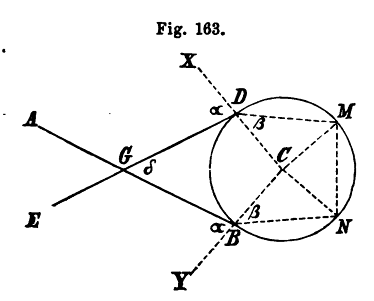
und:

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}}.$$

Für rote Strahlen ist $n = 1{,}330$ mithin $\alpha = 59^0\,35'$, $\beta = 40^0\,25'$, $\delta = 42^0\,30'$.
Für violette Strahlen ist $n = 1{,}343$ „ $\alpha = 58^0\,50'$, $\beta = 39^0\,35'$, $\delta = 40^0\,40'$.
Also die Breite des Regenbogens gleich . . . . $1^0\,50'$.

Durch den Umstand, daſs die Sonne nicht ein leuchtender Punkt ist, sondern als Scheibe von etwas mehr als $1/2^0$ Durchmesser erscheint, wird die Breite des Regenbogens noch um so viel vergröſsert. Aus demselben Grunde ist die Trennung der Farben des Spektrums im Regenbogen keine vollständige.

Fig. 163.



Für den Nebenregenbogen sei $ABNMDE$ der Weg des im Innern des Tropfens bei M und N zweimal reflektierten Strahles. Im Fünfeck $GDMNB$ ist jeder der Winkel GDM und $GBN = \beta + 180^0 - \alpha$, jeder der Winkel DMN und $BNM = 2\beta$, also die Summe dieser vier Winkel $360^0 + 6\beta - 2\alpha$. Da alle Winkel des Fünfecks zusammen 6 R oder 540⁰ betragen, so ergiebt sich der fünfte Winkel

$$\delta = 180^0 + 2\alpha - 6\beta.$$

Als Bedingung des Parallelismus der austretenden Strahlen ergiebt sich daraus $3(\beta' - \beta) = \alpha' - \alpha$ oder:

$$x = 3y,$$

woraus, auf ähnliche Weise wie oben, folgt:

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{8}}.$$

Für rote Strahlen wird $\alpha = 71^0\,56{,}4'$, $\beta = 45^0\,37{,}8'$, $\delta = 50^0\;\;6'$.
Für violette Strahlen wird $\alpha = 71^0\,31{,}4'$, $\beta = 44^0\,55{,}7'$, $\delta = 53^0\,29'$.
Mithin die Breite des Nebenregenbogens gleich . . $3^0\,23'$,
wobei dieselbe Bemerkung gilt, wie oben. Die in divergierenden Richtungen zerstreuten Strahlen schlieſsen mit den einfallenden Strahlen beim Hauptregenbogen kleinere, beim Nebenregenbogen gröſsere Winkel ein, als die wirksamen Parallelstrahlen. Es erklärt sich daraus, daſs die zwischen beiden Bogen liegende, etwa $7^1/_2{}^0$ breite Zone dunkler erscheint, als die innerhalb des Hauptbogens und auſserhalb des Nebenbogens liegenden Teile der Wolke.

Das Auge und das Sehen.

§ 162. Das Auge. Die Wahrnehmung der Lichtempfindungen geschieht vermittelst des Sehnerven (nervus opticus), welcher sich in der Netz- oder Nervenhaut des Augapfels ausbreitet. Der Augapfel liegt im Innern der von den Schädel- und Gesichtsknochen gebildeten Augenhöhle, von Fett und Bindegewebe umgeben. Die Bewegungen des Augapfels werden durch vier gerade und zwei schiefe Augenmuskeln bewirkt, welche sich einerseits an die Knochen der Augenhöhle, andererseits an die äuſsere, weiſse oder harte Haut des Augapfels ansetzen. Als äuſsere Schutzorgane des Augapfels dienen die mit Wimpern besetzten Augenlider und die in der Augenhöhle über dem äuſseren Augenwinkel liegende Thränendrüse, welche die Thränenfeuchtigkeit absondert.

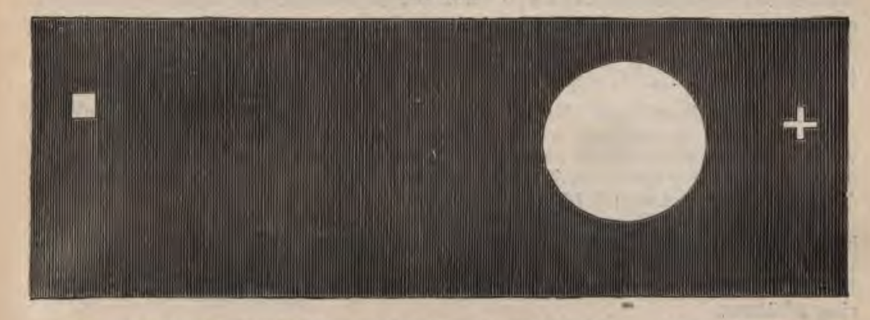
Der Augapfel selbst, in Fig. 164 im Durchschnitt dargestellt, hat die Gestalt eines etwas abgeplatteten Sphäroids, indem der Axendurchmesser von vorn nach hinten etwas kürzer ist, als der Querdurchmesser. Äuſserlich ist derselbe von einer weiſsen Haut aus festem, sehnigem Gewebe (tunica sclerotica) *a* umgeben. Der vorderste Teil derselben *b* wird von der durchsichtigen und stärker gewölbten Hornhaut (cornea) gebildet. Die Innenfläche der sclerotica wird, bis zu ihrer Vereinigungsstelle mit der cornea, von der Aderhaut (chorioidea) ausgekleidet, welche gröſstenteils aus feinen Blutgefäſsen gebildet und auf ihrer inneren Seite von einer Schicht von Zellen bedeckt ist, die einen schwarzen Farb-

stoff (Pigment) enthalten. Diese Pigmentschicht verhindert die Reflexion des Lichtes von den Innenwänden des Augapfels. (Das Pigment fehlt bei den sogenannten Albinos unter Menschen und Tieren, z. B. den meisten Kaninchen, ferner im sogenannten *tapetum* mancher Säugetiere.) Eine Fortsetzung der Aderhaut bildet die ringförmige, farbige Regenbogenhaut (iris) *d*. Diese ist von einer (beim Menschen kreisrunden) Öffnung, der Pupille, durchbrochen, durch welche die Lichtstrahlen in das Innere des Auges eindringen. Die Regenbogenhaut enthält ein System ringförmiger und ein System radialer Muskelfasern, mittelst deren die Pupille verengt und erweitert und demnach die in das Auge eingelassene Lichtmenge nach Bedürfnis reguliert werden kann. Auf der Innenseite der Aderhaut breitet sich in der Netz- oder Nervenhaut (retina) *e* der Sehnerv *f* aus, dessen Fasern die äufseren Häute des Augapfels durchbrechen, während die Nervenscheide desselben in die sclerotica übergeht. Die Eintrittsstelle des Sehnerven liegt nicht der Pupille genau gegenüber in der Axe des Auges, sondern etwas mehr nach der Innenseite und ist dadurch bemerkbar, dafs die Netzhaut an dieser Stelle, dem Mariotteschen blinden Fleck, empfindungslos ist (s. u.). Bemerkenswert ist ferner der gelbe Fleck (macula lutea) der Netzhaut *g*, als die Stelle, mittelst welcher die Lichteindrücke am deutlichsten wahrgenommen werden, und auf welche das Bild desjenigen Gegenstandes fällt, auf den wir die Augenaxe richten.

Fig. 164.



Fig. 164a.



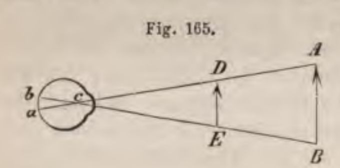
Zum Nachweis des blinden Flecks dient Fig. 164a. Man schliefse das linke Auge, fixiere mit dem rechten das weifse Quadrat und nähere die Figur dem Auge bis auf etwa 25 cm, so wird der weifse Kreis verschwinden, weil die von ihm ausgehenden Lichtstrahlen die Netzhaut innerhalb des blinden Fleckes erreichen, während das Kreuz sichtbar bleibt. In weiterer Entfernung kommt der Kreis wieder zur Erscheinung.

Auf der Netzhaut wird ein umgekehrtes, verkleinertes Bild der vor dem Auge befindlichen Gegenstände durch die Brechung des Lichtes in den durchsichtigen Augenmedien erzeugt (§ 158). Die Krystalllinse *h* ist ein äufserst durchsichtiger, farbloser, bikonvexer Körper, dessen vordere, der Pupille zugewendete Fläche weniger gewölbt ist, als die hintere. Dieselbe besteht aus zahlreichen, über einander gelagerten Schichten, deren Festigkeit und Lichtbrechungsvermögen von aufsen nach innen zunimmt.

Sie wird von der **Linsenkapsel** umschlossen und durch den **Strahlenkörper** (ligamentum ciliare) *c* in ihrer Lage, dicht hinter der Regenbogenhaut, festgehalten. Der kleinere, vordere Raum des Augapfels *i*, zwischen der Hornhaut und Regenbogenhaut, ist mit der wäſsrigen Feuchtigkeit (humor aqueus), der hintere Raum *k*, zwischen Linse und Netzhaut, mit dem gallertartigen Glaskörper (humor vitreus) ausgefüllt.

§ 163. **Sehwinkel, scheinbare Gröſse.** Unter den von einem leuchtenden Punkt in das Auge gelangenden Lichtstrahlen ist einer, dessen Richtung durch die Brechung in den Augenmedien keine bleibende Änderung erleidet (vergl. § 158), und welcher der **Haupt-** oder **Richtungsstrahl** dieses Punktes genannt wird. Die Hauptstrahlen sämtlicher Punkte eines vor dem Auge befindlichen Gegenstandes, dessen umgekehrtes Bild auf der Netzhaut entsteht, kreuzen sich in einem Punkt im Inneren des Auges, welcher dem optischen Mittelpunkt (§ 158) einer Linse analog ist und der **Kreuzungspunkt** der Richtungsstrahlen heiſst. Derselbe liegt innerhalb der Krystalllinse, in der Nähe ihrer hinteren Grenzfläche. Der von den Richtungsstrahlen zweier Punkte A und B (Fig. 165) eingeschlossene Winkel AcB heiſst der **Sehwinkel**, unter welchem uns die Verbindungslinie der beiden Punkte erscheint. Zwei Gegenstände von sehr verschiedener Gröſse DE und AB können uns unter gleichem Sehwinkel erscheinen, wenn sie sich in verschiedenen Entfernungen vom Auge befinden. Mit wachsender Entfernung nimmt der Sehwinkel ab. Da die **scheinbare Gröſse**, in welcher wir einen Gegenstand erblicken, nur durch den Sehwinkel bestimmt ist, so ist zur Beurteilung der wahren Gröſse auſserdem die Kenntnis der Entfernung erforderlich, in welcher sich der Gegenstand befindet.

Fig. 165.



Ein unrichtiges Urteil über die Entfernung eines Körpers hat daher zugleich eine fehlerhafte Beurteilung seiner wahren Gröſse zur Folge. Ein Körper, den wir für näher halten, als er ist, erscheint uns gleichzeitig zu klein, ein Körper, dessen Entfernung wir überschätzen, zu groſs. Über die Mittel zur Schätzung der Entfernung s. unten § 168.

Sonne und Mond erscheinen uns unter nahezu gleichem Sehwinkel, oder haben gleichen scheinbaren Durchmesser von etwa 31′, indem erstere zwar dem Durchmesser nach 400 mal gröſser, aber auch 400 mal entfernter ist als letzterer. Beide erscheinen uns viel kleiner als sie sind, weil wir ihre Entfernung zu gering schätzen.

§ 164. **Sehweite, Accommodation, Fernsichtigkeit und Kurzsichtigkeit.** Damit ein scharfes Bild eines vor dem Auge befindlichen Gegenstandes auf der Netzhaut entstehe, der Gegenstand also **deutlich** gesehen werden könne, muſs sich derselbe in einer bestimmten Entfernung vom Auge, der **Weite des deutlichen Sehens**, befinden (§§ 156, 159). Diese beträgt im Mittel bei gesunden Augen etwa 24 cm (9 Zoll). Bei **Kurzsichtigen** ist sie geringer, bei **Weitsichtigen** gröſser. Bei ersteren vereinigen sich die Strahlen infolge zu starker Wölbung der Krystalllinse oder der Hornhaut schon vor der Netzhaut, so daſs der Gegenstand dem Auge **näher** gerückt werden muſs, um auf der Netzhaut ein deutliches Bild zu erzeugen; das Umgekehrte findet bei Weitsichtigen

statt. Ersterem Fehler kann durch konkave, letzterem durch konvexe Brillengläser abgeholfen werden.

Die Entfernung des deutlichen Sehens ist jedoch für das Auge nicht, wie die Bildweite anderer optischen Instrumente, eine unveränderlich bestimmte. Das Auge besitzt nämlich die Fähigkeit, sich der Entfernung des gesehenen Gegenstandes innerhalb gewisser Grenzen anzupassen oder zu accommodieren. Der nächste Punkt, für den sich ein normales Auge noch vollständig zu accommodieren vermag, pflegt in etwa 12 cm Entfernung zu liegen. Durch die Untersuchungen von Helmholtz (1855) ist festgestellt worden (angedeutet in Fig. 164), dafs die Accommodation hauptsächlich durch eine Änderung der Krümmung der vorderen Fläche der Krystalllinse bewirkt wird. (Th. Young, 1801). Aufserdem verengt sich die Pupille bei der Accommodation für die Nähe und erweitert sich beim Sehen in die Ferne. Denselben Erfolg hat jedoch auch ein Wechsel in der Helligkeit der Beleuchtung.

Befindet sich ein Gegenstand nicht in der deutlichen Sehweite, oder innerhalb des Bereiches der Accommodationsfähigkeit des Auges, so erzeugt ein leuchtender Punkt des Gegenstandes auf der Netzhaut nicht einen Bildpunkt, sondern einen kleinen Zerstreuungskreis, und durch das Übereinandergreifen der Zerstreuungskreise benachbarter Punkte wird das Netzhautbild undeutlich. Um dies zu veranschaulichen und um die Grenze des Accommodationsvermögens genau zu bestimmen, dient am besten der Scheinersche Versuch (1619). Sticht man in ein Kartenblatt dicht neben einander zwei feine Löcher, deren Abstand kleiner sein mufs als der Durchmesser der Pupille, und betrachtet durch die dicht vor das Auge gehaltenen Öffnungen eine Nadelspitze, so erscheint dieselbe einfach, wenn sie sich innerhalb des Bereichs des deutlichen Sehens befindet, dagegen doppelt, wenn sie diesseits oder jenseits der Grenzen der Accommodationsfähigkeit befindlich ist. Durch die Öffnungen werden aus dem von einem Punkt des Objekts auf die Pupille fallenden Strahlenbündel zwei Strahlen ausgesondert, die sich in einem Punkt der Netzhaut vereinigen, wenn der Gegenstand in der deutlichen Sehweite ist, sonst aber anstatt des Zerstreuungskreises zwei getrennte Bilder erzeugen. Die mit der Lichtbrechung im Auge verbundene Farbenzerstreuung ist zwar verhältnismäfsig gering und beim gewöhnlichen Sehen nicht bemerkbar, doch läfst sich ihr Vorhandensein durch verschiedene Versuche nachweisen, welche zeigen, dafs die Grenzen der Accommodationsweite für rote und für violette Strahlen verschieden sind.

Um deutlich wahrgenommen zu werden, mufs das Netzhautbild im allgemeinen eine gewisse Gröfse haben. Zwar sind Objekte von grofser Lichtstärke, wie die Fixsterne, selbst bei verschwindend kleinem Sehwinkel (§ 163) noch sichtbar; um aber zwei Lichtpunkte noch getrennt wahrnehmen zu können, mufs ihr scheinbarer Abstand unter den günstigsten Verhältnissen etwa eine Bogenminute betragen. In der deutlichen Sehweite von 24 cm können demnach zwei helle Linien oder Punkte nicht mehr getrennt wahrgenommen werden, deren Abstand weniger als 0,07 mm beträgt.

§ 165. Dauer der Lichteindrücke. Ein schnell bewegter, leuchtender oder glänzender Körper erscheint dem Auge als zusammenhängender Lichtstreif; die Speichen eines schnell rollenden Rades können nicht einzeln unterschieden werden. Eine um ihren Mittelpunkt schnell rotierende Scheibe, deren Sektoren abwechselnd schwarz und weifs bemalt sind, erscheint gleichförmig grau; sind die Sektoren abwechselnd verschieden gefärbt, so erblickt man eine Mischfarbe. Werden die Sektoren in entsprechender Breite und Helligkeit mit den Farben des Spektrums bemalt, so kann man annähernd reines Weifs aus denselben zusammensetzen (§ 145). Im momentanen Licht des elektrischen Funkens dagegen (§ 280) erscheint der Farbenkreisel ruhend mit vollständig getrennten Farben. Diese Erscheinungen finden ihre Erklärung in dem Umstand, dafs die Licht-

empfindung oder der Reizungszustand der Netzhaut nicht genau gleichzeitig mit dem Bild verschwindet, sondern noch kurze Zeit andauert. Intermittierende Lichteindrücke, welche in Intervallen von etwa $^1/_{20}$ Sekunde auf einander folgen, können nicht mehr getrennt wahrgenommen werden.

Auf der Dauer der Lichteindrücke beruhen mehrfache optische Täuschungen, wie bei den stroboskopischen Scheiben von Stampfer (1832) (Phänakistoskop nach Plateau) und Plateaus Anorthoskop (1836).

Irradiation. Ein weifses Quadrat auf schwarzem Grunde erscheint gröfser als ein in Wirklichkeit genau gleiches, schwarzes Quadrat auf weifsem Grunde (Fig. 166). Diese und analoge Erscheinungen erklären sich durch die sogenannte Irradiation. Von dem unmittelbar von einem Lichtreiz getroffenen Teile der Netzhaut verbreitet sich nämlich der Reizzustand, auch bei vollkommener Accommodation, auf die unmittelbar benachbarten Teile und läfst so die vom Reiz getroffene Stelle etwas gröfser erscheinen, als sie in Wirklichkeit ist.

Fig. 166.

§ 166. Positive und negative Nachbilder, subjektive Farbenerscheinungen. Wenn man das Auge, nachdem es von einem sehr intensiven Lichteindruck, z. B. von direktem Sonnenlicht, getroffen worden ist, auf einen dunklen Hintergrund richtet, oder es schliefst, so erblickt man an der dem Ort des Lichtreizes entsprechenden Stelle einen hellen, meist farbigen Fleck, oder ein sogenanntes positives Nachbild, welches allmählich schwächer wird, und nachdem es durch verschiedene Farbentöne hindurchgegangen ist, verschwindet. Dasselbe erklärt sich durch einen längere Zeit andauernden Reizungszustand der vom Licht getroffenen Stelle der Netzhaut. Das farbige Abklingen des Nachbildes beweist zugleich, dafs die Dauer des durch die verschiedenen Farben erzeugten Reizungszustandes des Sehnerven eine verschiedene ist. War das Auge vorher an Dunkelheit gewöhnt, so genügen schon viel schwächere Lichteindrücke, z. B. der Anblick des hellen Himmels durch ein Fenster, um positive Nachbilder zu erzeugen.

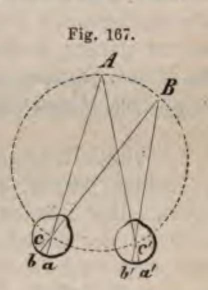
Blickt man hingegen, nachdem man einen hellen Gegenstand einige Zeit lang fixiert hat, auf eine gleichmäfsig helle, weifse Fläche, so sieht man an der dem früheren Ort des Gegenstandes entsprechenden Stelle einen dunklen Fleck von gleicher Form, ein negatives Nachbild; legt man ein aus schwarzem Papier geschnittenes Quadrat auf eine weifse Fläche und entfernt dasselbe plötzlich, nachdem man es einige Zeit fixiert hat, so erscheint an der entsprechenden Stelle ein helles Quadrat. Die Entstehung dieser negativen Nachbilder beruht darauf, dafs durch den vorhergegangenen Lichteindruck die Empfindlichkeit der Netzhaut an der entsprechenden Stelle abgestumpft wird. Nach längerem Aufenthalt im Dunkeln blendet schon das mäfsige Tageslicht, und umgekehrt mufs sich das Auge nach dem Eintritt in ein dunkles Zimmer erst an die Dunkelheit gewöhnen, d. h. sich von den vorhergegangenen stärkeren Lichteindrücken ausruhen, bevor es die Gegenstände deutlich zu unterscheiden vermag. Wird ein farbiges, z. B. rotes Papier, auf weifsem Grunde fixiert und dann plötzlich entfernt, oder durch veränderte Richtung der Augenaxe eine andere Stelle des weifsen Grundes fixiert, so erblickt man ein Nachbild in der komplementären Farbe (§ 147), also grün. Durch die Betrachtung des roten Papiers ist die Empfindlichkeit der getroffenen Netzhautstelle

für die roten Strahlen des weifsen Lichtes abgestumpft, und es überwiegt die Reizung durch diejenigen Strahlen, die in dem roten Licht nicht enthalten waren, und deren Zusammensetzung das komplementäre Grün erzeugt.

Man nennt die so erzeugten Nachbilder und Farbenerscheinungen subjektive, weil dieselben nicht dem wirklichen betrachteten Gegenstand angehören, sondern nur in der subjektiven Beschaffenheit des Auges ihren Grund haben. Überhaupt wird unser Urteil über Farbenerscheinungen wesentlich durch den Kontrast beeinflufst. Gasflammen, deren Licht, für sich betrachtet, völlig weifs erscheint, zeigen in der Dämmerung oder bei Mondschein, am meisten bei elektrischer Beleuchtung, eine stark rötliche Färbung. In der Abenddämmerung erscheinen die durch eine Kerzenflamme verursachten Schatten, die vom Tageslicht getroffen werden, bläulich, die vom Tageslicht geworfenen Schatten dagegen, welche vom Kerzenlicht beleuchtet werden, rötlich gefärbt, während wir Lichter und Schatten für farblos halten, wenn nur Tageslicht oder nur Kerzenlicht vorhanden ist. — Läfst man durch zwei nebeneinander befindliche Öffnungen des Fensterladens Lichtstrahlen in ein dunkles Zimmer fallen, so erzeugen dieselben auf einem weifsen Papierschirm zwei helle Flecke. Bedeckt man eine Öffnung mit einem roten Glase, so erscheint der von der anderen Öffnung herrührende weifse Fleck grün, und umgekehrt.

§ 167. Binokulares Sehen. Obgleich wir die uns umgebenden Gegenstände mit zwei Augen betrachten, so kombinieren wir doch in der Regel beide Gesichtseindrücke in der Vorstellung zu einem einzigen Bilde. Wir sehen nämlich einen Gegenstand einfach, wenn seine Bilder in beiden Augen auf entsprechende Stellen der Netzhaut fallen. Wenn wir einen Punkt A (Fig. 167) fixieren, so richten wir beide Augenaxen auf diesen Punkt, so dafs sein Bild in jedem Auge auf das Centrum der Netzhaut, den Punkt des deutlichsten Sehens (§ 162), fällt. Diese Punkte a, a' sind entsprechende, und der Punkt A wird einfach gesehen. Es entsprechen einander ferner diejenigen Punkte beider Netzhäute, welche vom Punkt a gleich weit und in gleicher Richtung entfernt sind. So wird der Punkt B mit A zugleich einfach gesehen, wenn $ab = a'b'$ ist.

Fig. 167.



Liegen beide Punkte in einer durch die optischen Mittelpunkte beider Augen c, c' gelegten Ebene, so mufs $\angle AcB = \angle Ac'B$ sein, woraus folgt, dafs nur diejenigen in dieser Ebene gelegenen Punkte mit A gleichzeitig einfach gesehen werden können, welche auf der Peripherie eines durch c, c' und A gelegten Kreises liegen, welchen man den Horopterkreis nennt. Dafs wir in der That alle übrigen Gegenstände doppelt sehen, wenngleich bei mangelhafter Aufmerksamkeit die Doppelbilder in der Regel nicht zum Bewufstsein kommen, läfst sich durch den Versuch leicht nachweisen. Betrachtet man gleichzeitig mit Aufmerksamkeit zwei in verschiedener Entfernung von den Augen, in der Mittellinie gelegene Gegenstände A, B (Fig. 168), z. B. zwei in vertikaler Richtung vor das Gesicht gehaltene Stäbchen, so wird, wenn man einen von beiden Körpern fixiert, der andere jedesmal doppelt gesehen. Fixiert man z. B. den entfernteren Punkt A, so fallen seine Bilder in beiden Augen auf die identischen Axenpunkte a, a'. Die beiden Bilder des Punktes B dagegen fallen auf die Punkte b, b', welche auf entgegengesetzten Seiten des Axenpunktes liegen, also einander nicht entsprechen. Doppelbilder entstehen ferner, wenn die Richtungen der Augenaxen durch mechanischen Druck, oder durch ungeregelte Bewegungen der Augenmuskeln (beim Schielen) in eine nicht entsprechende Lage gebracht werden.

Fig. 168.



§ 168. Beurteilung der Entfernung. Um den Punkt A (Fig. 168) zu fixieren, d. h. um denselben einfach und möglichst deutlich zu sehen, müssen die Augenaxen unter einem spitzeren Winkel konvergieren, als bei der Fixierung eines näher gelegenen Punktes B. Bei Betrachtung eines sehr entfernten Gegenstandes sind beide Augenaxen parallel gerichtet. Der Grad der Konvergenz der Augenaxen kann daher als Hilfsmittel für die Beurteilung der Entfernungen dienen. In der That ist unser Urteil über die Entfernung der Gegenstände bei Betrachtung mit zwei Augen viel sicherer als mit einem Auge, wie man sich z. B. beim Einfädeln einer Nähnadel überzeugen kann. Aufserdem wird das Urteil über die Entfernung unterstützt durch die Verschiedenheit der Accommodation für nahe und entfernte Gegenstände, durch den Sehwinkel (§ 163), unter welchem uns Gegenstände von bekannter, absoluter Gröfse erscheinen, durch Wahrnehmung zwischenliegender Gegenstände von bekannter Entfernung, Trübung des Lichts durch zwischenliegende Luftschichten, u. s. w. Trotz aller dieser Momente, die zur Beurteilung der Entfernungen beitragen, ist dieselbe unter ungewohnten Umständen grofsen Täuschungen ausgesetzt. Vertikale Entfernungen werden im Verhältnis zu horizontalen zu gering geschätzt. Auf hohen Bergen, über Wasserflächen werden bei Mangel zwischenliegender Gegenstände die Entfernungen von Ungeübten ebenfalls stets zu gering geschätzt. Urteil über Gröfse und Entfernung von Sonne und Mond, je nach der Höhe über dem Horizont. Scheinbar abgeflachte Gestalt des Himmelsgewölbes.

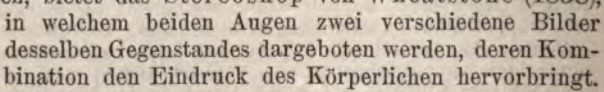
169. Körpersehen, Stereoskop. Betrachten wir einen Körper mit beiden Augen, so sind die Bilder auf beiden Netzhäuten nicht kongruent. Der Körper müfste vielmehr, um sich beiden Augen nach einander in der gleichen Lage darzubieten, um einen gewissen Winkel gedreht werden. Es können daher auch, genau genommen, nur die Bilder des gerade fixierten Punktes des Körpers auf identische Netzhautstellen fallen, und indem wir nach einander verschieden entfernte Punkte des Körpers fixieren und dabei die Konvergenz der Augenaxen verändern, gewinnen wir die Vorstellung von der Ausdehnung des Körpers in der Tiefenrichtung, welche allerdings durch den Einflufs der Beleuchtung, die Verteilung von Licht und Schatten wesentlich unterstützt wird. Eine interessante Erläuterung der Beurteilung der körperlichen Dimensionen beim Sehen mit zwei Augen, bietet das Stereoskop von Wheatstone (1838),

in welchem beiden Augen zwei verschiedene Bilder desselben Gegenstandes dargeboten werden, deren Kombination den Eindruck des Körperlichen hervorbringt.

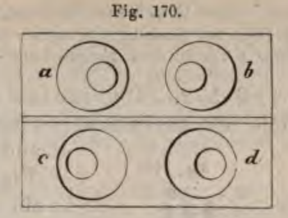
Fig. 169.



In der bequemeren Form, welche dem Instrument durch Brewster gegeben worden ist (als Prismenstereoskop), hat dasselbe folgende Einrichtung. Der Kasten des Stereoskops ist durch eine Scheidewand A (Fig. 169) in zwei Abteilungen geteilt, deren jede eines der beiden zusammengehörigen Bilder B, B' enthält. Dieselben werden durch die prismatischen Linsenstücke C, C' betrachtet, welche aus derselben Linse geschnitten sind und die Bilder vergröfsern, gleichzeitig aber durch ihre prismatische Form dazu dienen, dieselben einander zu nähern und ihre Vereinigung zu einem Gesichtseindruck B_0 zu erleichtern. Bei einiger Übung ist es leicht, zwei zusammengehörige stereoskopische Zeichnungen durch gleichzeitige Betrachtung mit beiden Augen, auch ohne Instrument,

zu kombinieren. Ein gerader Kegelstumpf würde, von obenher mit dem linken Auge betrachtet, den Anblick *a* (Fig. 170), mit dem rechten, den Anblick *b* gewähren, ein hohlkegelförmiger Trichter hingegen würde, mit dem linken Auge betrachtet, wie *c*, mit dem rechten betrachtet, wie *d* erscheinen. Die stereoskopische Kombination der beiden Bilder *a* und *b* macht daher den Eindruck eines erhabenen, die von *c* und *d* den eines vertieften Kegelstumpfes.

Fig. 170.

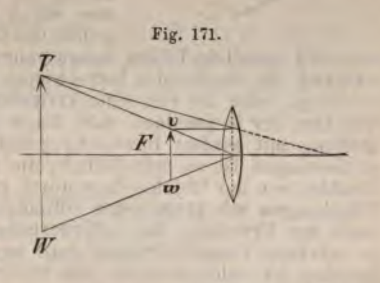


Mikroskop und Fernrohr.

§ 170. Um einen Gegenstand deutlich zu sehen, ist es erforderlich, dafs sich derselbe, oder sein optisches Bild in der deutlichen Sehweite (§ 164) befinde, welche für ein normales Auge im Mittel 24 cm (9 par.") beträgt. Der Zweck der Mikroskope und Teleskope ist, von Gegenständen, welche entweder zu klein oder zu fern sind, um mit blofsem Auge deutlich gesehen zu werden, Bilder zu erzeugen, welche 1) in der deutlichen Sehweite liegen, 2) unter hinreichend grofsem Sehwinkel und 3) hell genug erscheinen, um den Gegenstand deutlich erkennen zu lassen.

§ 171. Die Lupe oder das einfache Mikroskop besteht in einer einfachen Sammellinse von kurzer Brennweite, oder in einer Kombination von mehreren solchen Linsen. Da wir die Gegenstände nur in einer bestimmten Entfernung deutlich sehen, so kann die zum Erkennen kleiner Gegenstände erforderliche Vergröfserung des Sehwinkels nicht durch blofses Annähern an das Auge erreicht werden. Betrachtet man dagegen durch eine Konvexlinse den Gegenstand *vw* (Fig. 171), welcher sich innerhalb ihrer Brennweite befindet, so werden die von *vw* ausgehenden Strahlen, bevor sie in das Auge gelangen, so gebrochen, als ob sie von dem virtuellen, aufrechten und vergröfserten Bild *VW* herkämen, welches sich in der Entfernung des deutlichen Sehens befindet (§ 158).

Fig. 171.



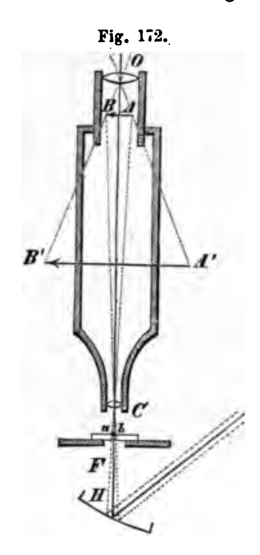
Die durch die Lupe erreichte Vergröfserung wird bestimmt durch den Quotienten aus der Gröfse des Bildes und der des Gegenstandes. Ist *a* die Entfernung des Objekts, *b* die des Bildes von der Lupe, *f* deren Brennweite, so ist die Vergröfserung $\frac{b}{a}$, da die Gröfsen von Bild und Objekt in demselben Verhältnis stehen, wie ihre Entfernungen von der Linse. Es ist aber, da das Bild ein virtuelles, also *b* mit negativem Vorzeichen in Rechnung zu bringen ist, $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ (§ 156), mithin $\frac{b}{a} = \frac{b}{f} + 1$. Da die Lupe dicht vor das Auge gehalten wird, so kann für *b* ohne erheblichen Fehler die deutliche Sehweite oder 24 cm gesetzt werden. Demnach würde z. B. eine Lupe von 3 cm Brennweite eine 9malige Vergröfserung gewähren.

Mit Wasser gefüllte Hohlkugeln von Glas, auch Wassertröpfchen können als Lupen dienen. — Cylinderlupen. — Zu stärkeren Vergröfserungen bedient man

sich in der Regel eines Systems von mehreren Linsen, um die sphärische Aberration (§ 160) zu verringern und ein gröfseres Sehfeld zu erhalten, als mit einer einfachen Linse von gleich kurzer Brennweite.

§ 172. Das zusammengesetzte Mikroskop. Die wesentlichen Teile des zusammengesetzten Mikroskops sind das Objektiv, das Okular und der Beleuchtungsapparat. Das Objektiv C (Fig. 172) ist eine Konvexlinse, oder in der Regel ein aus mehreren, achromatischen Doppellinsen zusammengesetztes System von kurzer Brennweite. Dasselbe erzeugt von dem Objekt ab ein stark vergröfsertes, umgekehrtes, reelles Bild AB (§ 158), welches durch das Okular O, das als Lupe wirkt, betrachtet wird. Zur Beleuchtung durchsichtiger Objekte dient ein am Stativ des Mikroskops angebrachter, nach allen Seiten frei drehbarer Hohlspiegel H, der die von einem Fenster oder einer Lampe ausgehenden Lichtstrahlen auf dem Objekt vereinigt.

Fig. 172.



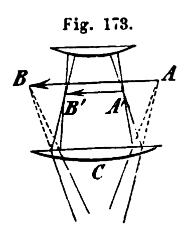
Okular und Objektiv sind zur Abhaltung fremder Lichtstrahlen in einem innen geschwärzten Rohr eingeschlossen. An der Stelle, wo das reelle Bild AB erzeugt wird, ist eine ringförmige Blendung (Diaphragma) angebracht, welche das Gesichtsfeld begrenzt und der Deutlichkeit des Bildes nachteilige Randstrahlen abhält. Häufig ist dieses Diaphragma mit einem Fadenkreuz aus feinen Spinnwebenfäden versehen, um den Mittelpunkt des Gesichtsfeldes zu fixieren, oder es sind in ihm mehrere parallele Fäden ausgespannt, um durch deren bekannten Abstand annähernd die Gröfse der betrachteten Objekte zu schätzen. Der Tubus des Mikroskops, oder der von einer kreisrunden Öffnung durchbrochene Objekttisch, auf welchem der Gegenstand ruht, kann durch eine feine Schraube zur genauen Einstellung mit sanfter Bewegung gehoben und gesenkt werden. Bei starken Vergröfserungen ist es erforderlich, die zu schief gegen die Axe einfallenden Randstrahlen von der Objektivlinse durch ein unter dem Objekttisch bei F angebrachtes Diaphragma mit kreisrunder Öffnung abzuhalten. Die Intensität der Beleuchtung mufs zur Erzielung der erforderlichen Helligkeit des Bildes um so gröfser sein, je stärkere Vergröfserungen man anwendet. — Das erste zusammengesetzte Mikroskop ist wahrscheinlich (um 1608) von Zacharias Jansen zu Middelburg in Holland hergestellt.

Die Vergröfserung durch das zusammengesetzte Mikroskop ist das Produkt aus der durch das Objektiv und durch das Okular erzeugten Vergröfserung; denn diese Vergröfserungen sind nach § 171 bezüglich dargestellt durch:

$$\frac{A_1 B_1}{ab}, \frac{AB}{ab} \text{ und } \frac{A_1 B_1}{AB}.$$

Für die Klarheit der Bilder ist es zweckmäfsig, die Vergröfserung vorzugsweise durch das Objektiv hervorzubringen. Dieses besteht in der Regel aus mehreren achromatischen Doppellinsen. Als Okular wird anstelle einer einfachen Linse gewöhnlich ein System von zwei Linsen (Campanisches Okular), einer sogenannten Kollektivlinse und der eigentlichen Okularlinse, angewendet. Die vom Objektiv herkommenden Strahlen treffen die Kollektivlinse C (Fig. 173), bevor sie sich zum reellen Bild AB vereinigen, werden dadurch konvergenter gemacht und erzeugen das Bild $A' B'$, welches durch die Okularlinse betrachtet wird. Dadurch wird allerdings die Gröfse des Bildes etwas verringert, man erreicht dagegen den Vorteil eines beträchtlich gröfseren Gesichtsfeldes.

Fig. 173.



Zu Messungen mikroskopischer Objekte dient ent-

weder ein auf Glas geritztes Mikrometer, welches auf die Blendung des Okulars gelegt werden kann, und dessen Teilstriche einen für jede Objektivvergröfserung ein für allemal bekannten Wert besitzen (Okularmikrometer), oder besser eine feine Mikrometerschraube, mittelst deren der Objekttisch seitlich verschoben werden kann. Durch Drehung der Schraube bringt man erst einen, dann den anderen Rand des Objekts in scheinbare Berührung mit einem Faden des im Okular angebrachten Fadenkreuzes. Die am Kopf der Mikrometerschraube abgelesene Verschiebung giebt dann die Gröfse des Gegenstandes an.

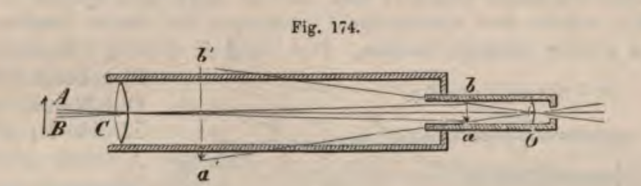
Das Sonnen- und Gasmikroskop besteht im wesentlichen nur aus einem Linsensystem von kurzer Brennweite, ähnlich dem Objektiv eines zusammengesetzten Mikroskops, welches ein reelles Bild des nahe an seinem Brennpunkt befindlichen Objektes auf einem gegenüberstehenden, weifsen Schirm entwirft, und aus dem Beleuchtungsapparat. Da sehr starke Vergröfserungen erzielt werden, so mufs die Intensität der Beleuchtung eine sehr grofse sein. Beim Gasmikroskop dient als Lichtquelle ein im Knallgasgebläse bis zum hellsten Weifsglühen erhitzter Kalkcylinder (Drummonds Kalklicht), dessen Strahlen durch eine Sammellinse von grofser Öffnung auf dem Objekt vereinigt werden. Beim Sonnenmikroskop ist vor einer Öffnung im Fensterladen eines verfinsterten Zimmers ein Planspiegel angebracht, welcher das Sonnenlicht auf eine Sammellinse von kurzer Brennweite reflektiert, in deren Brennpunkt sich das Objekt befindet (Laterna magica).

§ 173. Das Fernrohr. Man unterscheidet dioptrische Fernröhre (Refraktoren) und katoptrische Fernröhre (Spiegelteleskope, Reflektoren), je nachdem das reelle Bild des entfernten Gegenstandes durch eine Konvexlinse, oder durch einen Hohlspiegel erzeugt wird.

A. Von den dioptrischen Fernröhren sind folgende Gattungen zu unterscheiden:

1. Das astronomische oder Kepplersche Fernrohr besteht aus einer achromatischen Objektivlinse von grofser Brennweite C (Fig. 174), welche ein reelles, umgekehrtes, verkleinertes Bild ab des entfernten Ob-

Fig. 174.



jektes AB erzeugt, und aus einer Okularlinse O von kleiner Brennweite, durch welche das Bild betrachtet wird. Das astronomische Fernrohr erzeugt daher umgekehrte Bilder. Objektiv und Okular sind in ein innen geschwärztes Rohr eingeschlossen, dessen Länge durch verstellbare Züge abgeändert werden kann, um das Okular genau in die richtige Entfernung von dem durch das Objektiv erzeugten Bilde einstellen zu können.

Von der Vollkommenheit des Objektivs hängt vorzugsweise der Grad der Leistungsfähigkeit des Fernrohrs ab. Das Bild mufs frei von chromatischer und möglichst frei von sphärischer Abweichung sein. Die Lichtstärke des Fernrohrs wächst mit dem Durchmesser oder der Öffnung des Objektivs, da in demselben Verhältnis mehr Strahlen von einem leuchtenden Punkt ins Auge gelangen, als die Oberfläche des Objektivs gröfser ist. Um sehr lichtschwache Objekte am Himmel sichtbar zu machen, mufs daher der Durchmesser des Objektivs möglichst vergröfsert werden, wobei namentlich die Schwierigkeit zu überwinden ist, Flintglasmassen von gröfserer Ausdehnung und vollkommen gleichmäfsigem Lichtbrechungs-

vermögen herzustellen. Als Okular des astronomischen Fernrohrs dient in der Regel nicht eine einzige Konvexlinse, sondern ein System mehrerer Linsen, welche wie eine einzige Linse von kürzerer Brennweite wirken (Ramsdensches Okular), oder seltener ein Campanisches Okular (§ 172). In jedem Fall ist dasselbe mit einem Fadenkreuz versehen, welches im Fernrohr zuerst durch Auzout und Picard 1667 zur Anwendung gelangt ist. Beim Mikroskop wurde unter der Vergröfserung das Verhältnis zwischen der wirklichen Gröfse des Gegenstandes und der Gröfse des durch das Okular erzeugten, subjektiven Bildes verstanden. Beim Fernrohr dagegen bedarf dieser Begriff einer Modifikation. Da dasselbe nämlich zur Betrachtung entfernter Gegenstände dient, denen wir uns nicht beliebig nähern können, so kommt es darauf an, die scheinbare Gröfse oder den Sehwinkel, unter welchem dieselben von dem gegebenen Standpunkt aus erblickt werden, möglichst zu vergröfsern. Dem unbewaffneten Auge erscheint der Gegenstand AB (Fig. 174) unter dem Sehwinkel $ACB = aCb$. Durch das Fernrohr betrachtet, wird das Bild desselben unter dem Winkel $a'Ob'$ oder aOb erblickt. Das Verhältnis beider Winkel giebt die Vergröfserung des Fernrohrs an. Diese Winkel sind aber annäherungsweise den Entfernungen des Bildes ab vom Objektiv und vom Okular, oder den Brennweiten beider umgekehrt proportional. Man findet daher die Vergröfserung eines Fernrohrs annäherungsweise, indem man die Brennweite des Objektivs durch die des Okulars dividiert.

Der Merzsche Refraktor der Sternwarte zu Pulkowa hat 38 cm Öffnung und 6,8 m Brennweite und gestattet die Vergröfserung bis zur 2000fachen zu steigern. Doch ist die Anwendung so starker Vergröfserungen nur bei besonders günstigem Zustand der Atmosphäre von Nutzen. Das Naval-Observatorium zu Washington besitzt seit 1875 einen Refraktor von 70 cm Objektivöffnung und 10,72 m Brennweite und der neue Clarksche Refraktor in Pulkowa (1883) hat sogar ein Objektiv von 76 cm Öffnung und 13,7 m Brennweite.

§ 173a. 2. Das terrestrische Fernrohr. Bei Beobachtungen am Himmel ist der Umstand, dafs das astronomische Fernrohr die Bilder der Gegenstände in umgekehrter Lage zeigt, nicht von störendem Einflufs. Um diesen Übelstand bei Betrachtung terrestrischer Objekte zu vermeiden, schiebt man zwischen Objektiv und Okular noch ein System von zwei Linsen ein, welche eine abermalige Umkehrung des Bildes bewirken, dasselbe also wieder aufrecht machen. Das Objektiv C (Fig. 175) entwirft ein umgekehrtes Bild des Objekts, ab; durch die Linsen H, K, deren Abstand gleich der Summe ihrer Brennweiten ist, und zwischen denen das Diaphragma J angebracht ist, wird von ab ein zweites reelles Bild $a'b'$ in aufrechter Lage erzeugt, welches durch die Okularlinse O betrachtet wird. Kommt, wie es in der Regel der Fall ist, noch eine Sammellinse (§ 172) hinzu, so besteht das vollständige terrestrische Okular aus vier Linsen.

Fig. 175.

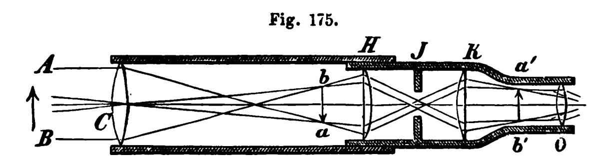
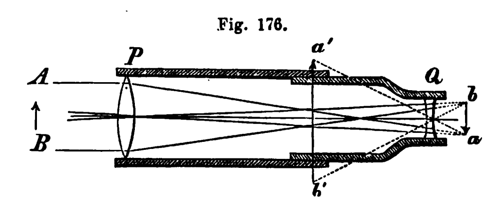


Fig. 176.



3. Das holländische oder Galileische Fernrohr. Dasselbe besteht aus einer Sammellinse, die als Objektiv dient, und einer Zerstreuungslinse, welche das Okular bildet. Das Objektiv P (Fig. 176) würde von

dem entfernten Gegenstand *AB* ein umgekehrtes, verkleinertes Bild *ab* entwerfen. Bevor sich die vom Objektiv konvergent gemachten Strahlen in *a* zum Bilde vereinigen, treffen sie das Okular *Q*, welches dieselben divergent macht, als ob sie von dem Punkt *a'* herkämen, und man erhält so das aufrechte Bild *a'b'* in der deutlichen Sehweite. — Fernröhre dieser Art sind die Theaterperspektive und Feldstecher. Dieselben gewähren den Vorteil, daſs das Rohr eine geringe Länge besitzt, gestatten aber nur schwache Vergröſserungen.

Das holländische Fernrohr soll i. J. 1608 vom Brillenmacher Lippershey zu Middelburg in Holland erfunden worden sein. Galilei konstruierte 1609 ein Instrument derselben Art, ohne die Einrichtung des Fernrohrs von Lippershey zu kennen und benutzte dasselbe zu wichtigen astronomischen Entdeckungen. Das astronomische Fernrohr wurde von Keppler 1610 erfunden. Der Pater Schyrlaeus im Kloster Rheit in Böhmen erfand i. J. 1645 das terrestrische Okular.

§ 174. B. Bei den Spiegelteleskopen wird das durch einen Hohlspiegel erzeugte, umgekehrte Bild durch ein Okular betrachtet. Um zu verhindern, daſs durch den Kopf des Beobachters den Lichtstrahlen der Weg zum Spiegel verdeckt wird, sind verschiedene Einrichtungen getroffen worden:

1. Newtons Spiegelteleskop (1672). Die vom Spiegel *S* (Fig. 177) reflektierten Strahlen treffen, bevor sie sich zum Bilde *ab* vereinigen, einen kleinen Planspiegel *P*, dessen Ebene gegen die Axe des Rohres um 45° geneigt ist. Das Bild entsteht infolgedessen in *a'b'* und wird durch das seitwärts angebrachte Okular *O* betrachtet.

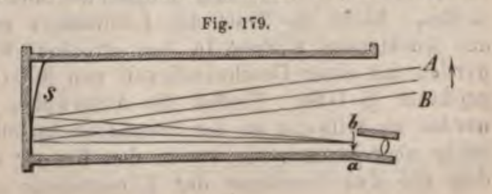
Fig. 177.

2. Gregorys Spiegelteleskop (1663). Der Hohlspiegel *S* (Fig. 178) ist in der Mitte von einer kreisrunden Öffnung durchbohrt, in welche das Okularrohr *O* eingesetzt ist. Von dem umgekehrten Bild *ab* erzeugt der kleine, in der Axe des Rohres angebrachte Hohlspiegel *H* ein zweites vergröſsertes, aufrechtes Bild *a'b'*, welches durch das Okular *O* betrachtet wird.

Fig. 178.

3. Bei den groſsen Spiegelteleskopen von Herschel (1789) und Rosse (1844), deren Spiegel 1 bis 2 m im Durchmesser haben, wird das Bild ohne zweiten Hilfsspiegel unmittelbar durch das am Eingang des Rohres angebrachte Okular *O* betrachtet, indem die Axe des Spiegels unter einem sehr spitzen Winkel gegen die Axe des Rohres geneigt ist, so daſs die parallel einfallenden Strahlen sich an *ab* vereinigen (Fig. 179). Bei den Dimensionen des Spiegels wird nur ein verhältnismäſsig kleiner Teil desselben durch den Kopf des Beobachters verdeckt.

Fig. 179.

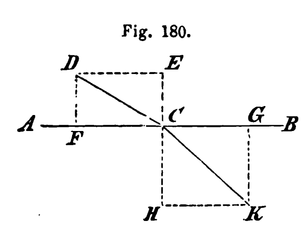


Der Vorzug der Spiegelteleskope beruht namentlich in der größeren erreichbaren Lichtstärke, indem es leichter ist, Spiegel von bedeutendem Durchmesser, als Linsen von entsprechender Gröſse zu erhalten. Früher benutzte man Hohlspiegel aus Spiegelmetall, einer Legierung von Kupfer und Zinn. Neuerdings hat Foucault mit Erfolg versilberte Glasspiegel angewendet, welche sich in größerer Vollkommenheit herstellen lassen und mehr Licht reflektieren als Metallspiegel. — Das 1875 auf der Pariser Sternwarte zur Aufstellung gebrachte Teleskop hat 120 cm im Durchmesser, die Öffnungsweite des Objektivs beträgt 75 cm, die Länge des Fernrohrs 16 m. Der Hohlspiegel, zu welchem ein Stück Glas von 800 kg erforderlich war, ist parabolisch geschliffen und das Teleskop im ganzen wie ein Newtonsches konstruiert.

§ 175. Theoretische Vorstellungen über die Natur des Lichtes, Interferenzerscheinungen. Newtons Emissionstheorie. Die am nächsten liegende Vorstellung über die Natur des Lichtes war die, daſs es eine von dem leuchtenden Körper ausströmende Materie sei, die aus sehr feinen, den Weltraum und alle durchsichtigen Körper durchdringenden Lichtatomen bestehe. Diese unter dem Namen der Emissionstheorie bekannte Hypothese ist insbesondere von Newton (1672) durchgeführt worden, der die verschiedenen Farben des Spektrums durch die verschiedenartige Beschaffenheit der Lichtatome erklärte, deren Mischung in bestimmtem Verhältnis das weiſse Licht bilde.

Die Reflexion des Lichtes erklärte Newton durch das Zurückprallen der elastischen Lichtatome von der Oberfläche des reflektierenden Körpers, nach den Gesetzen des Stoſses elastischer Körper (§ 67). Die Brechung des Lichtes beim Eindringen in ein dichteres Medium dagegen wurde als eine Wirkung der Anziehung erklärt, welche die Lichtatome von den Teilen des lichtbrechenden Mediums erfahren sollten. Es stelle AB die Oberfläche des letzteren, DC die Richtung und Geschwindigkeit der Bewegung eines Lichtatomes vor, welche in die beiden Komponenten DE und DF zerlegt werden kann, von denen die erstere der Oberfläche des lichtbrechenden Mediums parallel, die letztere zu derselben senkrecht ist. Durch die Anziehung, welche die Massenteile auf das Lichtatom ausüben, wird die Komponente $DE = FC$ nicht geändert, $DF = EC$ aber vergröſsert, so daſs aus den Komponenten CG und CH die Geschwindigkeit CK resultiert. Es folgt daraus, daſs nach der Emissionstheorie die Geschwindigkeit des Lichtes im optisch dichteren Medium gröſser sein muſs, als im dünneren Medium.

Fig. 180.

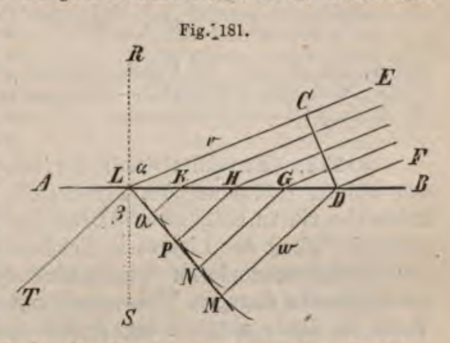


§ 176. Huygens' Undulationstheorie. Eine zweite Vorstellungsweise über die Natur des Lichtes ist die von Huygens (1690) aufgestellte Undulations- oder Vibrationstheorie. Nach dieser besteht das Licht in einer Wellenbewegung des Lichtäthers, eines äuſserst elastischen, den Weltraum erfüllenden und alle Körper durchdringenden Stoffes. Nicht die Teile des Lichtäthers selbst, sondern nur die durch den leuchtenden Körper in ihm erregten, wellenförmigen Erschütterungen werden mit einer Geschwindigkeit von 300 000 km in der Sekunde fortgepflanzt (§ 108). Treffen die Ätherwellen auf einen festen Körper, so werden sie teilweise an der Oberfläche desselben reflektiert (§ 110); gleichzeitig aber erregen sie ein in den Körper eindringendes Wellensystem in dem die Zwischenräume der Körperatome erfüllenden Äther. Da jedoch

die Elasticität des im Körper enthaltenen Äthers durch den Einfluſs der Körperatome modifiziert ist, so werden sich die Lichtwellen im Innern des lichtbrechenden Körpers im allgemeinen mit anderer Geschwindigkeit fortpflanzen, wie im leeren Raum und zwar, wie unten gezeigt wird, im optisch dichteren Medium mit geringerer Geschwindigkeit. — Die von einem leuchtenden Punkt sich ausbreitenden Lichtwellen sind, wie die Schallwellen in der Luft, kugelförmig. Die Lichtstrahlen sind die in jedem Punkt zur Wellenoberfläche senkrechten Kugelradien. Aus Gründen, welche später erörtert werden (§§ 182, 189), nimmt man an, daſs die Wellen des Lichtäthers nicht longitudinale, aus abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen bestehende, sondern transversale sind, so daſs die Schwingungsrichtung der einzelnen Ätherteilchen der Wellenoberfläche parallel oder zur Fortpflanzungsrichtung senkrecht ist (§ 112).

Ein sehr kleiner Teil einer kugelförmigen Ätherwelle kann als eben betrachtet werden. Innerhalb eines solchen Teiles kann die Richtung der zur Wellenoberfläche senkrechten Kugelradien, oder der Lichtstrahlen, als parallel angesehen werden. Trifft ein solcher ebener Teil einer Lichtwelle auf die Grenzfläche zweier Mittel, in denen sich die Welle mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzt, so wird dieselbe von ihrer ursprünglichen Fortpflanzungsrichtung abgelenkt oder gebrochen. Es stelle AB (Fig. 181) die Trennungsfläche der beiden Medien, CD einen Teil der ebenen Wellenfläche, also EC oder FD die Fortpflanzungsrichtung der Lichtstrahlen vor. Die in der Trennungsfläche AB liegenden Ätherteilchen $DGHKL$ werden durch die einfallende Lichtwelle nicht gleichzeitig, sondern nach einander in der Reihenfolge erschüttert werden, in welcher sie von der in der Richtung FD fortschreitenden Welle erreicht werden. Von jedem dieser Ätherteilchen würde sich, wenn dasselbe allein erschüttert würde, eine halbkugelförmige Lichtwelle im zweiten Medium ausbreiten. Alle diese von den einzelnen Punkten der Grenzfläche aus erregten Elementarwellen setzen sich aber wieder zu einer einzigen ebenen Welle zusammen. Es sei die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im zweiten Medium kleiner als im ersten, so daſs, während die Welle CD im ersten Medium um die Strecke $CL = v$ fortgeschritten ist, sich im zweiten Medium von D aus eine halbkugelförmige Elementarwelle vom Halbmesser $DM = w$ gebildet hat. Zu derselben Zeit werden sich von G, H, K aus Elementarwellen mit den Halbmessern GN, HP, KQ ausgebreitet haben, während der Punkt L eben erst von der Erschütterung getroffen wird. Alle diese Kugelwellen werden von der gemeinschaftlichen Tangentialebene LM berührt, und da die Erschütterung in den Punkten $LQPNM$ dieser Ebene gleichzeitig anlangt, oder alle diese Punkte sich in gleicher Schwingungsphase befinden, so stellt LM die aus allen Elementarwellen hervorgehende ebene Welle vor, welche im zweiten Medium in der Richtung DM fortschreitet. Errichtet man in L das Einfallslot RS und zieht $LT \parallel DM$, so ist $\angle\, CLR = \alpha$ der Einfallswinkel, $TLS = \beta$ der Brechungswinkel. Es ist ferner leicht ersichtlich, daſs $\angle\, CDL = \alpha$, $\angle\, MLD = \beta$, mithin $\frac{LC}{LD} = \sin\alpha$, $\frac{MD}{LD} = \sin\beta$, mithin $\frac{LC}{MD} = \frac{v}{w} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ ist, woraus folgt:

Fig. 181.

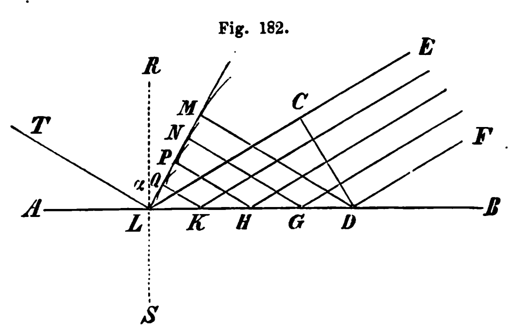


$$\sin\alpha = \frac{v}{w}\sin\beta.$$

Dies ist aber nichts anderes als das Snelliussche Brechungsgesetz (§ 141), in welchem anstelle des Brechungsexponenten n das Verhältnis der

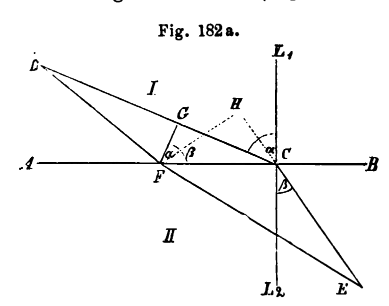
Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Lichtwellen im ersten und zweiten Medium getreten ist. Es folgt daraus, dafs nach der Undulationstheorie die Geschwindigkeit des Lichtes im optisch dichteren Medium die kleinere sein mufs. Es ist ferner ersichtlich, dafs sich die Entstehung der reflektierten Welle im ersten Medium ganz auf dieselbe Weise erklärt, wie die der gebrochenen Welle im zweiten Medium, und dafs der Reflexionswinkel gleich dem Einfallswinkel sein mufs, weil die reflektierte Welle sich mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzt, wie die einfallende (Fig. 182).

Fig. 182.



Es läfst sich elementar beweisen, dafs, wenn die Geschwindigkeiten c_1 und c_2 des Lichtes, bezüglich oberhalb (in I) und unterhalb (in II) der Trennungsfläche AB (Fig. 182a) der beiden Medien sich wie $\sin\alpha : \sin\beta$ verhalten, wo etwa $\alpha > \beta$ sein mag, die gebrochene Linie DCE, für welche der Einfallswinkel $DCL_1 = \alpha$, und der Brechungswinkel $ECL_2 = \beta$ ist, in kürzerer Zeit vom Licht zurückgelegt wird als jede andere Strecke $DF + FE$, wo F in der Trennungsfläche AB liegt, es mag DFE eine gerade oder gebrochene Linie sein. Denn fällt man $FG \perp DC$ und $FH \perp EC$, so ist $\angle GFC = \alpha$ und $\angle HFC = \beta$, folglich verhält sich $GC : HC = \sin\alpha : \sin\beta$, d. h. wie $c_1 : c_2$; es wird also GC mit der Geschwindigkeit c_1 in derselben Zeit vom Licht durchlaufen, als HC mit der Geschwindigkeit c_2, d. h. wenn HC im Raum II liegen würde, weil nun $FE > HC + CE$ und $DF > DG$, so ergiebt sich unmittelbar die Richtigkeit der Behauptung.

Fig. 182a.

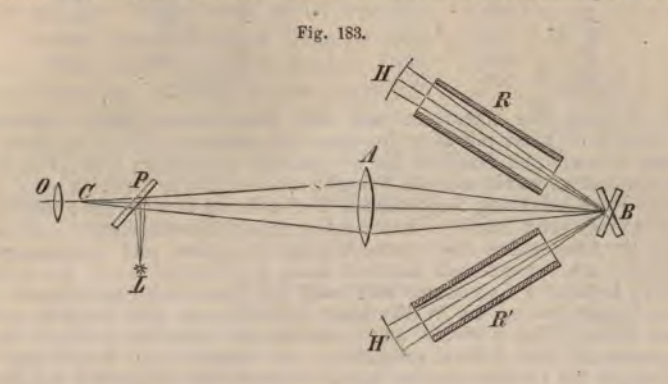


§ 177. **Entscheidung zwischen beiden Theorieen.** Wie aus den obigen Betrachtungen hervorgeht, führen die Emissions- und Undulationstheorie zu entgegengesetzten Resultaten bezüglich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in lichtbrechenden Medien, indem dieselbe nach der Emissionstheorie im optisch dichteren Medium gröfser, nach der Undulationstheorie dagegen kleiner sein mufs, als im optisch dünneren Medium. Wenn es daher möglich ist, durch den Versuch die Richtigkeit der einen oder der anderen Folgerung festzustellen, so ist damit gleichzeitig die Entscheidung zu gunsten einer der beiden Theorieen gegeben. Diesen Versuch hat in der That Foucault (1854) ausgeführt und dadurch zu gunsten der Undulationstheorie entschieden, indem er nachwies, dafs sich das Licht im Wasser mit geringerer Geschwindigkeit fortpflanzt, als in der Luft (vergl. § 133).

Die Versuchsmethode war im wesentlichen folgende: Die Strahlen der Lichtquelle L (Fig. 183) werden durch die unbelegte, ebene Spiegelplatte P nach der Konvexlinse A reflektiert und durch diese konvergent gemacht, so dafs sie sich bei B zu einem Bilde des leuchtenden Punktes vereinigen. In B ist ein Planspiegel angebracht, der mit aufserordentlicher Geschwindigkeit um eine zur Ebene der Zeichnung senkrechte Axe gedreht werden kann. Bei H und H' sind zwei Hohlspiegel aufgestellt, deren Krümmungsmittelpunkte genau mit dem Punkt B

zusammenfallen. Infolgedessen wird jeder von dem Spiegel *B* nach einem der beiden Hohlspiegel reflektierte Lichtstrahl auf demselben Wege, auf welchem er gekommen, nach *B* zurückgeworfen. Wenn daher, während der Lichtstrahl den Weg *BHB* oder *BH'B* hin und zurück durchläuft, der Planspiegel seine Stellung unverändert beibehalten hat, so werden die Strahlen auf demselben Wege, auf

Fig. 183.



welchem sie gekommen, durch *A* nach *P* zurückgelangen. Ein Teil derselben wird von der Glasplatte *P* nach *L* reflektiert werden, ein anderer Teil aber wird die Glasplatte durchdringen und sich bei *C* zu einem Bilde des Punktes *L* vereinigen, welches durch ein mit einem Fadenkreuz versehenes Okular *O* beobachtet werden kann. Bei sehr schneller Rotation des Spiegels *B* erleidet nun dieses Bild eine Verschiebung im Sinne der Drehung des Spiegels. Diese Verschiebung rührt davon her, dafs sich der Spiegel, während der Lichtstrahl den Weg *BHB* zurücklegte, um einen mefsbaren Winkel gedreht hat und infolgedessen die Strahlen in einer Richtung nach *A* zurücksendete, welche von der Richtung, in der sie gekommen waren, um den doppelten Drehungswinkel des Spiegels verschieden war (vergl. §§ 135 und 280). Zwischen *B* und *HH'* sind nun die Röhren *R R'* eingeschaltet, welche an ihren Enden mit ebenen Glasplatten verschlossen sind. Sind beide Röhren mit Luft, oder beide mit Wasser gefüllt, so werden die beiden von den Spiegeln *H* und *H'* herrührenden Bilder *C* und *C'* bei jeder Drehungsgeschwindigkeit des Spiegels *B* eine gleiche Verschiebung erleiden, dieselben werden sich also decken. Enthält aber eine der beiden Röhren, z. B. *R*, Luft, die andere *R'* Wasser, so zeigt das von *H* herrührende Bild eine gröfsere Verschiebung als das andere, woraus folgt, dafs sich die Lichtstrahlen im Wasser mit geringerer Geschwindigkeit fortgepflanzt haben als in der Luft.

§ 178. **Erklärung der Farben durch die Undulationstheorie.** Die verschiedenen **Farben** erklären sich nach der Undulationstheorie durch die verschiedene **Wellenlänge** und **Schwingungsdauer** der dieselben erzeugenden Ätherwellen, entsprechend den verschiedenen Tönen bei den Luftwellen. Auf welche Weise man dazu gelangt ist, die Wellenlänge der Lichtwellen zu messen, wird unten (§§ 179, 181) erörtert werden. Unter den sichtbaren Strahlen des Spektrums besitzen die roten die gröfste, die violetten die kleinste Wellenlänge und Schwingungsdauer.

Zwischen der Wellenlänge λ, der Fortpflanzungsgeschwindigkeit c und der Schwingungszahl n besteht (§ 109) die Beziehung $c = n\lambda$. Im leeren Raum werden alle Lichtwellen mit gleicher Geschwindigkeit fortgepflanzt; in lichtbrechenden Medien dagegen erleidet die Geschwindigkeit der kürzeren Wellen eine gröfsere Verzögerung als die der längeren, woraus sich die verschiedene Brechbarkeit der Strahlen des Spektrums erklärt. Die den hauptsächlichen Fraunhoferschen Linien im leeren Raum entsprechenden Wellenlängen und die daraus sich ergebenden Schwingungszahlen in jeder Sekunde sind in der folgenden Tabelle enthalten.

Die Wellenlängen sind in milliontel Millimetern, die Schwingungszahlen in Billionen ausgedrückt:

	λ	n		λ	n
Rot		Bill.			Bill.
A	768	395	*b*	516	582
B	687	437	*F*	486	616
C	656	458	*G*	431	695
D	589	509	*H*	397	756
E	527	570	Violett.		

Die Grenzen des ultraroten und des ultravioletten Teiles des Spektrums (§ 152) sind noch nicht mit aller Bestimmtheit erforscht. Fizeau giebt für die äufsersten ultraroten Strahlen die Wellenlänge 0,0019 mm, J. Müller 0,0048 mm an; nach letzterem würde also die Schwingungszahl dieser Strahlen etwa 60 Billion betragen. Nach jahrelang fortgesetzten Beobachtungen über die äufserste Grenze der ultravioletten Strahlen hat A. Cornu (1879) mitgeteilt, dafs auf diese Strahlen die Atmosphäre eine starke Absorption ausübt, und dafs aufserdem sich diese Grenze als veränderlich darstellt nach der Beschaffenheit des zum Photographieren benutzten Collodiums und nach der Dauer des Exponierens. Für die äufserste Grenze hat er die Wellenlänge 0,000293 mm nur äufserst selten, und zwar um Mittag, öfter 0,000294 und 0,000295 mm erhalten, welchen Längen die Schwingungszahl 1000 Billion entspricht. Es umfafst also, wenn man auf die Schwingungen des Lichtes dieselbe Ausdrucksweise wie auf die des Schalles (§ 114) anwendet, das ultrarote Spektrum etwa vier Oktaven, das ultraviolette nur ein Quartenintervall. Trotzdem erscheint das letztere fast ebenso lang wie das erstere; die Erklärung dafür ist, dafs die am meisten brechbaren Strahlen auch durch die Brechung am meisten zerstreut werden. Auf gleiche Weise erklärt sich, dafs in der Oktave der sichtbaren Strahlen die Strahlen mit niederen Schwingungszahlen, d. i. die roten und gelben Strahlen, zusammengedrängter erscheinen und einen geringeren Raum einnehmen, als die blauen und violetten, denen die höheren Schwingungszahlen zukommen.

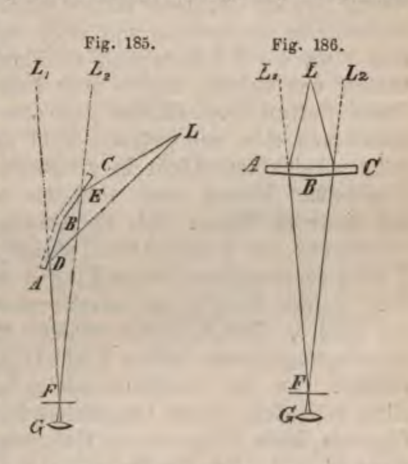
§ 179. Interferenz der Lichtwellen. In der allgemeinen Theorie der Wellenbewegung ist gezeigt worden (§ 110), wie zwei Wellensysteme sich gegenseitig verstärken oder aufheben können, je nachdem sie mit gleichen oder entgegengesetzten Schwingungsphasen zusammentreffen, und in der Akustik (§§ 124 und 125) sind die daraus zu erklärenden Interferenzerscheinungen der Schallwellen erläutert worden. Die Interferenzerscheinungen des Lichts, deren Erklärung durch die Newtonsche Emissionstheorie grofse Schwierigkeiten darbot, haben in der Undulationstheorie ihre vollständige Erklärung gefunden, und gerade diese Klasse von Erscheinungen ist es, welche zuerst der Undulationstheorie Eingang verschafft hat.

Es seien *A* und *B* (Fig. 184) zwei leuchtende Punkte, deren Schwingungen sich stets in gleicher Phase befinden. Die Ebene des Schirmes *CD* sei der Verbindungslinie beider Punkte *AB* parallel. In dem von *A* und *B* gleichweit entfernten Punkt *E* werden die von *A* und *B* ausgehenden Wellen stets mit gleicher Schwingungsphase anlangen, werden einander also gegenseitig verstärken. Beträgt dagegen für den etwas seitlich gelegenen Punkt *F* die Differenz der Entfernungen $AF - BF = AK$ gerade eine halbe Wellenlänge, so werden die von *A* und *B* mit gleicher Schwingungsphase ausgehenden Strahlen in *F* stets mit entgegengesetzter Schwingungsphase zusammentreffen, also einander aufheben. Dasselbe gilt von dem Punkt *F'*. Dagegen tritt eine Verstärkung ein in den Punkten *G* und *G'*, für welche der Gangunterschied der von *A* und *B* ausgehenden Strahlen eine ganze Wellenlänge beträgt, u. s. f.

Man wird daher auf dem Schirm anstatt einer gleichmäfsig erleuchteten Fläche ein System abwechselnd heller und dunkler Parallelstreifen, sogenannter **Interferenzfransen**, erblicken. Infolge der sehr geringen Länge der Lichtwellen (§ 178) haben die Interferenzstreifen in der Regel eine sehr geringe Breite, und es ist zweckmäfsig, dieselben mit Hilfe einer Lupe zu beobachten. Man kann dann den Schirm *CD* ganz weglassen, und ein durch eine Lupe in hinreichender Entfernung nach den leuchtenden Punkten *A*, *B* hinsehendes Auge erblickt dann das vergröfserte Bild der Interferenzstreifen, welche sich auf einem im Fokalabstand der Lupe befindlichen Schirm darstellen würden.

Fig. 184.

Um zwei Lichtquellen zu erhalten, welche sich **stets in genau gleicher Schwingungsphase** befinden, was zum Gelingen der Interferenzversuche nach dem obigen eine wesentliche Bedingung ist, kann man verschiedene Methoden anwenden: **Thomas Young**, der Entdecker der Interferenz des Lichtes (1800), benutzte zwei dicht neben einander befindliche Öffnungen im Fensterladen eines verdunkelten Zimmers. Fallen ebene Lichtwellen durch die Öffnungen ein, deren Fortpflanzungsrichtung zur Verbindungslinie beider Öffnungen senkrecht ist, so befinden sich die in beiden Öffnungen liegenden Ätherteilchen stets auf derselben Wellenoberfläche, also in gleicher Schwingungsphase, und man erblickt auf einem den Öffnungen gegenüberstehenden Schirm die Interferenzstreifen. Dieselben verschwinden, wenn eine von beiden Öffnungen verdeckt wird. Die Interferenzerscheinungen werden aber bei diesem Versuch mit einer anderen, verwandten Klasse von Erscheinungen, nämlich der **Beugung** oder **Diffraktion** (§ 181), kompliziert.


Fig. 185. Fig. 186.

Zweckmäfsiger ist daher die Anwendung der **Interferenzspiegel** von **Fresnel** (1820). Dieser stellte zwei Spiegel *AB* und *BC* (Fig. 185), am besten aus schwarzem Glase, unter einem **sehr stumpfen Winkel** zusammen. Die Strahlen einer Lichtquelle *L* werden von den beiden Spiegeln so reflektiert, als ob sie von den Bildpunkten L_1 und L_2 herkämen. Interferieren nun die Strahlen *LDF* und *LEF* in einem Punkt *F*, so ist ihr Gangunterschied derselbe, als ob sie beziehungsweise von L_1 und L_2 mit gleicher Schwingungsphase ausgegangen wären. Mittelst der Lupe *G* kann daher das System der erzeugten Interferenzstreifen beobachtet werden. Anstelle der **Fresnel**schen Spiegel benutzte **Pouillet** ein mit einem sehr stumpfen Winkel bei *B* (Fig. 186) versehenes **Interferenzprisma**, durch welches die von dem leuchtenden Punkt *L* ausgehenden Strahlen so gebrochen werden, als ob sie von den sehr nahe gelegenen Punkten L_1 und L_2 herkämen.

Ist der Abstand der beiden leuchtenden Punkte *AB* (Fig. 184), sowie die Entfernung des Schirmes *HE* bekannt, so kann aus dem gemessenen Abstand zweier dunklen Interferenzstreifen, z. B. *FF'*, die **Wellenlänge** der interferierenden Strahlen bestimmt werden. Wird nämlich *AB* mit *d*, *HE* mit *a*, *FF'* mit *b* bezeichnet, so ist:

$$AF^2 = a^2 + \left(\frac{b+d}{2}\right)^2,$$
$$BF^2 = a^2 + \left(\frac{b-d}{2}\right)^2,$$

mithin:

$$AF^2 - BF^2 = \left(\frac{b+d}{2}\right)^2 - \left(\frac{b-d}{2}\right)^2 = bd$$

oder:

$$(AF + BF)(AF - BF) = bd.$$

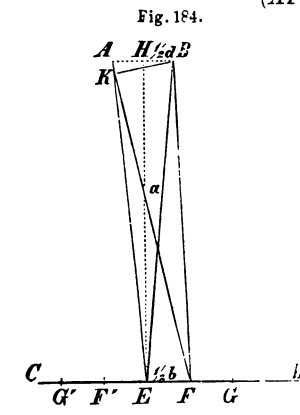


Fig. 184.

Für $AF + BF$ darf ohne merklichen Fehler $2a$ gesetzt werden; soll bei F Vernichtung des Lichtes durch Interferenz stattfinden, so mufs der Gangunterschied $AF - BF = \frac{1}{2}\lambda$ sein; es ergiebt sich also:

$$a\lambda = bd \text{ und } \lambda = \frac{bd}{a}.$$

Da die Wellenlänge für rote Strahlen gröfser ist als für violette, so werden bei Anwendung des roten Lichtes die Interferenzfransen etwas breiter erscheinen als bei violettem Licht. Die durch weifses Licht erzeugten Interferenzfransen erscheinen daher nicht einfach hell und dunkel, sondern mit Ausnahme des mittelsten hellen Streifens, farbig gesäumt, so dafs die hellen Streifen auf der äufseren Seite einen roten, auf der inneren einen violetten Saum zeigen.

§ 180. Interferenzfarben dünner Blättchen. Newtons Farbenringe. Legt man auf eine ebene Spiegelglasplatte eine zweite Glasplatte, welche auf ihrer unteren Seite sehr schwach konvex geschliffen ist, so werden sich beide Platten nur in einem Punkt berühren. Betrachtet man die Berührungsstelle im reflektierten Licht, so erscheint dieselbe von einem System farbiger Ringe umgeben, welche in einer regelmäfsigen Farbenfolge abwechseln und nach aufsen immer blasser werden, so dafs man etwa 4—5 hellere und dunklere Ringe unterscheidet. Wendet man anstatt des weifsen Tages- oder Lampenlichtes das einfarbige Licht einer durch Natron oder Lithion gefärbten Weingeistflamme an (§ 149), so erblickt man eine weit gröfsere Zahl abwechselnd heller und dunkler Ringe, welche bei rotem Licht in gröfseren, bei gelbem Licht in kleineren, bei Anwendung blauen oder violetten Lichtes in noch kleineren Intervallen auf einander folgen. Die Entstehung dieser Ringe erklärt sich durch die Interferenz der Lichtstrahlen, welche an der vorderen und an der hinteren Fläche der zwischen beiden Platten befindlichen dünnen Luftschicht reflektiert worden sind, indem letztere einen gröfseren Weg zurückgelegt haben als erstere. Der Gangunterschied, und mithin auch der Unterschied der Schwingungsphasen beider Lichtstrahlen wächst mit der Dicke der Luftschicht. An der Berührungsstelle ist derselbe Null. Der erste dunkle Ring entspricht einem Gangunterschied von einer halben Wellenlänge, der folgende helle Ring einem Gangunterschied von einer ganzen Wellenlänge u. s. f. Da die Wellenlänge der roten Strahlen gröfser ist als die der violetten, so wird einer Wellenlänge der ersteren eine gröfsere Dicke der Luftschicht entsprechen als bei letzteren. Die Ringe zeigen daher im homogenen Licht verschiedenen Durchmesser. Bei Anwendung weifsen Lichtes erblickt man gleichsam die Übereinanderlagerung der den verschiedenen Farben entsprechenden Ringsysteme, und es bleiben nur die

innersten Ringe sichtbar, weil in gröſserer Entfernung vom Mittelpunkt die verschiedenen über einander gelagerten Farben sich mehr zu weiſsem Licht ergänzen.

Im durchgehenden Licht erscheint die Berührungsstelle ebenfalls von Farbenringen umgeben, welche von einer Interferenz der direkt durchgegangenen mit zweimal reflektierten Strahlen herrühren. Dieselben sind aber blasser als im reflektierten Licht, weil die Intensität der direkten Strahlen überwiegend ist.

Ähnliche Farbenerscheinungen werden an sehr dünnen Blättchen durchsichtiger Körper häufig beobachtet. Dahin gehören die Farben dünner Häutchen von Seifenwasser (Seifenblasen), die Farbenerscheinungen, welche sich oft an der Oberfläche alten, verwitterten Glases zeigen, wobei sich dünne Blättchen von der Oberfläche desselben ablösen, oder im Innern feine Risse entstehen; das bunte Farbenspiel einer sehr dünnen, auf Wasser ausgebreiteten Schicht von Terpentinöl, Nobilis Farbenringe (vergl. § 341), u. s. w.

§ 181. **Beugung des Lichtes oder Diffraktion.** Mit den in § 179 besprochenen Interferenzerscheinungen stehen die Erscheinungen der **Beugung** oder **Diffraktion** des Lichtes in engem Zusammenhang. Läſst man ein Bündel paralleler Lichtstrahlen durch eine sehr enge Öffnung oder einen schmalen Spalt in ein dunkles Zimmer fallen, so erhält man auf einem gegenüberstehenden Schirm anstatt einer schmalen Lichtlinie von der Breite des Spaltes einen breiteren Lichtstreif, der von abwechselnd hellen und dunklen Interferenzfransen gesäumt ist. Wird zwischen Spalt und Schirm ein schmaler, dunkler Körper, z. B. ein Draht gebracht, dessen Richtung dem Spalt parallel ist, so erscheint in der Mitte des erzeugten Schattens ein **heller** Streif. Diese zuerst von **Grimaldi** († 1663) beobachteten Erscheinungen erklären sich durch die seitliche Ausbreitung und Interferenz der durch den Spalt einfallenden Ätherwellen. Jeder Punkt des Spaltes, der von den von auſsenher kommenden Lichtwellen getroffen wird, kann nämlich als Erschütterungsmittelpunkt betrachtet werden, von dem aus sich eine neue Welle nach allen Richtungen hin ausbreitet (vergl. § 176), und daſs bei gröſserer Breite des Spaltes die Fortpflanzung der Lichtwellen nur in geradliniger Richtung stattfindet, rührt, wie **Fresnel** gezeigt hat, lediglich daher, **daſs in jeder anderen Richtung die von den verschiedenen Punkten des Spaltes herrührenden Ätherwellen sich durch gegenseitige Interferenz vernichten.**

Fig. 187.

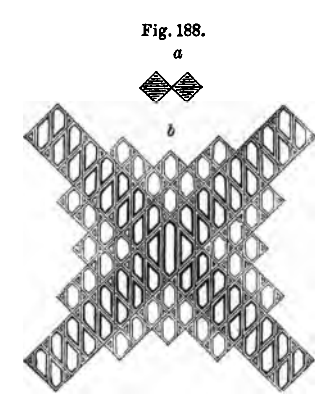
Fällt z. B. durch den Spalt AB (Fig. 187) eine ebene Lichtwelle in senkrechter Richtung ein, so werden sich alle auf der Linie AB liegenden Ätherteilchen in gleichen Schwingungsphasen befinden; dasselbe gilt von allen Teilen eines in der Richtung der einfallenden Strahlen AC fortgepflanzten Strahlenbündels. Betrachtet man hingegen ein in einer anderen Richtung, z. B. $AD \parallel BE$, fortgepflanztes Strahlenbündel, so werden die von den einzelnen Teilen des Spaltes AB herrührenden Teile desselben einen Gangunterschied besitzen, welcher mit der Gröſse des **Beugungswinkels** CAD wächst. Beträgt z. B. der Gangunterschied der Randstrahlen AD und BE, AF, eine Wellenlänge, so kann man sich das Strahlenbündel in zwei Bündel zerlegt denken, die von AK und von KB herrühren, und deren entsprechende Teile einen Gangunterschied von $\frac{1}{2}\lambda$ besitzen, sich also, wenn sie in einem entfernten Punkt zur Interferenz gelangen, gegenseitig aufheben. Je breiter der Spalt, desto kleiner wird

der Beugungswinkel sein, für welchen diese Vernichtung eintritt. Bei einem größeren Beugungswinkel, für welchen $AF = \frac{3}{2}\lambda$ ist, wird man sich das Strahlenbündel in drei Teile zerlegt denken können, von denen sich zwei durch Interferenz aufheben, so daſs nur $^1/_3$ übrigbleibt u. s. f.; man erhält daher bei einem schmalen Spalt abwechselnd dunkle und helle Streifen mit schnell abnehmender Intensität. (Aus der Wellentheorie folgt, daſs die Intensität des Lichtes dem Quadrat der Schwingungsamplitude proportional ist, daher stehen die Helligkeitsmaxima der Beugungsstreifen, welche den Schwingungsamplituden 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ u. s. w. entsprechen, im Intensitätsverhältnis $1 : \frac{1}{9} : \frac{1}{25}$ u. s. w.). Infolge der verschiedenen Wellenlänge der roten und violetten Strahlen fallen die Intensitätsmaxima ihrer Beugungsstreifen nicht genau zusammen. Es erscheinen deshalb die durch weiſses Licht erzeugten Beugungsfransen farbig gesäumt.

Es ist ersichtlich, daſs bei einigermaſsen gröſserer Breite des Spaltes schon bei sehr kleinen Beugungswinkeln eine fast vollständige Vernichtung der Lichtwellen durch Interferenz stattfindet.

Kompliziertere Erscheinungen werden erzeugt, wenn anstatt einer einzigen engen Öffnung oder eines Spaltes zwei oder mehrere regelmäſsig gestaltete Öffnungen vorhanden sind, und die von den verschiedenen Öffnungen herrührenden Lichtbündel unter einander zur Interferenz gelangen. Die Theorie dieser merkwürdigen und schönen Interferenzerscheinungen ist von Fresnel, Fraunhofer, Schwerd, u. a. vollständig entwickelt und mit der Erfahrung in völliger Übereinstimmung gefunden worden. Dieselben werden am besten mittelst der von Fraunhofer angegebenen Methode beobachtet. Man sieht durch ein Fernrohr nach einem entfernten, leuchtenden Punkt, z. B. nach dem durch Reflexion an einem Glas- oder Metallknopf erzeugten Sonnenbildchen. Mittelst einer über das Objektiv des Fernrohrs geschobenen Fassung können verschiedene Schirme vor demselben angebracht werden, in welchen kleine Öffnungen zur Erzeugung der Beugungserscheinungen angebracht sind. Diese Öffnungen werden zweckmäſsig in einem auf Glas geklebten Stanniolblatt ausgeschnitten. Die durch dieselben eindringenden Strahlen gelangen in der Fokalebene des Fernrohrs zur Interferenz, und die Interferenzerscheinungen werden durch das Okular des Fernrohrs beobachtet. So erzeugen z. B. zwei quadratische Öffnungen (Fig. 188*a*) die Beugungserscheinung (Fig. 188*b*), und zwar sind die dunklen Fransen, bei Anwendung von weiſsem Licht, mit prismatischen Farben gesäumt. Besonders bemerkenswert sind die Beugungserscheinungen, welche durch ein aus sehr zahlreichen, parallelen und gleichweit entfernten Linien gebildetes Gitter hervorgebracht werden. Im homogenen Licht erzeugt nämlich ein solches Gitter ein System scharf begrenzter, schmaler Lichtlinien; im weiſsen Licht aber erblickt man auſser der hellen Centrallinie jederseits eine Reihe von Spektren, welche als Beugungsspektra erster, zweiter, dritter, u. s. w. Ordnung unterschieden werden und in denen, bei Anwendung hinreichend feiner Gitter, die Fraunhoferschen Linien deutlich erkennbar sind. Solcher Beugungsspektra, die mittelst auf beruſste Glasplatten geritzter Gitter erzeugt waren, bediente sich Fraunhofer, um aus den Beugungswinkeln der einzelnen Spektrallinien die Wellenlänge der entsprechenden Lichtstrahlen mit gröſster Genauigkeit zu bestimmen (§ 178). — In minderer Vollkommenheit werden die Beugungserscheinungen bereits sichtbar, wenn man durch einen dicht vor das Auge gehaltenen, sehr schmalen Spalt, oder ein feines, aus parallelen Fäden gebildetes Gewebe nach einem leuchtenden Punkt, oder einer etwas entfernten Kerzenflamme blickt. Auch das irisierende Farbenspiel der Perlmutter, welches durch die aus feinen Lamellen gebildete Struktur derselben erzeugt wird, gehört hierher.

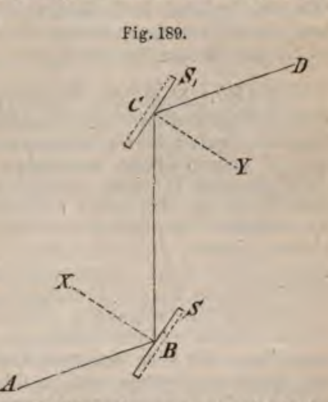
Fig. 188.



Polarisation und Doppelbrechung.

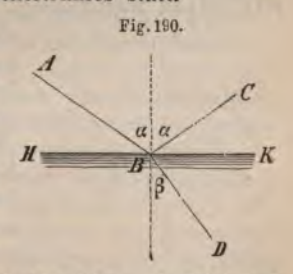
§ 182. **Polarisation des Lichtes durch Reflexion.** Auf einen Spiegel von schwarzem Glas S (Fig. 189) falle ein Lichtstrahl AB unter einem Einfallswinkel von 55^0. Derselbe wird in der Richtung BC zurückgeworfen und trifft den zweiten Glasspiegel S_1, dessen Ebene der des ersten Spiegels parallel ist. Der Strahl BC wird weiter nach CD reflektiert. Ist der Spiegel S einer hell erleuchteten Fläche zugekehrt, so wird ein von D gegen S_1 sehender Beobachter ein helles Gesichtsfeld erblicken, sobald die Reflexionsebenen beider Spiegel ABC und BCD zusammenfallen. Dreht man jetzt, während S fest stehen bleibt, den Spiegel S_1 um die Richtung des Strahles BC als Axe, so dafs der Einfallswinkel stets derselbe bleibt, so beginnt sich das Gesichtsfeld zu verdunkeln und erscheint völlig dunkel, wenn der Spiegel S_1 um 90^0 gedreht wird, so dafs sich die Reflexionsebenen beider Spiegel rechtwinklig kreuzen. Nach abermaliger Drehung um 90^0 erreicht das reflektierte Licht von neuem seine gröfste Helligkeit und verschwindet abermals, nachdem der Drehungswinkel 270^0 erreicht hat. Es folgt aus dieser Erscheinung, dafs der unter dem Winkel von 55^0 von einer Glasplatte reflektierte Lichtstrahl eine besondere Eigenschaft besitzt, welche ihn von einem gewöhnlichen Lichtstrahl unterscheidet. Während ein solcher in jeder Ebene auf völlig gleiche Weise reflektiert wird, tritt bei jenem eine gewisse Seitlichkeit auf, indem er in der Richtung der ersten Reflexionsebene ein anderes Verhalten bei der zweiten Reflexion zeigt, als in der darauf senkrechten Ebene. Um dieses Verhalten kurz zu bezeichnen, sagt man, der Lichtstrahl sei in der Reflexionsebene polarisiert. Die Ebene, in welcher der Strahl polarisiert ist, heifst seine Polarisationsebene, der Winkel, unter welchem der Strahl reflektiert werden mufs, um vollständig polarisiert zu werden, der Polarisationswinkel für die reflektierende Substanz; bei Glas beträgt der Polarisationswinkel 55^0. Geschieht die Reflexion unter einem gröfseren oder kleineren Winkel, so ist die Polarisation eine unvollständige, d. h. bei gekreuzten Reflexionsebenen beider Spiegel findet wohl eine Verminderung der Lichtintensität, nicht aber eine vollständige Auslöschung des Lichtstrahles statt.

Fig. 189.



Die Polarisation tritt bei jeder regelmäfsigen Reflexion des Lichtes unter anderer als normaler Incidenz ein. Der Winkel der vollständigen Polarisation ist bei den verschiedenen Substanzen verschieden. Bei durchsichtigen Substanzen findet ein merkwürdiger, zuerst von Brewster nachgewiesener, Zusammenhang zwischen dem Polarisationswinkel und dem Brechungsexponenten statt. Ist nämlich (Fig. 190) AB der einfallende, BC der reflektierte, BD der gebrochene Strahl, so ist die Polarisation vollständig bei demjenigen Einfallswinkel, für welchen der von dem reflektierten und dem gebrochenen Strahl eingeschlossene Winkel CBD ein Rechter ist. Es folgt daraus, dafs wenn der Polarisationswinkel einer Substanz bekannt ist, der Brechungs-

Fig. 190.



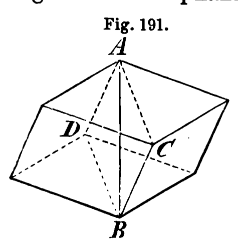
index gefunden werden kann und umgekehrt. Es ist nämlich, wenn α den Polarisationswinkel, n den Brechungsexponenten bezeichnet, $n = \text{tang}\ \alpha$. Bei Reflexion an Metallen und gewissen anderen, undurchsichtigen Körpern findet stets nur eine teilweise Polarisation des Lichtes statt.

Auch ein durch eine Glasplatte unter schiefem Einfallswinkel hindurchgegangener Lichtstrahl zeigt sich polarisiert und zwar in einer Ebene, welche zur Brechungsebene senkrecht steht. Doch ist die Polarisation, selbst wenn die Incidenz unter dem Polarisationswinkel stattfindet, stets nur eine unvollständige. Um eine nahezu vollkommene Polarisation durch Refraktion zu erhalten, mufs man den Lichtstrahl durch eine gröfsere Anzahl über einander geschichteter, paralleler Platten hindurchgehen lassen.

§ 183. Nach der Undulationstheorie erklären sich die Polarisationserscheinungen durch die Annahme, dafs in einem polarisierten Lichtstrahl die transversalen Schwingungen sämtlicher Ätherteilchen in paralleler Richtung, also in einer Ebene stattfinden, während in einem natürlichen Lichtstrahl die Schwingungen in allen möglichen Ebenen rings um die Richtung des Strahles stattfinden, so dafs keine Richtung bevorzugt ist. Fresnel wurde durch gewisse theoretische Voraussetzungen über die Beschaffenheit des Lichtäthers zu der Annahme geführt, dafs die Schwingungen sämtlicher Ätherteilchen zur Polarisationsebene senkrecht seien, während nach der Annahme Neumanns u. a. die Schwingungen in der Polarisationsebene stattfinden. Da die bisher bekannten Polarisationserscheinungen sämtlich durch beide Annahmen auf gleich genügende Weise erklärt werden können, so ist es bis jetzt nicht möglich, über die Richtigkeit einer oder der anderen Ansicht endgültig zu entscheiden. Nur der Kürze des Ausdrucks wegen soll im folgenden die Vorstellung zu Grunde gelegt werden, dafs die Schwingungsebene der Ätherteilchen mit der Polarisationsebene zusammenfalle. — Ein Spiegel würde demnach unter dem Polarisationswinkel nur solche Ätherschwingungen zu reflektieren imstande sein, welche in der Reflexionsebene stattfinden, nicht aber solche, die zur Reflexionsebene senkrecht sind. — Jede Schwingung eines Ätherteilchens im einfallenden Strahl wird man in zwei auf einander rechtwinklige Komponenten zerlegen können, von denen die eine in der Reflexionsebene liegt, die andere zu derselben senkrecht ist. Nur die erste wird reflektiert, die zweite wird bei der Reflexion ausgelöscht. Trifft ein bereits polarisierter Strahl auf einen zweiten Spiegel unter dem Polarisationswinkel, so wird derselbe reflektiert, wenn die Schwingungen in der Reflexionsebene stattfinden, vollständig ausgelöscht, wenn sie zu derselben senkrecht sind. In jedem anderen Fall wird nur die in der Reflexionsebene liegende Komponente der Schwingungen reflektiert.

§ 184. Doppelbrechung im Kalkspat. Alle durchsichtigen Krystalle, welche nicht dem regulären System angehören, besitzen die merkwürdige Eigenschaft, die in ihr Inneres eindringenden Lichtstrahlen nicht, wie andere durchsichtige Körper, nach dem Snelliusschen Gesetz (§ 141) abzulenken, sondern im allgemeinen jeden einfallenden Strahl in zwei Strahlen zu zerlegen, welche sich im Innern des Krystalls nach verschiedenen Richtungen und mit verschiedenen Geschwindigkeiten fortpflanzen. Am auffallendsten und am längsten bekannt ist diese Erscheinung der Doppelbrechung des Lichtes an den grofsen und völlig durchsichtigen Kalkspatkrystallen, welche sich namentlich auf der Insel Island in gröfster Vollkommenheit vorfinden und von diesem Fundort und der erwähnten Eigenschaft den Namen des isländischen Doppelspats erhalten haben. Der Kalkspat krystallisiert in der rhomboedrischen Abteilung des hexagonalen Krystallsystems (§ 25) und besitzt eine vorzügliche Spaltbarkeit (§ 22) nach drei Richtungen, welche den Flächen des Hauptrhomboeders (Fig. 191) parallel sind. Der Kantenwinkel der stumpfen End-

Fig. 191.



kanten beträgt 105° 5′, der der schärferen Seitenkanten 74° 55′. Sind die Flächen eines Kalkspatkrystalls sämtlich Rhomben, also die Kanten einander gleich, so ist die Verbindungslinie der stumpfen Ecken *AB* die krystallographische Hauptaxe des Rhomboeders. Jede die Hauptaxe enthaltende, oder ihr parallel durch den Krystall gelegte Ebene, z. B. *ACBD*, heifst ein Hauptschnitt des Krystalls. Schleift man aus dem Krystall eine Platte, welche von zwei parallelen, zur Hauptaxe senkrechten Ebenen begrenzt wird, so läfst dieselbe einen in der Richtung der Hauptaxe auffallenden Strahl unzerlegt und ungebrochen hindurchgehen. Diese auch in optischer Hinsicht ausgezeichnete Richtung heifst daher die optische Axe des Krystalls. In jeder anderen Richtung wird der in den Krystall eintretende Strahl, selbst bei senkrechter Incidenz, in zwei zerlegt. Einer derselben befolgt das Snelliussche Brechungsgesetz (§ 141) und heifst darum der ordentliche Strahl, der andere aufserordentliche Strahl wird nach einem weniger einfachen Gesetz (s. unten § 186) gebrochen.

§ 185. Polarisation durch Doppelbrechung. Die beiden aus dem Kalkspatkrystall austretenden Strahlen zeigen sich vollständig polarisiert und zwar der ordentliche Strahl in der Ebene des Hauptschnittes, der aufserordentliche Strahl in einer auf dem Hauptschnitt senkrechten Ebene. Legt man ein Kalkspatrhomboeder auf ein Papierblatt, auf welchem ein schwarzer Punkt gezeichnet ist, so sieht man zwei Bilder dieses Punktes, das eine dem ordentlichen, das andere dem aufserordentlichen Strahl entsprechend. Dreht man den Krystall, so scheint das dem ordentlichen Strahl entsprechende Bild stillzustehen, während das aufserordentliche sich um das ordentliche herumzubewegen scheint. Legt man auf den Krystall einen zweiten, so wird dadurch im allgemeinen jedes der beiden Bilder wieder in zwei zerlegt, so dafs man im ganzen vier Bilder erblickt. Dreht man den oberen Krystall, während der untere fest liegt, so verschwinden abwechselnd zwei von den vier Bildern, so oft die Hauptschnittsebenen beider Krystalle parallel sind, oder sich rechtwinklig durchschneiden. Dreht man den oberen Krystall aus einer dieser Lagen, so kommen die verschwundenen Bilder wieder zum Vorschein und nehmen an Intensität zu, während die anderen blasser werden, so dafs, wenn die Hauptschnittsebenen einen Winkel von 45° bilden, alle vier Bilder gleiche Intensität besitzen, und bei weiterer Drehung das zweite Paar verschwindet. Diese Erscheinungen erklären sich dadurch, dafs der Krystall in seinem Innern nur Strahlen fortzupflanzen vermag, welche entweder in der Ebene des Hauptschnitts, oder in einer auf dieser senkrechten Ebene polarisiert sind. Der in der Ebene des Hauptschnitts polarisierte ordentliche Strahl pflanzt sich in allen Richtungen mit gleicher, der senkrecht zu derselben polarisierte aufserordentliche Strahl dagegen mit ungleicher Geschwindigkeit in den verschiedenen Richtungen fort. Fallen die Hauptschnittsebenen beider Krystalle zusammen, so wird der ordentliche Strahl des ersten Krystalls ohne weitere Zerlegung als ordentlicher, der aufserordentliche Strahl als aufserordentlicher fortgepflanzt. Kreuzen sich die Hauptschnittsebenen rechtwinklig, so wird der ordentliche Strahl des ersten Krystalls im zweiten zum aufserordentlichen und umgekehrt. Kreuzen sich dieselben dagegen unter schiefen Winkeln, so wird jeder der aus dem ersten Krystall austretenden Strahlen wieder in zwei Strahlen zerlegt, die nach der Hauptschnittsebene und der darauf senkrechten Ebene polarisiert sind.

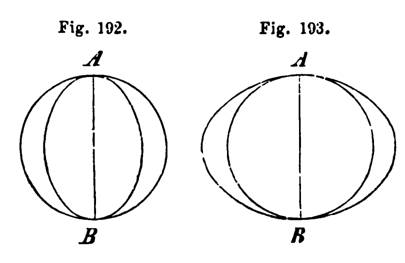
Wie der Kalkspat, so zeigen sich alle durchsichtigen Krystalle, welche nicht dem regulären System angehören, doppelbrechend. Die Krystalle des quadratischen und hexagonalen Systems (§ 25), welche eine krystallographische Hauptaxe besitzen, haben auch, wie der Kalkspat, eine optische Axe. Über das Verhalten der übrigen, sogenannten optisch zweiaxigen Krystalle s. unten § 187.

Bei manchen Krystallen, z. B. beim Turmalin (vergl. § 286), werden die Erscheinungen der Doppelbrechung dadurch modifiziert, dafs einer der beiden Strahlen, beim Turmalin der ordentliche, vom Krystall in stärkerem Grade absorbiert wird, so dafs er, besonders bei den rotbraunen Turmalinen, durch Absorption fast völlig ausgelöscht und nur der aufserordentliche Strahl hindurchgelassen wird. Eine parallel zur Säulenaxe geschliffene Turmalinplatte erscheint mit brauner oder grünlicher Farbe durchsichtig; das hindurchgegangene Licht ist fast vollständig in einer zur Säulenaxe senkrechten Ebene polarisiert. Legt man daher zwei solche Platten so über einander, dafs ihre Säulenaxen parallel sind, so erscheinen dieselben durchsichtig; wird dagegen eine von beiden Platten in ihrer Ebene um 90° gedreht, so dafs die Richtungen der Säulenaxen sich rechtwinklig kreuzen, so erscheinen sie vollkommen undurchsichtig, weil der von der ersten Platte hindurchgelassene Lichtstrahl von der zweiten absorbiert wird (Turmalinzange).

Manche Krystalle besitzen in der Richtung der optischen Hauptaxe ein anderes Absorptionsvermögen für gewisse Farbenstrahlen, als in der darauf senkrechten Richtung und erscheinen daher verschiedenfarbig oder dichroitisch, je nach der Richtung, nach welcher man hindurchsieht. Der dem rhombischen Krystallsystem angehörige, daher optisch zweiaxige Dichroit zeigt nicht selten drei verschiedene Farben in drei auf einander senkrechten Richtungen. Die beiden senkrecht zu einander polarisierten Lichtstrahlen zeigen sich, getrennt untersucht, verschiedenfarbig (Haidingers dichroskopische Lupe).

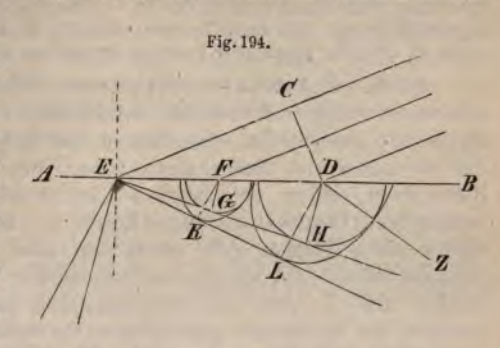
§ 186. Erklärung der Doppelbrechung nach der Undulationstheorie; positive und negative Krystalle. Obgleich schon Huygens (1691) ein richtiges Erklärungsprinzip für die Erscheinungen der Doppelbrechung in Krystallen mit Hilfe der Undulationstheorie aufgestellt hatte, so haben die damit verbundenen Erscheinungen doch erst in neuerer Zeit, nachdem Malus (1808) die Polarisation des Lichtes durch Reflexion entdeckt hatte, ihre völlige Aufklärung durch die experimentellen und theoretischen Untersuchungen von Fresnel, Neumann, Cauchy, Brewster, Biot u. a. gefunden. — Infolge des Einflusses, welchen die Teilchen des Lichtäthers im Innern der durchsichtigen Körper von den ponderabeln Massenteilen erfahren, ist die Elasticität des Äthers nicht nach allen Richtungen gleich. In Krystallen mit einer Hauptaxe ist dieselbe in der Richtung dieser Hauptaxe entweder gröfser oder kleiner, als in der darauf senkrechten Richtung. Infolge dieser Eigenschaft zerlegt sich jede in den Krystall eintretende Ätherwelle, wie mit Hilfe der mathematischen Analyse gezeigt wird, in zwei Wellen, von welchen eine dem ordentlichen Strahl entspricht und sich nach allen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit ausbreitet, während die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der anderen, dem aufserordentlichen Strahl entsprechenden Welle in den verschiedenen Richtungen verschieden ist. Wenn die Schwingungen von einem Punkt im Innern des Krystalls erregt werden, so wird sich infolgedessen die erstere Welle in Kugelform nach allen Richtungen ausbreiten, während die letztere die Gestalt eines verlängerten oder abgeplatteten Umdrehungsellipsoids besitzt, je nachdem die Fortpflanzung des aufserordentlichen Strahles in der Richtung der Hauptaxe schneller oder langsamer erfolgt, als in der darauf senkrechten Richtung. Im ersten Fall (Fig. 192) heifst der Krystall ein positiver, z. B. Bergkrystall, im zweiten (Fig. 193) ein negativer, z. B. Kalkspat. Um die Wellenflächen zu erhalten, mufs man sich die Figuren um die Hauptaxe AB gedreht denken. In der Richtung AB pflanzen sich beide Wellen stets mit gleicher Geschwindigkeit fort, beide Wellenflächen berühren sich daher in den der Richtung der Hauptaxe entsprechenden Polen.

Fig. 192. Fig. 193.



Die Doppelbrechung erklärt sich nach dem vorausgeschickten leicht auf folgende Weise (vergl. § 176). Es stelle AB (Fig. 194) die ebene Oberfläche eines (negativen) Krystalls, DZ die Richtung der optischen Axe und CD einen Teil einer einfallenden, ebenen Lichtwelle vor. Der Einfachheit wegen soll angenommen werden, dafs die Brechungsebene mit der Ebene des Hauptschnitts zusammenfalle. Vom Punkt D aus werden sich gleichzeitig zwei Wellen, eine sphärische und eine ellipsoidische, im Krystall ausbreiten. Die von den Punkten D, F, E der Reihe nach erregten Kugelwellen setzen sich, wie früher (§ 176) gezeigt, zu einer einzigen, ebenen Welle EGH zusammen, welche dem ordentlichen Strahl entspricht und sich nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz in der Richtung DH fortpflanzt. Die Fortpflanzungsrichtung ist auf der Wellenebene senkrecht. — Die ellipsoidischen Wellen setzen sich in gleicher Weise zu einer ebenen Welle EKL zusammen, welche sich in der Richtung DL fortpflanzt. Die Fortpflanzungsrichtüng ist hier im allgemeinen nicht zur Wellenoberfläche senkrecht. Fällt, wie in der Figur angenommen, die Brechungsebene mit der Ebene des Hauptschnitts zusammen, so liegt auch die Richtung des aufserordentlichen Strahles in derselben Ebene. Anderenfalls tritt der aufserordentliche Strahl aus der Einfallsebene heraus, indem der Berührungspunkt L nicht in derselben liegt.

Fig. 194.



Beim Kalkspat ist der Brechungsexponent der ordentlichen Strahlen für die Linie D (§ 141) $n_d = 1{,}6585$, der der aufserordentlichen Strahlen in der Richtung senkrecht zur optischen Axe $n'_d = 1{,}48635$. Diese Zahlen geben, wie leicht ersichtlich, gleichzeitig das umgekehrte Verhältnis der Axen der Wellenoberfläche der aufserordentlichen Strahlen an. Beim Bergkrystall sind die Brechungsexponenten für die Linie D : $n_d = 1{,}5442$, $n'_d = 1{,}5533$. Die Doppelbrechung des Bergkrystalls ist also bei weitem schwächer als die des Kalkspats, und die Geschwindigkeit der aufserordentlichen Strahlen ist die geringere.

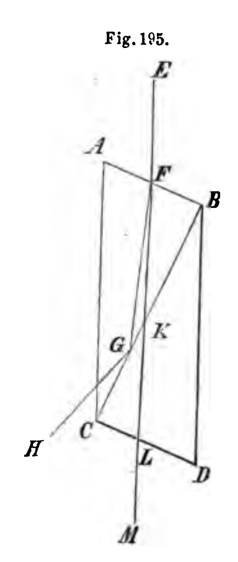
§ 187. Optisch zweiaxige Krystalle. Anders gestalten sich die Verhältnisse bei den Krystallen des rhombischen, klinorhombischen und klinorhomboidischen Systems, welche keine krystallographische Hauptaxe haben (§ 25, 4—6) und in denen, infolge ihrer Struktur, die Elasticität des Äthers in drei auf einander senkrechten Richtungen drei verschiedene Werte besitzt. In einem solchen Krystall giebt es, wie durch die mathematische Analyse bewiesen und durch das Experiment bestätigt wird, jederzeit zwei verschiedene Richtungen, nach welchen sich Strahlen von allen Polarisationsrichtungen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, und in denen daher keine Doppelbrechung stattfindet. Diese beiden Richtungen, welche die beiden optischen Axen des Krystalls genannt werden, schneiden sich bald unter gröfserem, bald unter kleinerem Winkel. In jeder anderen Richtung wird der einfallende Strahl in zwei Strahlen zerlegt, welche in zwei auf einander senkrechten Ebenen polarisiert sind und sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten im Krystall fortpflanzen. Keiner von beiden Strahlen befolgt das Snelliussche Brechungsgesetz, so dafs dieselben nicht mehr als ordentlicher und aufserordentlicher Strahl bezeichnet werden können.

Während in optisch einaxigen Krystallen die von einem Punkt aus erregte Doppelwelle in eine Kugel und ein Umdrehungsellipsoid zerfiel, welches die Kugel in zwei gegenüberliegenden Polen berührt, zeigt die Wellenfläche der zweiaxigen Krystalle eine weniger einfache Gestalt. Dieselbe besteht aus zwei Schalen, von denen die eine ganz von der anderen umschlossen wird, so jedoch, dafs beide

an vier Punkten, den Endpunkten der optischen Axen entsprechend, zusammenhängen. Mit Hilfe dieser Wellenfläche, deren merkwürdige geometrischen Eigenschaften von Fresnel, Hamilton u. a. untersucht worden sind, läſst sich die Richtung und Geschwindigkeit der beiden gebrochenen Strahlen für zweiaxige Krystalle durch eine ähnliche geometrische Konstruktion bestimmen, wie dieselbe oben (§ 186) für einaxige Krystalle angegeben worden ist.

§ 188. Polarisationsapparate, Nicolsches Prisma. Zur Untersuchung der Eigenschaften des polarisierten Lichtes dienen Polarisationsapparate, welche im wesentlichen aus zwei Teilen, nämlich einer polarisierenden und einer analysierenden Vorrichtung bestehen. Erstere dient dazu, einen polarisierten Lichtstrahl zu erzeugen, letztere, die vorhandene Polarisation zu erkennen. Beide Zwecke können entweder durch einen Spiegel von schwarzem Glas, oder durch einen Satz von Glasplatten erreicht werden, auf welche der Strahl unter dem Polarisationswinkel trifft (§ 182), oder dadurch, daſs man den Lichtstrahl durch eine parallel der Säulenaxe geschliffene Turmalinplatte (§ 185) hindurchgehen läſst. Die Anwendung des Polarisationsspiegels hat die, namentlich bei der analysierenden Vorrichtung, unbequeme Folge, daſs dabei der Lichtstrahl aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt wird, und daſs bei der Drehung des analysierenden Spiegels der Beobachter seine Stellung gegen den Apparat ändern muſs. Andererseits bewirkt der Glassatz einen groſsen Verlust an Lichtintensität durch Reflexion an der Oberfläche der Glasplatten, die Turmalinplatte eine Schwächung des Lichtes durch Absorption und überdies eine für die meisten Versuche störende Färbung. Wendet man, anstatt des Turmalins, eine Kalkspatplatte an, so erhält man gleichzeitig zwei Strahlen, deren Polarisationsrichtungen auf einander senkrecht stehen. Durch eine von Nicol (1828) erdachte, sinnreiche Vorrichtung ist es jedoch möglich, den ordentlichen Strahl ganz zu beseitigen. Nachdem man zu diesem Zweck den Endflächen AB, CD eines länglichen Kalkspatkrystalls (Fig. 195) durch Anschleifen eine passende Neigung zu den Seitenflächen gegeben hat, schneidet man denselben in der Richtung BC durch und kittet beide Stücke durch eine Schicht von Kanadabalsam wieder zusammen. Der Lichtstrahl EF wird durch Brechung an der Fläche AB in den ordentlichen Strahl FG und den schwächer gebrochenen, auſserordentlichen Strahl FK zerlegt. Die Richtung der Schnittfläche BC ist so gewählt, daſs der ordentliche Strahl, welcher dieselbe unter spitzerem Winkel trifft und einen gröſseren Brechungsexponenten besitzt als Kanadabalsam, durch totale Reflexion an der Balsamschicht (§ 143) nach GH beseitigt wird, während der auſserordentliche senkrecht zur Hauptschnittsebene polarisierte Strahl KL hindurchgeht und in der Richtung $LM \parallel EF$ austritt. Ein solches Nicolsches Prisma kann daher anstelle des Polarisationsspiegels oder der Turmalinplatte nach Belieben als polarisierende, oder als analysierende Vorrichtung gebraucht werden. — Ähnliche Polarisationsvorrichtungen, welche auf der doppelbrechenden Eigenschaft des Kalkspats beruhen, sind von Hasert und Dove angegeben worden.

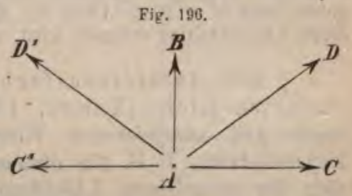
Fig. 195.



Die polarisierende und analysierende Vorrichtung sind auf einem gemeinsamen Stativ (s. § 192 Fig. 201) so befestigt, dafs, während erstere feststeht, letztere um die Richtung des polarisierten Strahles, die mit der Axe des Apparats zusammenfällt, gedreht und die Gröfse des Drehungswinkels an einem geteilten Kreise abgelesen werden kann. Sind die Polarisationsebenen beider Vorrichtungen parallel, so steht der Zeiger des Teilkreises auf 0°, und das Gesichtsfeld erscheint hell. Wird die analysierende Vorrichtung um 90° gedreht, so wird das Gesichtsfeld verdunkelt (§ 182).

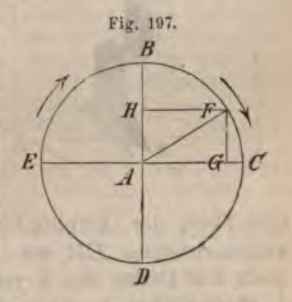
§ 189. **Interferenzerscheinungen des polarisierten Lichts, cirkulare und elliptische Polarisation.** — Zwei polarisierte Lichtstrahlen können sich durch Interferenz nur dann vollständig vernichten, wenn ihre Polarisationsebenen zusammenfallen; dagegen findet keine Schwächung der Lichtintensität durch Interferenz statt, wenn beide Polarisationsebenen auf einander senkrecht sind. Fresnel zog aus diesem Umstand den Schlufs, dafs die Schwingungen des Lichtäthers transversale sind. Es sei A (Fig. 196) die Gleichgewichtslage eines Ätherteilchens und AB, AC die Schwingungsrichtungen und Amplituden zweier Lichtwellen von gleicher Schwingungsdauer, deren Polarisationsebenen auf einander senkrecht stehen. Sind die Phasen beider Wellen so beschaffen, dafs das Ätherteilchen infolge beider Wellenbewegungen gleichzeitig durch seine Gleichgewichtslage hindurchgeht, so werden sich die beiden durch AB und AC dargestellten Bewegungen zu einer geradlinigen, resultierenden Bewegung zusammensetzen, welche durch AD vorgestellt wird (§ 34). Würde eine von beiden Wellen, z. B. AC, gegen die andere um eine halbe Schwingungsdauer verzögert, so träte anstelle der Bewegungskomponente AC die entgegengesetzte AC', welche sich mit AB zu der geradlinigen Schwingung AD' zusammensetzt. Eine andere Erscheinung tritt dagegen ein, wenn die Verzögerung eine Viertel-Schwingungsdauer oder der Hauptunterschied beider Strahlen eine Viertel-Wellenlänge beträgt. Während nämlich infolge einer von beiden Wellen das Ätherteilchen bereits seine gröfste Elongation AB erreicht hat, ist seine Elongation in der darauf senkrechten Richtung $AC=0$. Das Ätherteilchen befindet sich also in B (Fig. 197).

Fig. 196.



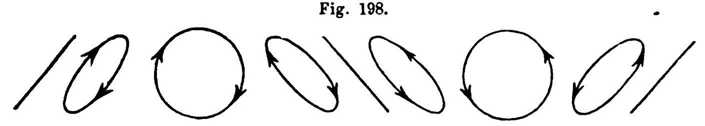
Während dasselbe nun infolge der ersten Welle von B nach A zurückgelangen würde, wird es gleichzeitig durch die zweite Welle in der Richtung nach C hin getrieben, so dafs es nach einer Viertel-Schwingungsdauer nicht in A, sondern in C anlangt u. s. f., so dafs dasselbe, wenn die Amplituden beider Schwingungen gleich sind, in der Zeit einer Schwingungsdauer die Kreisperipherie $BCDE$ mit gleichförmiger Geschwindigkeit in der Richtung der Pfeile durchläuft. (Während nämlich die Elongation in der Richtung AB von ihrem gröfsten Wert $AB=a$ bis zu $AH=a\cos BAF$ abgenommen hat, ist die Elongation in der Richtung AC von 0 auf $AG=a\sin BAF$ gewachsen, so dafs $AF^2=AH^2+AG^2=a^2$ ist. (Vergl. § 60). Die Drehungsrichtung würde die entgegengesetzte sein, wenn die Welle AB gegen die andere um eine Viertel-Schwingungsdauer zurück wäre. Man nennt einen solchen Lichtstrahl, in welchem sämtliche Ätherteilchen kreisförmige Bahnen beschreiben, je nach der Drehungsrichtung einen **rechts** oder **links** cirkular polarisierten. Haben die beiden interferierenden Lichtstrahlen ungleiche Amplitude, oder beträgt die Phasendifferenz mehr oder weniger als eine Viertel-Schwingungsdauer, so ist die Bahn, welche jedes Ätherteilchen beschreibt, eine **Ellipse** und der resultierende Strahl heifst, je nach der Drehungsrichtung, ein rechts oder links **elliptisch** polarisierter.

Fig. 197.



In Fig. 198 sind die Schwingungsweisen dargestellt, welche durch eine Phasendifferenz zweier senkrecht zu einander polarisierten Lichtstrahlen von $^0/_8$, $^1/_8$ $^2/_8$, ... bis $^8/_8$ der Schwingungsdauer hervorgebracht werden.

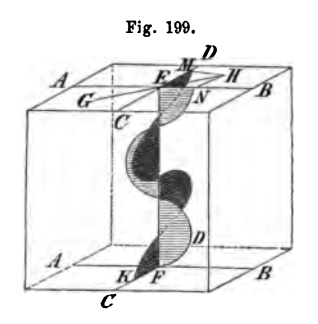
Fig. 198.



Cirkular polarisierte Lichtstrahlen können auf verschiedene Weise hervorgebracht werden. Fresnel zeigte (1817), daſs ein linear polarisierter Strahl durch totale Reflexion in einem Glasprisma unter einem gewissen Winkel in zwei Komponenten zerlegt wird, die einen Gangunterschied von $^1/_8$ Wellenlänge haben. Durch zweimalige Reflexion unter demselben Winkel wird derselbe also in einen cirkular polarisierten Strahl verwandelt. Auf andere Weise kann der Gangunterschied von $^1/_4$ Wellenlänge durch ein Glimmerblättchen von gewisser Dicke hervorgebracht werden, durch welches man den linear polarisierten Strahl gehen läſst (s. § 190). Über die Merkmale, an welchen die cirkulare Polarisation eines Lichtstrahles erkannt wird, siehe §§ 191 und 193.

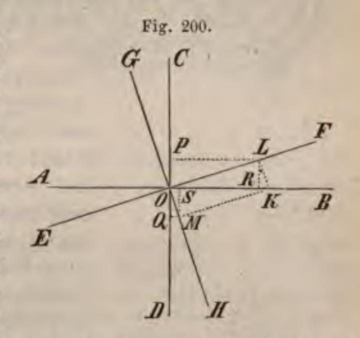
§ 190. Interferenzfarben dünner Krystallblättchen im polarisierten Licht (Young, 1814). Bringt man zwischen die polarisierende und analysierende Vorrichtung eines Polarisationsapparates eine Krystallplatte, z. B. ein dünnes Gips- oder Glimmerblättchen, so zerlegt sich der polarisierte Lichtstrahl beim Eintritt in den Krystall in zwei senkrecht zu einander polarisierte Komponenten, welche den Krystall mit ungleichen Geschwindigkeiten (§§ 186, 187) durchlaufen und dadurch einen Gangunterschied erhalten, welcher mit der Dicke des Krystallblättchens wächst. Stellen z. B. *AB* und *CD* die Polarisationsrichtungen der Komponenten im Krystall, *EH* die Schwingungsamplitude und Polarisationsrichtung des einfallenden Strahles vor, so wird derselbe in die Komponenten *EM* und *EN* zerlegt. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Komponente *EM* sei die kleinere, so wird auch ihre Wellenlänge kleiner sein. Braucht z. B. die erste $^6/_4$ Schwingungszeiten, die letzte nur $^5/_4$ Schwingungszeiten, um die Dicke des Krystalls zu durchlaufen, so werden beide mit einer Phasendifferenz von $^1/_4$ Schwingungsdauer, oder mit einem Gangunterschied von $^1/_4$ Wellenlänge in *F* anlangen und sich beim Austritt aus dem Krystall, wenn die Amplituden beider Komponenten gleich waren, zu cirkular-polarisiertem Licht zusammensetzen (§ 189). (Die Gleichheit der Amplituden findet statt, wenn die ursprüngliche Polarisationsrichtung *EH* mit *AB* und *CD* Winkel von 45° einschlieſst.) Je nach der Dicke des Krystalls kann nun der Gangunterschied auf $^1/_2$, $^3/_4$, 1 Wellenlänge u. s. w. wachsen. Werden nach dem Austritt aus dem Krystall beide Komponenten durch die analysierende Vorrichtung des Polarisationsapparats auf gleiche Polarisationsebenen zurückgeführt, so werden sie einander gegenseitig verstärken oder schwächen, je nachdem ihr Gangunterschied eine gerade oder ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, während bei einem Gangunterschied von $^1/_4\lambda$, $^3/_4\lambda$ u. s. w. weder Verstärkung noch Schwä-

Fig. 199.



chung eintritt, sondern nur die cirkulare Schwingung auf eine lineare zurückgeführt wird. Da die verschiedenen Farben ungleiche Wellenlänge haben und sich überdies mit ungleicher Geschwindigkeit im Krystall fortpflanzen, so wird die Dicke des Krystalls, welche einem Gangunterschied von einer Wellenlänge entspricht, für jede Farbe eine andere sein, und bei einem Krystall von einer bestimmten Dicke werden sich die Komponenten gewisser Farbenstrahlen verstärken, während die anderen Strahlen einander vernichten. Das Krystallblättchen wird daher im allgemeinen, zwischen die polarisierende und analysierende Vorrichtung gebracht, farbig erscheinen, und zwar wird die Farbe, welche es zeigt, von der Dicke des Blättchens und von der Lage seiner Axenrichtungen gegen die Polarisationsrichtung des Polarisators und Analysators abhängen.

Fig. 200.



§ 191. Es stellen AB und CD (Fig. 200) die Polarisationsebenen des polarisierenden und analysierenden Nicols vor, welche beispielsweise zunächst gekreuzt angenommen werden, so dafs das Gesichtsfeld ohne das Krystallblättchen dunkel erscheint, EF und GH seien die Schwingungsrichtungen der polarisierten Komponenten im Krystall, der durch den Polarisator in der Ebene AB polarisierte Lichtstrahl, dessen Schwingungsamplitude $OK = i$ ist, wird im Krystall in die Komponenten OL und OM zerlegt. Wird $\angle BOF$ mit α bezeichnet, so ist $OL = i \cos \alpha$, $OM = i \sin \alpha$. Durch den analysierenden Nicol wird jede dieser Komponenten abermals in zwei Komponenten zerlegt, von welchem nur die in der Ebene CD polarisierte durchgelassen wird. Die Schwingungsamplituden dieser Komponenten sind $OP = i \cos \alpha \sin \alpha$ und $OQ = i \sin \alpha \cos \alpha$. Die beiden interferierenden Strahlen haben also gleiche Schwingungsamplitude. Ist $\angle \alpha = 0^0$ oder $= 90^0$, d. h. fallen die Polarisationsrichtungen des Krystalls mit denen der gekreuzten Nicols zusammen, so sind beide Komponenten $= 0$, oder das Gesichtsfeld erscheint bei jeder Dicke des Krystallblättchens dunkel. Die interferierenden Strahlen haben dagegen ihren gröfsten Wert, oder das Gesichtsfeld erscheint in gröfster Helligkeit, wenn $\alpha = 45^0$ ist, indem dann $OP = OQ = \frac{1}{2} i$ wird. Ist der Gangunterschied der Strahlen, welcher durch den Krystall hervorgebracht wird, gleich Null oder gleich einer ganzen Anzahl von Wellenlängen, so treffen, wie aus der Figur ersichtlich, in der Polarisationsebene CD entgegengesetzte Phasen beider Wellen zusammen, und dieselben vernichten sich gegenseitig. Dagegen findet eine Verstärkung der Intensität derjenigen Strahlen statt, für welche der Gangunterschied im Krystall $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda$, im allgemeinen eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, da diese Wellen mit gleichen Schwingungsphasen zusammentreffen.

Dreht man den analysierenden Nicol um 90^0, so dafs die Polarisationsebenen beider Nicols parallel sind, und beide mit AB zusammenfallen, so werden die Komponenten OP, OQ vom analysierenden Nicol beseitigt, OR und OS dagegen durchgelassen. Es ist $OR = OL \cos \alpha = i \cos \alpha^2$, $OS = OM \sin \alpha = i \sin \alpha^2$. Ist $\angle \alpha = 0^0$ oder 90^0, so verschwindet jedesmal eine der beiden Komponenten, während die andere $= i$ wird. Es findet also keine Interferenz statt, und das Gesichtsfeld erscheint für alle Farben in gleicher Helligkeit, mithin bei Anwendung weifsen Lichts farblos, als ob der Krystall nicht vorhanden wäre. Dagegen findet die vollständigste Interferenz, also die intensivste Färbung statt, wenn $\angle \alpha = 45^0$ ist, indem dann wieder $OR = OS = \frac{1}{2} i$ wird. Ist der durch den Krystall erzeugte Gangunterschied $0, \lambda, 2\lambda \ldots$, so treffen, wie aus der Figur ersichtlich, beide Wellen in der Polarisationsebene AB mit gleicher Schwingungsrichtung zusammen und verstärken einander. Wird dagegen durch den Krystall ein Gangunterschied von $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda \ldots$ erzeugt, so sind die Schwingungsphasen entgegengesetzt, und es findet Vernichtung beider Komponenten statt.

Die Vergleichung beider Fälle zeigt, dafs bei gekreuzten Nicols diejenigen Farben durch Interferenz vernichtet werden, welche sich bei parallelen Nicols verstärken und umgekehrt. Es folgt daraus, dafs bei Drehung des analysierenden Nicols um 90° die Farbe des Krystalls in die Komplementärfarbe übergehen mufs, wie der Versuch in der That lehrt.

Ist das Krystallblättchen so dünn, dafs dasselbe einen Gangunterschied von $^1/_4\lambda$ erzeugt, und schliefst seine Hauptschnittsebene mit der der polarisierenden Vorrichtung einen Winkel von 45° ein, so ist der aus dem Krystall austretende Lichtstrahl, wie oben gezeigt, cirkular polarisiert, und das Gesichtsfeld behält bei Drehung des analysierenden Nicols stets gleiche Helligkeit, da der cirkularpolarisierte Strahl sich nach allen Richtungen symmetrisch verhält und bei Zurückführung auf eine Polarisationsebene eine in jeder Richtung gleich grofse Schwingungskomponente liefert.

§ 192. Interferenzfarben senkrecht zur optischen Axe geschliffener Krystallplatten im polarisierten Licht. Läfst man ein durch Reflexion an einem Glasspiegel S (Fig. 201), oder durch ein Nicolsches Prisma polarisiertes Strahlenbündel, nachdem es durch die Konvexlinse L konvergent gemacht worden, durch eine senkrecht zur optischen Axe geschliffene Kalkspatplatte hindurchgehen und betrachtet die von K aus divergierenden Strahlen, nachdem sie durch eine zweite Konvexlinse L' wieder konvergent gemacht worden sind, durch das analysierende Nicolsche Prisma N, so erblickt man ein System concentrischer Farbenringe (Fig. 202 a, b), welche von einem hellen oder schwarzen Kreuz durchschnitten sind, je nachdem die Polarisationsebenen der polarisierenden und analysierenden Vorrichtung zusammenfallen, oder einander rechtwinklig durchkreuzen. Bei Anwendung weifsen Lichtes zeigen die Ringe vom Centrum nach der Peripherie eine Farbenfolge, welche ähnlich ist derjenigen der Newtonschen Ringe (§ 180). Beim Drehen des analysierenden Nicols um 90° geht jede Farbe in ihre Komplementärfarbe über. Bei Anwendung homogenen Lichtes (§ 149) erblickt man nur ein System von abwechselnd hellen und dunklen Ringen, welche von dem hellen oder dunklen Kreuz durchschnitten sind. Dieselben sind viel zahlreicher als bei weifsem Licht, und die einzelnen Ringe sind um so breiter, je gröfser die Wellenlänge des angewandten Lichtes. Die Farbenfolge, welche man bei Anwendung weifsen Lichtes erblickt, entsteht, wie bei den Newtonschen Ringen, durch Übereinanderlagerung der den verschiedenen Farbenstrahlen entsprechenden Ringsysteme. — Bei Anwendung cirkular-polarisierten Lichtes (§ 190) erblickt man das System der Farbenringe ohne das helle oder schwarze Kreuz.

Fig. 201.

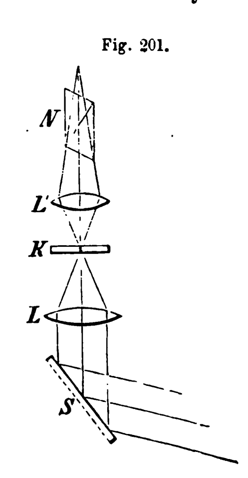
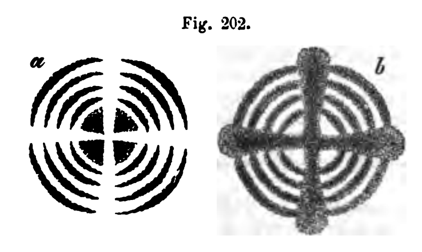


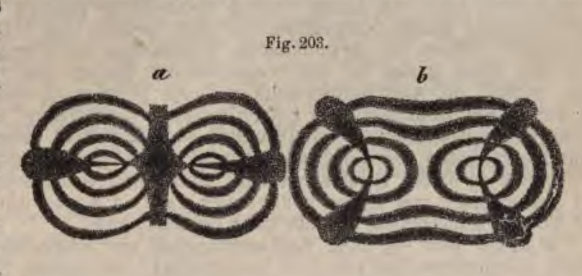
Fig. 202.



Bringt man an die Stelle der Kalkspatplatte eine Platte aus einem optisch zweiaxigen Krystall, z. B. Salpeter, welche senkrecht zur

Halbierungslinie des von den optischen Axen eingeschlossenen Winkels geschliffen ist, so erblickt man eine andere Farbenerscheinung (Fig. 203), nämlich ein doppeltes, den beiden optischen Axen entsprechendes Ringsystem, dessen äufsere Ringe sich zu lemniskatenähnlichen Kurven vereinigen, und bei gekreuzten Polarisationsebenen von einem schwarzen Kreuz (Fig. 203a) durchzogen erscheinen, wenn die Ebene der optischen Axen des Krystalls mit der Polarisationsebene der polarisierenden oder analysierenden Vorrichtung zusammenfällt. Ist dagegen die Ebene der optischen Axen des Krystalls gegen beide Polarisationsebenen unter 45° geneigt, so dafs sie den von beiden eingeschlossenen, rechten Winkel halbiert, so wird das Ringsystem anstelle des schwarzen Kreuzes von den hyperbolisch gekrümmten, schwarzen Streifen (Fig. 203b) durchschnitten.

Fig. 203.



Beim Salpeter, Topas u. s. w. ist der Winkel der optischen Axen so klein, dafs es leicht ist, das doppelte Ringsystem gleichzeitig zu übersehen. Beim Arragonit dagegen und anderen Krystallen ist der Winkel der optischen Axen so grofs, dafs man entweder sehr konvergierende Beleuchtung anwenden, oder durch Drehung des Krystalls successive das der einen und der anderen optischen Axe entsprechende Ringsystem ins Gesichtsfeld bringen mufs.

Gewisse Krystallzwillinge des Arragonits zeigen eine derartige Verwachsung beider Krystallindividuen, dafs dieselben beim Hindurchsehen in einer bestimmten Richtung schon ohne besondere polarisierende Vorrichtung die den optischen Axen entsprechenden Ringsysteme erblicken lassen, indem die einzelnen Teile des Krystalls zugleich den Polarisator und Analysator vertreten. Man nennt dieselben deshalb idiocyklophane Krystalle.

Glasplatten, welche durch schnelle Abkühlung in einen molekularen Spannungszustand versetzt worden sind, zeigen die Eigenschaften der Doppelbrechung und geben zwischen den gekreuzten Polarisationsspiegeln ähnliche Farbenerscheinungen, wie doppelbrechende Krystalle. Ebenso erlangen das Glas und andere homogene Körper doppelbrechende Eigenschaften, indem man dieselben in einer Richtung komprimiert.

Ein Nicolsches Prisma, in Verbindung mit einer senkrecht zur optischen Axe geschliffenen Kalkspatplatte, dient als Polariskop zur Entdeckung polarisierten Lichts, indem das System der Farbenringe sichtbar wird, sobald man durch dasselbe nach einer Lichtquelle blickt, welche vollständig oder teilweise polarisiertes Licht aussendet. So erweist sich z. B. alles regelmäfsig gespiegelte Licht (ausgenommen der Fall der normalen Incidenz) teilweise polarisiert. Auch das von weifsen Körpern, z. B. Papier, unregelmäfsig zerstreute Licht zeigt um so merklichere Spuren von Polarisation, unter je schieferem Winkel man die lichtzerstreuende Fläche betrachtet. Das Licht des unbewölkten Himmels ist in einer durch den Mittelpunkt der Sonne gelegten Ebene durch Reflexion teilweise polarisiert.

§ 193. Erklärung der Farbenringe im Kalkspat. Bringt man zwischen die polarisierende und analysierende Vorrichtung eine senkrecht zur optischen Axe geschliffene Kalkspatplatte in der oben (§ 192) beschriebenen Weise, so wird der parallel der optischen Axe hindurchgehende Centralstrahl keine Modifikation erfahren, da der Kalkspat in dieser Richtung alle Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzt. Der Mittelpunkt des Gesichtsfeldes wird daher hell oder dunkel erscheinen, je nachdem die Polarisationsebenen des Polarisators und

Analysators parallel oder gekreuzt sind. Jeder andere Strahl wird, wie in §§ 190 und 191 erläutert, in zwei Komponenten zerlegt, von welchen die eine in der durch den Centralstrahl gelegten Hauptschnittsebene, die andere in einer zu dieser senkrechten Ebene polarisiert ist. Beide Strahlen werden, nachdem sie durch den Krystall einen Gangunterschied erhalten haben, durch den Analysator zur Interferenz gebracht. Der Gangunterschied ist für alle Strahlen, welche unter gleichem Winkel gegen den Axenstrahl geneigt sind, gleich grofs und wächst mit dem Neigungswinkel. Daher erscheint das helle oder dunkle Centrum bei Anwendung homogenen Lichts von einem System abwechselnd dunkler und heller Kreise umgeben, welche einem Gangunterschied der Strahlen von $^1/_2\lambda$, λ, $^3/_2\lambda$, 2λ ... entsprechen. Wegen der verschiedenen Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit sind diese Kreise bei den verschiedenen Farben von ungleicher Breite, und man erblickt bei Anwendung weifsen Lichts prismatisch gefärbte Farbenringe. — In der Polarisationsebene der polarisierenden Vorrichtung, sowie in der auf dieser senkrechten Ebene (für $\alpha = 0^0$ und $\alpha = 90^0$, § 191), wird je eine der Komponenten, in welche der polarisierte Strahl durch den Kalkspat zerlegt wird, gleich Null, und es findet in dieser Ebene keine Interferenz statt. Daher erscheinen die Farbenringe von einem hellen oder dunklen Kreuz durchzogen, je nachdem die Polarisationsebenen parallel oder gekreuzt sind.

Schaltet man vor dem Kalkspatkrystall ein Glimmerblättchen ein, welches einen Gangunterschied von $^1/_4\lambda$ hervorbringt, und dessen Schwingungsrichtungen gegen die des polarisierten Strahles um 45^0 geneigt sind, so wird das linear polarisierte Licht in cirkular polarisiertes verwandelt, und man erblickt infolgedessen die Farbenringe ohne das helle oder dunkle Kreuz; dagegen gehen die Farben jedes Ringes in den abwechselnden Quadranten in die komplementären über, oder die hellen oder dunklen Ringe erscheinen in den abwechselnden Quadranten um die halbe Breite eines Ringes gegen einander verschoben, weil sich der durch das Glimmerblättchen erzeugte Gangunterschied von $^1/_4\lambda$ in zwei Quadranten zu dem durch den Krystall erzeugten Phasenunterschied addiert, in den beiden anderen Quadranten dagegen von demselben subtrahiert. Durch Einschaltung eines zweiten, gleichen Glimmerblättchens vor dem analysierenden Nicol wird dieser Phasenunterschied aufgehoben, und man erblickt die durch alle vier Quadranten gleichförmigen Farbenringe ohne das Kreuz. Die Mitte des Gesichtsfeldes erscheint stets dunkel oder stets hell, je nachdem die Polarisationsebenen beider Nicols die entsprechenden oder die nicht entsprechenden Winkel der Schwingungsrichtungen der Glimmerblättchen halbieren (je nachdem das rechts cirkular polarisierte Licht rechts oder links cirkular analysiert wird).

§ 194. Cirkularpolarisation des Bergkrystalls. Eine senkrecht zur Axe geschliffene Bergkrystallplatte zeigt im Polarisationsapparat (Fig. 201) eine ähnliche Farbenerscheinung wie der Kalkspat, doch erstrecken sich die vier Arme des bei gekreuzten Polarisationsebenen die Farbenringe durchsetzenden, dunklen Kreuzes nicht bis zur Mitte des Gesichtsfeldes. Diese erscheint vielmehr bei Anwendung weifsen Lichtes niemals völlig dunkel, sondern farbig, und die Farbe geht bei Drehung des analysierenden Nicols um 90^0 in die Komplementärfarbe über. Wendet man homogenes Licht an, so erscheint die Mitte des Gesichtsfeldes bei gekreuzten Nicols nicht völlig dunkel, sondern man mufs, um die Auslöschung des Lichtes herbeizuführen, den analysierenden Nicol um eine gewisse Zahl von Graden nach rechts oder nach links drehen. Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtstrahls hat also beim Durchgang durch den Bergkrystall in der Richtung seiner optischen Axe eine Drehung erlitten. Manche Quarzplatten drehen die Polarisationsebene nach rechts, andere nach links. Man unterscheidet danach rechts- und linksdrehende Krystalle, welche häufig auch in ihrer äufseren Krystallform durch das Auftreten gewisser unsymmetrisch hemiëdrischen Krystallflächen kenntlich sind. Die Gröfse des Drehungswinkels wächst mit der Dicke der Platte und ist für die verschiedenen Farben verschieden, am kleinsten für rotes,

am gröfsten für violettes Licht. Im weifsen Licht tritt daher bei keiner Stellung des analysierenden Nicols eine völlige Verdunkelung der Mitte des Gesichtsfeldes ein, die Farbe geht vielmehr bei dünnen Platten aus Blau, durch einen dunkel violettrötlichen Farbenton, die sogenannte Übergangsfarbe (*teinte de passage*), zu Rot über.

Airy erklärte die Drehung der Polarisationsebene im Quarz dadurch, dafs derselbe infolge der unsymmetrischen Anordnung seiner Moleküle, die sich auch in der Krystallform kundgiebt, in der Richtung seiner optischen Axe nur cirkular polarisierte Strahlen fortzupflanzen imstande sei, und dafs sich jeder linear polarisierte Strahl beim Eintritt in den Krystall in einen rechts und einen links cirkular polarisierten Strahl (§ 189) zerlege, welche sich mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzen. Beim Austritt aus dem Krystall setzen sich beide wieder zu linear polarisiertem Licht zusammen. Es läfst sich zeigen, dafs durch eine Verzögerung eines Strahles gegen den anderen um eine Viertel-Wellenlänge die Polarisationsebene des resultierenden Strahles um 45° gegen die ursprüngliche Lage gedreht erscheint.

Ein ähnliches, merkwürdiges Verhalten gegen das polarisierte Licht, wie der Quarz, welches ebenfalls mit der Krystallform in Zusammenhang steht, zeigen die weinsteinsauren und traubensauren Salze in ihren Lösungen. Beide Säuren zeigen gleiche chemische Zusammensetzung. Die Weinsteinsäure und ihre Salze drehen in ihren Lösungen die Polarisationsebene nach rechts, die Traubensäure und ihre Salze nach links. Wie beim Bergkrystall, so kommen bei den Krystallen der weinsteinsauren und der traubensauren Salze unsymmetrische Krystallflächen vor, welche der Drehungsrichtung entsprechen. Pasteur fand, dafs sich die Salze beider Säuren durch Zusammenkrystallisieren zu neutraltraubensauren Salzen vereinigen, deren Krystalle keine hemiëdrische Beschaffenheit zeigen, und deren Lösungen die Polarisationsebene weder nach rechts, noch nach links drehen. Besonders merkwürdig ist auch, dafs die unsymmetrische Form der Moleküle, welche sich in der Krystallform der beiden Arten von Salzen zeigt, sich auch noch in den Lösungen dieser Salze durch die Drehung der Polarisationsebene kundgiebt.

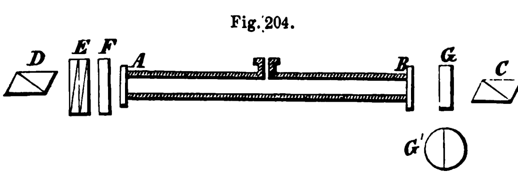
§ 195. Cirkularpolarisation der Flüssigkeiten. Aufser den am Schlufs des vorigen Paragraphen erwähnten Lösungen weinsteinsaurer und traubensaurer Salze besitzen noch gewisse andere Flüssigkeiten die Eigenschaft, die Polarisationsebene zu drehen, namentlich viele ätherischen Öle und die Lösungen der verschiedenen Zuckerarten. Terpentinöl dreht die Polarisationsebene links, Citronenöl rechts. Rohrzucker-, Traubenzucker- (Dextrose) und Dextrinlösungen drehen rechts, arabischer Gummi, unkrystallisierbarer Fruchtzucker und mit Säuren behandelter Rohrzucker links.

Die Drehung der Polarisationsebene durch Rohrzucker findet eine praktische Anwendung bei der Bestimmung des Gehaltes zuckerhaltiger Flüssigkeiten an krystallisierbarem Rohrzucker. Es dient dazu am besten das Saccharimeter von Soleil (1847). Die zu prüfende Zuckerlösung ist in einer inwendig geschwärzten und an beiden Enden durch ebene Glasplatten geschlossenen Röhre AB enthalten. Läfst man das Licht bei B eintreten, nachdem es zuvor durch das polarisierende Nicolsche Prisma C gegangen ist, so kann, mittelst des analysierenden Nicolschen Prismas D, der Drehungswinkel der Polarisationsebene unmittelbar abgelesen werden, wenn dasselbe mit einem geteilten Kreise versehen ist. Um jedoch die Empfindlichkeit des Apparats zu vergröfsern, ist bei G eine Quarzplatte eingeschaltet, welche in der bei G' angedeuteten Weise aus zwei halbkreisförmigen Quarzstücken, einem rechtsdrehenden und einem linksdrehenden, zusammengesetzt ist. Die Dicke dieser Quarzplatten (3,75 mm) ist so gewählt, dafs jede zwischen den gekreuzten Nicols genau die empfindliche Übergangsfarbe (§ 194) zeigt. Wird die Flüssigkeitssäule AB eingeschaltet, so giebt sich das geringste Drehungsvermögen derselben durch eine ungleiche Färbung der beiden Hälften des Gesichtsfeldes zu erkennen, indem die eine in Blau, die andere in Rot übergeht. Anstatt die Übergangsfarbe durch Drehung des Nicolschen Prismas D wiederherzustellen und den Drehungswinkel direkt zu bestimmen,

wird die Drehung der Polarisationsebene in der Zuckerlösung durch eine zwischen A und D angebrachte Vorrichtung kompensiert. Diese besteht aus einer rechtsdrehenden Quarzplatte F und aus zwei keilförmig geschliffenen Platten von linksdrehendem Quarz, welche, mit entgegengesetzten Kanten über einander gelegt, zusammen eine linksdrehende Platte bilden, deren Dicke veränderlich ist, je nachdem die Keile mehr oder minder über einander geschoben werden. Diese Verschiebung geschieht mittelst einer Mikrometerschraube, an welcher die Änderung der Dicke der Platte genau abgelesen werden kann. Sind die Platten E und F gleich dick, so heben sie ihre drehende Wirkung gegenseitig auf, und beide Hälften der Platte G erscheinen in der Übergangsfarbe. Nach Einschaltung der Flüssigkeitssäule AB wird die Übergangsfarbe durch Änderung der Dicke der Platte E mittelst der Mikrometerschraube wiederhergestellt. Die zu diesem Zweck erforderliche Drehung der Schraube ist dem Prozentgehalt der Lösung proportional.

Manche Körper, welche an sich keine Drehung der Polarisationsebene bewirken, erlangen diese Fähigkeit, wie Faraday (1847) entdeckt hat, unter dem Einfluſs des Magnetismus, oder eines elektrischen Stromes, z. B. Faradays „schweres Glas“ (kieselborsaures Bleioxyd), Flintglas, Schwefelkohlenstoff, Wasser. Bei Körpern, welche, wie Terpentinöl, schon an sich ein Drehungsvermögen besitzen, wird dasselbe durch Einwirkung des elektrischen Stromes modifiziert. Um die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene nachzuweisen, kann man die mit der Flüssigkeit gefüllte Röhre AB (Fig. 204) mit einer Spirale aus starkem, mit Seide besponnenem Kupferdraht umgeben und durch diesen einen kräftigen elektrischen Strom leiten, oder man kann die zu prüfende Substanz zwischen die Pole der Halbanker eines kräftigen Elektromagnets (§ 321) bringen, wobei es zweckmäſsig ist, die Anker in der Richtung der Verbindungslinie der Pole zu durchbohren, um in dieser Richtung hindurchsehen zu können. Sobald der Strom geschlossen, oder die Polarität des Elektromagnets erregt wird, beobachtet man die Drehung der Polarisationsebene, welche durch Wechsel der Stromrichtung oder Umkehrung der Pole des Elektromagnets in die entgegengesetzte übergeht.

Fig. 204.



Sechster Abschnitt.

Wärmelehre.

1. Wärmegrad oder Temperatur.

§ 196. Wärmeempfindung, Temperatur. Die Empfindungen der Wärme und Kälte, welche die uns umgebenden Körper durch die Berührung in unseren Hautnerven hervorrufen, lassen uns auf gewisse Verschiedenheiten des Zustandes dieser Körper schlieſsen, welche wir als einen höheren oder niederen Wärmegrad oder eine höhere oder niedere Temperatur derselben bezeichnen. Werden zwei Körper von verschiedener Temperatur in Berührung gebracht, so findet eine Ausgleichung ihrer Temperatur oder ein Übergang von Wärme zwischen beiden statt; ein kalter Körper wird durch umgebende Körper von höherer Temperatur erwärmt, ein warmer Körper durch Berührung mit kälteren abgekühlt.

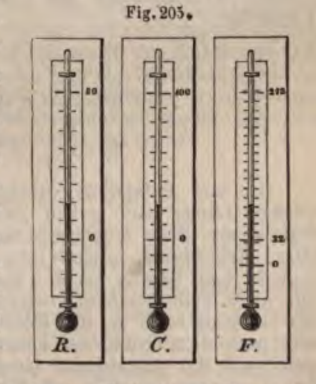
Der veränderte Wärmegrad der Körper äufsert sich nicht nur durch das Gefühl, welches dieselben bei der Berührung in uns hervorrufen, sondern es sind damit anderweitige Veränderungen in der Beschaffenheit der Körper selbst verbunden. Mit wachsendem Wärmegrad findet eine Volumenzunahme der Körper statt, oder alle Körper werden (mit einzelnen unten zu besprechenden Ausnahmen) durch die Wärme ausgedehnt (§ 198 u. ff.). Ferner ändert sich mit der Temperatur der Kohäsionszustand der Körper. Feste Körper, welche bei niederer Temperatur hart und spröde sind, werden bei höherer Temperatur weich und biegsam (Wachs, Glas, viele Metalle) und werden durch stärkere Erwärmung in den flüssigen und endlich in den luftförmigen Aggregatzustand übergeführt (§§ 203, 209).

Obgleich der verschiedene Wärmegrad der Körper unmittelbar durch das Gefühl erkannt werden kann, ist doch dieses Mittel zur Beurteilung desselben ein sehr unvollkommenes. Einerseits werden nämlich die Wärmeempfindungen unserer Hautnerven durch vorhergehende Eindrücke mitbestimmt, indem uns derselbe Körper warm oder kalt erscheint, je nachdem wir vorher einem geringeren oder höheren Wärmegrad ausgesetzt waren; auch sind, wie später gezeigt wird, andere Umstände, namentlich das verschiedene Wärmeleitungsvermögen der Körper (§ 232), bei dieser unmittelbaren Beurteilung des Wärmegrades von wesentlichem Einflufs. Andererseits ist eine Wahrnehmung geringerer Temperaturunterschiede durch das Gefühl schwierig und eine Messung derselben ganz unmöglich. — Ein weit geeigneteres Mittel zur Beurteilung und Messung der Temperaturunterschiede bietet daher die Ausdehnung der Körper durch die Wärme dar (§ 197).

Man erklärte früher den verschiedenen Erwärmungsgrad der Körper durch die Annahme eines besonderen Wärmestoffes, eines unwägbaren (gewichtslosen) Fluidums, welches alle Körper durchdringen und durch seine gröfsere oder geringere Quantität den verschiedenen Wärmegrad der Körper erzeugen sollte. Es ist jedoch aus mehrfachen Gründen (§§ 238, 241) äufserst wahrscheinlich, dafs die Wärmeerscheinungen vielmehr in einem gewissen, bald mehr, bald weniger intensiven Bewegungszustand der kleinsten Körperteilchen ihren Grund haben. Der Übergang der Wärme von einem wärmeren zu einem kälteren Körper ist danach als eine Mitteilung dieses Bewegungszustandes aufzufassen, wobei der wärmere Körper ebensoviel an der lebendigen Kraft seiner Wärmebewegung verliert, wie der kältere gewinnt (vergl. §§ 43, 68).

§ 197. Thermometer. Zur Messung der Temperaturen dient das Thermometer, dessen Gebrauch einerseits auf der Ausdehnung der Körper durch die Wärme, andererseits auf der Ausgleichung des Temperaturzustandes in Berührung befindlicher Körper beruht, infolge deren das Thermometer selbst jederzeit die Temperatur seiner Umgebung annimmt. — Am meisten ist zur Messung der Temperatur die Ausdehnung der flüssigen Körper (Quecksilber, Weingeist, Gase) geeignet, weil dieselben im allgemeinen stärker als feste Körper ausgedehnt werden und eine leichtere Beobachtung ihrer Volumenzunahme gestatten. (Vergl. § 200). Das Quecksilber- oder Weingeist-Thermometer (Fig. 205) besteht im wesentlichen aus einer engen Glasröhre mit einem daran geblasenen weiteren, gewöhnlich kugelförmigen Behälter. Dieser und ein Teil der Röhre sind mit Flüssigkeit gefüllt und darauf die Röhre oben zugeschmolzen (s. umst.)

Fig. 205.



Bei zunehmender Temperatur steigt der Gipfel der in der Röhre enthaltenen Flüssigkeitssäule infolge der Ausdehnung der in dem weiteren Gefäfs enthaltenen Flüssigkeit, und der Stand derselben kann an einer an der Röhre angebrachten Skala abgelesen werden. Die gebräuchlichsten Thermometerskalen sind die von Celsius (C.), Réaumur (R.) und Fahrenheit (F.). Die erstere ist am meisten in wissenschaftlichen Untersuchungen gebräuchlich und wird im folgenden zu Grunde gelegt werden, wo nicht ausdrücklich eine andere Skala angegeben ist. Die Skala von Réaumur wird am häufigsten in Deutschland, die Fahrenheitsche in England gebraucht. Als unveränderliche und leicht zu bestimmende Ausgangs- oder Fundamentalpunkte der Thermometerskala wählten Réaumur (1730) und Celsius (1742) die Temperatur des schmelzenden Schnees (§ 203) und die des (beim Barometerstand von 28″, nahe gleich 760 mm) siedenden Wassers (§ 209). Den Fundamentalabstand zwischen beiden Punkten teilte Réaumur in 80, Celsius in 100 gleiche Grade, und nunmehr ist der Gefrierpunkt oder Schmelzpunkt des Schnees bei beiden Skalen mit 0°, der Siedepunkt aber bei Réaumur mit 80°, bei Celsius mit 100° bezeichnet. Die Teilung wird über die Fundamentalpunkte hinaus fortgesetzt, und die Grade unterhalb des Gefrierpunktes oder Kältegrade werden mit dem Vorzeichen „—“ bezeichnet, wobei jedoch, da die Wahl des Nullpunktes eine willkürliche ist, nicht an einen Gegensatz von Wärme- und Kältegraden gedacht werden darf.

Celsius bezeichnete den Siedepunkt des Wassers mit 0, den Gefrierpunkt mit 100 und setzte diese Teilung nach unten bis 150 fort; sechs Jahre nach seinem Tode kehrte Strömer (1750) diese Skala um und stellte so die jetzt übliche Centesimalskala her, deren Grade kurz als Centigrade bezeichnet werden. Viviani erwähnt in seiner Biographie des Galilei, dafs dieser kurze Zeit nach dem Antritt seines Lehramtes in Padua (1592) das Thermometer erfunden habe. (Heller, Geschichte der Physik I, pag. 388).

Fahrenheit wählte (1714), um den Gebrauch negativer Grade zu vermeiden als Nullpunkt die Temperatur einer künstlichen Kältemischung aus Eis und Salmiak oder Seesalz. Der Gefrierpunkt des Wassers ist in Fahrenheits Skala mit 32°, der Siedepunkt mit 212° bezeichnet, so dafs der Fundamentalabstand zwischen diesen beiden Punkten 180 Grade umfafst. Es ergiebt sich daraus, dafs das Verhältnis der Anzahl der Grade der verschiedenen Skalen durch die Zahlen 80 : 100 : 180 oder 4 : 5 : 9 ausgedrückt wird, und da der Nullpunkt der Fahrenheitschen Skala um 32° tiefer liegt, als der der beiden anderen Skalen, so dienen zur Reduktion der Temperaturangaben nach den drei Skalen folgende Formeln:

$$R = \frac{4}{5} C, \qquad C = \frac{5}{4} R,$$

$$F = \frac{9}{4} R + 32, \qquad F = \frac{9}{5} C + 32,$$

$$R = \frac{4}{9} (F - 32), \qquad C = \frac{5}{9} (F - 32).$$

Die zur Anfertigung eines Thermometers dienende enge Röhre mufs ihrer ganzen Länge nach genau gleich weit sein, wovon man sich überzeugt, indem man zuvor einen Quecksilberfaden von geringer Länge durch die Röhre laufen läfst, der überall gleich lang erscheinen mufs. Bei Quecksilberthermometern braucht man häufig, um den Stand des Quecksilbers leichter zu erkennen, Röhren mit nicht cylindrischem, sondern flachem, bandförmigem Hohlraum. Die Weite des Gefäfses mufs zu der Röhre in einem passenden Verhältnis stehen, welches sich nach dem Grade der Empfindlichkeit, den man vom Thermometer verlangt, und nach der Anzahl der Grade richtet, welche die Skala umfassen soll. Um das Thermometergefäfs mit Flüssigkeit zu füllen, erwärmt man dasselbe zuerst schwach, um einen Teil der im Gefäfs enthaltenen Luft durch die Ausdehnung auszutreiben. Bringt man dann das offene Ende der Röhre unter Quecksilber,

so füllt sich beim Erkalten ein Teil des Gefäfses mit Quecksilber, indem die im Gefäfs zurückgebliebene Luft sich wieder auf ein kleineres Volumen zusammenzieht. Erhitzt man dann das in das Gefäfs eingedrungene Quecksilber bis zum Sieden, so treiben die sich entwickelnden Dämpfe alle Luft aus dem Gefäfs und beim abermaligen Erkalten füllt sich das Gefäfs und die Röhre ganz mit Quecksilber. Man erwärmt darauf das Thermometergefäfs bis zu der höchsten Temperatur, welcher dasselbe später ausgesetzt werden soll, wodurch ein Teil des Quecksilbers ausfliefst, und schmilzt bei dieser Temperatur das obere Ende der Röhre vor der Lampe zu. Beim Erkalten zieht sich das Quecksilber zurück, und es bleibt über dem Gipfel der Quecksilbersäule ein leerer Raum.

Um die Fundamentalpunkte zu bestimmen, umgiebt man das Thermometer zuerst mit einem Gemisch von Schnee oder gestofsenem Eis und destilliertem Wasser, welches stets genau die Temperatur des Gefrierpunktes besitzt. Sodann bringt man das Thermometer in ein Siedegefäfs, in welchem Kugel und Röhre bis dicht unter den zu markierenden Siedepunkt von den Dämpfen destillierten Wassers umgeben sein müssen. Beträgt der gleichzeitig beobachtete Barometerstand nicht genau 28″ (beziehungsweise 760 mm), so ist eine entsprechende Korrektion des Siedepunkts anzubringen (§ 214). Der Abstand beider Fundamentalpunkte wird dann in 80 oder 100 gleiche Teile geteilt. — Umfafst die Thermometerskala nicht den ganzen Fundamentalabstand, so mufs das Thermometer durch Vergleichung mit einem genauen Normalthermometer graduiert werden.

Das Quecksilber dehnt sich für jeden Grad der hundertteiligen Skala um $\frac{1}{5550}$, der Weingeist im Mittel um $\frac{1}{800}$ seines Volumens aus. Die Ausdehnung des Weingeistes ist also stärker. Da sich aber das Quecksilber gleichmäfsiger ausdehnt (§ 201), so giebt man im allgemeinen dem Quecksilberthermometer den Vorzug. Da das Quecksilber bei — 38,2° C. gefriert, so müssen für tiefere Temperaturen Weingeistthermometer gebraucht werden, dagegen ist für hohe Temperaturen bis zu 360° C. das Quecksilber allein brauchbar, da Weingeist schon bei 78,3° siedet. Für Temperaturen über dem Siedepunkte des Quecksilbers bedient man sich des Luftthermometers (§ 202).

Häufig ist es, besonders bei Witterungsbeobachtungen (§ 246), von Interesse, nicht nur die augenblickliche Temperatur eines Raumes, sondern auch die höchste und tiefste Temperatur zu kennen, welche während eines gewissen Zeitabschnitts, z. B. eines Tages, stattgefunden hat. Man bedient sich dazu der sogenannten Registrierthermometer oder Thermometrographen. Der bekannteste ist der von Rutherford (1794). Derselbe besteht aus einem Quecksilberthermometer, welches das Maximum, und einem Weingeistthermometer, welches das Minimum der Temperatur anzuzeigen bestimmt ist. Die Röhren beider Thermometer liegen horizontal. In der des Quecksilberthermometers befindet sich ein feiner Stahlstift, welcher beim Vorrücken der Quecksilbersäule von dieser fortgestofsen wird, beim Zurückweichen des Quecksilbers aber liegen bleibt und so das stattgehabte Maximum der Temperatur bezeichnet. In der Röhre des Weingeistthermometers dagegen befindet sich ein feines Glasstäbchen, welches vom Weingeist benetzt und beim Zurückweichen der Weingeistsäule durch Adhäsion von dieser mit fortgezogen wird, bei steigender Temperatur aber an der dem stattgehabten Minimum entsprechenden Stelle liegen bleibt. Nach geschehener Ablesung werden beide Stäbchen durch vorsichtiges Neigen der Thermometerröhren wieder mit dem Gipfel der Quecksilber- und Weingeistsäule in Berührung gebracht.

2. Ausdehnung der Körper durch die Wärme.

§ 198. Ausdehnung fester Körper. Dafs die festen Körper durch die Wärme eine Vergröfserung ihrer Dimensionen erfahren, geht aus vielen Erscheinungen des täglichen Lebens hervor und kann durch einfache Versuche nachgewiesen werden. Besonders stark ist die Ausdehnung der Metalle durch die Wärme. Eine Metallkugel, welche genau in einen Ring pafst, wenn beide Körper gleiche Temperatur haben, bleibt auf demselben liegen, wenn sie zuvor auf eine höhere Temperatur erwärmt worden ist, und fällt erst hindurch, nachdem die Temperaturausgleichung

zwischen Kugel und Ring stattgefunden hat. Ein eiserner Reif, welcher heifs um einen Radkranz gelegt worden, schliefst sich bei dem Erkalten fest an denselben an. Beim Legen von Eisenbahnschienen, bei Röhrenleitungen und anderen Metallverbindungen, welche Temperaturveränderungen ausgesetzt sind, mufs zwischen den einzelnen Stücken ein hinreichender Spielraum gelassen, oder die Verbindung auf nachgiebige Weise hergestellt werden, um ein gewaltsames Zersprengen beim Temperaturwechsel zu verhindern. Spröde Körper, wie Glas, zerspringen bei schnellem Temperaturwechsel, indem die einzelnen Teile die höhere oder niedere Temperatur nicht gleich schnell annehmen und deshalb in ungleichem Mafse durch die Wärme ausgedehnt werden.

Die Gröfse der Ausdehnung eines Körpers durch die Wärme wird durch seinen Ausdehnungskoefficienten angegeben, und zwar hat man bei festen Körpern den linearen und kubischen Ausdehnungskoefficienten zu unterscheiden. Der lineare Ausdehnungskoefficient giebt an, mit welchem Faktor die ursprüngliche Länge eines Körpers bei 0^0 C. zu multiplizieren ist, um deren Zuwachs bei einer Temperaturerhöhung auf 1^0 C. zu erhalten.

Bezeichnet man die den Temperaturen 0^0, t^0, $t_1{}^0$ entsprechenden Längen durch l_0, l, l_1 und durch α den Ausdehnungskoefficienten, so hat man

$$l = l_0\,(1 + \alpha t) \text{ und } l_1 = l_0\,(1 + \alpha t_1),$$

folglich:

$$l_1 = \frac{l\,(1 + \alpha t_1)}{1 + \alpha t},$$

und wenn man $t < t_1$ annimmt und die Division ausführt:

$$l_1 = l\,[1 + \alpha\,(t_1 - t) - \alpha^2 t\,(t_1 - t) + \ldots],$$

wofür sich, weil α nur sehr kleine Werte besitzt, setzen läfst:

$$l_1 = l\,[1 + \alpha\,(t_1 - t)].$$

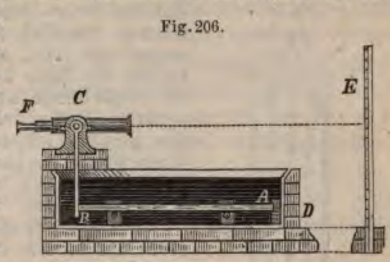
Hieraus ergiebt sich, dafs man den linearen Ausdehnungskoefficienten auch erklären kann als den Faktor, mit welchem man die Länge eines Körpers zu multiplizieren hat, um deren Zuwachs bei einer Temperaturerhöhung von einem Grad C. zu erhalten. Ebenso ist der kubische Ausdehnungskoefficient der Faktor, welcher, mit dem anfänglichen Volumen multipliziert, die Zunahme desselben bei Erhöhung der Temperatur um einen Grad C. ergiebt. Zwischen beiden findet der einfache Zusammenhang statt, dafs der kubische Ausdehnungskoefficient gleich dem dreifachen linearen ist.

Denkt man sich nämlich aus der Substanz des Körpers einen Würfel geformt, dessen Kantenlänge bei 0^0 gleich 1 ist, dessen Volumen also bei dieser Temperatur ebenfalls gleich 1 ist, und bezeichnet α den linearen Ausdehnungskoefficienten, so ist die Kantenlänge des Würfels bei 1^0 C. gleich $1 + \alpha$, mithin sein Volumen $(1 + \alpha)^3 = 1 + 3\alpha + 3\alpha^2 + \alpha^3$. Da α für alle festen Körper ein sehr kleiner Bruch $\left(< \frac{1}{1000}\right)$ ist, so dürfen die Glieder $3\alpha^2$ und α^3 ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden, und die Volumenzunahme für 1^0 oder der kubische Ausdehnungskoefficient wird durch 3α ausgedrückt, ist also gleich dem dreifachen linearen.

Zur genauen Bestimmung der linearen Ausdehnungskoefficienten fester Körper dient am besten die Methode von Lavoisier und Laplace (1778). Der Stab *AB* (Fig. 206), dessen Ausdehnungskoefficient bestimmt werden soll, ist von einem Kasten umgeben, in welchem er durch schmelzendes Eis auf 0^0 abgekühlt, oder durch ein Wasser- oder Ölbad, dessen Temperatur durch genaue Thermometer angegeben und durch Umrühren in allen Teilen gleichförmig erhalten wird, auf

beliebige Grade erwärmt werden kann. Ein Ende des Stabes A stöfst gegen ein festes Widerlager D, das andere gegen den vertikalen Arm eines um die Axe C drehbaren Winkelhebels. Der horizontale Arm des letzteren wird durch das Fernrohr F gebildet, welches auf eine entfernte, vertikale Skala E gerichtet ist. Durch die Ausdehnung des Stabes wird der Hebel und das Fernrohr um die Axe C gedreht und letzteres auf einen anderen Teilstrich der Skala gerichtet. Kennt man das Verhältnis zwischen der Länge des Hebelarmes BC und der Entfernung der Skala von der Umdrehungsaxe CE, so kann aus der beobachteten Gröfse der Verschiebung der Skala am Fadenkreuz des Fernrohrs (§ 173) die Gröfse der Verlängerung des Stabes gefunden, und wenn die ursprüngliche Länge desselben und der Temperaturunterschied bekannt ist, der Ausdehnungskoefficient berechnet werden. Die folgende Tabelle enthält die Ausdehnung einiger festen Körper zwischen den Temperaturgrenzen von 0° und 100° C.

Fig. 206.



	100α		100α
Weifses Glas . .	0,0007006	Kupfer	0,0017173
zweierlei Sorten .	0,0008226	Messing	0,0018782
Platin	0,0008841	Silber	0,0019097
Eisen	0,0012204	Zinn	0,0020547
Stahl, gehärtet .	0,0012250	Blei	0,0028484
Gold	0,0014661	Zink	0,0029416.

Krystalle, welche nicht dem regulären System angehören, erleiden in verschiedenen Richtungen eine verschiedene Ausdehnung, infolge deren sich ihre Kantenwinkel mit der Temperatur ändern. Krystallisierter Gips zeigt, nach Mitscherlich, in der zur Hauptaxe des Krystalls senkrechten Richtung bei erhöhter Temperatur eine Zusammenziehung, dagegen in der Richtung der Hauptaxe selbst eine Ausdehnung.

Das Jodsilber bildet, wie Fizeau gefunden hat, eine merkwürdige Ausnahme, indem es sich innerhalb der Temperaturgrenzen von — 10° und 70°, auf welche die Beobachtungen sich erstrecken, mit wachsender Temperatur nicht ausdehnt, sondern zusammenzieht und bei sinkender Temperatur sich wieder ausdehnt, obschon es erst bei 400° C. schmilzt.

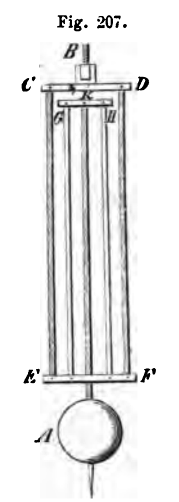
Eine scheinbare Ausnahme findet ferner beim gebrannten Thon statt, indem derselbe, selbst nachdem er durch schwaches Brennen aller Feuchtigkeit beraubt ist, doch bei höherer Temperatur noch eine Zusammenziehung erleidet, welche auf einer innigeren Vereinigung seiner Teile beruht und nach dem Erkalten andauert.

§ 199. Kompensation der Uhren, Metallthermometer. Die Ausdehnung der Körper durch die Wärme übt einen störenden Einflufs auf den Gang der Pendeluhren und Chronometer, welcher durch geeignete Kompensationsvorrichtungen beseitigt werden mufs. Da nämlich die Schwingungsdauer des Pendels (§§ 61, 63) mit seiner Länge zunimmt, so gehen Pendeluhren, namentlich mit metallischer Pendelstange, bei hoher Temperatur zu langsam, bei niedriger Temperatur zu schnell. Bei gewöhnlichen Pendeluhren pflegt man deshalb Pendelstangen aus sehr trockenem, mit Öl getränktem Fichtenholz anzuwenden, welches dem Einflufs der Temperatur und Feuchtigkeit wenig unterworfen ist. Bei astronomischen und anderen sehr genauen Uhren aber wendet man sogenannte Kompensationspendel an, bei welchen der Einflufs der Temperatur durch geeignete Vorrichtungen aufgehoben wird. Die bekanntesten Vorrichtungen dieser Art sind das Rostpendel und das Pendel mit Quecksilberkompensation, beide von Graham (1715) erfunden.

Beim Rostpendel ist der linsenförmige, schwere Körper A (Fig. 207) nicht unmittelbar an einer einfachen Pendelstange aufgehängt, sondern an dem kurzen Stahlstab B ist ein rechteckiger Rahmen $CDEF$ befestigt, dessen vertikale Seiten CE, DF ebenfalls von Stahlstäbchen gebildet sind. Auf dem unteren Querstab EF stehen zwei Zinkstäbe, welche an ihrem oberen Ende abermals durch einen Querbalken GH verbunden sind. An diesem ist erst die Stahlstange aufgehängt,

welche die Pendellinse *A* trägt und durch eine Öffnung des Querbalkens *EF* frei hindurchgehen mufs, ohne mit diesem fest verbunden zu sein. Es ist klar, dafs die Pendellinse *A* durch die Ausdehnung der Stahlstäbe *CE* und *DF*, sowie *KA*, gesenkt wird, dagegen wird dieselbe durch die Ausdehnung der an ihrem unteren Ende befestigten Zinkstäbe gehoben. Da nun das Zink mehr als doppelt so stark durch die Wärme ausgedehnt wird als Stahl, so ist klar, dafs das Längenverhältnis der Zink- und Stahlstäbe so gewählt werden kann, dafs die Pendellänge und Schwingungsdauer bei wechselnder Temperatur ungeändert bleibt. Wendet man anstatt des Zinks das weniger leicht oxydierbare Messing an, so mufs dieselbe Vorrichtung nochmals wiederholt werden, da die Ausdehnungskoefficienten des Stahls und Messings ungefähr im Verhältnis von 2 : 3 stehen.

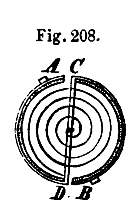
Fig. 207.



Die Quecksilberkompensation eines Pendels besteht darin, dafs die Pendelstange an ihrem unteren Ende ein mit Quecksilber gefülltes cylinderförmiges Glasgefäfs trägt. Weil der Ausdehnungskoefficient des Quecksilbers (§ 200) gröfser ist als der der metallischen Pendelstange, so kann die Pendellänge entsprechend der Quecksilbermenge in dem Gefäfs so gewählt werden, dafs bei veränderter Temperatur der Schwingungspunkt des Pendels (§ 62) seine Lage beibehält, also die Schwingungsdauer dieselbe bleibt.

Bei Taschenuhren und Chronometern wird die Regulierung des Ganges durch eine elastische Spiralfeder bewirkt, welche, in Verbindung mit einem kleinen Rädchen, die sogenannte Unruhe bildet. Wird durch Temperaturerhöhung der Durchmesser des Rädchens vergröfsert, so werden dadurch die Schwingungen verzögert. Um dies zu verhindern, wird die Peripherie des Rädchens an zwei gegenüberliegenden Punkten *A*, *B* unterbrochen, so dafs dieselbe in zwei halbkreisförmige Stücke zerfällt. Jeder der beiden Teile ist aus zwei ihrer ganzen Länge nach zusammengelöteten, halbkreisförmigen Streifen zusammengesetzt, von denen der innere aus Stahl, der äufsere aus Messing besteht. Infolge der stärkeren Ausdehnung des Messings durch die Wärme wird die Krümmung eines solchen aus jenen Metallen zusammengelöteten Kompensationsstreifens bei höherer Temperatur stärker als bei niederer. Es werden sich deshalb bei steigender Temperatur die freien Enden *AB* der halbkreisförmigen Streifen mehr nach innen krümmen. Durch passend angebrachte Gewichte läfst sich erreichen, dafs durch diese stärkere Krümmung der Einflufs der Vergröfserung des Durchmessers *CD* genau kompensiert wird. — Ähnlicher, aus verschiedenen Metallen zusammengelöteter Streifen bedient man sich zur Konstruktion von Metallthermometern. Breguet wendete (1817) zu diesem Zweck einen solchen Streifen in Form einer Spiralfeder an, welcher aus Silber, Gold und Platin zusammengelötet war. Durch Temperaturerhöhung wird, wenn sich das Silber auf der äufseren, das Platin auf der inneren Seite befindet, die Krümmung der Spirale vergröfsert, durch Temperaturerniedrigung verringert. Ist nun die Spiralfeder an einem Ende befestigt, so zeigt ein am anderen Ende angebrachter Zeiger die Temperaturveränderung an einer kreisförmigen Skala an, welche durch Vergleichung mit einem Quecksilberthermometer graduiert werden kann.

Fig. 208.



§ 200. Ausdehnung flüssiger Körper. Bei Flüssigkeiten kann, da dieselben keine bestimmte Gestalt besitzen, nur vom kubischen Ausdehnungskoefficienten (§ 198) die Rede sein. Man bestimmt denselben, indem man die Flüssigkeit in ein thermometerähnliches Gefäfs bringt, das aus einem weiteren Behälter und einem daran geschmolzenen, engen Rohr besteht. Das Verhältnis des Rauminhalts von Gefäfs und Röhre wird zuvor genau bestimmt, am zweckmäfsigsten durch Wägung der Quecksilbermenge, welche entweder das Gefäfs oder die Röhre bei einer bestimmten Temperatur aufzunehmen imstande ist. Beträgt z. B. der Rauminhalt der

ganzen Röhre 0,001 von dem des Gefäfses, und teilt man die Länge der Röhre in 100 gleiche Teile, so entspricht jeder Skalenteil einem Hunderttausendstel des ganzen Rauminhalts, und wenn man beobachtet, um wie viele Skalenteile die Flüssigkeit für jeden Temperaturgrad ausgedehnt wird, so kann daraus der Ausdehnungskoefficient gefunden werden. Dabei ist jedoch zu beachten, dafs auch das Gefäfs an der Temperaturerhöhung teilnimmt, und dafs sein Rauminhalt dadurch vergröfsert wird. Das Steigen der Flüssigkeitssäule in der Röhre zeigt daher nur die Differenz der Volumenzunahme von Flüssigkeit und Gefäfs an, und man mufs deshalb zu dem beobachteten, scheinbaren Ausdehnungskoefficienten der Flüssigkeit noch den kubischen Ausdehnungskoefficienten des Glases, aus dem das Gefäfs besteht, addieren, um den wahren Ausdehnungskoefficienten zu finden.

Taucht man das Gefäfs in heifses Wasser, so kann man sogar, infolge der zuerst eintretenden Ausdehnung der Gefäfswand, anfänglich ein Fallen des Niveaus im Rohr beobachten, bis die Wärme Zeit gehabt hat, durch die Gefäfswand hindurch sich der inneren Flüssigkeit mitzuteilen. Nunmehr erst tritt, vermöge der stärkeren Ausdehnung der Flüssigkeit, ein wirkliches Steigen ihres Niveaus ein. Es ist damit zugleich der Beweis geführt, dafs die Flüssigkeit durch die Wärme stärker ausgedehnt wird, als die sie umgebende feste Substanz des Gefäfses.

Um die wahre oder absolute Ausdehnung des Quecksilbers auf direktem Wege zu bestimmen, bedienten sich Dulong und Petit (1816) des Gesetzes der kommunizierenden Röhren (§ 74). Dieselben wendeten zwei vertikale, mit Quecksilber gefüllte und unten durch ein enges Querrohr verbundene Röhren an, von denen die eine mit schmelzendem Schnee, die andere mit einem erhitzten Ölbad, oder den Dämpfen siedenden Wassers umgeben war. Da das specifische Gewicht in demselben Verhältnis abnimmt, wie das Volumen wächst, die Höhen der Flüssigkeitssäulen aber den specifischen Gewichten umgekehrt proportional sind, so giebt das Verhältnis der Höhen der warmen und kalten Quecksilbersäule unmittelbar die Volumenausdehnung an. Bei einem Temperaturunterschied von 100° standen die Höhen nahe im Verhältnis von 55:56, und Dulong und Petit bestimmten demnach den Ausdehnungskoefficienten des Quecksilbers für 1^{0} C. $= \frac{1}{5550} = 0{,}00018018$.

§ 201. Ungleichförmige Ausdehnung der Flüssigkeiten, Verhalten des Wassers. Zwei mit verschiedenen Flüssigkeiten, z. B. Quecksilber und Weingeist, gefüllte Thermometer, welche an zwei festen Punkten übereinstimmen, weichen in ihrem Gange bei zwischenliegenden Temperaturen von einander ab. Da ein mit Quecksilber gefülltes Thermometer zwischen 0° und 100° mit dem Luftthermometer (§ 202) in seinem Gange übereinstimmt, so nimmt man an, dafs das Quecksilber innerhalb dieses Intervalls gleichförmig, d. h. für jeden Temperaturgrad um gleich viel, durch die Wärme ausgedehnt werde. Es folgt daraus, dafs die Ausdehnung des Weingeistes und ebenso der meisten anderen Flüssigkeiten eine ungleichförmige ist, und zwar wächst der Ausdehnungskoefficient mit steigender Temperatur, namentlich in der Nähe des Siedepunkts der Flüssigkeiten. Das am meisten abweichende Verhalten aber zeigt das Wasser, welches sich zwischen 0° und 4° C. nicht ausdehnt, sondern sein Volumen verringert, so dafs seine Dichtigkeit bei etwa 4° C. am gröfsten ist, worauf es sich bei weiter steigender Temperatur wieder mit wachsender Geschwindigkeit ausdehnt und bei 8° etwa dieselbe Dichtigkeit besitzt, wie bei 0°. Dieses eigentümliche Verhalten des Wassers ist von wichtigem Einflufs auf die Temperaturverhältnisse stehender Gewässer von beträchtlicher Tiefe. Da nämlich das Wasser, wie die meisten Flüssigkeiten, zu den schlechten Wärmeleitern gehört (§ 233), so geschieht die Verbreitung von Temperaturveränderungen in gröfseren Wassermassen vorzugsweise durch Flüssigkeitsströmungen. Werden in der kalten Jahreszeit die Wassermassen von ihrer Oberfläche aus abgekühlt,

so sinken die kälteren Teile, als die dichteren, herab, während die wärmeren und leichteren aus der Tiefe emporsteigen, bis die ganze Wassermasse die der gröfsten Dichtigkeit entsprechende Temperatur von 4° angenommen hat. Schreitet jetzt die Abkühlung an der Oberfläche weiter fort, so bleiben die kalten Teile an der Oberfläche, und diese bedeckt sich mit einer specifisch leichteren, daher auf dem Wasser schwimmenden Eisschicht, während die tieferen Teile, infolge des schlechten Leitungsvermögens des Wassers, die Temperatur des Dichtigkeitsmaximums beibehalten. Es wird dadurch das Ausfrieren stehender Gewässer bis auf den Grund verhindert.

Die Flüssigkeiten, welche durch die Verdichtung von Gasen unter starkem Druck entstehen (§ 212), werden durch die Wärme sehr stark, zum Teil selbst stärker als die Gase (§ 202, ausgedehnt. So ist z. B. der Ausdehnungskoefficient der verflüssigten Kohlensäure zwischen 0° und 30° nach Thilorier gleich 0,0142, der der flüssigen schwefligen Säure nach Drion zwischen 0° und 10° = 0,0018, dagegen zwischen 100° und 110° = 0,0054.

§ 202. Ausdehnung luftförmiger Körper. Luftthermometer. Die Ausdehnung luftförmiger Körper durch die Wärme ist eine sehr beträchtliche und kann leicht sichtbar gemacht werden, indem man eine enge Röhre, an welche ein weiteres Gefäfs angeschmolzen ist, mit dem offenen Ende in ein mit Flüssigkeit gefülltes Gefäfs tauchen läfst. Schon die Annäherung der warmen Hand genügt, um einen Teil der im Gefäfs enthaltenen Luft aus dem Gefäfs zu verdrängen, indem dieselbe in Form von Blasen durch die Flüssigkeit entweicht. Beim Erkalten steigt dann, indem die Luft sich zusammenzieht, eine Flüssigkeitssäule in der Röhre empor. Einer ähnlichen Vorrichtung bediente sich schon im Jahre 1621 Cornelius Drebbel und wahrscheinlich andere vor ihm, um die Temperaturveränderungen der Luft sichtbar zu machen.

Die Luft dehnt sich für jeden Temperaturgrad um $\frac{11}{3000}$ oder $\frac{1}{273}$ ihres Volumens bei 0° aus, ihr Ausdehnungskoefficient ist gleich 0,003665. Gay-Lussac fand 1802, dafs alle Gase durch die Wärme gleich stark ausgedehnt werden. Wegen dieser Übereinstimmung betrachtet man die Ausdehnung der Gase durch die Wärme als eine gleichförmige. Da das Volumen einer Gasmasse, aufser von der Temperatur, auch von dem Druck abhängt, unter welchem dieselbe steht (§ 92), so mufs dieser während des Versuches unveränderlich erhalten, oder die etwa stattfindende Änderung desselben in Rechnung gebracht werden. Wegen der Schwankungen des atmosphärischen Luftdruckes kann daher ein Luftthermometer nicht mit einer festen Skala versehen werden, welche eine direkte Ablesung des Temperaturgrades gestattet, sondern dieser mufs aus der beobachteten Volumenveränderung und dem gleichzeitig beobachteten Barometerstand jedesmal berechnet werden.

Ist v_0 das Volumen eines Kilogramms Luft unter dem Druck einer Atmosphäre oder bei dem Barometerstand $p_0 = 760$ mm und bei der Temperatur von 0°, und bezeichnet α den Ausdehnungskoefficienten der Luft, so wird sich bei gleichbleibendem Luftdruck jedes cdm bei 1° C. auf $1 + \alpha$, bei 2° C. auf $1 + 2\alpha$ und bei t^0 C. auf $(1 + \alpha t)$ cdm ausdehnen. Das Volumen eines Kilogramms Luft also bei t^0 und unter dem Druck p_0 beträgt $v_0 (1 + \alpha t)$ cdm. Wird dagegen der Luftdruck verändert, und geht derselbe aus p_0 in p über, so ändert sich gleichzeitig das Volumen, und zwar hat man, wenn v das Volumen eines Kilogramms Luft unter diesen Umständen bezeichnet, nach dem Gesetz von Mariotte (§ 92):

$$v : v_0 (1 + \alpha t) = p_0 : p$$

oder:

$$pv = p_0 v_0 (1 + \alpha t).$$

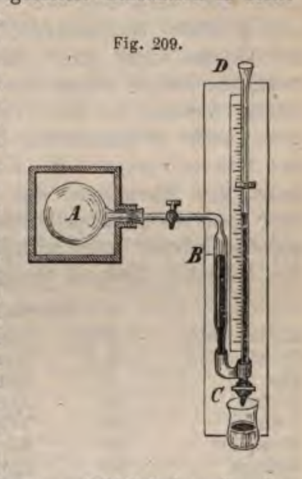
Mittelst dieser Gleichung ist es möglich, für jeden gegebenen Druck p und jede gegebene Temperatur t das Volumen v einer Luftmasse zu berechnen, wenn deren Volumen im Normalzustande, d. h. bei 0° und unter dem Druck einer Atmosphäre, bekannt ist, und wenn man aufserdem den Ausdehnungskoefficienten α kennt. Die beiden wichtigsten Folgerungen, welche aus dieser Gleichung gezogen werden können, sind folgende:

1. Erwärmt man eine Gasmasse von 0° auf t^0, während der Druck ungeändert bleibt, so ist $p = p_0$ zu setzen, mithin $v = v_0\,(1 + \alpha t)$, oder das Volumen der Gasmasse wächst im Verhältnis von $1 : 1 + \alpha t$.

2. Erwärmt man eine Gasmasse, indem dieselbe durch ein Gefäfs von unveränderlichem Volumen an der Ausdehnung gehindert wird, von 0° auf t^0, so ist $v = v_0$ zu setzen, oder es ist $p = p_0\,(1 + \alpha t)$. In diesem Falle wächst also der Druck der an der Ausdehnung verhinderten Gasmasse im Verhältnis von $1 : 1 + \alpha t$.

Jeder dieser beiden besonderen Fälle kann zur Bestimmung des Ausdehnungskoefficienten α benutzt werden. Die letztere Methode gestattet die gröfsere Genauigkeit. Ein mit Luft, oder einem anderen Gase gefüllter Glasballon A steht durch ein enges Rohr mit dem aus zwei ungleich langen, parallelen Schenkeln gebildeten, weiteren Rohr BCD in Verbindung. Dieses enthält Quecksilber, dessen Niveau im kürzeren Schenkel bis zu einer am Rohr angebrachten Marke B reicht, während der Ballon A mit schmelzendem Schnee umgeben ist. Wenn dabei das Niveau des Quecksilbers in beiden Schenkeln gleich hoch ist, so steht das in A abgesperrte Luftvolumen unter dem Druck einer Atmosphäre, entsprechend einer Quecksilbersäule von 760 mm. Wird jetzt der Ballon A auf 100° erwärmt, so strebt die Luft sich in demselben auszudehnen, drückt auf das Quecksilber bei B mit gröfserer Elasticität, und das Quecksilberniveau sinkt im Schenkel CB und steigt im offenen Schenkel CD. Um die Luft auf ihr ursprüngliches Volumen zurückzuführen, giefst man bei D Quecksilber zu, so lange bis durch den vermehrten Druck der Quecksilbersäule das Niveau im anderen Schenkel wieder bei B steht. Man beobachtet dann die Niveaudifferenz in beiden Schenkeln. Dieselbe beträgt ungefähr 278 mm. Es folgt daraus, dafs $1 : 1 + 100\,\alpha = 760 : 760 + 278$, mithin $\alpha = 0{,}00366$ ist. Die genauesten Versuche von Regnault und Magnus (1842) haben für den Ausdehnungskoefficienten der atmosphärischen Luft den Wert $\alpha = 0{,}003\,665$ oder fast genau $\frac{11}{3000}$ ergeben. Es ist klar, dafs, nachdem der Wert von α einmal bestimmt ist, der beschriebene Apparat als Luftthermometer zur Messung von Temperaturen dienen kann und auch für hohe Hitzegrade als sogenanntes Luftpyrometer anwendbar bleibt, wenn das Gefäfs A aus Platin oder einem anderen sehr schwer schmelzbaren Stoff besteht.

Fig. 209.



Wasserstoff, Stickstoff, Kohlenoxydgas stimmen in ihrer Ausdehnung durch die Wärme mit der atmosphärischen Luft fast genau überein; im übrigen weichen die Gase von diesem von Gay-Lussac aufgefundenen Gesetz um so mehr ab, je näher sie ihrem Kondensationspunkt sind (vergl. §§ 92 und 212). So fand Regnault für Kohlensäure zwischen 0° und 100° $\alpha = 0{,}003\,688$, für die sehr leicht kondensierbare schweflige Säure $\alpha = 0{,}003\,845$.

§ 202a. Absolute Temperatur. Aus der im letzten Paragraphen gegebenen Gleichung:

$$p = p_0\,(1 + \alpha t),$$

welche den Zusammenhang zwischen dem Druck p und p_0 eines Gases, bezüglich bei der Temperatur t^0 und 0°, bei gleichem Volumen, darstellt, und in der α für alle Gase denselben Wert $\frac{1}{273}$ hat, ergiebt sich, dafs für $t = -273^0$ das Gas keinen Druck erleidet. Man nennt -273^0 den absoluten Nullpunkt der Temperatur, und wenn man sich zu diesem den Nullpunkt eines hundertteiligen

Thermometers verschoben denkt, die der Temperatur t^0 entsprechende Temperatur

$$T = 273 + t$$

die absolute Temperatur, welche also beim Gefrierpunkt gleich 273°, beim Siedepunkt gleich 373° u. s. w. ist. Die obige Gleichung wird alsdann:

$$p = \frac{p_0 \cdot T}{273},$$

und ebenso ergiebt sich für konstanten Druck (§ 202, 1):

$$v = \frac{v_0 \cdot T}{273};$$

das Gesetz von Gay-Lussac gestattet also folgende einfache Darstellung:

Bei gleichem Volumen ist der Druck eines Gases und bei gleichem Druck das Volumen eines Gases der absoluten Temperatur proportional.

3. Änderung des Aggregatzustandes.

§ 203. Schmelzen. Die meisten festen Körper, welche durch die Wärme nicht ihrer chemischen Natur nach verändert werden, gehen, wenn sie bis zu einem für jeden Körper bestimmten Temperaturgrad erwärmt werden, in den flüssigen Aggregatzustand über. Dieser Übergang heifst Schmelzen, die Temperatur, bei welcher derselbe eintritt, der Schmelzpunkt des Körpers. Bis unter den Schmelzpunkt abgekühlt, kehrt der Körper in den festen Aggregatzustand zurück, er erstarrt oder gefriert. Dem Schmelzen geht häufig ein Erweichen voran, so dafs manche Körper ganz allmählich durch den weichen und halbflüssigen in den flüssigen Zustand übergehen.

Schmelzpunkte einiger Körper.

Kohlensäure	—58° C.	Stearinsäure	70°	Kupfer	1050°
Quecksilber	—38,2°	Natrium	90°	Gufseisen	1200°
Eis	0°	Schwefel	113,6°	Gold	1200°
Butter	32°	Zinn	230°	Gufsstahl	1300°—1400°
Talg	40°	Wismut	265°	Schmiedeeisen	1600°
Phosphor	44°	Blei	330°	Platin	1700°.
Kalium	58°	Zink	360°		
Wachs	68°	Silber	1000°		

Der Schmelzpunkt der Metalllegierungen ist in der Regel niedriger als der der Metalle, aus welchen sie gebildet sind. So schmilzt die Legierung $Pb_3\ Sn_5$ oder etwa 3 Gewichtsteile Blei und 5 Gewichtsteile Zinn bei 186°, Roses Metalllegierung aus 2 T. Wismut, 1 T. Blei und 1 T. Zinn, $Pb\ Sn\ Bi_2$, schon bei 94°, Woods Metall aus 1—2 T. Kadmium, 7—8 T. Wismut, 2 T. Zinn und 4 T. Blei bei 66—70°, die Legierung von Lipowitz ($Bi_{15}\ Sn_4\ Pb_8\ Cd_3$) schon bei 60° (vergl. § 21). — Die Temperatur der schmelzenden Lava liegt zwischen 1250° und 1500°. Kieselsäure (Quarz) und Thonerde (Korund) zeigen nur im Knallgasgebläse Spuren von Schmelzung. Unter den Metallen ist Platin sehr schwer schmelzbar, indes ist es Deville gelungen, dasselbe vor dem Knallgasgebläse in Kalktiegeln in grofsen Quantitäten zu schmelzen. Kohle ist unschmelzbar.

Die meisten Körper erfahren beim Schmelzen eine Zunahme des Volumens oder sind im flüssigen Zustand leichter als im festen. Wasser und Wismut hingegen dehnen sich im Augenblick des Erstarrens aus. Daher schwimmt Eis auf Wasser, und irdene Gefäfse werden zersprengt, wenn das in denselben enthaltene Wasser von der Oberfläche aus gefriert.

Durch vermehrten Druck wird der Schmelzpunkt bei denjenigen Körpern, welche sich beim Schmelzen ausdehnen, erhöht, beim Wasser hingegen (um etwa 0,0075° für 1 Atmosphäre) erniedrigt. So gelang es Mousson, durch sehr starken Druck das Eis bei —18° zu schmelzen.

§ 204. Schmelzungs- und Verdampfungswärme. Wird Schnee oder gestofsenes Eis in einem Gefäfs im warmen Zimmer, oder über einer

Flamme bis zum Schmelzen erwärmt, so sieht man die Temperatur an einem hineingesteckten Thermometer, wenn dieselbe anfänglich unter 0° war, bis zum Schmelzpunkte steigen, dann aber unveränderlich auf diesem Punkt verharren, bis aller Schnee geschmolzen ist. Bei weiterer Zuführung von Wärme steigt das Thermometer wieder, bis die Temperatur den Siedepunkt erreicht hat, bei welchem dasselbe abermals unveränderlich stehen bleibt, solange noch flüssiges Wasser vorhanden ist. Die während des Schmelzens und Siedens dem Wasser zugeführte Wärme hat also nicht zur Erhöhung der Temperatur gedient, sondern ist lediglich zur Überführung aus dem festen in den flüssigen, oder aus dem flüssigen in den luftförmigen Aggregatzustand verbraucht worden. Man nennt die auf diese Weise verbrauchte Wärmemenge die Schmelzungswärme, beziehungsweise die Verdampfungswärme des Wassers. Dieselbe Erscheinung findet bei jedem Schmelzungs- oder Verdampfungsprozeſs statt. Umgekehrt verharrt beim Übergang aus dem luftförmigen in den flüssigen, oder aus dem flüssigen Aggregatzustand in den festen das Thermometer so lange auf der Temperatur des Siedepunktes oder des Schmelzpunktes, bis aller Dampf verdichtet, oder alle Flüssigkeit erstarrt ist, indem beim Übergang aus dem höheren in den niederen Aggregatzustand eine gleich groſse Wärmemenge wieder erzeugt wird.

Nach der früher gangbaren Vorstellung, daſs die Wärme ein besonderer Stoff sei, konnte nicht angenommen werden, daſs beim Schmelzen oder Verdampfen eine gewisse Quantität dieses Stoffes verloren gehe, oder vernichtet werde, was dem Begriff des Stoffes zuwider gewesen wäre. Man war daher zu der Annahme genötigt, daſs eine Quantität von Wärmestoff in einen besonderen, sogenannten latenten Zustand übergeführt werde, in welchem derselbe auf das Thermometer nicht wirken sollte, und daſs diese latente Wärme erst beim Flüssigwerden des Dampfes, oder beim Erstarren der Flüssigkeit wieder frei werde oder zum Vorschein komme. Die neuere Theorie der Wärme hingegen (§§ 196, 241), nach welcher dieselbe kein Stoff, sondern ein besonderer Bewegungszustand der Körperteilchen ist, nimmt an, daſs zu der Trennung der Körperteilchen eine gewisse Arbeitsgröſse erforderlich sei, und daſs zur Leistung dieser Arbeit eine gewisse Quantität der Wärmebewegung verbraucht werde, während umgekehrt beim Übergang aus dem luftförmigen in den flüssigen, oder aus dem flüssigen in den festen Aggregatzustand durch Wiedervereinigung der Teilchen eine gleich groſse Quantität der Wärmebewegung wieder erzeugt wird (vergl. § 241).

§ 205. Wärmeeinheit. Um die Temperatur eines Kilogramms Wasser um 1° C. zu erhöhen, muſs demselben eine gewisse Wärmemenge zugeführt werden, welche man Wärmeeinheit oder Kalorie nennt. Mittelst dieser Wärmeeinheit können alle einem Körper zugeführten oder entzogenen, erzeugten oder verbrauchten Wärmemengen der Quantität nach mit einander verglichen werden. Um demnach p kg Wasser von 0° auf t^0 zu erwärmen, werden $p.t$ Wärmeeinheiten erforderlich sein, und umgekehrt wird demselben eine gleiche Wärmemenge entzogen werden müssen, um seine Temperatur um t Grade zu erniedrigen.

Mischt man p_1 kg Wasser von $t_1{}^0$ mit p_2 kg Wasser von $t_2{}^0$, so kann die Mischungstemperatur t^0 berechnet werden, indem man die von beiden Wassermengen abgegebenen und aufgenommenen Wärmemengen in Wärmeeinheiten ausdrückt. Ist $t_2 > t_1$, so werden die p_1 kg, deren Temperatur von t_1 auf t gestiegen ist, $p_1(t-t_1)$ Wärmeeinheiten aufgenommen haben. Die Temperatur der p_2 kg wärmeren Wassers ist gleichzeitig von t_2 auf t erniedrigt worden. Dabei hat dasselbe $p_2(t_2-t)$ Wärmeeinheiten abgegeben. Da nun die von dem warmen Wasser abgegebene Wärmemenge von dem kalten Wasser aufgenommen worden ist und zu dessen Temperaturerhöhung gedient hat, so muſs

sein, woraus folgt:

$$p_1(t-t_1) = p_2(t_2-t)$$

$$t = \frac{p_1 t_1 + p_2 t_2}{p_1 + p_2}.$$

Es ist leicht, diese Betrachtung auf die Mischung beliebig vieler Wassermengen von ungleichen Anfangstemperaturen auszudehnen. (Richmannsche Regel 1750).

§ 206. Bestimmung der Schmelzungswärme. Mengt man 1 kg Wasser von 100° mit 1 kg Wasser von 0°, so beträgt die Mischungstemperatur 50°. Das warme Wasser hat, indem es sich von 100° auf 50° abkühlte, 50 Wärmeeinheiten abgegeben, und diese waren hinreichend, um eine gleiche Quantität des kalten Wassers von 0° auf 50° zu erwärmen. Mischt man dagegen ein Kilo Wasser von 100° mit einem Kilo Schnee von 0°, so erhält man, indem der Schnee geschmolzen wird, 2 kg Wasser von 10,4°. Das heiſse Wasser hat also 89,6 Wärmeeinheiten abgegeben, welche dazu gedient haben, den Schnee von 0° aus dem festen in den flüssigen Aggregatzustand überzuführen und die Temperatur des durch die Schmelzung entstandenen Wassers von 0° auf 10,4° zu erhöhen. Zu letzterem Zweck sind 10,4 Wärmeeinheiten erforderlich. Es sind mithin zur Schmelzung eines Kilo Schnee 89,6 — 10,4 = 79,2 Wärmeeinheiten verbraucht worden. Auf ähnliche Weise kann die Verflüssigungswärme anderer Körper bestimmt werden. — Das Wasser besitzt unter allen Körpern, für welche die Bestimmung ausgeführt worden ist, die gröſste Verflüssigungswärme.

Die genauesten Versuche über die Schmelzungswärme des Eises (Regnault, 1843) haben die Zahl von 79,25 Wärmeeinheiten ergeben. Es ist leicht, mit Hilfe der in diesem und im vorgehenden Paragraphen erläuterten Prinzipien die Endtemperatur eines Gemenges von m kg Wasser von t^0 mit n kg Schnee von 0° zu berechnen, oder im Fall, daſs die Quantität des Wassers nicht zur Schmelzung des Schnees hinreicht, anzugeben, wie viel Schnee ungeschmolzen bleibt.

§ 207. Lösungswärme, Kältemischungen. Wie beim Schmelzen, so wird auch bei der Auflösung von Salzen in Wasser, oder in anderen Flüssigkeiten Wärme verbraucht. So bringen z. B. Salpeter und Salmiak bei ihrer Auflösung in Wasser eine beträchtliche Temperaturerniedrigung hervor. — Salzlösungen gefrieren bei einer niederen Temperatur als reines Wasser. Ein Gemenge von Schnee und Kochsalz wird daher bei der Vereinigung beider Bestandteile flüssig, und infolge des zur Verflüssigung derselben erforderlichen Wärmeverbrauchs sinkt die Temperatur, wenn Salz in hinreichender Menge vorhanden ist, bis zum Gefrierpunkt der gesättigten Salzlösung, welche das Produkt der Vereinigung bildet. Dasselbe findet bei Gemengen von Schnee mit anderen Salzen statt. Darauf beruhen die künstlichen Kältemischungen. So sinkt die Temperatur eines Gemenges gleicher Gewichtsteile Schnee und Kochsalz von 0° bis —21,3°, die eines Gemenges von 1 T. Schnee und 3 T. krystallisiertem Chlorcalcium auf —33° C. Mäſsig verdünnte Schwefelsäure bewirkt, auf Schnee gegossen, durch Verflüssigung desselben eine Temperaturerniedrigung bis zu —40° und —50° C.

Nach Rüdorff geben 150 Teile Schwefelcyankalium in pulverisierter Form mit 100 Teilen Wasser gemischt bei der in höchstens einer Minute erfolgenden Auflösung eine Temperaturerniedrigung von 34,5°. Dieses Salz bietet zugleich den Vorteil, daſs es durch Eindampfen der Lösung ohne erheblichen Verlust wiedergewonnen und zu neuen Versuchen benutzt werden kann. — Schmelzen von Schnee und Eis auf den Schienen der Pferdeeisenbahn durch aufgestreutes Salz.

§ 208. Überschmelzung. Viele flüssige Körper können bei vorsichtiger Vermeidung von Erschütterungen und namentlich bei Abhaltung des Luftzutritts in geschlossenen Gefäfsen bis weit unter den Schmelzpunkt abgekühlt werden, ohne zu erstarren. Bei einer Erschütterung, bei Berührung mit einem festen Körper, namentlich aber mit einem festen Teilchen desselben Körpers, schreitet dann plötzlich die Erstarrung durch die ganze Masse fort, wobei die Temperatur eines hineingesteckten Thermometers infolge der beim Festwerden stattfindenden Wärmeerzeugung bis zum Schmelzpunkt steigt. Man bezeichnet den Zustand einer auf diese Weise bis unter ihren Erstarrungspunkt abgekühlten Flüssigkeit mit dem Namen der Überschmelzung.

Mit Wasser gelingt der Versuch am besten in einem kleinen, luftleeren Glasgefäfs, das zur Hälfte mit Wasser gefüllt ist und die Thermometerkugel in sich schliefst. Das Wasser bleibt, bis auf —8° oder —10° abgekühlt, flüssig. Durch eine Erschütterung erstarrt dasselbe plötzlich, und das Thermometer steigt auf 0°. Ebenso können kleine Wassertröpfchen, welche in einer Flüssigkeit von gleichem specifischen Gewichte schweben, bis weit unter 0° abgekühlt werden, ohne zu erstarren. Auf einer ähnlichen Erscheinung beruht die Bildung des sogenannten Glatteises, wobei die in der Luft bis unter 0° abgekühlten Wassertropfen durch Berührung mit dem festen Erdboden plötzlich erstarren und denselben mit einer Eisrinde überziehen. Auch die Bildung der Hagelkörner (§ 261) wird auf diese Weise erklärt.

Phosphor zeigt die Erscheinung der Überschmelzung sehr leicht beim Schmelzen unter Wasser. Geschmolzenen Schwefel kann man eine Zeit lang in heifsem Wasser von 95° in flüssigem Zustande erhalten, selbst wenn man das Gefäfs bewegt, oder einen Stab hineinführt; die Masse wird aber sofort fest, wenn man ein selbst noch so kleines Stück festen Schwefels hineinfallen läfst. Sehr schön beobachtet man die Überschmelzung und darauf folgende Krystallisation der wasserhaltigen Krystalle des unterschwefligsauren Natrons (Natriumthiosulfats), dessen Krystalle bei 48° schmelzen. — Eine ganz analoge Erscheinung ist die der Übersättigung der Salzlösungen.

§ 209. Verdampfen, Verdunsten, Sieden. Der Übergang aus dem flüssigen in den luftförmigen Aggregatzustand heifst Verdampfung. Dieselbe findet entweder allmählich an der Oberfläche der Flüssigkeit statt und heifst dann Verdunstung, oder sie erfolgt, bei erhöhter Temperatur, schnell und unter aufwallender Bewegung der Flüssigkeit, indem sich vom Boden des Gefäfses Dampfblasen entwickeln, welche sich beim Aufsteigen durch die Flüssigkeit vergröfsern, bis sie die Oberfläche derselben erreichen. Dieser schnelle Übergang in den Dampfzustand oder das Sieden, erfolgt bei einer bestimmten Temperatur, welche der Siedepunkt der Flüssigkeit genannt wird. Derselbe ist für jede Flüssigkeit verschieden, hängt aber aufserdem von dem Luftdruck ab, bei welchem das Sieden stattfindet. Der Siedepunkt des Wassers ist 100° C. bei dem mittleren Barometerstand von 760 mm (28 par.″). Bei geringerem Luftdruck, also z. B. auf hohen Bergen (§ 95), unter der Glocke der Luftpumpe (§ 98, 7), tritt das Sieden schon bei niederer Temperatur ein. In einem luftleer gemachten Glasgefäfs von geeigneter Gestalt (Puls- oder Wasserhammer) kann das Wasser schon durch die Wärme der Hand in eine dem Sieden ähnliche, aufwallende Bewegung versetzt werden. Umgekehrt kann, in einem luftdicht verschlossenen Gefäfs mit hinreichend starken Wänden, die Flüssigkeit bis über die Temperatur ihres Siedepunktes erhitzt werden, indem der Druck des am Entweichen verhinderten Dampfes mit der Temperatur steigt und die weitere Dampfbildung unmöglich macht. Darauf beruht der Gebrauch des Papinschen Topfes oder Digestors, welcher

in einem luftdicht verschliefsbaren und, zur Vermeidung der Gefahr des Zerspringens, mit einem Sicherheitsventil versehenen eisernen Gefäfs besteht und zum Ausziehen im Wasser löslicher Bestandteile aus Substanzen dient, welche einer höheren Lösungswärme als 100° bedürfen.

Die Erniedrigung des Siedepunktes durch eine Abnahme des Barometerstandes um 1 mm (1''') beträgt etwa $\frac{1^0}{27}$ C. $\left(\frac{1^0}{12}\text{ C.}\right)$. Das Thermometer kann daher anstelle des Barometers zur Bestimmung des Luftdruckes gebraucht werden und wird, weil es leichter transportabel ist, namentlich zu barometrischen Höhenmessungen angewendet. Man braucht dazu ein Thermometer (Thermobarometer oder Hypsothermometer), dessen Skala nur das Intervall von etwa 85—101° C. umfafst, welchem ein Wechsel des Barometerstandes von 43—79 cm (16—29 par.'') entspricht (s. § 217), das aber empfindlich genug ist, um Hundertstel eines Grades mit Sicherheit beobachten zu können. — Auf dem Montblanc siedet das Wasser schon bei 85° C.

Dem Sieden geht in der Regel ein singendes Geräusch voran, welches, wie man sich durch Beobachtung des Vorganges in Glasgefäfsen leicht überzeugen kann, davon herrührt, dafs, wenn noch nicht die ganze Flüssigkeitsmasse bis zur Temperatur des Siedepunktes erwärmt ist, die am Boden des Gefäfses gebildeten Dampfblasen beim Aufsteigen durch die kältere Flüssigkeit wieder verdichtet werden. — Erhitzt man Wasser, welches zuvor an der Luft gestanden hat, oder Brunnenwasser, so entweicht vor dem Beginn des Siedens die im Wasser absorbierte atmosphärische Luft oder Kohlensäure (§ 107) in Form kleiner Bläschen. Erst durch längeres Kochen wird das Wasser vollkommen von der aufgelösten Luft befreit. — Im Wasser aufgelöste Salze erhöhen den Siedepunkt. — In Gefäfsen mit glatten Wänden kann völlig luftfreies Wasser bis etwas über den dem stattfindenden Luftdruck entsprechenden Siedepunkt erwärmt werden, ohne ins Sieden zu geraten. Die Dampfbildung tritt dann plötzlich unter heftigem Stofsen ein. Manche anderen Flüssigkeiten zeigen diese Erscheinung in noch höherem Grade, z. B. die koncentrierte Schwefelsäure, die deshalb nur schwierig aus Glasgefäfsen destilliert werden kann. Das Stofsen wird vermindert, wenn man die Dampfbildung durch einen in die Flüssigkeit gebrachten, rauhen oder pulverförmigen Körper, oder einen Metalldraht befördert. Der aus der Flüssigkeit aufsteigende Dampf zeigt immer genau die dem stattfindenden Luftdruck entsprechende Siedetemperatur.

Der aus siedendem Wasser aufsteigende Dampf ist völlig farblos und durchsichtig, solange er den luftförmigen Aggregatzustand beibehält. Durch Vermengung mit der kalten Luft verdichtet er sich zu flüssigem Wasser, welches in Form feiner Tröpfchen in der Luft schwebt und den sichtbaren Dunst bildet.

Siedepunkte einiger Flüssigkeiten unter dem Druck einer Atmosphäre (760 mm [28 par.''] Quecksilberdruck).

Stickstoffoxydul	— 87,9	Chloräthyl	+ 12,5	Phosphor	290
Kohlensäure	— 78,2	Äther	+ 35,0	Schwefelsäurehydrat	325
Schwefelwasserstoff	— 61,8	Schwefelkohlenstoff	+ 46,2	Quecksilber	357
Ammoniak	— 38,5	Alkohol	+ 78,3	Schwefel	447
Chlor	— 33,6	Wasser	100,0	Kadmium	860
Cyan	— 20	Terpentinöl	159,2	Zink	1040.
Schweflige Säure	— 10,1				

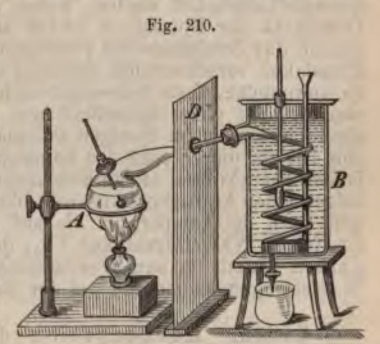
§ 210. Leidenfrosts Phänomen (1756). Eine eigentümliche Erscheinung zeigt sich, wenn Wasser, oder eine andere flüchtige Flüssigkeit, in geringen Mengen auf eine glühende Metallfläche gebracht wird. Die Flüssigkeit kommt in diesem Falle nicht ins Sieden, sondern rundet sich zu einem Tropfen ab, der in wirbelnde Bewegung gerät und allmählich durch Verdunstung verschwindet. Es findet dabei zwischen der heifsen Metallfläche und der Flüssigkeit keine eigentliche Berührung statt; letztere schwebt vielmehr, gleichsam von einer von ihrer Oberfläche sich entwickelnden Dampfschicht getragen, und behält eine Temperatur, die immer um mehrere Grade unter dem Siedepunkt liegt. Boutigny nannte diesen Zustand der Flüssigkeit den sphäroidalen Zustand. Läfst man die Unterlage allmählich erkalten, so tritt bei einer gewissen Temperatur (171° bei Wasser) plötzlich die Berührung unter heftiger Dampfbildung und gewaltsamem Umherspritzen der Flüssigkeit ein. Der sphäroidale Zustand nämlich dauert nur so

lange, als der unter dem Tropfen befindliche Dampf imstande ist, den Druck der Atmosphäre, vermehrt um den des Tropfens, zu tragen. Es ist gelungen, denselben unter der Luftpumpe auf einer Unterlage, deren Temperatur geringer als 100° war, darzustellen. Faraday brachte in einen glühenden Platintiegel ein Gemenge von Äther und fester Kohlensäure (§ 212), welches den sphäroidalen Zustand annahm und dabei eine so niedere Temperatur behielt, daſs man im glühenden Tiegel Quecksilber gefrieren lassen konnte. Deville goſs geschmolzene Platinmassen in Wasser, welche unter dem Wasser einige Zeit lang flüssig und weiſsglühend blieben, ohne daſs dieses ins Sieden geriet. — Es ist eine bekannte Erfahrung der Hüttenarbeiter, daſs man die Hände gefahrlos in geschmolzenes Eisen tauchen kann.

§ 211. Bestimmung der Verdampfungswärme, Destillation. Während des Siedens bleibt die Temperatur der Flüssigkeit ungeändert, und alle derselben zugeführte Wärme wird zur Überführung aus dem flüssigen in den luftförmigen Aggregatzustand verbraucht. Eine gleich groſse Wärmemenge wird umgekehrt bei der Verdichtung des Dampfes zu tropfbarer Flüssigkeit wieder erzeugt (Black, 1757). Bei der Destillation einer Flüssigkeit wird der durch Erhitzung in einem Kessel (Destillierblase), oder einer Retorte entwickelte Dampf in einen von kaltem Wasser umgebenen Kolben, oder ein Schlangenrohr geleitet, in welchem derselbe sich zu Flüssigkeit verdichtet. Wegen der bei der Verdichtung stattfindenden, beträchtlichen Wärmeentwickelung muſs für hinreichend schnelle Erneuerung des Kühlwassers gesorgt werden. Wasser kann in hölzernen Gefäſsen durch Einleiten von Dampf bis zum Sieden erhitzt werden, und zwar vermag ein Kilogramm Dampf mehr als die fünffache Wassermenge von 0° bis zu 100° zu erwärmen. Um ein Kilogramm Wasser (bei 100° C.) in Dampf zu verwandeln, sind nämlich 537 Wärmeeinheiten erforderlich, und eine gleiche Wärmemenge wird bei der Verdichtung des Dampfes abgegeben. Das Wasser besitzt unter allen Flüssigkeiten die gröſste Verdampfungswärme.

Um die Verdampfungswärme zu bestimmen, leitet man den in einem Dampfkessel A (Fig. 210) erzeugten Dampf in ein Schlangenrohr, das von einem Gefäſs B umgeben ist, welches eine genau bestimmte Menge kalten Wassers enthält. Es sei dessen Gewicht p, seine anfängliche Temperatur t_1°. Nachdem die Temperatur des Kühlgefäſses auf t_2° gestiegen, bestimmt man die in dem Schlangenrohr verdichtete Dampfmenge q. Es sei x die gesuchte Verdampfungswärme für 1 kg Wasser. Indem q kg Dampf von 100° zu Wasser verdichtet worden sind, haben dieselben $q \,.\, x$ Wärmeeinheiten abgegeben. Da sich ferner die q kg durch Verdichtung des Dampfes entstandenen Wassers bis zur Temperatur des Kühlwassers, also auf t_2°, abgekühlt haben, so haben dieselben noch $q\,(100-t_2)$ Wärmeeinheiten abgegeben. Die p kg kalten Wassers haben sich von t_1° auf t_2° erwärmt, mithin $p\,(t_2-t_1)$ Wärmeeinheiten aufgenommen. Es muſs also $qx + q\,(100-t_2) = p\,(t_2-t_1)$ sein, woraus:

Fig. 210.



$$x = \frac{p}{q}\,(t_2-t_1) - (100-t_2).$$

Zur Erzielung eines richtigen Resultats sind mehrfache Vorsichtsmaſsregeln erforderlich. Zunächst muſs das Gefäſs mit kaltem Wasser vor der Erwärmung durch Strahlung vom Kessel (§ 234) durch einen Schirm D geschützt sein; sodann muſs verhütet werden, daſs flüssiges Wasser mechanisch mit dem Dampfstrom aus dem Kessel nach dem Kühlgefäſs hinübergerissen werde, ferner ist der Einfluſs

der äufseren Umgebung auf die Temperatur des Kühlgefäfses zu berücksichtigen. Um diesen möglichst zu beschränken, richtet man zweckmäfsig den Versuch so ein, dafs die Temperatur der Umgebung das Mittel zwischen der Anfangs- und Endtemperatur des Kühlgefäfses ist. Endlich ist zu beachten, dafs nicht nur das im Kühlgefäfse enthaltene Wasser, sondern auch das Metall, aus welchem die Wände desselben und des Schlangenrohres bestehen, erwärmt worden ist (vergl. § 226).

Regnault fand (1847), dafs die latente Verdampfungswärme nicht bei allen Temperaturen dieselbe ist. Die Gesamtwärme des Dampfes wird nämlich nach Regnault durch die Formel $Q = 606{,}5 + 0{,}305\ t$ ausgedrückt, d. h. so viel Wärmeeinheiten sind erforderlich, um 1 kg Wasser von 0° auf t^0 zu erwärmen und bei dieser Temperatur in Dampf zu verwandeln. Da t Wärmeeinheiten zur Erwärmung von 0° auf t^0 verwendet werden, so bleibt für die Verdampfungswärme bei t^0 die Wärmemenge $Q - t = 606{,}5 - 0{,}695\ t$, also z. B. bei 100°, $606{,}5 - 69{,}5 = 537$ Wärmeeinheiten.

§ 211a. Verdunstungskälte. Wie bei der schnellen Dampfbildung beim Sieden, so wird auch bei der Verdunstung Wärme verbraucht, welche der verdunstenden Flüssigkeit selbst und deren Umgebung entzogen wird. Durch schnelle Verdunstung kann daher eine bedeutende Temperaturerniedrigung erzeugt werden. Darauf beruht die Abkühlung der Flüssigkeiten durch Umwickeln der Gefäfse mit feuchten Tüchern, die Anwendung poröser Thongefäfse (Alkarazzas) zu demselben Zweck, von deren feuchter Oberfläche die Flüssigkeit verdunstet. Ein trockener Luftstrom beschleunigt die Verdunstung und verstärkt daher die Abkühlung. Durch Verdunstung des Äthers und anderer sehr flüchtiger Flüssigkeiten können sehr hohe Kältegrade erzeugt werden, namentlich wenn die Verdunstung im luftleeren Raum geschieht (vgl. § 98, 8). Man benutzt daher die Verdunstungskälte des Äthers und des flüssigen Ammoniaks zur künstlichen Eisbereitung (vgl. § 212).

Durch die Verdunstungskälte hat (1873) Wartha Schwefelkohlenstoff in festem Aggregatzustand dargestellt. Leitet man über die Oberfläche des in einem Glasgefäfs befindlichen Kohlensulfides einen kräftigen Strom trockener Luft, so schlägt sich, während ein in die Flüssigkeit tauchendes Thermometer noch einige Grade über Null zeigt, an den inneren Wänden des Gefäfses und an dem aus der Flüssigkeit hervorragenden Teile des Thermometers eine schneeige Kruste von starrem Schwefelkohlenstoff nieder, wobei die Temperatur bis — 18° sinkt. Auf der Oberfläche der Flüssigkeit bilden sich dann blumenkohlförmige, weifse Massen, welche das Zuleitungsrohr verstopfen, wenn es nicht weit genug ist; bald ist alle Flüssigkeit verschwunden, während das Thermometer bis etwa — 12° steigt. Der so gewonnene, feste Schwefelkohlenstoff hält sich ziemlich lange in diesem Zustande, zeigt einen eigentümlichen, aromatischen Geruch und soll schwerer entzündlich sein als im flüssigen Zustande. Er eignet sich vortrefflich zur Herstellung von Eis für die Zwecke des Laboratoriums. Man setzt dem in einer Glasflasche befindlichen Wasser einige Kubikcentimeter CS_2 zu und treibt mittelst eines Blasebalges einen kräftigen Luftstrom hindurch, so erstarrt das Wasser in kurzer Zeit, und kann die Temperatur bis auf — 13° sinken. Wird mit einer Spritzflasche ein feiner Wasserstrahl auf CS_2, der bei gewöhnlicher Temperatur durch einen starken Luftstrom zum Verdampfen gebracht wird, gespritzt, so gefriert jeder Wassertropfen momentan bei der Berührung mit der Masse.

§ 212. Kondensation der Gase. Wie die tropfbaren Flüssigkeiten durch hinreichend erhöhte Temperatur und verminderten Druck in den gasförmigen oder Dampfzustand übergeführt werden können, so ist es umgekehrt gelungen, durch hinreichend gesteigerten Druck und erniedrigte Temperatur sämtliche Gase (zuletzt [1877] auch den Sauerstoff, den Stickstoff und die atmosphärische Luft, sowie den Wasserstoff) zu tropfbaren Flüssigkeiten zu verdichten. Die Verdichtung erfolgt mehr oder minder leicht. So verdichtet sich schwefligsaures Gas schon bei der Tempe-

ratur einer Kältemischung aus Schnee und Kochsalz (§ 207) zu einer farblosen Flüssigkeit, welche bei — 10° siedet, Cyangas erfordert zu seiner Verflüssigung unter dem Druck einer Atmosphäre schon eine beträchtlichere Temperaturerniedrigung, und der Siedepunkt der entstandenen Flüssigkeit liegt bei — 20° u. s. f. Zwischen Gasen und Dämpfen kann eine Grenze nicht gezogen werden. Man pflegt diejenigen gasförmigen Körper Dämpfe zu nennen, welche unter dem Druck einer Atmosphäre sich schon bei den gewöhnlich herrschenden Lufttemperaturen zu Flüssigkeiten verdichten, Gase diejenigen, bei welchen ein höherer Druck, oder eine niedere Temperatur zur Verdichtung erforderlich ist. Die Tabelle der Siedepunkte (§ 209) zeigt aber, daſs zwischen beiden ein völlig stetiger Übergang stattfindet.

Das wirksamste Mittel zur Verdichtung der Gase ist der Druck. Dieser kann entweder mittelst der Kompressionspumpe (§ 99) bewerkstelligt werden, oder auch dadurch, daſs man die in einem geschlossenen Raum sich entwickelnden Gase sich durch ihren eigenen Druck komprimieren läſst. Bringt man z. B. in den längeren Schenkel *A* einer starken, gebogenen Glasröhre (Fig. 211) eine Quantität Cyansilber oder Cyanquecksilber und erwärmt dasselbe vorsichtig, nachdem man zuvor den kürzeren Schenkel bei *B* zugeschmolzen hat, so entwickelt sich Cyangas, welches sich durch seinen Druck in dem kürzeren Schenkel, den man in kaltes Wasser eintaucht, zu einer farblosen Flüssigkeit verdichtet. Auf ähnliche Weise kann man Ammoniakgas verdichten, welches durch Erwärmen aus einer koncentrierten wässerigen Auflösung entwickelt wird. Wasser vermag bei gewöhnlicher Temperatur etwa sein 700faches Volumen von Ammoniakgas aufzulösen (§ 107), welches beim Erwärmen bis zum Siedepunkt fast vollständig entweicht. Leitet man das Gas in einen starken eisernen, von kaltem Wasser umgebenen Recipienten, so verdichtet sich dasselbe bei einem Druck von 6 Atmosphären (bei 10° C.) zu einer Flüssigkeit, deren schnelle Verdunstung im leeren Raum sodann zur Erzeugung hoher Kältegrade, künstlicher Eisbereitung u. dgl. benutzt werden kann (Carrés Eismaschine). — Auch Kohlensäure verdichtet sich, in einem hinreichend starkwandigen, geschlossenen Gefäſs entwickelt, unter einem Druck von 38 Atmosphären bei 0° C., oder etwa 50 Atmosphären bei 10° C. (vergl. § 212a). Sicherer bedient man sich jedoch zur Erzeugung so starken Druckes der Kompressionspumpe (§ 99), mittelst deren zuerst Thilorier gröſsere Quantitäten von Kohlensäure verflüssigte. Die durch Druck verdichtete Kohlensäure bildet eine farblose Flüssigkeit, welche, sobald der Recipient geöffnet wird, in Form eines Strahles aus demselben hervorspringt, sich aber infolge der lebhaften Verdunstung sofort bis unter ihren Gefrierpunkt (— 58° C.) abkühlt und in ein weiſses, schneeähnliches Pulver verwandelt. Sammelt man eine gröſsere Menge dieser festen Kohlensäure an, so erhält sie sich, weil durch die niedere Temperatur die Verdunstung verzögert wird und ihre eigene Masse ein schlechter Wärmeleiter ist, eine Zeit lang an freier Luft und zeigt dabei eine Temperatur von — 70°. Vermengt man dieselbe mit Äther und bringt das Gemenge unter den Recipienten einer Luftpumpe, so kann die Temperatur bis auf — 110° erniedrigt werden. Es war dies die tiefste Temperatur, welche Faraday zu erzeugen vermochte, und mittelst welcher es ihm gelang, die meisten anderen Gase flüssig zu machen, indem dieselben entweder nur durch Uförmig gebogene Glasröhren geleitet wurden, welche an beiden Enden in feine Spitzen ausgezogen und von der Äther-Kohlensäuremischung umgeben waren, oder indem er dieselben bei dieser niederen Temperatur einem verstärkten Druck unterwarf. Mittelst dieser Methoden konnten z. B., auſser den oben bereits genannten Gasen, Schwefelwasserstoff, Arsenwasserstoff, Brom- und Jodwasserstoff, Chlor, Chlorwasserstoff, Stickstoffoxydul, ölbildendes Gas in den flüssigen und zum Teil in den festen Aggregatzustand übergeführt werden.

Fig. 211.



§ 212a. Kritische Temperatur. Andrews hat 1869 gezeigt, daſs ein erhöhter Druck allein zur Verdichtung eines Gases nicht immer

ausreicht, dafs vielmehr einem jeden Gase eine bestimmte Temperatur zugehört, welche Andrews die kritische Temperatur des betreffenden Gases nennt, über welche hinaus das Gas durch keinen noch so sehr erhöhten Druck in den flüssigen Zustand versetzt werden kann. Diese kritische Temperatur hat Andrews z. B. für die Kohlensäure auf 30,9° C. bestimmt. Wird die Kohlensäure bei dieser Temperatur einem stärkeren Druck ausgesetzt, so folgt sie zunächst als Gas dem Mariotteschen Gesetz, bis sie bei einem Druck von 74 Atm. in einen eigentümlichen Zwischenzustand zwischen Gas und Flüssigkeit, den sogenannten kritischen Zustand, gerät. Es kann keine Trennung zwischen Flüssigkeit und Gas entdeckt werden, eine kleine Veränderung aber des Druckes bewirkt eine grofse Veränderung der Dichtigkeit, und es zeigen sich innerhalb des Rohres ähnliche Bewegungen, wie bei der Mischung von Flüssigkeiten ungleicher Dichte, oder beim Aufsteigen erwärmter Luft in kühlere Schichten. Es gehen also bei diesem Drucke der gasförmige und der flüssige Zustand ohne Unterbrechung der Kontinuität in einander über.

Bei 21,5° C. findet die Verdichtung der Kohlensäure bei einem Druck von ungefähr 60 Atm. statt, und die Flüssigkeit nimmt nahezu ein Drittel des Volumens des Gases ein. Bei dieser Verflüssigung zeigt sich eine bestimmte Trennungsfläche zwischen der noch gasförmigen und der bereits flüssigen Kohlensäure. Bei 48° C. aber behält die Kohlensäure alle Eigenschaften eines Gases bei, d. h. sie entspricht bei jedem Drucke nahezu dem Mariotteschen Gesetz.

Cagniard de la Tour schätzte die kritische Temperatur und den Druck im kritischen Zustande bei

Schwefeläther	auf 187,5° C.	und	37,5 Atm.
Alkohol	„ 258,6° „	„	119 „
Schwefelkohlenstoff . .	„ 262,5° „	„	66,5 „

Bei Wasser war die kritische Temperatur so hoch (412°), dafs das Wasser die Glasröhre, in der es enthalten war, aufzulösen begann.

Für Sauerstoff, Wasserstoff und Stickstoff sprach schon 1826 Faraday die Vermutung aus, dafs die Temperatur von — 110° über der jetzt als kritisch bezeichneten Temperatur dieser Gase liege. Colladon hat (1826) zur Verdichtung des Sauerstoffs Versuche angestellt mit Temperaturen von — 30° und einem Druck bis zu 400 Atm., ohne ein Resultat zu erzielen. Endlich (im Dezember 1877) sind fast gleichzeitig die jahrelang unabhängig von einander fortgesetzten Bemühungen zweier Forscher, L. Cailletet zu Chatillon sur Seine (Paris) und R. Pictet zu Genf, die Verflüssigung der bisher als permanent bezeichneten Gase auszuführen, erfolgreich gewesen. Nach den Mitteilungen des letzteren über die ihm gelungene Verdichtung des Sauerstoffs sinkt bei einem sich bis auf 560 Atm. steigernden Druck und bei einer Temperatur von — 140° C. das Manometer auf 505 Atm., und wenn jetzt durch Öffnung des Hahns der Druck aufgehoben wird, entweicht äufserst heftig ein Strahl flüssigen Sauerstoffs. Leicht angebrannte Kohle, in diesen Strahl hineingebracht, entzündet sich von selbst sehr lebhaft. — Auch die Verflüssigung des Wasserstoffs, des Stickstoffs und der atmosphärischen Luft ist gelungen. Zur Verdichtung des Wasserstoffs steigerte Pictet bei — 140° den Druck auf 650 Atm., bevor er denselben als stationär beobachtete. Nach Öffnung des Verschlufshahns strömte nunmehr der flüssige Wasserstoff heftig aus der Öffnung, zeigte eine stahlblaue Farbe und war auf eine Strecke von etwa 12 cm undurchsichtig: der Strahl wurde fast sofort intermittierend, und man fühlte Stöfse am Hahn, was sich wohl durch ein teilweises Gefrieren des Wasserstoffs in der Röhre erklären läfst. — Nach S. v. Wroblewski (1883) beträgt die kritische Temperatur des Sauerstoffs — 113° und zwar bei einem Druck von 50 Atm., für den Stickstoff bezüglich — 146° und 32,5 Atm.

§ 213. Sättigungsmenge. Läfst man reines Wasser an der freien Luft verdunsten, so verwandelt sich dasselbe vollständig in Dampf, ohne

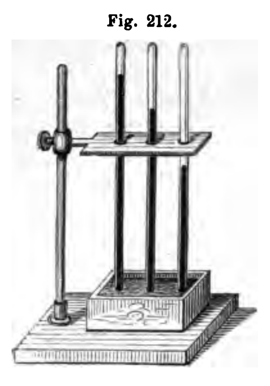
einen Rückstand zu hinterlassen. Bringt man dagegen eine gewisse Wassermenge in einen geschlossenen Raum, z. B. unter eine Glasglocke, so verdunstet nur ein Teil des Wassers, indem dieser Raum bei jeder Temperatur nur eine ganz bestimmte Menge Wasserdampf aufzunehmen vermag, welche die Sättigungsmenge des Raumes für diese Temperatur genannt wird. Die Sättigungsmenge wächst mit der Temperatur. Steigt daher die Temperatur, so kann eine neue Wassermenge verdunsten, sinkt dagegen die Temperatur eines mit Dampf gesättigten Raumes, so mufs sich ein Teil des in demselben enthaltenen Dampfes im tropfbarflüssigen Zustande niederschlagen; man bemerkt zunächst an derjenigen Stelle der Gefäfswand, von welcher die Temperaturerniedrigung ausgeht, den Niederschlag in Form eines feinen, aus kleinen Wassertröpfchen gebildeten Taues, die bald zu gröfseren Tropfen zusammenfliefsen. Ebenso verdichtet sich der Wasserdampf an einem kalten Körper, welcher in einen warmen, mit feuchter Luft erfüllten Raum gebracht wird, an den kalten Fensterscheiben eines geheizten Zimmers u. s. w., indem die zunächst mit dem kalten Körper in Berührung kommenden Luftteilchen so weit abgekühlt werden, dafs sie nicht mehr die ganze in ihnen enthaltene Dampfmenge im luftförmigen Zustande aufzunehmen imstande sind (vergl. § 218,2). Dalton fand (1801) das merkwürdige Gesetz auf, dafs die Sättigungskapacität eines Raumes für den Dampf irgend einer Flüssigkeit unabhängig ist von dem Vorhandensein und der Natur eines anderen in dem Raum befindlichen Gases; so dafs also z. B. ein Raum von 1 cdm stets dieselbe Menge Wasserdampf aufzunehmen imstande ist, gleichviel ob er luftleer, oder mit atmosphärischer Luft, Sauerstoff, Wasserstoff, oder irgend einem anderen Gas oder Dampf von beliebiger Dichtigkeit erfüllt ist. Nur sättigt sich ein luftleerer Raum in kürzerer Zeit mit Dampf, als wenn er mit Gas gefüllt ist, weil dieses der schnellen Ausbreitung des Dampfes ein Hindernis entgegensetzt.

§ 214. Spannkraft des gesättigten Dampfes. Der in einem Raum befindliche Dampf übt, wie andere luftförmige Körper, vermöge seiner Elasticität einen Druck auf die Wände des Gefäfses aus, in welchem er enthalten ist. Dieser Druck wächst mit der Temperatur und Dichtigkeit des in dem Raum enthaltenen Dampfes. Jeder Temperatur entspricht eine gewisse Sättigungsmenge, mithin auch ein Maximum der Spannkraft des gesättigten Dampfes. Um diese Spannkraft für verschiedene Temperaturen zu bestimmen, mufs man ein verschiedenes Verfahren einschlagen, je nachdem man die Bestimmung für Temperaturen ausführen will, welche unter oder über dem Siedepunkt der Flüssigkeit liegen. Jede Flüssigkeit siedet nämlich bei derjenigen Temperatur, bei welcher die Spannkraft ihres gesättigten Dampfes dem auf der Flüssigkeit lastenden Atmosphärendruck gleichkommt. Ist diese Temperatur erreicht, so vermögen die vom Boden des Gefäfses und aus dem Innern der Flüssigkeit sich entwickelnden Dämpfe durch ihre Expansivkraft den Druck der auf der Oberfläche der Flüssigkeit lastenden Atmosphäre zu überwinden.

§ 215. Zur Bestimmung des Maximums der Spannkraft der Dämpfe bei niederen Temperaturen bedient man sich der Torricellischen Röhre (§ 90). Mehrere 800 mm (30″) lange, an einem Ende zugeschmolzene, mit Quecksilber gefüllte und durch Auskochen von Luft befreite Röhren werden, mit dem

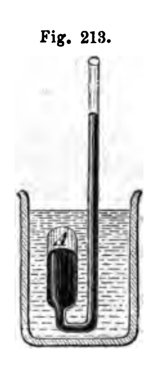
offenen Ende in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäfs getaucht, neben einander aufgestellt, so dafs in jeder derselben ein Torricellisches Vacuum entsteht. Eine der Röhren bleibt luftleer; in jede der anderen Röhren bringt man eine geringe Quantität einer der Flüssigkeiten, deren Dampfspannungen bestimmt werden sollen. Diese Flüssigkeiten steigen, vermöge ihres geringeren specifischen Gewichts, bis zum Gipfel der in der Röhre enthaltenen Quecksilbersäule auf, und der über derselben befindliche leere Raum wird mit dem Dampf der Flüssigkeit gesättigt. Die Quecksilbersäule sinkt infolge des von dem gebildeten Dampf auf ihren Gipfel ausgeübten Druckes, und die Höhendifferenz des Quecksilbers in der leeren und in der mit Dampf gesättigten Röhre giebt die Spannkraft des gesättigten Dampfes an, wenn man die geringe, leicht aus dem specifischen Gewicht der Flüssigkeit zu berechnende Depression in Abrechnung bringt, welche von dem Gewicht des über der Quecksilbersäule befindlichen Flüssigkeitstropfens herrührt. Will man die Spannkraft der Dämpfe für verschiedene Temperaturen bestimmen, so braucht man nur den ganzen Apparat mit einem weiteren Gefäfs zu umgeben, welches mit Wasser oder einer anderen Flüssigkeit gefüllt ist, deren Temperatur durch Thermometer genau bestimmt werden kann. Mit wachsender Temperatur sieht man dann durch die vergröfserte Dampfspannung im Innern der Röhren das Quecksilberniveau sich mehr und mehr erniedrigen. Bei der Temperatur des Siedepunkts der in der Röhre enthaltenen Flüssigkeit steht das Niveau innen und aufsen gleich hoch, die Elasticität des Dampfes hält also gerade dem Druck der äufseren Luft das Gleichgewicht.

Fig. 212.



§ 216. Zur Bestimmung des Dampfdruckes bei Temperaturen, welche den Siedepunkt überschreiten, kann man sich einer Röhre (Fig. 213) bedienen, die aus einem kurzen und weiten, geschlossenen Schenkel und einem engeren, hinreichend langen und oben offenen Schenkel besteht. Dieselbe ist mit Quecksilber gefüllt, über welchem sich im kürzeren Schenkel bei *A* eine geringe Menge der Flüssigkeit befindet, deren Dampfspannung bestimmt werden soll. Wird dieselbe durch ein das weitere Gefäfs umgebendes Wasser- oder Ölbad bis über ihren Siedepunkt erhitzt, so treiben die sich entwickelnden Dämpfe das Quecksilber durch ihren Druck in dem engen, offenen Schenkel in die Höhe, so lange bis der Druck der gehobenen Quecksilbersäule zusammen mit dem Druck der Atmosphäre der Elasticität des Dampfes das Gleichgewicht hält. Beträgt z. B. die Niveaudifferenz des Quecksilbers in beiden Schenkeln 760 mm (28''), so ist der Druck des Dampfes 2 Atmosphären, bei einer Niveaudifferenz von 1520 mm 3 Atmosphären u. s. f. Dabei mufs darauf geachtet werden, dafs in dem Gefäfs bei *A* immer noch eine kleine Flüssigkeitsmenge im tropfbarflüssigen Aggregatzustand vorhanden sein mufs. Wäre bereits alle Flüssigkeit verdampft, und würde die Temperatur noch weiter gesteigert, so enthielte der Raum bei *A* nicht mehr die ganze Dampfmenge, die er bei der stattfindenden Temperatur enthalten kann. Der Dampf heifst in diesem Fall überhitzt.

Fig. 213.



In der Praxis wendet man zur Bestimmung der Dampfspannung in Dampfkesseln offene oder geschlossene Manometer (§ 93) an.

§ 217. Von den folgenden Tabellen giebt die erste eine Vergleichung der Spannkräfte der Dämpfe einiger Flüssigkeiten bei verschiedenen Temperaturen, die zweite die Spannkraft des Wasserdampfes für höhere Temperaturen nach den Resultaten der Versuche von Regnault. Eine dritte Tabelle über die Spannkraft und Sättigungsmenge des Wasserdampfes zwischen — 15° und + 30° C. siehe unter § 221.

A. Dampfspannungen einiger Flüssigkeiten in par.''' und mm.

Temp. C.	Schweflige Säure. par.'''	mm	Äther. par.'''	mm	Alkohol. par.'''	mm	Wasser. par.'''	mm
—20°	212;	478	30;	68	1,5;	3,4	0,4;	0,9
—10°	338;	762	50;	113	2,9;	6,5	0,9;	2,0
0°	516;	1164	81;	183	5,7;	12,9	2,0;	4,5
10°	762;	1719	127;	286	10,8;	24,4	4,0;	9,0
20°	1091;	2461	192;	433	19,7;	44,4	7,7;	17,4
30°	1521;	3431	282;	636	34,8;	78,5	14,0;	31,6
40°	2070;	4670	403;	909	59,2;	133,5	24,3;	54,8
50°	2758;	6222	563;	1270	97,5;	214,9	40,8;	92,0
60°	4092;	9231	766;	1728	155,2;	350,1	66,0;	148,9
70°	—	—	1023;	2302	239,9;	541,2	103,3;	233,5
80°	—	—	1341;	3025	360,3;	812,8	157,0;	354,2
90°	—	—	1728;	3898	526,8;	1188,4	232,9;	525,4
100°	—	—	2195;	4952	751,4;	1695,0	336,9;	760,0

B. Dampfspannung des Wassers für höhere Temperaturen in Atmosphären (1 Atm. = 336,9 par.''' oder 760 mm).

Temp. C.	Atm.	Temp. C.	Atm.
100° . .	1	161,5 . .	6,5
111,7 . .	1,5	165,3 . .	7
120,6 . .	2	168,2 . .	7,5
127,8 . .	2,5	170,8 . .	8
133,9 . .	3	175,8 . .	9
139,2 . .	3,5	180,3 . .	10
144,0 . .	4	213,0 . .	20
148,3 . .	4,5	236,2 . .	30
152,2 . .	5	252,5 . .	40
155,9 . .	5,5	265,9 . .	50
159,2 . .	6		

Man sieht aus diesen Tabellen, dafs mit wachsender Temperatur die Spannkraft der Dämpfe in immer schnellerem Verhältnis zunimmt. Die Spannkraft des Wasserdampfes bei verschiedenen Temperaturen wird mit hinreichender Genauigkeit durch die von August angegebene Formel dargestellt:

$$\log p = \frac{A\,(t - 100)}{B + t},$$

worin bei Anwendung dekadischer Logarithmen $A = 5{,}057$, $B = 226{,}37$ zu setzen ist. Man erhält mittelst der Formel den Druck in Atmosphären ausgedrückt. Wählt man irgend eine andere Einheit, so hat man nur zu $\log p$ den Logarithmus einer Atmosphäre, in der gewünschten Einheit ausgedrückt, zu addieren, bevor man den Numerus aufschlägt.

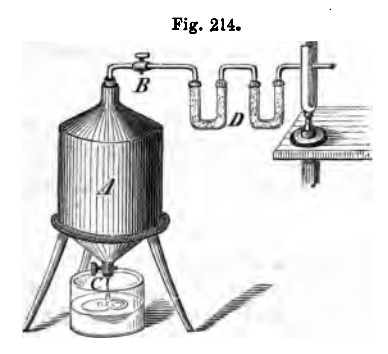
§ 218. Bestimmung des Feuchtigkeitsgehalts der Atmosphäre oder Hygrometrie. Für die Meteorologie (§ 256 ff.) ist es von grofser Wichtigkeit, den jedesmaligen Feuchtigkeitsgehalt der Luft mit möglichster Schnelligkeit und Genauigkeit bestimmen zu können, da durch denselben der Eintritt der wässerigen Niederschläge (Wolkenbildung, Regen, Schnee, Tau u. s. w.) wesentlich bedingt ist. Infolge der Verdunstung von der Oberfläche des Meeres, der Binnengewässer, der Vegetation u. s. w. ist die Luft, namentlich in ihren unteren Schichten, stets teilweise mit Wasserdampf gesättigt. Enthält dieselbe fast die ganze zu ihrer Sättigung erforderliche Menge, so heifst sie feucht, enthält sie nur wenig Wasserdampf, so heifst sie trocken. Bei gleichem absoluten Gehalt an Wasserdampf wird eine Luftmenge um so feuchter erscheinen, je niedriger ihre Temperatur ist. Wird die Temperatur mehr und mehr

erniedrigt, so wird bei einem gewissen Temperaturgrade die vorhandene Dampfmenge zur Sättigung des Luftraumes hinreichend sein und bei weiterer Erniedrigung der Temperatur ein Teil derselben sich im flüssigen Zustande niederzuschlagen beginnen (§ 213). Der Temperaturgrad, bei welchem der Niederschlag eintritt, heifst der Taupunkt. Die zum Eintritt des Niederschlags erforderliche Temperaturerniedrigung wird um so gröfser sein, oder der Taupunkt wird um so tiefer unter der Lufttemperatur liegen, je trockener die Luft ist.

Der absolute Feuchtigkeitsgehalt der Atmosphäre, d. h. die in der Volumeneinheit der Luft enthaltene Gewichtsmenge Wasserdampf, wächst und fällt im allgemeinen mit der Temperatur, ist daher im Sommer gröfser als im Winter, in den Nachmittagsstunden gröfser als kurz vor Sonnenaufgang. Den umgekehrten Gang befolgt das mittlere Sättigungsverhältnis oder die relative Feuchtigkeit, d. h. die Zahl, welche angiebt, wieviel Prozent von der zur Sättigung für die stattfindende Temperatur erforderlichen Wasserdampfmenge in der Luft enthalten sind. Die Atmosphäre pflegt ihrem Sättigungspunkt um so näher zu sein, je niedriger die Temperatur ist. (Vergl. auch §§ 254, 256.)

Die genaueste Methode zur Bestimmung des Wasserdampfgehalts der Luft ist die Methode der Absorption und direkten Wägung. Dieselbe beruht auf der Eigenschaft gewisser Salze und Flüssigkeiten, den in der Luft enthaltenen Wasserdampf an sich zu ziehen und vollständig zu absorbieren. In besonders hohem Grade besitzen diese Fähigkeit das wasserfreie (geschmolzene) Chlorcalcium und die koncentrierte Schwefelsäure (Schwefelsäurehydrat). Leitet man feuchte Luft durch eine Röhre, welche mit Chlorcalciumstücken oder mit Bimsstein, getränkt mit koncentrierter Schwefelsäure, angefüllt ist, so wird dieselbe vollständig ihres Feuchtigkeitsgehaltes beraubt, und die Gewichtszunahme der Röhre während des Hindurchleitens der Luft giebt genau die in der Luft enthaltene Feuchtigkeitsmenge an. Um ein genau bestimmtes Luftvolumen durch die Röhre zu leiten, bedient man sich eines Aspirators, d. h. eines Gefäfses A (Fig. 214), von genau bekanntem Inhalt, welches oben und unten, bei B und C, mit Öffnungen versehen ist, die durch Hähne verschlossen werden können, und welches vor dem Versuche mit Wasser gefüllt wird. Mit der oberen Öffnung können die mit Chlorcalciumstücken gefüllten und vorher genau gewogenen Röhren D mittelst eines Kautschukschlauches in Verbindung gesetzt werden. Öffnet man dann die Hähne B und C, so dafs das Wasser bei C langsam ausfliefst, so wird durch die Röhren D ein dem ausgeflossenen Wasservolumen genau gleiches Luftvolumen angesaugt und giebt seinen Feuchtigkeitsgehalt an das Chlorcalcium ab. Die Gewichtszunahme der Röhren D nach dem Versuch giebt daher die in dem angesaugten Luftvolumen enthaltene Feuchtigkeitsmenge an.

Fig. 214.



Um zu verhüten, dafs Wasserdampf rückwärts aus dem Gefäfs A nach D gelange, kann zwischen D und B noch ein kleines, mit Chlorcalcium gefülltes Rohr angebracht werden, welches mit dem Aspirator in Verbindung bleibt. — Diese Methode giebt die genauesten Resultate, erfordert aber die gröfste Zeit und Mühe und ist deshalb zu schneller Bestimmung der Luftfeuchtigkeit für praktische Zwecke nicht geeignet.

§ 219. Die Hygrometer oder Apparate zur schnellen Bestimmung des Feuchtigkeitsgehalts der Luft können in verschiedene Klassen geteilt

werden, nämlich in 1) solche, welche auf der hygroskopischen Beschaffenheit gewisser organischen Körper beruhen, d. i. auf der Eigenschaft derselben, durch den Einfluſs der Luftfeuchtigkeit eine Änderung ihrer Gestalt oder Ausdehnung zu erleiden; 2) die Kondensationshygrometer, bei welchen der Feuchtigkeitsgehalt der Luft durch Bestimmung des Taupunktes ermittelt wird; 3) das Psychrometer, dessen Gebrauch auf der Bestimmung der durch die Verdunstung erzeugten Temperaturerniedrigung beruht, welche um so gröſser ist, je trockener die Luft ist, und je schneller daher die Verdunstung erfolgt.

Fig. 215.



Zur ersten Klasse gehören das Haarhygrometer von Saussure (1783) und das Fischbeinhygrometer von Deluc (1788). Ersterer benutzte ein weiches, nicht krauses und am besten blondes Menschenhaar, welches zuvor durch Erwärmen in einer verdünnten Sodalösung seiner natürlichen Fettigkeit beraubt worden war. Dasselbe wird mit einem Ende, bei *A*, festgeklemmt und mit dem anderen Ende, bei *B*, um eine kleine Rolle geschlungen. Durch einen in entgegengesetzter Richtung um die Rolle geschlungenen Faden, an welchem ein kleines Gewichtchen *C*, oder eine Spiralfeder angebracht ist, wird das Haar in schwacher und immer gleichmäſsiger Spannung erhalten. Bei feuchter Luft verlängert sich das Haar durch Aufsaugung von Feuchtigkeit, bei trockener Luft verkürzt es sich, und die geringsten Änderungen seiner Länge werden durch einen an der Axe der Rolle *B* befestigten Zeiger sichtbar gemacht, dessen Ende sich auf einer in 100 Grade geteilten Skala bewegt, auf welcher der Nullpunkt der gröſsten Trockenheit, die Zahl 100 der Sättigung der Luft mit Wasserdampf entspricht. Ersterer Punkt wird bestimmt, indem man das Instrument unter eine Glasglocke bringt, welche Chlorcalcium oder eine Schale mit koncentrierter Schwefelsäure enthält, letzterer unter einer Glocke, deren Wände ganz mit Wasser befeuchtet sind. Der Zwischenraum zwischen beiden Stellungen des Zeigers wird in 100 gleiche Grade geteilt. — Das Hygrometer von Deluc ist ganz ähnlich eingerichtet, enthält aber anstelle des Haares einen dünnen, quer über die Fasern geschnittenen Fischbeinstreifen. Deluc bestimmte den Punkt der gröſsten Feuchtigkeit, indem er das ganze Instrument in Wasser tauchte.

Diese Instrumente sind für die Beobachtung sehr bequem, geben aber keine hinreichend zuverlässigen Resultate. Die Grade derselben entsprechen keineswegs den Prozenten des Feuchtigkeitsgehalts der Luft, beide Instrumente stimmen in ihren Angaben nicht überein, zwei Instrumente derselben Gattung differieren nicht selten beträchtlich in ihrem Gange, und sogar die Empfindlichkeit eines und desselben Instruments für den Wechsel der Luftfeuchtigkeit ist bedeutenden Änderungen unterworfen.

Andere hygroskopische Körper, welche zu Hygrometern benutzt werden, sind z. B. Darmsaiten (in den sogenannten Wetterhäuschen), die Fruchtgrannen mehrerer Arten der Gattung Geranium, welche sich im trockenen Zustande spiralig zusammenrollen, im feuchten Zustand aufrollen und dergl. mehr. Die meisten pulverförmigen Körper sind in mehr oder minder hohem Grade hygroskopisch. Gedrehte Hanfseile verkürzen sich in feuchter, verlängern sich in trockener Luft.

§ 220. Kondensationshygrometer. Bringt man in ein Glas Wasser ein Thermometer und erniedrigt die Temperatur des Wassers all-

mählich durch Hinzufügen von Eis oder kaltem Wasser, so wird sich bei einem gewissen Temperaturgrade auf der Aufsenfläche des Glases ein feiner Tau von Wassertröpfchen zu zeigen beginnen. Die Temperatur, welche das Thermometer in diesem Augenblick angiebt, ist der Taupunkt (§ 218). Sobald nämlich die mit dem Glase in Berührung kommenden Luftteilchen bis zu dieser Temperatur abgekühlt werden, beginnt sich der in ihnen enthaltene Wasserdampf in flüssigem Aggregatzustand niederzuschlagen. Zur genauen Bestimmung des Taupunktes dient das Daniellsche Ätherhygrometer (1820). Dasselbe besteht aus zwei Glaskugeln A und B (Fig. 216), welche durch ein zweimal knieförmig gebogenes Rohr C mit einander verbunden sind. Die Kugel A ist etwa zur Hälfte mit Äther gefüllt und enthält das Gefäfs eines kleinen Thermometers, welches bis unter die Oberfläche des Äthers hinabreicht, während die Skala im längeren Schenkel der Röhre C eingeschlossen ist. Der übrige Teil der Röhre und der Kugeln ist luftleer und enthält nur Ätherdampf. Die Kugel B ist mit dünnem Zeug umhüllt, auf welches beim Versuch Äther getropft wird. Die durch die Verdunstung des Äthers bewirkte Temperaturerniedrigung hat eine teilweise Kondensation des Ätherdampfes im Innern der Kugel B zur Folge. In der Kugel A bildet sich infolgedessen neuer Ätherdampf und entzieht die zu seiner Bildung erforderliche Wärme dem zurückbleibenden Äther, dem Gefäfs und dem Thermometer, welches langsam zu sinken beginnt. Sobald auf der Oberfläche des Gefäfses ein feiner Hauch von Wassertröpfchen sichtbar wird, beobachtet man die Temperatur des Taupunktes, während gleichzeitig ein zweites, an dem Stativ des Instrumentes angebrachtes Thermometer die Lufttemperatur angiebt. Mit Hilfe der Tabelle A, § 221, ist dann die absolute, in der Luft enthaltene Dampfmenge, sowie der Prozentgehalt im Verhältnis zur Sättigungsmenge leicht zu bestimmen. Ist z. B. die Lufttemperatur 16^0 C., die des Taupunktes aber 9^0 C., so enthalten 1000 Liter Luft nur 8,77 g Wasserdampf, während dieselben bei 16^0 C. 13,56 g aufzunehmen imstande wären; das Sättigungsverhältnis ist daher $\frac{8,77}{13,56}$ oder 64,7 Prozent.

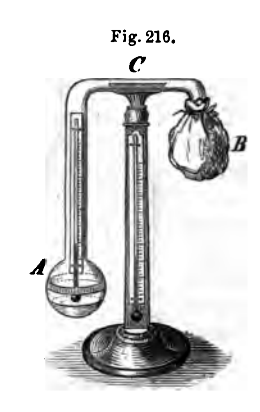


Fig. 216.

Fig. 217.

A B

§ 221. Das Psychrometer von August (1828) besteht aus zwei in ihrem Gange sehr genau übereinstimmenden Thermometern A und B (Fig. 217), welche neben einander auf einem Stativ befestigt sind. Dieselben müssen empfindlich genug sein, um Zehntelgrade mit Sicherheit ablesen zu können. Die Kugel des einen Thermometers ist mit dünnem Zeug umwickelt, welches fortwährend feucht erhalten wird. Infolge der Verdunstung steht das feuchte Thermometer immer niedriger als das trockene, und der Temperaturunterschied zwischen beiden oder die psychrometrische Differenz ist um so gröfser, je schneller die Verdunstung vor sich geht. Sie ist Null in einem mit Feuchtigkeit gesättigten Raum, in welchem

keine Verdunstung stattfindet, und am gröſsten in absolut trockener Luft. Wenn daher die Lufttemperatur und die psychrometrische Differenz bekannt sind, so läſst sich daraus der Grad der Luftfeuchtigkeit mit Hilfe einer zu diesem Zweck berechneten Tabelle ableiten.

Die der Berechnung dieser Tabelle zu Grunde liegende Formel kann durch folgende Betrachtungen hergeleitet werden. Es sei t die Temperatur des trockenen, t_1 die des feuchten Thermometers, also $t - t_1 = d$ die beobachtete psychrometrische Differenz. Ferner sei m die Sättigungsmenge eines Liters Luft bei der Temperatur t, m_1 die Sättigungsmenge für die Temperatur t_1, a die zur Zeit der Beobachtung in einem Liter wirklich vorhandene Dampfmenge. Die an der Kugel des feuchten Thermometers vorbeistreichende Luft sättigt sich an derselben mit Feuchtigkeit für die Temperatur t_1. Da 1 Liter Luft bereits die Dampfmenge a enthält, so wird es noch $m_1 - a$ Gewichtseinheiten Dampf aufzunehmen fähig sein, zu deren Verdunstung $(m_1 - a) . l$ Wärmeeinheiten erforderlich sind, wenn l die Verdampfungswärme der Gewichtseinheit Wasser (§ 211) bezeichnet. Wenn die Temperatur des feuchten Thermometers konstant geworden ist, so muſs diese Wärmemenge durch die umgebende Luft geliefert werden, welche sich, indem sie den Dampf aufnimmt, um $t - t_1 = d$ Grade abkühlt. Es sei P das Gewicht eines Liters Luft und c die specifische Wärme der Luft (§ 230), oder die Wärmemenge, welche erforderlich ist, um ein Kilogramm Luft um 1° zu erwärmen, so ist Pcd die von der Luft abgegebene Wärmemenge. Es muſs also

$$(m_1 - a) . l = Pcd$$

sein, woraus folgt:

$$a = m_1 - \frac{Pc}{l} . d.$$

Bezeichnen ferner e und e_1 die Spannkräfte des gesättigten Wasserdampfes bei den Temperaturen t und t_1, x die gesuchte Spannkraft des in der Luft wirklich enthaltenen Dampfes, $s = 0{,}622$ die Dichtigkeit des Wasserdampfes im Verhältnis zu atmosphärischer Luft von gleicher Spannung und Temperatur, P_0 das Gewicht eines Liters Luft im Normalzustand (§ 202), d. h. bei 0° und unter dem Druck einer Atmosphäre (336'''), endlich b den Barometerstand in Linien ausgedrückt, so ist bei 0° und dem Barometerstand b das Gewicht eines Liters Luft gleich $P_0 . \frac{b}{336}$, mithin bei der Temperatur t_1

$$P = \frac{P_0}{1 + \alpha t_1} . \frac{b}{336};$$

ebenso ergiebt sich

$$m_1 = \frac{P_0 s}{1 + \alpha t_1} . \frac{e_1}{336} \text{ und } a = \frac{P_0 s}{1 + \alpha t} . \frac{x}{336}.$$

Setzt man diese Werte für P, m_1 und a in obiger Gleichung ein, so erhält man, mit Weglassung der allen Gliedern gemeinschaftlichen Faktoren,

$$\frac{sx}{1 + \alpha t} = \frac{se_1}{1 + \alpha t_1} - \frac{c}{l} . \frac{b}{1 + \alpha t_1} . d,$$

oder, da ohne erheblichen Fehler die Ausdrücke $1 + \alpha t$ und $1 + \alpha t_1$ als gleich betrachtet werden dürfen,

$$x = e_1 - \frac{cb}{ls} . d = A - B.$$

Man findet also die Spannkraft des in der Atmosphäre wirklich vorhandenen Dampfes, indem man von der Spannkraft e_1 des für die Temperatur t_1 gesättigten Dampfes (Tafel A) ein der psychrometrischen Differenz d proportionales Glied (Tafel B) abzieht. Bei Berechnung des Faktors $\frac{cb}{ls}$ ist, genau genommen, zu beachten, daſs die Verdampfungswärme l von der Temperatur abhängig ist (§ 210); inzwischen lehrt die Erfahrung, daſs man ohne merklichen Fehler diese Änderung vernachlässigen und bei dem mittleren Barometerstand $b_0 = 336'''$ (760 mm) für diesen Faktor den konstanten Wert 0,256 par.''', bezüglich 0,5775 mm, annehmen darf. Bei höherem oder tieferem Barometerstand ist dem Abzugsgliede eine Korrektion hinzuzufügen, welche aus einer besonderen Tabelle entnommen oder, wie unten angegeben, berechnet werden kann.

Ist die Temperatur t_1 unter 0°, also die Kugel des Feuchtthermometers mit Eis bedeckt, so ist das Abzugsglied im Verhältnis von 8 : 7 zu verkleinern.

Um aus der gefundenen Spannkraft x das Sättigungsverhältnis abzuleiten, hat man dieselbe durch die Spannkraft e des gesättigten Dampfes bei der Temperatur t^0 zu dividieren. — Zeigt z. B. das Luftthermometer 18°, das feuchte Thermometer 12°, d. h. ist die psychrometrische Differenz 6°, so ergiebt sich $A = 10{,}46$ mm, $B = 3{,}46$ mm, folglich ist die Spannkraft des in der Atmosphäre vorhandenen Dampfes $x = 7{,}00$ und das Sättigungsverhältnis, die relative Feuchtigkeit, $\frac{7{,}00}{15{,}36} = 45{,}6$ Prozent. Als Taupunkt aber ergiebt sich die zur Spannung 7,00 gehörige Temperatur 6° C.

A. Spannkraft und Sättigungsmenge des Wasserdampfes für Temperaturen von — 15 bis + 30° C.

(Die Spannkräfte sind in par.‴ und mm, die Sättigungsmenge für 1 cbm in Grammen ausgedrückt.)

Temp. C	Druck par.‴	Druck mm	Sättigungsmenge	Temp. C.	Druck par.‴	Druck mm	Sättigungsmenge	Temp. C.	Druck par.‴	Druck mm	Sättigungsmenge
—15°	0,62;	1,40	1,58	0°	2,04;	4,60	4,82	15°	5,63;	12,70	12,75
—14	0,67;	1,52	1,71	1	2,19;	4,94	5,16	16	6,00;	13,54	13,56
—13	0,73;	1,64	1,85	2	2,35;	5,30	5,52	17	6,39;	14,42	14,40
—12	0,79;	1,78	2,00	3	2,52;	5,69	5,92	18	6,81;	15,36	15,29
—11	0,86;	1,93	2,16	4	2,70;	6,10	6,32	19	7,25;	16,37	16,23
—10	0,93;	2,09	2,33	5	2,90;	6,53	6,75	20	7,71;	17,39	17,23
— 9	1,01;	2,27	2,52	6	3,10;	7,00	7,22	21	8,20;	18,49	18,25
— 8	1,09;	2,46	2,72	7	3,32;	7,49	7,71	22	8,72;	19,66	19,32
— 7	1,18;	2,66	2,93	8	3,55;	8,02	8,22	23	9,26;	20,89	20,46
— 6	1,27;	2,87	3,15	9	3,80;	8,57	8,77	24	9,83;	22,18	21,67
— 5	1,38;	3,11	3,38	10	4,06;	9,16	9,36	25	10,44;	23,55	22,93
— 4	1,49;	3,37	3,63	11	4,34;	9,79	9,97	26	11,08;	24,99	24,26
— 3	1,62;	3,64	3,89	12	4,64;	10,46	10,61	27	11,75;	26,50	25,63
— 2	1,75;	3,94	4,17	13	4,95;	11,16	11,28	28	12,46;	28,10	27,08
— 1	1,89;	4,26	4,48	14	5,28;	11,91	11,99	29	13,20;	29,78	28,61
0	2,04;	4,60	4,82	15	5,63;	12,70	12,75	30	13,99;	31,55	30,21

B. Tafel zur Berechnung des Abzugsgliedes.

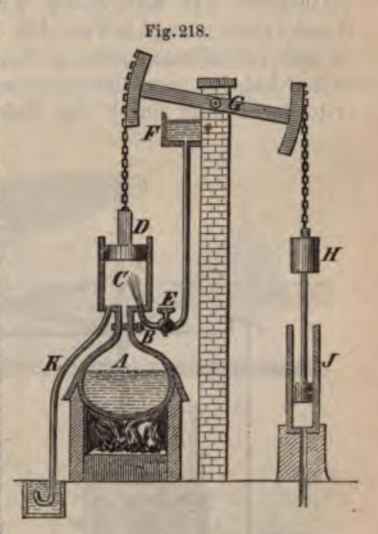
d	B par.‴	B mm	d	B par.‴	B mm
1	0,26	0,58	11	2,82	6,35
2	0,51	1,55	12	3,07	6,93
3	0,77	1,73	13	3,33	7,51
4	1,02	2,31	14	3,58	8,08
5	1,28	2,89	15	3,84	8,66
6	1,54	3,46	16	4,10	9,24
7	1,79	4,04	17	4,35	9,82
8	2,05	4,62	18	4,61	10,39
9	2,30	5,20	19	4,86	10,97
10	2,56	5,77	20	5,12	11,55

C. Die Barometerkorrektion kann mit hinreichender Genauigkeit $= \frac{bd}{1250}$ angenommen werden und ist vom Abzugsglied B zu subtrahieren, oder zu demselben zu addieren, je nachdem der Barometerstand um b par.‴ (mm) niedriger oder höher ist als 28″ (760 mm).

§ 222. Anwendung des Dampfdruckes als bewegender Kraft; Dampfmaschinen. Schon Hero von Alexandrien (vergl. § 96) beschrieb mehrere Vorrichtungen, um durch die Kraft des ausströmenden Dampfes Bewegungen zu erzeugen, darunter die Äolipile, welche durch die Rückwirkung des ausströmenden Dampfes nach Art der Segnerschen Turbine (§ 87) in Umdrehung versetzt wird. Im Jahre 1615 benutzte

Salamon de Caus den Druck des eingeschlossenen Dampfes zum Heben von Wasser, mittelst einer dem Heronsball (§ 96) dem Prinzip nach vergleichbaren Vorrichtung. Später (1690) erfand Papin die erste Dampfmaschine mit einem in einem Cylinder beweglichen Kolben. Unter dem Kolben sollte durch Verdichtung von Dämpfen ein luftleerer Raum erzeugt und der Kolben durch den Luftdruck niedergedrückt werden. Doch wurde der Vorschlag nicht praktisch ausgeführt. Savery benutzte 1698 zuerst den Dampfdruck praktisch zur Hebung des Wassers aus Kohlenbergwerken. Die späteren Dampfmaschinen können in einfach wirkende oder atmosphärische und in doppelt wirkende unterschieden werden. Erstere wurden namentlich von Newcomen (1705) konstruiert und zum Heben des Grubenwassers in Kohlenbergwerken benutzt; letztere wurden durch James Watt (1736 bis 1819) wesentlich in ihrer gegenwärtigen Gestalt ausgebildet.

Fig. 218.



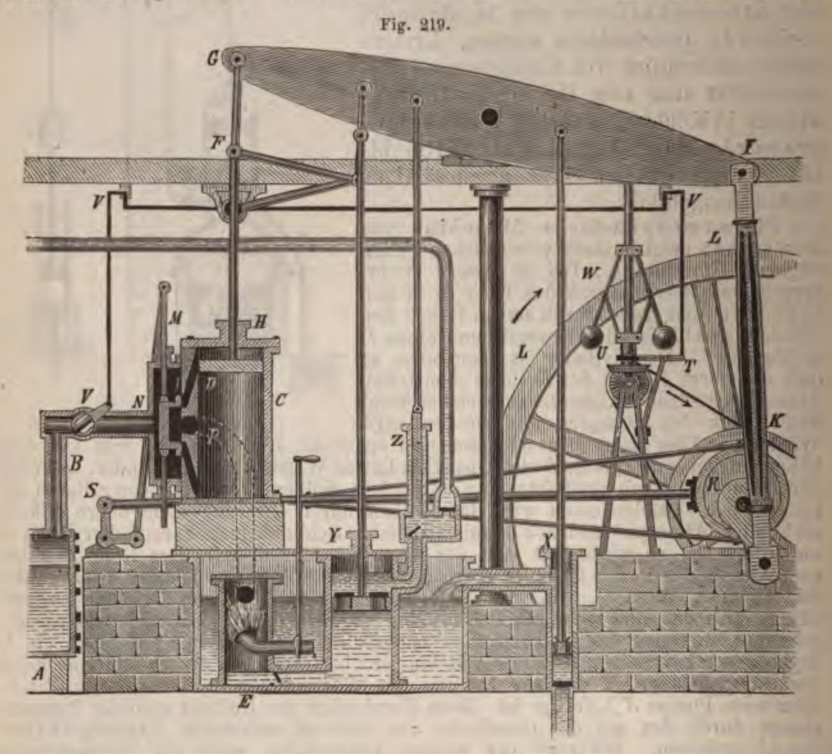
Die atmosphärische Maschine von Newcomen zeigt in ihren wesentlichen Teilen folgende Einrichtung. Der im Kessel A erzeugte Dampf tritt durch das Rohr B in den Cylinder C und treibt durch seinen Druck den luftdicht anschliefsenden, beweglichen Kolben D in die Höhe. Der Cylinder ist oben offen, so dafs die obere Fläche des Kolbens dem freien Atmosphärendruck ausgesetzt ist, welcher durch den Druck des Dampfes überwunden wird. Wird darauf der Hahn B geschlossen und der Hahn E geöffnet, so tritt aus dem höher gelegenen Reservoir F eine Quantität kalten Wassers in den Cylinder, wodurch der Dampf plötzlich verdichtet und unter dem Kolben D ein luftleerer Raum erzeugt wird. Infolgedessen wird der Kolben durch den auf seine obere Fläche wirkenden Atmosphärendruck herabgetrieben. Schliefst man darauf den Hahn E und öffnet B, so wiederholt sich der erste Vorgang u. s. f. Das Rohr K dient zum Abflufs des in den Cylinder eingetretenen und durch Verdichtung des Dampfes entstandenen Wassers. Um das Eindringen von Luft in den Cylinder zu verhüten, mufs dasselbe mehr als 10,5 m (32') lang sein (§ 90). Die auf- und niedergehende Bewegung des Kolbens wird mittelst der Kolbenstange auf einen um G drehbaren, zweiarmigen Hebel oder Balancier übertragen, an dessen anderem Ende die Pumpenstange H der zur Hebung des Wassers aus dem Bergwerksschacht dienenden Pumpe J befestigt ist. Beim Herabgehen des Kolbens wird die Pumpenstange durch den auf die Oberfläche des Kolbens wirkenden Atmosphärendruck gehoben. Während der Kolben emporsteigt, sinkt die Pumpenstange durch ihr eigenes Gewicht, welches zu diesem Zweck durch eine bei H angebrachte Masse vergröfsert ist, wieder herab. Zum abwechselnden Öffnen und Schliefsen der Hähne B und E war bei der ursprünglichen Einrichtung der Maschine ein besonderer Arbeiter erforderlich. Mittelst der von Humphry Potter erfundenen Selbsteuerung wird dieses Geschäft von der Maschine selbst besorgt, indem die Hähne auf geeignete Weise mit dem Balancier in Verbindung gesetzt werden (vergl. unten § 223).

Die Arbeitsleistung findet bei den atmosphärischen Maschinen nur während des Niedergangs des Kolbens durch den Luftdruck statt. Da dieser für jedes Quadratcentimeter der Kolbenfläche mehr als 1 Kilogramm beträgt (§ 90), so kann hierdurch ein beträchtlicher Effekt erzielt werden. Bei Berechnung des letzteren ist jedoch zu berücksichtigen, dafs der Raum unter dem Kolben nie ganz luftleer ist, da der Dampf bei der Temperatur, bis zu welcher der Cylinder durch das Einspritzwasser abgekühlt wird, noch eine beträchtliche Spannung besitzt. Aufserdem sind die Reibungswiderstände zu berücksichtigen. Das Einspritzen des Kühl-

wassers in den Cylinder selbst hat ferner den Nachteil, daſs die Cylinderwände jedesmal beträchtlich abgekühlt werden, und ein groſser Teil des einströmenden Dampfes nutzlos verbraucht wird, um dieselben wieder auf 100° zu erwärmen. Diesen Übelstand beseitigte James Watt (1765) durch die Einrichtung eines besonderen vom Cylinder getrennten Kondensators (§ 223).

§ 223. Die doppeltwirkenden Dampfmaschinen zerfallen in Maschinen mit und ohne Kondensation, oder Niederdruck- und Hochdruckmaschinen. Die Einrichtung der Niederdruckmaschinen ist in der vervollkommneten Form, welche dieselbe durch James Watt erhalten hat, im wesentlichen folgende: Aus dem Dampfkessel A (Fig. 219) tritt der Dampf durch das Rohr B abwechselnd in den oberen und un-

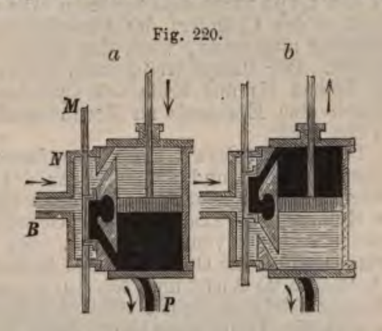
Fig. 219.



teren Raum des auf beiden Seiten geschlossenen Cylinders C, in welchem sich der Kolben D auf und ab bewegt. Während der Dampf unter den Kolben tritt, ist der obere Raum des Cylinders mit dem Kondensator E in Verbindung gesetzt und umgekehrt. Der Kondensator ist ein luftleeres, von kaltem Wasser umgebenes Gefäſs, in welches zur schnellen Verdichtung des Dampfes bei jedem Kolbenhub eine gewisse Quantität kalten Wassers eingespritzt wird. Die mit dem Kolben verbundene Kolbenstange DF geht dampfdicht durch die Stopfbüchse H und überträgt die auf- und niedergehende Bewegung des Kolbens an den Balancier GI. Die am anderen Ende des Balanciers befestigte Pleuelstange IK versetzt, mittelst der Kurbel K, die Welle des groſsen Schwungrades LL in Umdrehung, von welcher die Bewegung an die

anderen Maschinen übertragen wird, welche durch die Dampfmaschine getrieben werden sollen. Die abwechselnde Verbindung des oberen und unteren Cylinderraums mit dem Dampfkessel und Kondensator wird durch den Verteilungsschieber *M* (s. auch Fig. 220) bewirkt, der sich in dem Schieberkasten *N* bewegt und den Raum desselben in einen inneren und äufseren teilt. Der Dampf tritt durch das Rohr *B* aus dem Kessel zunächst in den äufseren Schieberraum und gelangt bei der in Fig. 220a abgebildeten Stellung des Verteilungsschiebers von da nach dem oberen Raum des Cylinders, während der Dampf aus dem unteren Cylinderraum nach dem inneren Raum des Schieberkastens und von da durch das Rohr *P* nach dem Kondensator *E* strömt. Der Kolben wird also abwärts getrieben. Wenn derselbe am unteren Ende des Cylinders angelangt ist, wird durch die unten beschriebene Steuerungsvorrichtung der Maschine der Verteilungsschieber verstellt, so dafs, wie in Fig. 220b, der Dampf aus dem äufseren Raum des Schieberkastens unter den Kolben tritt, und der über dem Kolben befindliche Dampf durch den inneren Schieberraum nach dem Kondensator gelangt. Die Verstellung des Schiebers am Ende jedes Kolbenhubes wird mittelst der Steuerungsvorrichtung von der Maschine selbst bewirkt. Durch die auf der Welle des Schwungrades befestigte excentrische Scheibe *R* wird die Schubstange *RS* hin und her bewegt, welche, indem sie bei *S* auf einen Winkelhebel wirkt, die Verstellung des Verteilungsschiebers bewerkstelligt.

Fig. 220.



Da das Ende des Balanciers sich nur im Kreisbogen bewegen kann, die Kolbenstange hingegen, wenn die Stopfbüchse nicht undicht werden soll, sich genau geradlinig und vertikal auf- und abwärts bewegen mufs, so ist dieselbe am Balancier bei *F* nicht unmittelbar, sondern mittelst des sogenannten Wattschen Parallelogramms befestigt. Bei kleineren Maschinen fällt in der Regel der Balancier weg, und die Kolbenstange wird mit der Kurbel des Schwungrades direkt mittelst einer Lenkstange verbunden. Das Schwungrad *L* dient dazu, durch das Beharrungsvermögen seiner Masse den Gang der Maschine gleichförmig zu machen und insbesondere die Ungleichförmigkeit der Bewegung zu beseitigen, welche aus der hin- und hergehenden Bewegung des Kolbens entspringt. Zur Regulierung des Ganges der Maschine dient aufserdem das Centrifugalpendel, oder der Wattsche Regulator *W*. Derselbe wird durch die Maschine in Umdrehung versetzt. Bei zu schnellem Gang der Maschine entfernen sich die Kugeln desselben von der Umdrehungsaxe (§ 56, 5), indem sie dadurch gleichzeitig die auf der Axe verschiebbare Hülse *U* in die Höhe ziehen und die daran befestigte Stange *TV* verschieben, wird durch den Hahn bei *V* der Dampfzutritt abgesperrt und der Gang der Maschine verlangsamt. Umgekehrt wird bei zu langsamer Umdrehung dem Dampf freierer Zutritt gestattet und die Bewegung beschleunigt. — Am Balancier sind ferner die Pumpenstangen befestigt, welche die Kaltwasserpumpe *X*, die Kondensator- oder Luftpumpe *Y* und die Speisepumpe *Z* in Bewegung setzen. Die Kaltwasserpumpe dient zum Einspritzen des kalten Kondensationswassers in den Kondensator. Die Luftpumpe entfernt aus dem Kondensator das in demselben sich ansammelnde warme Wasser und die eingedrungene Luft. Die Speisepumpe dient dazu, einen Teil dieses warmen Wassers in den Dampfkessel zurückzupumpen, um das in demselben verdampfte Wasser zu ersetzen und den Wasserstand im Kessel gleichförmig zu erhalten. Um diesen in jedem Augenblick zu erkennen, ist am Kessel ein Wasserstandzeiger angebracht, ein Glasrohr,

welches oben mit dem Dampfraum, unten mit dem Wasserraum des Kessels kommuniziert. Aufserdem mufs am Dampfkessel ein **Manometer** zur Messung des Dampfdruckes (§ 93) und ein **Sicherheitsventil** angebracht sein, welches zur Verhütung von Explosionen dient, indem es bei zu sehr gesteigertem Dampfdruck sich öffnet und dem Dampf einen Ausweg gestattet. In der Regel besteht dasselbe in einem einarmigen Hebel (§ 49), dessen freies Ende mit einem Gewicht von geeigneter Gröfse beschwert ist, durch welches ein in der Nähe des Unterstützungspunktes angebrachtes, kugelförmiges Metallstück auf eine entsprechende Öffnung der Kesselwand geprefst wird. Bei zu starkem Dampfdruck wird der Hebel gehoben, und der Dampf entweicht durch die Öffnung. Niederdruckmaschinen arbeiten gewöhnlich mit einem Dampfdruck von $1\frac{1}{2}$—2 Atmosphären. Bei den **Expansionsmaschinen** tritt der Dampf aus dem Kessel unter höherem Druck in den Cylinder; der Dampfzutritt wird aber durch einen **Expansionsschieber** abgesperrt, wenn der Kolben erst einen Teil seines Weges zurückgelegt hat. Der Dampf treibt dann, indem er sich durch seine Elasticität ausdehnt, den Kolben bis ans Ende des Cylinders. Theorie und Erfahrung lehren, dafs dadurch eine Ersparnis an Brennmaterial im Verhältnis zur geleisteten Arbeit erreicht wird.

Die **Arbeitskraft** einer Dampfmaschine berechnet sich nach der Gröfse der Kolbenoberfläche und der Differenz des auf beiden Seiten des Kolbens stattfindenden Druckes. Beträgt z. B. der mittlere Dampfdruck auf der vorderen Seite des Kolbens $1\frac{1}{2}$ Atmosph., der Gegendruck im Kondensator $\frac{1}{2}$ Atmosph., so bleibt ein Druck von 1 Atmosph. oder von 103,3 kg pro qdm der Kolbenfläche übrig. Beträgt die Oberfläche des Kolbens 1 qdm, die Hubhöhe 1,5 m, und finden in 1 Minute 60 **Auf- und Niedergänge** des Kolbens statt, so beträgt die in 1 Minute geleistete Arbeit $103{,}3 \,.\, 1{,}5 \,.\, 120 = 18\,594$ Kilogrammmeter (§ 43). Hiervon sind die **Reibungswiderstände** der Maschine, einschliefslich der zur Bewegung der Pumpen u. s. w. erforderlichen Arbeit, in Abrechnung zu bringen. Angenommen, diese betragen 30% des Gesamteffekts, so bleibt eine nutzbare Arbeit von 11156,4 kgm pro Minute übrig. Die Leistungsfähigkeit der Dampfmaschinen wird in der Regel nach Pferdekräften (§ 43) berechnet. Da eine Pferdekraft einer Arbeit von $60 \,.\, 75 = 4500$ kgm pro Minute entspricht, so würde die als Beispiel gewählte Maschine eine Leistungsfähigkeit von nahezu $2\frac{1}{2}$ Pferdekräften besitzen.

§ 224. Die **Hochdruckmaschinen** unterscheiden sich von den Niederdruckmaschinen durch den Mangel des Kondensators und durch die höhere Spannung des angewendeten Dampfes, welche in der Regel 5—8 Atmosphären beträgt. Bei so hohem Druck kann man den Kondensator wegfallen und den Dampf ohne Kondensation in die Atmosphäre entweichen lassen, indem der zu überwindende Gegendruck der Atmosphäre nur einen kleinen Bruchteil des Gesamteffekts ausmacht.

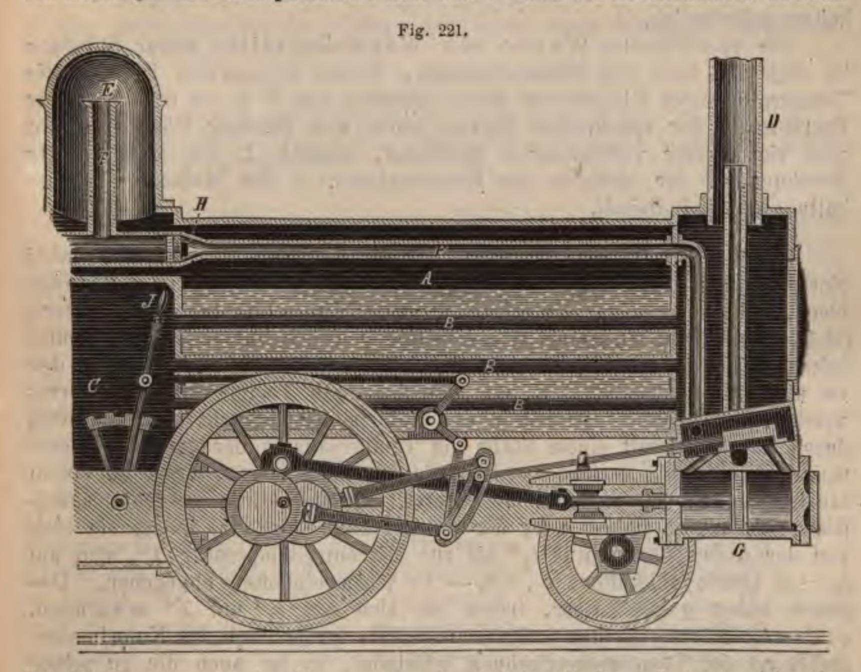
Die Hochdruckmaschinen haben den Vorteil gröfserer Raumersparnis, oder eines im Verhältnis zu den Dimensionen der Maschine gröfseren Nutzeffekts. Die meisten Hochdruckmaschinen arbeiten mit Expansion (§ 223). Die **Lokomotivmaschinen** sind stets Hochdruckmaschinen. Der horizontal liegende Kessel *A*, der den gröfsten Teil des Lokomotivkörpers ausmacht, ist zur schnelleren Dampfbildung der ganzen Länge nach mit Siederöhren *BB* durchzogen, durch welche die heifsen Verbrennungsgase aus dem Feuerraum *C* nach dem Schornstein *D* gelangen, und welche für die Verdampfung des Wassers eine grofse Oberfläche darbieten. Aus dem Dampfraum *E* gelangt der Dampf durch das Rohr *F*, welches durch ein Ventil *H* geöffnet oder geschlossen werden kann, nach dem Schieberkasten und dem Cylinder *G*, dessen Kolbenstange auf die Kurbel des Triebrades einwirkt. Auf der Axe des letzteren sind zwei excentrische Scheiben befestigt, durch welche die Schieberstange bewegt wird; durch einen Steuerhebel *J* läfst sich je eine von beiden mit der Schieberstange verbinden und demgemäfs das Vorwärts- oder Rückwärts-

gehen der Maschine bewirken. Der gebrauchte Dampf entweicht durch den Schornstein und dient zur Verstärkung des Luftzuges im Feuerherd (§ 105).

Die Konstruktion der ersten Lokomotive rührt von George Stephenson her; von demselben ist auch 1825 die erste Eisenbahn (Stockton-Darlington) eröffnet worden.

In neuerer Zeit sind mehrfache Versuche gemacht worden, die Expansivkraft des Dampfes durch diejenige erhitzter Luft zu ersetzen, doch sind dieselben bisher an praktischen Schwierigkeiten gescheitert, indem entweder die Temperatur so hoch gesteigert werden mufste, dafs ein Dichthalten der Kolben und Stopfbüchsen unmöglich war, oder die Dimensionen der Arbeitscylinder, im Vergleich zu denen der Dampfmaschinen von gleicher Leistungsfähigkeit, unverhältnismäfsig vergröfsert werden mufsten. — Bei der Gasmaschine von Lenoir (1860) wird die Expansivkraft eines durch den elektrischen Funken entzündeten Gemenges von Leuchtgas und atmosphärischer Luft zum Treiben des Arbeitskolbens benutzt.

Fig. 221.



Da die Verbrennung des Gasgemenges im Arbeitscylinder selbst vor sich geht, ist der Wärmeverlust bei diesen Maschinen am geringsten. Aufserdem haben dieselben den Vorzug, dafs sie keiner besonderen Feuerungsanlage bedürfen, sondern überall leicht und in kleinem Raume angebracht und in Gang gesetzt werden können, wo eine Gasleitung vorhanden ist. Doch haben sich auch diese Maschinen nur in kleineren Dimensionen praktisch bewährt. — Als sehr brauchbar erweist sich die atmosphärische Gasmaschine von Otto und Langen (1865). Bei ihr wird durch die Gasexplosion der Kolben, der während des Hubes von der Verbindung mit den übrigen Maschinenteilen ausgeschaltet ist, ohne grofsen Widerstand vorangeworfen und, nachdem die Verbrennungsprodukte ihre Wärme fast ganz in Form von Arbeit an den Kolben abgegeben haben, erst wieder eingeschaltet und durch den äufseren Luftdruck zurückgeschoben. Diese Gasmaschine ist ohne Explosionsgefahr und sehr sparsam im Gasverbrauch.

4. Specifische Wärme, Kalorimetrie.

§ 225. Specifische Wärme. Um gleiche Gewichtsmengen verschiedener Körper um eine gleiche Anzahl von Graden zu erwärmen, sind

ungleiche Wärmemengen erforderlich. Bei gleicher Wärmeaufnahme steigt die Temperatur des Eisens schneller als die des Quarzsandes, und letzterer wird schneller erwärmt als Wasser. Mischt man 1 kg Wasser von 0° mit 1 kg Wasser von 100°, so beträgt die Mischungstemperatur 50° (§ 205). Schüttet man dagegen 1 kg Eisenfeilspäne von 100° in 1 kg Wasser von 0°, so wird die Temperatur des letzteren nur etwa auf 10,2° erhöht. Da zu diesem Zweck 10,2 Wärmeeinheiten hinreichen, so folgt, dafs 1 kg Eisen 10,2 Wärmeeinheiten abgegeben hat, indem es sich von 100° auf 10,2° oder um 89,8° abkühlte. Dieselbe Wärmemenge wird umgekehrt hinreichen, um 1 kg Eisen um 89,8° zu erwärmen. Um also 1 kg Eisen um 1° zu erwärmen, sind nur $\frac{10,2}{89,8} = 0,114$ Wärmeeinheiten erforderlich.

Die specifische Wärme oder Wärmekapacität einer Substanz ist diejenige Zahl von Wärmeeinheiten, welche erforderlich ist, um die Temperatur eines Kilogramms dieser Substanz um 1° C. zu erhöhen. Zur Bestimmung der specifischen Wärme fester und flüssiger Körper bedient man sich dreier verschiedenen Methoden, nämlich 1) der Methode der Mischung, 2) der Methode des Eisschmelzens, 3) der Methode der Erkaltungsgeschwindigkeit.

§ 226. 1. Die Methode der Mischung. Man bedient sich dabei eines Kalorimeters oder eines Gefäfses aus dünnem Kupfer- oder Messingblech, welches auf einer Unterlage aus möglichst schlechten Wärmeleitern (Holz, Stroh) ruht und eine Wassermenge von bekanntem Gewicht q und bekannter Temperatur t_1 enthält. Nachdem eine gewogene Menge p der zu untersuchenden Substanz auf eine bekannte Temperatur t_2 erwärmt worden, wird dieselbe schnell in das Kalorimeter getaucht und, nachdem durch Umrühren mit einem Stabe die Temperatur in der ganzen Wassermasse gleichförmig verteilt worden, die Mischungstemperatur T an einem hineingestellten Thermometer beobachtet. Es sei x die gesuchte specifische Wärme, so haben p kg der untersuchten Substanz, indem sie sich von der Anfangstemperatur $t_2{}^0$ bis zur Mischungstemperatur T^0, also um $t_2 - T$ Grade abkühlten, $p \,.\, x(t_2 - T)$ Wärmeeinheiten abgegeben. Dagegen haben q kg Wasser, indem sie sich von $t_1{}^0$ auf T^0 erwärmten, $q(T - t_1)$ Wärmeeinheiten aufgenommen. Da ferner auch das Kalorimetergefäfs an der Temperaturerhöhung teilnimmt, so ist auch die zu seiner Erwärmung erforderliche Wärmemenge in Rechnung zu bringen. Ist r das Gewicht, s die specifische Wärme der Substanz des Gefäfses, so ist diese Wärmemenge $rs(T - t_1)$. Man erhält also, da die von dem warmen Körper abgegebene Wärmemenge gleich der Summe der von dem Wasser und von dem Kalorimetergefäfs aufgenommenen sein mufs,

$$px(t_2 - T) = q(T - t_1) + rs(T - t_1),$$

oder:

$$x = \frac{(q + rs)(T - t_1)}{p(t_2 - T)}.$$

Die Gröfse rs, welche dem Gewicht q des in dem Kalorimeter enthaltenen Wassers hinzugefügt werden mufs, um den Einflufs des Gefäfses zu berücksichtigen, heifst der kalorimetrische Wasserwert des Gefäfses. Es ist leicht, denselben, auch wenn die specifische Wärme der Substanz des Gefäfses nicht vorher bekannt ist, durch einen besonderen, vorläufigen Versuch ein für allemal

zu bestimmen, indem man z. B. eine gewogene Quantität warmen Wassers von bekannter Temperatur in das Kalorimeter bringt. Ist diese Quantität w, ihre Temperatur t, so hat man, da die specifische Wärme des Wassers $= 1$ ist, die Gleichung:

$$w(t - T) = q(T - t_1) + rs(T - t_1),$$

in welcher nur das gesuchte Produkt rs unbekannt ist.

Werden zwei Gewichtsmengen verschiedener Substanzen gemischt, deren specifische Wärmen bekannt sind, so ist es nach dem vorhergehenden leicht, die Mischungstemperatur zu berechnen. Es seien p_1 und p_2 die Gewichtsmengen, t_1 und t_2 die anfänglichen Temperaturen, s_1 und s_2 die specifischen Wärmen beider Substanzen, T die gesuchte Mischungstemperatur, und es sei z. B. $t_1 > t_2$, so drückt $p_1\ s_1\ (t_1 - T)$ die von der wärmeren Substanz abgegebene, $p_2\ s_2\ (T - t_2)$ die von der kälteren Substanz aufgenommene Wärmemenge aus. Es ist mithin $p_1\ s_1\ (t_1 - T) = p_2\ s_2\ (T - t_2)$, woraus folgt:

$$T = \frac{p_1\ s_1\ t_1 + p_2\ s_2\ t_2}{p_1\ s_1 + p_2\ s_2}.$$

Ebenso erhält man für die Mischungstemperatur einer beliebigen Anzahl verschiedener Substanzen die Formel:

$$T = \frac{p_1\ s_1\ t_1 + p_2\ s_2\ t_2 + p_3\ s_3\ t_3 + \ldots}{p_1\ s_1 \quad + p_2\ s_2 \quad + p_3\ s_3 \quad + \ldots}.$$

Es ist dies die erweiterte Richmannsche Regel (vergl. § 205). Die Methode der Bestimmung der specifischen Wärme durch Mischung wurde zuerst von Black (1760) und Irvine angewendet.

§ 227. 2. Die Methode des Eisschmelzens. Es dient dazu am besten das Eiskalorimeter von Lavoisier und Laplace (1780). Dasselbe besteht aus zwei in einander gesetzten Blechgefäfsen A und B (Fig. 222), welche mit Deckeln versehen sind und einen Hohlraum zwischen sich lassen. In das innere Gefäfs kann noch ein drittes Gefäfs oder ein Körbchen aus Drahtgeflecht C gesetzt werden, welches zur Aufnahme des Körpers dient, dessen specifische Wärme bestimmt werden soll. Das Innere des Gefäfses B sowohl, als der Hohlraum zwischen A und B, wird vor Beginn des Versuches mit gestofsenem Eis gefüllt. Der zu untersuchende Körper von bekanntem Gewicht wird, nachdem er vorher auf eine bekannte Temperatur, z. B. 100°, erwärmt worden, in das Körbchen C gebracht und die Deckel schnell geschlossen und mit Eisstücken bedeckt. Indem der Körper seinen Wärmeüberschufs an das umgebende Eis abgiebt, wird ein Teil des letzteren geschmolzen. Die durch Schmelzung des Eises in dem inneren Gefäfs B entstandene Wassermenge fliefst durch ein Rohr in das Gefäfs D ab, in welchem sie gewogen wird. Der mit Eis gefüllte Hohlraum zwischen den Gefäfsen A und B hat den Zweck, zu verhindern, dafs dem Gefäfs B von aufsenher Wärme zugeführt und dadurch ein Teil des in B enthaltenen Eises geschmolzen werde.

Fig. 222.



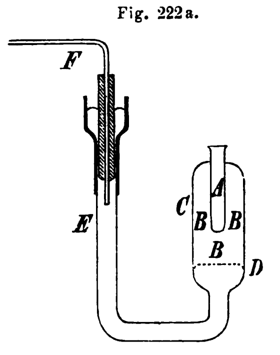
Es sei p das Gewicht des untersuchten Körpers, t seine anfängliche Temperatur, x die gesuchte specifische Wärme, q die durch Schmelzung des Eises erhaltene Wassermenge, so haben p Gewichtseinheiten des Körpers, indem sie sich von t^0 auf 0^0 abkühlten, $p \cdot x \cdot t$ Wärmeeinheiten abgegeben. Um q kg Eis zu schmelzen, sind (§ 206) $79{,}25 \cdot q$ Wärmeeinheiten verbraucht worden. Es ist also

$$p \cdot x \cdot t = 79{,}25 \cdot q \text{ oder } x = \frac{79{,}25 \cdot q}{p \cdot t}.$$

§ 227a. Eiskalorimeter von Bunsen (1870). Die durch Versuche mit dem Eiskalorimeter von Lavoisier und Laplace gewonnenen Resultate sind darum nicht ganz zuverlässig, weil das Wasser sich an das Eis anhängt, statt abzufließen, so daſs die genaue Bestimmung, wieviel Eis geschmolzen ist, unmöglich wird. Diese Fehlerquelle wird um so bedenklicher, wenn die Menge des zu untersuchenden Körpers nicht ausreichend groſs ist. Sie wird vermieden durch das Eiskalorimeter von Bunsen.

Der Körper, dessen specifische Wärme zu bestimmen ist, wird in das mit Wasser von der Temperatur 0° gefüllte Reagenzglas A gebracht (Fig. 222a), welches in das Kalorimetergefäſs C eingeschmolzen ist, und auf dessen Boden er hinabsinkt. Das durch ihn hier erwärmte Wasser steigt in A nicht empor, weil zwischen 0° und 4° durch die zugeführte Wärme die Dichtigkeit des Wassers zunimmt; die Wärme des Körpers vermag also nur durch die dünne Wand des Reagenzglases sich dem Kalorimeter C mitzuteilen. Dieses ist im Raum B durch Eis von 0° umgeben, welches durch die vom Körper abgegebene Wärme geschmolzen und infolgedessen im Volumen verringert wird, bis sich der Körper auf 0° abgekühlt hat.

Fig. 222a.



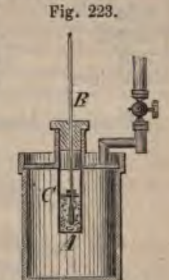
Zur Bestimmung der Menge des in B geschmolzenen Eises ist dieser Raum unterhalb, von D an, durch Quecksilber abgeschlossen, mit welchem auch der längere Schenkel E des Kalorimeters angefüllt ist. In diesen Schenkel E ist durch einen luftdicht schlieſsenden Stöpsel ein rechtwinklig gebogenes Glasrohr gepreſst, bis das Quecksilber in dem horizontalen, graduierten Teile F desselben bis zu einem bestimmten Teilstrich reicht. Infolge der Eisschmelzung in B steigt das Quecksilber bei D, weicht also das Niveau desselben in F zurück und kann demnach die Volumenverringerung in B, folglich auch die Menge des hier geschmolzenen Eises genau bestimmt werden.

Um den Raum B mit Eis zu füllen, läſst Bunsen einen Strom von Alkohol, der durch eine Kältemischung auf eine Temperatur unter 0° gebracht ist, auf den Boden des Reagenzglases A streichen. Das Kalorimeter wird alsdann in einem gröſseren Gefäſs mit Schnee umgeben und vor Beginn des Versuches abgewartet, bis das Quecksilber in F einen festen Stand annimmt, was eintritt, wenn das Eis in B die Temperatur 0° angenommen hat (bei einem Versuche von Bunsen erst nach 114 Stunden). Der Apparat gestattet nunmehr mehrere kalorimetrische Versuche nach einander, und Bunsen hat durch ihn selbst die specifische Wärme des seltenen Metalls Indium bestimmt, von welchem überhaupt nur einige Gramm zu erhalten waren.

§ 228. 3. Die Methode des Erkaltens ist besonders von Dulong und Petit zur Bestimmung der specifischen Wärme einer groſsen Anzahl von Substanzen benutzt worden. — Werden gleichen Gewichtsmengen zweier verschiedenen Substanzen gleiche Wärmemengen entzogen, so ist die dadurch bewirkte Temperaturerniedrigung beider ihren specifischen Wärmen umgekehrt proportional. Es wird demnach die Erkaltungsgeschwindigkeit, unter Voraussetzung gleicher Wärmeabgabe, um so gröſser sein, je geringer die specifische Wärme ist. Die Zeit, welche gleiche Gewichtsmengen verschiedener Körper brauchen, um sich um eine gleiche Anzahl von Graden abzukühlen, wird demnach unter dieser Voraussetzung im direkten Verhältnis ihrer specifischen Wärmen stehen, und wenn die Gewichtsmengen ungleich sind, so steht bei gleicher Wärmeabgabe die Erkaltungszeit im zusammengesetzten Verhältnis der Gewichtsmengen und der specifischen Wärmen. Um die Wärmeabgabe für alle Körper genau gleich zu machen, brachten Dulong und Petit die verschiedenen Substanzen nach einander in dasselbe Gefäſs von sehr dünnem, poliertem Silberblech A (Fig. 223), durch dessen Deckel der Quecksilberbehälter eines Thermometers B eingeführt werden konnte. Dieses Gefäſs war von einem weiteren Metallgefäſs C umgeben, dessen Wände, um die von A ausgestrahlte Wärme vollständig aufzunehmen, innen mit Kienruſs geschwärzt waren (§ 236) und durch Umgebung

von Eis oder Wasser, welches in dem äufseren Gefäfs enthalten war, auf 0° oder einer anderen, unveränderlichen und bekannten Temperatur erhalten wurden. Der Hohlraum zwischen den Wänden der Gefäfse A und C konnte luftleer gepumpt werden, um den unregelmäfsig abkühlenden Einflufs der Luftströmungen in seinem Innern zu vermeiden, so dafs die Wärmeabgabe von A nur durch **Ausstrahlung** (§ 234) erfolgte. — Man beobachtete nun jedesmal die Zeit, welche erforderlich war, damit die Temperatur des zuvor erwärmten Körpers um eine bestimmte Anzahl von Graden, z. B. von 20° auf 10°, sinke. Sind p und p' die Gewichtsmengen, s und s' die zu vergleichenden, specifischen Wärmen zweier Körper, t und t' die beobachteten Erkaltungszeiten, so hat man bei gleicher Wärmeabgabe:

Fig. 223.



$$t : t' = ps : p's'$$

oder:

$$s : s' = \frac{t}{p} : \frac{t'}{p'}.$$

Um den Einflufs der Gefäfswände und der Masse des Thermometers in Rechnung zu bringen, mufs jedoch jedem der beiden Produkte ps und $p's'$ noch ein konstantes Glied k hinzugefügt werden, welches dem kalorimetrischen Wasserwert (§ 226) dieser Teile des Apparates entspricht, die an der Wärmeabgabe teilnehmen, so dafs man hat:

$$t : t' = ps + k : p's' + k,$$

woraus, wenn k und s bekannt sind, s' gefunden werden kann. Wählt man als einen der zu vergleichenden Körper Wasser, so ist $s = 1$. Die Gröfse k kann, wie der Wasserwert des Kalorimeters bei der Mischungsmethode (§ 226), durch einen besonderen Versuch bestimmt werden. — Die Erkaltungsmethode eignet sich nicht zur Bestimmung der specifischen Wärme fester Körper von geringer Wärmeleitungsfähigkeit.

§ 229. **Gesetz von Dulong und Petit** (1818). **Dulong und Petit** wurden durch ihre Untersuchungen über die specifische Wärme zu dem merkwürdigen Gesetz geführt, dafs **die specifischen Wärmen der chemischen Grundstoffe im festen Aggregatzustande im umgekehrten Verhältnis ihrer Atomgewichte stehen.** Bezeichnen s und s' die specifischen Wärmen, a und a' die Atomgewichte zweier Grundstoffe, so ist demnach: $s : s' = a' : a$ oder $as = a's'$. Es sind also die Produkte aus specifischer Wärme und Atomgewicht für alle Grundstoffe im festen Aggregatzustand einander gleich. Das Produkt as drückt offenbar die Wärmemenge aus, welche erforderlich ist, um ein Atom eines Grundstoffes um einen Grad zu erwärmen und wird mit dem Namen der **Atomwärme** bezeichnet. Man kann demnach das obige Gesetz in folgender einfachen Form aussprechen: **Alle chemischen Grundstoffe im festen Aggregatzustande haben gleiche Atomwärme.**

Durch die Untersuchungen von **Neumann** und **Regnault** ist dieses Gesetz bestätigt und auch auf **chemische Verbindungen von analoger Zusammensetzung** ausgedehnt worden. Nur einige Grundstoffe, namentlich Kohlenstoff, Bor und Silicium, scheinen aus bisher nicht hinreichend aufgeklärten Ursachen von diesem Gesetz abzuweichen (s. unten). Kopp hat gezeigt, dafs die Atomwärme einer chemischen Verbindung im festen Aggregatzustand gleich ist der Summe der Atomwärmen ihrer Bestandteile.

Tabelle der specifischen Wärmen und Atomwärmen einiger festen Grundstoffe nach Regnault.

	spec. W.	Atomgew.	Atomwärme		spec. W.	Atomgew.	Atomwärme
Kalium	0,1655	39,13	6,48	Zink	0,0955	65,0	6,21
Natrium	0,2934	23,05	6,76	Blei	0,0314	207,0	6,40
Lithium	0,9408	7,03	6,62	Zinn	0,0562	117,6	6,61
Kupfer	0,0952	63,5	6,05	Gold	0,0324	196,7	6,37
Eisen	0,1138	56,05	6,38	Silber	0,0570	107,94	6,16

	spec. W.	Atom-Gew.	Atomwärme		spec. W.	Atomgew.	Atomwärme
Antimon	0,0508	129	6,55	Jod	0,0541	126,8	6,86
Quecksilber (fest)	0,0317	200,2	6,35	Brom	0,0843	79,97	6,74
Platin	0,0324	197,1	6,39	Phosphor	0,1740	31,0	5,39
Wismut	0,0308	210,0	6,47	Schwefel	0,1776	32,07	5,70
Arsen	0,0814	75,0	6,11	Selen	0,0762	78,8	6,01.
Aluminium	0,2143	27,3	5,85				

Gröfsere Abweichungen vom Dulong-Petitschen Gesetz zeigen:

		spec. Wärme	Atomgew.	Atomwärme
Kohlenstoff	Diamant	0,147	12	1,76
	Graphit	0,20		2,4
	Kohle	0,20—0,26		2,4—3,1
Bor	krystallisiert	0,25	11	2,75
	amorph	0,37		4,07
Silicium		0,177	28,0	4,96.

Specifische Wärme einiger flüssigen Körper.

Quecksilber	0,028
Schwefelkohlenstoff	0,218
Terpentinöl	0,440
Alkohol	0,602
Wasser	1,000.

Es ist übrigens zu bemerken, dafs die specifischen Wärmen bei Temperaturen bestimmt werden müssen, welche hinreichend tief unter dem Schmelzpunkte der betreffenden Elemente liegen. Im besonderen hat sich bei genauerer Untersuchung der specifischen Wärme des Kohlenstoffs ergeben, dafs dieselbe mit der Temperatur zunimmt und zwar mehr als bei irgend einer anderen Substanz: die specifische Wärme verdreifacht sich bei der Zunahme der Temperatur von 0° auf 200°. Dürfte man annehmen, dafs die specifische Wärme in gleicher Weise noch bis zu einer Temperatur über 500° zunimmt, so würde die specifische Wärme des Diamants bei etwa 525° den Wert 0,52, d. h. den Wert $\frac{6,3}{13}$ haben, welchen das Dulong-Petitsche Gesetz fordert.

§. 230. Specifische Wärme luftförmiger Körper. Zur Bestimmung der specifischen Wärme gasförmiger Körper dient folgendes Verfahren. Man leitet eine bestimmte Gasmenge durch ein spiralförmig gewundenes Rohr, welches von einem warmen Wasserbad von bekannter Temperatur umgeben ist. Nachdem das Gas dadurch die Temperatur dieses Wasserbades angenommen hat, gelangt dasselbe in ein zweites Spiralrohr, welches in einem mit kaltem Wasser gefüllten Kalorimetergefäfs enthalten ist. Aus der Erwärmung des Kalorimeters und aus der bekannten Menge und Anfangstemperatur des Gases kann dann auf ähnliche Art wie bei der Mischungsmethode (§ 226) die specifische Wärme des letzteren berechnet werden.

Für die chemisch einfachen Gase (O, N, H, Cl) gilt das Gesetz, dafs die specifischen Wärmen im umgekehrten Verhältnis der Dichtigkeiten stehen. Es ist daher stets dieselbe Wärmemenge erforderlich, um gleiche Volumina dieser Gase um gleich viele Grade zu erwärmen. Da ferner gleiche Volumina der einfachen Gase gleich viele Atome enthalten (§ 18), so folgt daraus, dafs die chemisch einfachen Gase gleiche Atomwärme haben. Für die zusammengesetzten Gase und Dämpfe gelten ähnliche, aber weniger einfache Gesetze.

Bei der Bestimmung der specifischen Wärme gasförmiger Körper hat man zu unterscheiden, ob die Erwärmung bei konstantem Volumen, oder bei konstan-

tem Druck stattfindet (vergl. § 202). Denkt man sich nämlich eine Gasmasse in einem Gefäfs von unveränderlichem Volumen eingeschlossen und in demselben erwärmt, so wird alle dem Gase zugeführte Wärme zur Temperaturerhöhung verwendet. Erwärmt man dagegen ein Gas unter konstant bleibendem Druck, so dehnt sich dasselbe aus und leistet dabei eine Arbeit, indem es den Gegendruck der Atmosphäre überwindet (s. unten § 242). Eine Leistung von Arbeit ist aber, wie schon früher (§ 204) bemerkt, stets mit einem Verbrauch von Wärme verbunden. Wird daher 1 Liter Luft bei konstantem Druck um 1^0 erwärmt, wobei es sich um $\frac{1}{273}$ seines Volumens ausdehnt, so ist dazu eine gröfsere Wärmemenge erforderlich, als wenn die Erwärmung bei konstantem Volumen erfolgt wäre. In der That kann man die zur Leistung von Arbeit mehr verbrauchte Wärmemenge wieder gewinnen, indem man die Luft auf ihr ursprüngliches Volumen, also um $\frac{1}{273}$, komprimiert. Jede Kompression eines Gases ist mit einer Erhöhung, jede Expansion mit einer Erniedrigung der Temperatur verbunden, indem bei ersterer durch die zur Kompression verwendete Arbeit Wärme erzeugt, bei letzterer zur Überwindung des Gegendruckes, also zur Leistung von Arbeit, Wärme verbraucht und dem Gase entzogen wird.

Die oben angegebene Methode dient zur Bestimmung der specifischen Wärme der Gase bei konstantem Druck, da das erwärmte Gas, indem es bei gleichbleibendem Druck durch das Spiralrohr des Kalorimeters strömt und seinen Wärmeüberschufs an das kalte Wasser abgiebt, sich gleichzeitig auf ein der Temperaturerniedrigung entsprechendes, geringeres Volumen zusammenzieht. — Die direkte Bestimmung der specifischen Wärme bei konstantem Volumen ist bisher an praktischen Schwierigkeiten des Versuchs gescheitert. Da jedoch die Kenntnis derselben für die theoretische Wärmelehre (s. unten § 242), sowie für die Theorie der Verbreitung des Schalls (s. § 230a), von besonderem Interesse ist, so hat man sich zu ihrer Bestimmung indirekter Methoden bedient, welche auf der Bestimmung der Temperaturveränderung durch Kompression und Expansion der Gase beruhen.

§ 230a. **Bestimmung der Geschwindigkeit des Schalles.** Man kann sich die Bewegung von Longitudinalwellen im Luftraume zurückgeführt denken auf die Wellenbewegung in einer prismatisch abgegrenzten Luftmasse. Die Querschnitte dieses Prismas seien gleich der Einheit und im besonderen seien zwei Querschnitte A und B in der Entfernung x von einander in Betracht gezogen. In irgend einem Zeitmoment t seien in A der Druck auf die Flächeneinheit e, die Geschwindigkeit der schwingenden Luftteilchen v und die Dichtigkeit, d. h. das Verhältnis der Masse zum Volumen, d, und in B seien die entsprechenden Gröfsen zu derselben Zeit t bezüglich e_1, v_1, d_1. Die Welle schreite von A bis B in der Zeit τ fort mit der Geschwindigkeit c, so hat man die Gleichung

$$1. \qquad x = c\tau.$$

Dieses Fortschreiten der Welle hat man sich so vorzustellen, dafs sich die Gröfsen e_1, v_1, d_1, welche sich in B zur Zeit t zeigen, im Querschnitt A vorher, zur Zeit $t - \tau$, ebenfalls gezeigt haben.

Das Volumen zwischen A und B beträgt x, die Masse $x \,.\, d$. Wenn man sich nunmehr die Länge x unbeschränkt abnehmend denkt, so würde die Masse, wenn sie starr wäre, durch den Überschufs des Druckes auf A über den auf B, d. i. durch $e - e_1$, in der Richtung von A nach B bewegt werden. Nunmehr ist die Beschleunigung das Verhältnis zwischen der Kraft und der bewegten Masse, also die der Masse zwischen A und B, φ, darzustellen durch $\frac{e-e_1}{x\,.\,d}$, wenigstens wenn diese Masse starr wäre; da sie aber als verschwindend klein gedacht ist, so hat sie trotz ihrer Elasticität dieselbe Beschleunigung, man hat also

$$2. \qquad \varphi = \frac{e-e_1}{x\,.\,d};$$

andererseits ist die Beschleunigung definiert als das Verhältnis der Geschwindigkeitsvermehrung zur zugehörigen Zeit. Es ist

$$3. \qquad \varphi = \frac{v-v_1}{\tau},$$

denn $v - v_1$ ist die Geschwindigkeitsänderung während der Zeit τ am Querschnitt A, und da alle Luftteilchen, welche denselben durchschreiten, sich sehr nahe an einander befinden, so erleiden sie gleichzeitig fast kongruente Zustandsänderungen, so dafs v-v_1 auch die Geschwindigkeitsänderung der in A befindlichen Luftteilchen darstellt.

Während der Zeit τ dringt in den Raum AB das Gasvolumen $v\tau$ ein und aus demselben das Volumen $v_1\tau$ hinaus; also hat das Volumen x in sich das Volumen $(v - v_1)\,\tau$ aufgenommen, und weil sich dadurch nach der Voraussetzung die Dichtigkeit von d_1 zu d verändert, so ist

$$\frac{d_1}{d} = \frac{x}{x + (v - v_1)\tau} \quad \text{oder} \quad 4. \; \frac{d_1}{d - d_1} = \frac{x}{(v_1 - v)\,\tau}.$$

Aus diesen Gleichungen 1—4 ergiebt sich:

$$\frac{e - e_1}{x \, . \, d} = \frac{v - v_1}{\tau} = \frac{x\,(d - d_1)}{d_1 \, . \, \tau^2},$$

wird also

$$c^2 = \frac{x^2}{\tau^2} = \frac{(e - e_1)\,d_1}{(d - d_1)\,d} = \frac{e - e_1}{d - d_1},$$

das letztere, weil für einen sehr kleinen Wert von x sich das Verhältnis $\frac{d_1}{d}$ der Einheit nähert. Aus der letzten Gleichung geht hervor, dafs sich eine Schallwelle durch die Luft, oder überhaupt eine Longitudinalwelle durch einen elastischen Körper, nur dann mit konstanter Geschwindigkeit fortpflanzen kann, wenn bei allen vorkommenden Druck- und Dichtigkeitsänderungen der Ausdruck $\frac{e - e_1}{d - d_1}$ einen konstanten Wert behält.

Newton hatte angenommen, dafs Druck und Dichtigkeit dem Mariotteschen Gesetze folgen, so dafs also

$$\frac{e}{d} = \frac{e_1}{d_1} = \frac{e - e_1}{d - d_1} \text{ ist, d. h. } c = \sqrt{\frac{e}{d}}.$$

In dieser Formel Newtons bedeutet e den Druck auf die Flächeneinheit, gemessen in Krafteinheiten, und d die Masse der Volumeneinheit; $\frac{e}{d}$ ist also die Beschleunigung der in der Volumeneinheit enthaltenen Masse unter Wirkung des auf der Flächeneinheit ruhenden Druckes. Um sich diese Beschleunigung zu veranschaulichen, denke man sich die Luftmasse in der Volumeneinheit als einen Teil einer überall homogenen Atmosphäre, von solcher Höhe h, dafs auch diese den beobachteten Druck hervorbringen könnte. Diese Höhe ist von der Dichtigkeit der Luft so lange unabhängig, als die Temperatur konstant bleibt. Das Gewicht in der Volumeneinheit beträgt $\frac{1}{h}$ von dem Gewicht der auf der Flächeneinheit ruhenden Luftmasse. Die Beschleunigung des ersteren Gewichtes durch das zweite beträgt also hg, wenn $g = 9{,}808$ m gesetzt wird. Demnach heifst die Newtonsche Formel:

$$c = \sqrt{hg}.$$

Benutzt man die in § 105 angegebenen Zahlenwerte, so erhält man für die Schallgeschwindigkeit bei 0°:

$$c = \sqrt{9{,}808 \, . \, 0{,}76 \, . \, 10517} = 279{,}99 \text{ m}.$$

Dieser Wert stimmt aber mit der Erfahrung nicht überein. Laplace erkannte, dafs die durch Schallwellen hervorgebrachten Veränderungen in Druck und Dichtigkeit nicht dem Mariotteschen Gesetze folgen. Jede Kondensation ist nämlich mit Erwärmung und jede Ausdehnung mit Abkühlung verbunden. Die in den Schallwellen hervorgebrachten Temperaturschwankungen können nicht von aufsen ausgeglichen werden, da sie zu schnell verlaufen und überdies die Luft die Wärme sehr schlecht leitet. Ein wachsender Druck bringt also eine geringere Verdichtung, ein abnehmender Druck eine geringere Verdünnung hervor, als sie sich nach dem Mariotteschen Gesetz ergeben würden. In beiden Fällen ist also:

$$\frac{e - e_1}{d - d_1} > \frac{e}{d}.$$

Die genaue Beziehung zwischen den Druck- und Dichtigkeitsänderungen, wenn Wärmeaustausch nicht vorkommt, findet man auf folgende Weise:

Man denke sich eine Gewichtseinheit Gas erwärmt, zuerst durch die Wärmemenge q um τ^0 bei konstantem Volumen, sodann durch die Wärmemenge q_1 um $\tau_1{}^0$, bei konstantem Druck. Die specifischen Wärmen seien bezüglich c und c_1, so ergiebt sich:

$$q = c\,.\,\tau \text{ und } q_1 = c_1 \tau_1.$$

Druck, Dichtigkeit und Temperatur des Gases seien ursprünglich e, d, t; durch die Wärmemenge q wird das Volumen und also auch die Dichtigkeit nicht geändert, und das Gas komme in den neuen Zustand $e_1, d, t+\tau$; durch die Wärmemenge q_1 wird der Druck e_1 nicht geändert, und das Gas komme in den Zustand $e_1, d_1, t+\tau+\tau_1$. Nach den Gesetzen von Mariotte und Gay-Lussac gelten die Beziehungen

$$\frac{e}{d(1+\alpha t)} = \frac{e_1}{d(1+\alpha t+\alpha\tau)} = \frac{e_1}{d_1(1+\alpha t+\alpha\tau+\alpha\tau_1)} = \frac{e_1-e}{d\alpha\tau}$$

und also auch:

$$d = d_1\left(1+\frac{\alpha\tau_1}{1+\alpha t+\alpha\tau}\right) \text{ oder } \frac{d-d_1}{d_1} = \frac{\alpha\tau_1}{1+\alpha t+\alpha\tau}.$$

Durch Division erhält man endlich:

$$\frac{e_1-e}{d-d_1}\cdot\frac{d_1}{d\alpha\tau} = \frac{e}{d(1+\alpha t)}\cdot\frac{1+\alpha t+\alpha\tau}{\alpha\tau_1} = \frac{e_1}{d\alpha\tau_1}.$$

Wenn die Zustandsänderung von e, d, t zu $e_1, d_1, t+\tau+\tau_1$, ohne Aufnahme oder Abgabe von Wärme erfolgt, so ist

$$q+q_1 = 0 \text{ oder } c\tau+c_1\tau_1 = 0,$$

also:

$$\tau : \tau_1 = -k,$$

wobei $k = \frac{c_1}{c}$ gesetzt ist, also das Verhältnis der specifischen Wärmen bei konstantem Druck und konstantem Volumen bedeutet. Durch Einführung von $-k$ anstelle von $\tau : \tau_1$, wird die vorhergehende Gleichung

$$\frac{e_1-e}{d_1-d} = k\,.\,\frac{e_1}{d_1}.$$

Ist die Zustandsänderung hinreichend gering, so darf man ohne merklichen Fehler e_1 durch e und d_1 durch d ersetzen. Unter dieser Voraussetzung wird also:

$$\frac{e_1-e}{d_1-d} = k\,.\,\frac{e}{d}.$$

In der Formel für die Schallgeschwindigkeit bedeuten e_1-e und d_1-d Druck- und Dichtigkeitsunterschiede in zwei unbeschränkt sich annähernden Querschnitten. Für solche gilt die letzte Gleichung genau (§ 230a). Man erhält also für die Schallgeschwindigkeit:

$$c = \sqrt{k\,.\,\frac{e}{d}} = \sqrt{kgh}.$$

§ 230b. **Das Verhältnis der specifischen Wärmen bei konstantem Druck und bei konstantem Volumen.** Die Bestimmung dieses Verhältnisses k kann rein experimentell nicht geschehen, da die specifische Wärme bei konstantem Druck sich direkt nicht beobachten läfst. Es bedeutet aber c_1-c diejenige Wärmemenge, durch welche die mit der Ausdehnung verbundene äufsere Arbeit geleistet wird, wenn die Gewichtseinheit Gas sich um 1° erwärmt. Diese äufsere Arbeit ist $ev_0\alpha$, wenn v_0 das Volumen bei 0°, α den Ausdehnungskoefficienten $\left(\frac{1}{273}\right)$ und e den Druck bezeichnet. Das Wärmeäquivalent ist 424 (§ 241); man erhält also:

$$c_1 - c = \frac{ev_0\alpha}{424}.$$

Es ist $e = 1{,}033 \,.\, 10^4$ kg (auf 1 qm), $v_0 = \frac{773}{10^3}$ (cbm) und demnach:

$$c_1 - c = 0{,}069.$$

Nach den Versuchen von Regnault ist

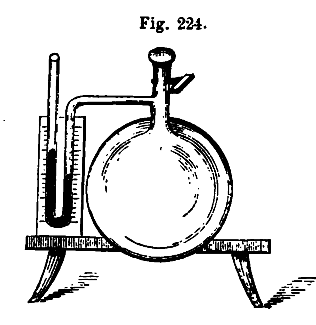
$$c_1 = 0{,}2375, \text{ folglich } c = 0{,}1685$$

und endlich

$$k = 1{,}41.$$

Eine andere Methode zur Bestimmung von k ist von Clément und Désormes (1819) angewandt worden. Für dieselbe wird die Kenntnis des Wärmeäquivalentes nicht vorausgesetzt. Sie ist wesentlich folgende: Die in einem geräumigen Glasballon (Fig. 224) enthaltene Luft wird anfänglich schwach komprimiert. Nachdem die bei der Kompression eingetretene Temperaturerhöhung durch die Wärmeabgabe an die Umgebung völlig ausgeglichen ist, beobachtet man die Vermehrung des Druckes an dem seitwärts angebrachten Manometer. Dieses besteht aus einer mit dem Ballon kommunizierenden, zweischenkligen Röhre, welche Öl oder koncentrierte Schwefelsäure enthält. Der Niveauunterschied in beiden Schenkeln der Röhre giebt den Druckzuwachs an. Öffnet man nun den Hahn während sehr kurzer Zeit und schliefst denselben sogleich wieder, so setzt sich der Luftdruck im Ballon mit dem der äufseren Luft ins Gleichgewicht. Bei der Expansion ist aber eine Temperaturerniedrigung eingetreten, und indem sich die im Ballon enthaltene Luft durch Wärmeaufnahme von den Wänden des Gefäfses wieder auf die Temperatur der Umgebung erwärmt, sieht man die Flüssigkeitssäule im Manometer aufs neue steigen. Aus der Gröfse des beobachteten Niveauunterschiedes kann die Temperaturerniedrigung bestimmt werden, welche der stattgehabten Expansion entspricht.

Fig. 224.



Am Anfange des Versuches sei der Druck des Gases innerhalb des Ballons e und die Dichtigkeit d; nachdem der Hahn geöffnet und dann wieder geschlossen worden, sei der Druck (innen und aufsen) e_1 und die Dichtigkeit innerhalb d_1. Endlich bei Schlufs des Versuches seien Druck und Dichtigkeit e_2 und d_2. Die erste Zustandsänderung erfolgt ohne Wärmeaustausch und ist hinreichend klein, so dafs man setzen darf:

$$\frac{e_1 - e}{d_1 - d} = k \,.\, \frac{e}{d}.$$

Zuletzt hat das Gas wieder seine ursprüngliche Temperatur, und die Dichtigkeit d_2 ist noch dieselbe (d_1) wie unmittelbar nach Schlufs des Hahnes, wenn in dem nach dem Ballon führenden Schenkel des Manometers die Höhe der Flüssigkeit konstant erhalten wird. Es ist also:

$$\frac{e}{d} = \frac{e_2}{d_1} = \frac{e_2 - e}{d_1 - d},$$

und aus den beiden Gleichungen folgt:

$$\frac{e_1 - e}{e_2 - e} = k.$$

Bei einem derartigen Versuche war z. B. über den äufseren Druck ein Überschufs:

$$e - e_1 = 16{,}36 \text{ mm und } e_2 - e_1 = 4{,}44,$$

also

$$k = \frac{16{,}36}{11{,}92} = 1{,}38.$$

Masson hat aus 30 solchen Versuchen für die atmosphärische Luft $k = 1{,}419$ gefunden. Für die Schallgeschwindigkeit in Luft von 0° ergiebt sich nun:

$$c_0 = 279{,}99 \,.\, \sqrt{1{,}41} = 332{,}47 \text{ m}.$$

Ist die Lufttemperatur t^0, so dehnt sich die Luft aus im Verhältnis von $1 : 1+\alpha t$, und in demselben Verhältnis wächst auch die Höhe der oben eingeführten homogenen Atmosphäre, so dafs $h = h_0 (1+\alpha t)$ zu setzen ist; demnach wird

$$c = c_0 \cdot \sqrt{1+\alpha t}.$$

Für verschiedene Gase endlich ist auch die Höhe des homogenen Gases verschieden. Dieselbe ist nämlich dem specifischen Gewicht s umgekehrt proportional. Ist also γ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in irgend einem Gase vom specifischen Gewicht s, so ist $\gamma = \frac{c}{\sqrt{s}}$ zu setzen, d. h. die Schallgeschwindigkeit ist der Quadratwurzel aus der Dichtigkeit umgekehrt proportional.

Die Werte der specifischen Wärmen bei konstantem Druck nach den Versuchen von Regnault und die des Verhältnisses k nach Dulong für einige andere Gase sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Namen der Gase		Dichtigkeit	Spec. Wärme c_1	$\frac{c_1}{c}$
Atmosphärische Luft		14,45	0,2377	1,41
Sauerstoff	OO	16	0,2175	1,415
Stickstoff	NN	14	0,2438	1,41
Wasserstoff	HH	1	3,4094	1,411
Kohlenoxyd	CO	14	0,2450	1,428
Stickstoffoxyd	NO	15	0,2317	1,343
Kohlensäure	CO_2	22	0,2169	1,338
Ölbildendes Gas	C_2H_4	14	0,4040	1,240
Wasserdampf	H_2O	9	0,4805	(1,31).

5. Verbreitung der Wärme.

§ 231. Die Verbreitung der Wärme geschieht auf doppelte Weise, nämlich: 1) durch Leitung, 2) durch Strahlung. Durch Leitung wird die Wärme im Innern eines wägbaren Körpers oder, bei unmittelbarer Berührung zweier Körper, von jedem Teilchen zum unmittelbar benachbarten fortgepflanzt. Durch Strahlung dagegen erfolgt die Verbreitung der Wärme, nach Art der Fortpflanzung des Lichts, auf beliebig grofse Entfernungen und auch ohne das Vorhandensein eines die Fortpflanzung vermittelnden, wägbaren Mediums, z. B. von der Sonne zur Erde.

§ 232. Wärmeleitung. Hält man ein Stück Metalldraht mit einem Ende in eine Kerzenflamme, so wird die Erwärmung bald auch am anderen Ende fühlbar, es hat sich also die Wärme durch das Metall von Teilchen zu Teilchen fortgepflanzt. Bei anderen Körpern, z. B. Holz, erfolgt diese Fortleitung der Wärme so langsam, dafs an einem brennenden Holzspan die Erwärmung kaum in unmittelbarer Nähe der brennenden Stelle fühlbar ist. Man unterscheidet danach gute und schlechte Wärmeleiter. Zu den ersteren gehören vorzüglich die Metalle, zu den letzteren Holz, Stroh, Pelzwerk, Wolle, Federn u. dergl. Man umgiebt mit schlechten Wärmeleitern die Körper, welche gegen Wärmeverlust geschützt werden sollen, benutzt dieselben namentlich zur Bekleidung bei kalter Witterung u. s. w. Die Tiere der Polargegenden besitzen den dichtesten Winterpelz. Marmor und überhaupt die meisten Gesteine haben ein mittleres Wärmeleitungsvermögen. Gute Wärmeleiter sind bei hoher Temperatur heifser, bei niederer Temperatur kälter anzufühlen als schlechte, weil sie die Wärme im ersten Fall schneller zuführen, im zweiten Fall schneller entziehen.

Um die Wärmeleitungsfähigkeit verschiedener Körper, z. B. der Metalle, zu vergleichen, verfertigt man aus denselben Stäbe von gleicher Länge und Dicke, welche an einem Ende auf gleiche Temperatur erhitzt werden, und bestimmt die Temperatur der Stäbe in verschiedenen Entfernungen von der Wärmequelle, entweder durch Thermometer, deren Gefäſse in enge, cylindrische Vertiefungen gebracht werden, die seitlich in die Stäbe gebohrt und mit Öl oder Quecksilber gefüllt sind, oder besser durch thermoelektrische Elemente (§ 337), welche durch ihre geringe Masse eine geringere Störung der regelmäſsigen Wärmeverteilung in den Stäben hervorbringen. Werden die Stäbe versilbert, so ist die Wärmeabgabe an die äuſsere Umgebung bei allen gleich, und aus der Geschwindigkeit der Wärmeabnahme mit der Entfernung von der Wärmequelle kann auf ihr verschiedenes Leitungsvermögen geschlossen werden. Aus den Untersuchungen von Wiedemann und Franz (1853) geht eine merkwürdige Übereinstimmung zwischen der Leitungsfähigkeit der Metalle für Wärme und für Elektricität (§ 319) hervor. Dieselben fanden z. B. folgende Zahlen:

	Leitungsfähigkeit für Wärme	Elektricität		Leitungsfähigkeit für Wärme	Elektricität
Silber	100	100	Eisen	11,9	14,44
Kupfer	73,6	77,43	Blei	8,5	7,77
Gold	53,2	55,19	Platin	8,4	10,53
Zink	28,1	27,39	Wismut	1,8	1,19.
Zinn	14,5	11,45			

Krystalle haben ein ungleiches Wärmeleitungsvermögen in verschiedenen Richtungen. So fand Pfaff für das Leitungsvermögen des Bergkrystalls in der Richtung seiner krystallographischen Hauptaxe die Zahl 50,3, in der darauf senkrechten Richtung nur 39,1.

Eine eigentümliche Erscheinung zeigt sich, infolge der geringeren Leitungsfähigkeit von Blei für die Wärme, bei Trevelyans Wackler (1829), einem Metallprisma, welches am stumpfen Winkel mit einer Doppelkante versehen ist. Wird der Wackler stark erhitzt mit dieser Doppelkante an einen Bleiklotz gelehnt, so wird er durch die Ausdehnung dieses Klotzes an der jedesmaligen Berührungsstelle bald auf eine, bald auf die andere Kante gestoſsen, gerät dadurch in eine schnelle, schwingende Bewegung und erzeugt nunmehr einen Ton, der um so höher ist, je schneller die Bewegung erfolgt. Durch gesteigerten Druck werden die Schwingungen beschleunigt.

§ 233. **Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten und Gase.** Flüssigkeiten sind im allgemeinen sehr schlechte Wärmeleiter. Wird eine Flüssigkeit in einem Gefäſs von untenher erwärmt, so geschieht die Verbreitung der Wärme nicht durch Leitung, sondern durch Strömungen der Flüssigkeit, indem die am Boden des Gefäſses erwärmten Flüssigkeitsteilchen, als die leichteren, aufsteigen, und die kälteren, schwereren herabsinken und mit dem Boden in Berührung kommen. Auf diese Weise verbreitet sich die Wärme schnell durch die ganze Flüssigkeit (vgl. § 201). Von oben nach unten dagegen geschieht die Fortpflanzung der Wärme durch Leitung äuſserst langsam. Ähnlich verhält es sich bei den gasförmigen Körpern. Nur das Wasserstoffgas ist nach den Versuchen von Magnus vor den anderen Gasen durch gröſseres Wärmeleitungsvermögen ausgezeichnet.

In einem mit Wasser gefüllten Probiergläschen läſst sich oberhalb das Wasser zum Kochen bringen, ohne daſs ein unten liegendes Eisstückchen schmilzt.

Atmosphärische Luft leitet 20000mal geringer als Kupfer, Wasserstoff 7mal besser als Luft. Nach Untersuchungen von Stefan (1877) ergiebt sich, wenn die Wärmeleitungsfähigkeit des Silbers, wie oben § 232, gleich 100 gesetzt wird, die Leitungsfähigkeit für Eis = 0,42, für Glas = 0,12, für Wasser = 0,11, für Wasserstoff = 0,029, für Luft = 0,004. Für Quecksilber (Angström, 1864) = 1,06.

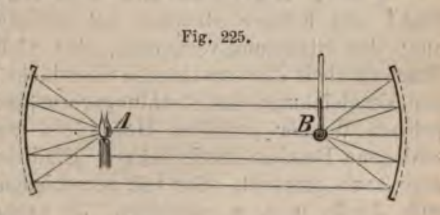
Zur Wasserheizung wird Wasser in einem Kessel zum Sieden erwärmt, von dem aus metallene Röhren nach den verschiedenen Räumen des Hauses und von diesen nach dem Kessel zurückführen. Bei der Luftheizung strömt die in einer besonderen Heizkammer erwärmte Luft durch gemauerte Züge, welche zu

verstellbaren Öffnungen in die Zimmer führen, in diese, während die kalte Luft durch ebenfalls verstellbare Öffnungen am Boden der Wände nach aufsen hin entweichen kann.

§ 234. Wärmestrahlung. Während die Wärmeleitung in wägbaren Körpern von Molekül zu Molekül fortschreitet, pflanzt sich die Wärmestrahlung durch den leeren Raum, durch die Luft, oder durch zwischenliegende, für Wärmestrahlen durchgängliche Körper nach Art des Lichtes fort. Auf diese Weise gelangt die Wärme von der Sonne zur Erde durch den leeren Weltraum, und ebenso verbreitet sich die Wärmestrahlung eines Ofens, oder eines Kaminfeuers. Die vollständige Übereinstimmung in den Gesetzen der Fortpflanzung der strahlenden Wärme und des Lichtes macht es wahrscheinlich, dafs beide durch wellenförmig fortschreitende Schwingungen desselben elastischen, alle Körper durchdringenden Äthers (§ 176) fortgepflanzt werden. Ein warmer Körper veranlafst demnach fortschreitende Wellen in dem ihn umgebenden Äther, oder sendet Wärmestrahlen aus, wie ein leuchtender Körper Lichtstrahlen. Diese Strahlen können auf ihrem Wege, wie die Lichtstrahlen, reflektiert oder gebrochen werden, bis sie auf einen Körper treffen, von welchem sie, wie die Lichtstrahlen von einem schwarzen Körper, verschluckt oder absorbiert werden, und zwar unter Erwärmung des Körpers. Die Ätherwellen, welche von der Sonne zur Erde gelangen, leuchten nicht nur, sondern erzeugen auch Wärme. Durch Hohlspiegel und Sammellinsen kann ihre Wärmewirkung auf einen Punkt koncentriert und dadurch bis zur Entzündung leicht brennbarer Stoffe gesteigert werden; daher die zum Teil auch in der Optik gebräuchlichen Namen: Brennspiegel, Brennglas, Brennpunkt.

Die Ätherwellen sind an sich nicht warm, sondern erzeugen erst Wärme, wenn sie von einem wägbaren Körper absorbiert werden. Die Temperatur des Weltraumes, durch welchen die Wärmestrahlen zu uns gelangen, ist eine sehr niedrige (§ 202a). Die durch eine Eislinse gesammelten Wärmestrahlen der Sonne vermögen brennbare Körper zu entzünden. — Um die Reflexion der von terrestrischen (der Erde angehörigen) Wärmequellen ausgesendeten Wärmestrahlen nachzuweisen, stellte Pictet zwei Hohlspiegel von poliertem Metall einander gegenüber, so dafs die von dem Brennpunkte A (Fig. 225) eines der beiden Hohlspiegel ausgehenden Strahlen von diesem in paralleler Richtung nach dem zweiten Spiegel reflektiert und in dessen Brennpunkt B gesammelt wurden (§ 137). Brachte man in den Brennpunkt A eine Kerzenflamme, eine glühende Metallkugel oder einen anderen erhitzten Körper, in den Brennpunkt B ein Thermometer, dessen Kugel zur besseren Aufnahme der Wärmestrahlen geschwärzt war (§ 236), so beobachtete man ein Steigen des Thermometers in B, während ein zwischen A und B, oder seitwärts von B aufgestelltes Thermometer keine merkliche Erwärmung erfuhr. Wurde in den Brennpunkt A anstatt des erhitzten Körpers ein Stück Eis gebracht, so sank das Thermometer in B unter die Temperatur der Umgebung. Dieses Resultat erklärt sich dadurch, dafs jeder Körper fortwährend Wärme ausstrahlt und zwar um so mehr, je höher seine Temperatur ist. Besitzen alle in einem Raum befindlichen Körper gleiche Temperatur, so empfängt jeder Körper von seiner Umgebung genau ebensoviel Wärme, wie er ausstrahlt, das Temperaturgleichgewicht bleibt deshalb bestehen. Besitzen die Körper dagegen ungleiche Temperatur, so strahlen die wärmeren Körper mehr Wärme

Fig. 225.



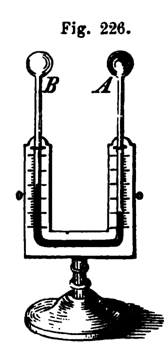


Fig. 226.

aus als sie empfangen, die kälteren dagegen empfangen mehr als sie ausstrahlen, so lange bis das Temperaturgleichgewicht hergestellt ist. Im obigen Fall strahlt das Thermometer *B* mehr Wärme nach dem in *A* befindlichen Eisstück aus, als es von diesem zurückempfängt; seine Temperatur muſs daher sinken.

Anstelle des Quecksilberthermometers bedient man sich bei diesen Versuchen zweckmäſsig des Differentialthermometers von Leslie (1804), welches den Vorzug gröſserer Empfindlichkeit hat. Dasselbe besteht aus zwei mit Luft gefüllten Hohlkugeln von Glas *A*, *B* (Fig. 226), welche durch eine enge, zweimal rechtwinklig gebogene Glasröhre verbunden sind. Diese ist zum Teil mit gefärbtem Weingeist gefüllt, dessen Stand an einer am Gestell des Instruments angebrachten Skala abgelesen werden kann. Die Kugel *A* ist zur besseren Aufnahme der Wärmestrahlen geschwärzt. Eine Erwärmung der Kugel *A* hat die Ausdehnung der in ihr enthaltenen Luft, also ein Sinken der Weingeistsäule auf der Seite der Kugel *A* und ein Steigen im anderen Schenkel der Röhre zur Folge.

§ 235. Thermomultiplikator. Das empfindlichste und wichtigste Instrument zur Untersuchung der Gesetze der Wärmestrahlung ist der Thermomultiplikator von Nobili und Melloni (1831). Derselbe besteht aus einer würfelförmigen, thermoelektrischen Säule (vgl. § 338) und einem Galvanometer (§ 317), dessen Drahtenden mit den Polen der Säule verbunden sind. Zwei Gegenflächen der thermoelektrischen Säule, welche die Lötstellen enthalten, sind zur vollständigen Aufnahme der Wärmestrahlen mit Kienruſs geschwärzt. Ein Blechtrichter, welcher auf die Fassung der Säule gesteckt werden kann, dient zum Sammeln der Wärmestrahlen. Haben beide Seiten der Säule gleiche Temperatur, so zeigt die Nadel des Galvanometers auf Null. Die geringste Temperaturdifferenz giebt sich durch den Ausschlag des Galvanometers kund. Die Empfindlichkeit des Instruments ist so groſs, daſs die Wärmestrahlung des menschlichen Körpers in der Entfernung von einigen Metern durch den Ausschlag der Nadel sichtbar gemacht wird.

§ 236. Ausstrahlung und Absorption der Wärmestrahlen. Nicht alle Körper strahlen bei gleicher Temperatur gleich viel Wärme aus; das Strahlungsvermögen wird vielmehr in hohem Grade durch die Beschaffenheit der strahlenden Oberfläche beeinfluſst. Leslie wendete (1804) zur Vergleichung des Strahlungsvermögens verschiedener Körper einen mit heiſsem Wasser gefüllten Hohlwürfel von Blech an, dessen Flächen verschiedene Beschaffenheit hatten. Eine derselben war blank poliert, eine andere rauh gemacht, oder mit verschiedenen Überzügen von Bleiweiſs, Kienruſs, Lack, u. s. w. versehen. Je nachdem nun, bei gleicher Temperatur und Entfernung, dem Differentialthermometer oder der thermoelektrischen Säule verschiedene Flächen des Würfels zugewendet wurden, beobachtete man verschiedene Grade der Erwärmung. Im allgemeinen strahlen dunkle und rauhe Körper bei gleicher Temperatur mehr Wärme aus, als helle und glatte Körper. So fand Leslie die Ausstrahlung der blank polierten Metallfläche des Würfels am kleinsten, die der mit Kienruſs geschwärzten Fläche am gröſsten. Gewalzte und gehämmerte Metallflächen strahlen weniger Wärme aus als gegossene. Durch Ritzen der Metallflächen wird das Strahlungsvermögen erhöht.

Diejenigen Körper, welche am leichtesten die Wärme ausstrahlen, besitzen umgekehrt auch das gröfste Absorptionsvermögen. Kienrufs nimmt alle Arten von Wärmestrahlen am leichtesten auf. Durch Sonnenstrahlen werden dunkle Kleidungsstücke stärker erwärmt als helle. Schnee schmilzt durch die Sonnenstrahlen schnell unter einer Bedeckung von schwarzen, langsamer unter hellen Tüchern.

Kirchhoff hat den Satz aufgestellt, dafs das Absorptionsvermögen eines Körpers für verschiedene Arten von Strahlen in demselben Verhältnis steht, wie sein Emissionsvermögen für dieselben Strahlen, oder dafs jeder Körper diejenigen Wärme- oder Lichtstrahlen am leichtesten absorbiert, welche er selbst am leichtesten ausstrahlt (vergl. § 150). Dieser von Kirchhoff aus theoretischen Gründen abgeleitete und für Lichtstrahlen durch Versuche nachgewiesene Satz ist besonders durch die Untersuchungen von Tyndall für die verschiedenen Gattungen von Wärmestrahlen (s. § 237) experimentell bestätigt worden.

§ 237. Diathermanität, verschiedene Gattungen von Wärmestrahlen. Wie die verschiedenen Körper einen verschiedenen Grad der Durchsichtigkeit für Lichtstrahlen besitzen, so sind dieselben auch für Wärmestrahlen nicht in gleichem Grade durchgänglich, oder dieselben besitzen einen verschiedenen Grad von Diathermanität. So sind z. B. die Metalle für Wärmestrahlen ebenso adiatherman, wie undurchsichtig für Lichtstrahlen, dagegen verhält sich Steinsalz gegen Wärmestrahlen ebenso wie ein vollkommen farbloser und durchsichtiger Körper gegen Lichtstrahlen, indem es alle Gattungen von Strahlen mit gleicher Leichtigkeit hindurchgehen läfst. Ein und derselbe Körper kann für die von verschiedenen Wärmequellen ausgesendeten Strahlen in verschiedenem Grade diatherman sein. Ein undurchsichtiger Körper kann diatherman sein für gewisse Arten von Wärmestrahlen und umgekehrt. Farbloses Glas läfst z. B. die Sonnenwärme ziemlich leicht hindurchgehen, weniger gut die von einer Flamme, oder von einem glühenden Körper ausgesendeten Strahlen (Mariotte, 1681), noch weniger die eines Leslieschen Würfels. Wasser läfst die Sonnenwärme teilweise hindurchgehen, absorbiert aber vollständig die von einem Leslieschen Würfel ausgesendeten, dunklen Wärmestrahlen. Alaun ist farblos und durchsichtig für Lichtstrahlen, dagegen fast ganz adiatherman für dunkle Wärmestrahlen. Umgekehrt ist eine Auflösung von Jod in Schwefelkohlenstoff völlig undurchsichtig für Lichtstrahlen, läfst aber die dunklen Wärmestrahlen mit Leichtigkeit hindurch.

Zur Untersuchung der Diathermanität der Körper für verschiedene Gattungen von Wärmestrahlen bediente sich Melloni des Thermomultiplikators (§ 235), indem er zuerst bei einer gewissen Entfernung der thermoelektrischen Säule von der Wärmequelle den Ausschlag der Multiplikatornadel beobachtete und dann jedesmal bestimmte, in welchem Verhältnis die Strahlung durch Zwischenstellen verschiedener Körper, z. B. Glas-, Alaun-, Steinsalz-Platten, geschwächt wurde. Aus der verschiedenen Diathermanität desselben Körpers für die Strahlen verschiedener Wärmequellen (z. B. der Sonne, einer Öl- oder Weingeistlampe, einer glühenden Spirale von Platindraht, eines erhitzten, geschwärzten Metallblechs u. s. w.) schlofs Melloni, dafs es verschiedene Arten von Wärmestrahlen oder Wärmefarben gebe, gegen welche sich die verschiedenen diathermanen Körper ebenso verschieden verhalten, wie farbige, durchsichtige Körper gegen die verschiedenen Gattungen von Lichtstrahlen. Geht weifses Licht durch ein rotes Glas, so läfst dieses nur die roten Strahlen hindurch und absorbiert alle anderen Gattungen von Strahlen. Diese roten Strahlen gehen jetzt fast ungeschwächt durch ein zweites, gleichgefärbtes Glas, werden hingegen von einem blauen Glase vollständig absorbiert u. s. w. Ähnlich verhält es sich mit den Wärmestrahlen.

Der vollständige Nachweis der Analogie der verschiedenen Gattungen von Wärmestrahlen mit den verschiedenfarbigen Lichtstrahlen wird durch die prismatische Zerlegung der Wärmestrahlen geliefert (§ 238).

§ 238. Prismatische Zerlegung der Wärmestrahlen, Identität von Licht- und Wärmestrahlen. Zwischen den Gesetzen der Fortpflanzung des Lichts und der strahlenden Wärme findet vollständige Übereinstimmung statt. Beide verbreiten sich in gerader Linie. Die Intensität der Wärmestrahlen nimmt, wie Melloni durch Versuche am Thermomultiplikator nachwies, wie die der Lichtstrahlen, im umgekehrten Verhältnis des Quadrats der Entfernung von der Wärmequelle ab. Die Wärmestrahlen können wie die Lichtstrahlen reflektiert und gebrochen werden; die verschiedenen Arten von Wärmestrahlen unterscheiden sich, wie die verschiedenfarbigen Lichtstrahlen, durch den verschiedenen Grad ihrer Brechbarkeit. Zur prismatischen Untersuchung der Wärmestrahlen mufs man sich eines Steinsalzprismas bedienen, da dieses für alle Arten von Wärmestrahlen in gleichem Grade diatherman ist, während Glasprismen einen Teil derselben (die sogenannten dunklen Wärmestrahlen) absorbieren. Erzeugt man ein Sonnenspektrum mit Hilfe eines Steinsalzprismas und bringt eine thermoelektrische Säule, oder ein empfindliches Thermometer mit geschwärzter Kugel nach einander in die verschiedenen Teile dieses Spektrums, so findet man, dafs die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen fast gar keine wärmende Wirkung ausüben, dafs dieselbe im gelben Teil des Spektrums (der für das Auge am intensivsten erscheint) gering, in den roten Strahlen dagegen am gröfsten ist. Bringt man die thermoelektrische Säule in den dunklen Raum jenseits des roten Endes des Spektrums, so beobachtet man auch dort noch eine Wärmewirkung, die sich weit über das sichtbare Spektrum hinaus erstreckt. Das Maximum der Intensität der Wärmewirkung liegt sogar noch jenseits des Endes des sichtbaren Spektrums. Es giebt also nicht nur unsichtbare Strahlen jenseits des violetten Endes des Spektrums (§ 152), sondern auch jenseits des roten Endes existieren Strahlen von geringerer Brechbarkeit und gröfserer Wellenlänge (§ 178) als die roten Strahlen, welche für unser Auge unsichtbar sind, entweder weil unser Sehnerv für Strahlen von dieser Wellenlänge unempfindlich ist, oder weil die lichtbrechenden Medien unseres Auges für dieselben undurchsichtig sind und dieselben absorbieren, bevor sie zur Netzhaut gelangen. Wie die ultravioletten Strahlen durch ihre fluorescenzerregenden und chemischen Wirkungen (§§ 152 und 153), so sind die diesseits des Rot liegenden dunklen Strahlen des Sonnenspektrums durch ihre Wärmewirkungen erkennbar. — Untersucht man auf gleiche Weise die Strahlen verschiedener anderen Wärmequellen durch Zerlegung mittelst des Steinsalzprismas, so findet man, dafs im allgemeinen jede Wärmequelle um so mannigfaltigere und besonders um so mehr von den brechbareren und sichtbaren Strahlen des Spektrums aussendet, je höher ihre Temperatur ist. So senden Körper von niederer Temperatur nur diesseits des roten Endes des Spektrums liegende, dunkle Strahlen aus. Bei der Temperatur des Rotglühens beginnen die am wenigsten brechbaren, sichtbaren Strahlen aufzutreten; bei gesteigerter Temperatur kommen mehr und mehr Strahlen von gröfserer Brechbarkeit hinzu, bis bei voller Weifsglühhitze alle Gattungen sicht-

barer Strahlen vertreten sind, während zugleich die dunklen Strahlen in entsprechendem Grade an Intensität zugenommen haben. — Wasser und Alaun absorbieren alle dunklen, jenseits des Rot liegenden Wärmestrahlen, während sie die sichtbaren Strahlen fast ungeschwächt hindurchlassen; bei einer Auflösung von Jod in Schwefelkohlenstoff findet das Umgekehrte statt. Es erklärt sich also, wie trotz der Identität von Licht und strahlender Wärme ein undurchsichtiger Körper diatherman und ein durchsichtiger Körper für gewisse Wärmestrahlen adiatherman erscheinen kann.

Wie in den Erscheinungen der Fortpflanzung, Reflexion, Brechung und Dispersion, so zeigt sich auch in den Erscheinungen der Interferenz und Polarisation (§§ 179, 182 u. ff.) eine so vollkommene Übereinstimmung zwischen Licht- und Wärmestrahlen, dafs unzweifelhaft Licht und Wärme nur als zwei verschiedene Wirkungen derselben Ätherschwingungen betrachtet werden müssen. Mit dem Nachweis der Identität von Licht und strahlender Wärme ist aber zugleich der Beweis geführt, dafs die ältere Vorstellung von der Existenz eines Wärmestoffes verworfen werden mufs und die sogenannte mechanische Theorie der Wärme, wonach dieselbe in einem Bewegungszustand der Körperteilchen besteht, die allein mit den Erscheinungen der Wärmestrahlung vereinbare ist. Denn wenn die von der Sonne zur Erde gelangenden Wärmestrahlen nicht in der Ausströmung eines materiellen Stoffes, sondern wie die Lichtstrahlen in Ätherschwingungen bestehen, so ist es nicht denkbar, dafs ein Wärmestoff in dem von den Strahlen getroffenen Körper durch dieselben in unbegrenzter Quantität erzeugt werden kann, was dem Begriff des Stoffes widersprechen würde. Eine Bewegung kann keinen Stoff, wohl aber wieder einen Bewegungszustand der Körperteilchen erzeugen.

Fig. 226a.

Durch einen 1874 von Crookes konstruierten Apparat, der von ihm als Radiometer bezeichnet und seitdem unter dem Namen Lichtmühle bekannt geworden ist, wird eine eigentümliche mechanische Wirkung der Wärme dargestellt. In einem luftleeren Glasballon (Fig. 226a) befindet sich, leicht drehbar um eine vertikale Axe, auf Kreuzarmen aus Aluminium ein Kranz von vier leichten Blättchen von demselben Metall, die in gleicher Folge auf der einen Seite mit Rufs geschwärzt sind. Den Sonnenstrahlen ausgesetzt, bewegt sich die Lichtmühle mit grofser Geschwindigkeit, so dafs die schwarzen Flächen zurückweichen, langsamer bei mittlerem Tageslicht, oder bei Kerzenbeleuchtung. Dafs die Bewegung eine Wirkung der Wärme ist, ergiebt sich daraus, dafs durch Lichtstrahlen, welche vorher durch eine klare Alaunplatte gegangen und dadurch ihre Wärme verloren haben (§ 237), die Lichtmühle nicht mehr bewegt wird, wohl aber, wenn die Lichtstrahlen nach dem Durchgang durch dunkle Jodlösung keine Leuchtkraft mehr besitzen.

6. Quellen der Wärme.

§ 239. Sonnenwärme. Eine der vorzüglichsten Wärmequellen für die Erdoberfläche ist die Strahlung der Sonne, durch welche das organische Leben auf der Erdoberfläche allein möglich wird, und durch welche alle Witterungserscheinungen in erster Linie veranlafst werden. Um die Wärmemenge, welche alljährlich von der Sonne zur Erde gelangt, zu bestimmen, bediente sich Pouillet des Pyrheliometers. Ein Gefäfs, in Form eines Cylinders von geringer Höhe, ist mit Wasser gefüllt und enthält ein empfindliches Thermometer. Eine Grundfläche des Gefäfses, welches mit Kienrufs

geschwärzt ist, wird den Sonnenstrahlen ausgesetzt, so daſs sie von denselben senkrecht getroffen wird. Bestimmt man nun die Temperaturerhöhung, welche das Gefäſs und das darin enthaltene Wasser während einer gewissen Zahl von Minuten erfährt, so kann man aus der bekannten Wassermenge und dem kalorimetrischen Wasserwert des Gefäſses (§ 226) die während einer Minute absorbierte Wärmemenge berechnen. Kennt man ferner die Gröſse der Grundfläche des Gefäſses, so läſst sich daraus die in jeder Minute auf die Fläche eines Quadratcentimeters gestrahlte Wärmemenge, oder endlich die Strahlung auf eine Kreisfläche berechnen, deren Durchmesser gleich dem der Erde ist. Eine leichte Überlegung lehrt (§ 366), daſs diese Wärmemenge derjenigen gleich ist, welche die Erde während jeder Minute von der Sonne empfängt, wobei nur noch die Absorption in der Erdatmosphäre zu berücksichtigen ist.

Aus Beobachtungen über die Wärmestrahlung bei verschiedener Höhe der Sonne über dem Horizont schloſs Pouillet, daſs durch Absorption in der Atmosphäre bei heiterem Himmel im Durchschnitt etwa 40% der Sonnenwärme verloren gehen oder nur 60% zur Erdoberfläche gelangen. Die in 1 Min. auf 1 qcm der Erdoberfläche gestrahlte Wärmemenge vermag, im Mittel aus den Versuchen von Pouillet und von O. Hagen, bei senkrechter Incidenz 1 Gramm Wasser um etwa 1,76° C. zu erwärmen. Es folgt daraus, daſs die jährlich von der Sonne zur Erdoberfläche gelangende Wärmemenge eine die ganze Erdoberfläche gleichmäſsig bedeckende Eisschicht von 30 m Dicke oder eine Eismasse von mehr als 15 Trillionen kg zu schmelzen vermöchte, wozu 1200 Trillionen Wärmeeinheiten (§ 205) erforderlich sind. Um eine gleiche Wärmemenge zu erzeugen, würde man täglich 9 Billionen Centner Kohlenstoff verbrennen müssen. Da von der ganzen, von der Sonne nach dem Weltraum ausgestrahlten Wärmemenge nur der 2160 millionste Teil zur Erde gelangt, so beträgt der jährliche Wärmeverlust der Sonne 2,6 Quintillionen Wärmeeinheiten, welche hinreichen würden, um eine Eismasse zu schmelzen, welche an Volumen den Erdkörper 30 000 mal übertreffen oder die Sonnenoberfläche 5700 km hoch bedecken würde. Nimmt man an, daſs die specifische Wärme der Sonne gleich sei der einer Wassermasse von gleichem Volumen, so würde die Sonnenmasse, wenn kein Ersatz für diesen Wärmeverlust stattfindet, durch denselben eine jährliche Temperaturerniedrigung von 2° erfahren.

Die Quantität und die Beschaffenheit (§§ 237, 238) der von der Sonne ausgesendeten Wärmestrahlen, sowie die optischen Untersuchungen von Kirchhoff (§ 150) machen es wahrscheinlich, daſs die Sonne ein feuerflüssiger und von einer dichten Dampfatmosphäre umgebener Körper von auſserordentlich hoher Temperatur sei. Die Entstehung der Sonnenwärme erklärt sich aus der von Kant und Laplace aufgestellten Hypothese über die Bildung unseres Sonnensystems. Nach dieser Hypothese sind die Sonne und die Planeten durch Verdichtung der kosmischen Materie entstanden, welche ursprünglich mit annähernd gleichförmiger Dichte einen groſsen Teil des Weltraums anfüllte und eine in Rotation begriffene Masse von sehr geringer Dichtigkeit bildete, deren Durchmesser gröſser war, als der Durchmesser der Bahn des äuſsersten Planeten. Die Planeten entstanden, indem sich von der Peripherie der rotierenden Masse successive einzelne Teile ablösten, welche anfangs ringförmig, wie der Saturnring, sich später zu den kugelförmigen Planetenkörpern zusammenballten. Aus der übriggebliebenen, sich mehr und mehr verdichtenden Centralmasse ging endlich die Sonne hervor. Es erklärt sich aus dieser Hypothese die allen Planeten gemeinsame Richtung des Umlaufs und der Axendrehung (vergl. § 386). Aus der mit der Verdichtung verbundenen Wärmeentwickelung erklärt sich ferner die hohe Temperatur der Sonnenmasse und der Planeten, welche sich höchst wahrscheinlich, wie die Erde, zur Zeit ihrer Bildung im feuerflüssigen Zustand befanden, und deren innere Masse die ursprüngliche, hohe Temperatur, je nach dem Gröſsenverhältnis in mehr oder minder hohem Grade, bewahren muſste. Helmholtz hat berechnet, daſs die durch Verdichtung der Sonnenmasse entwickelte Wärmemenge zur Erzeugung einer Temperatur von 28 Millionen Graden hinreichte. Wiewohl der gegenwärtig noch vorhandene Wärmevorrat der Sonne noch für eine Reihe von vielen Millionen Jahren ausreichen mag, so muſs doch erwartet werden, daſs derselbe sich endlich

erschöpfen und mit dem Sonnenlicht und der Sonnenwärme die Möglichkeit des Lebens organischer Naturkörper auf der Oberfläche der Erde und der übrigen Planeten aufhören werde (vergl. § 371). Aus Beobachtungen an den sogenannten Nebelsternen (vergl. §§ 150, 405) und an Fixsternen von veränderlicher Lichtintensität kann man schliefsen, dafs andere Fixsterne eine ähnliche Reihe von Entwickelungsphasen durchmachen, wie wir dieselben bei dem Centralkörper unseres Planetensystems vorauszusetzen Veranlassung haben.

§ 240. Erdwärme. In weit geringerem Grade als die Strahlung der Sonne kommt als Wärmequelle für die Erdoberfläche die innere Wärme des Erdkörpers selbst in Betracht. Abgesehen von der sphäroidischen Gestalt der Erde (§ 56) und von geologischen Gründen, welche es wahrscheinlich machen, dafs sich einst die ganze Erdmasse in feuerflüssigem Zustand befand, macht sich die innere Erdwärme noch jetzt besonders in den vulkanischen Ausbrüchen bemerkbar. Die hohe Temperatur vieler Mineralquellen, namentlich z. B. des siedend heifsen Karlsbader Sprudels und des Geysirs auf Island, erklärt sich daraus, dafs diese Gewässer aus sehr grofser Tiefe emporquellen. Beim Eindringen in das Innere der Erde, z. B. in Bergwerksschachten, den Bohrlöchern artesischer Brunnen (§ 86), bemerkt man eine regelmäfsige Zunahme der Temperatur mit wachsender Tiefe, welche im Mittel etwa 1° C. für je 37 m beträgt. Man kann daraus schliefsen, dafs bei gleichmäfsig fortschreitender Temperaturzunahme in der Tiefe von 1 geogr. Meile die Temperatur mehr als 200° betragen und dafs in 10 Meilen Tiefe sich die meisten, die oberen Erdschichten zusammensetzenden Gesteine in geschmolzenem Zustand befinden würden. Es ist daher wahrscheinlich, dafs der bei weitem gröfste Teil der Erdmasse sich jetzt noch in feuerflüssigem Zustand befindet und dafs die festen Gesteinsmassen, welche die Erdoberfläche zusammensetzen, als eine verhältnismäfsig dünne Rinde den flüssigen Kern umschliefsen.

Das aus dem 548 m tiefen Bohrloch des artesischen Brunnens zu Grenelle bei Paris hervorquellende Wasser zeigt eine Temperatur von 27³/₄° C. Im Grunde des 673 m tiefen Bohrlochs des Salinenbrunnens zu Neusalzwerk (Rehme) bei Minden fand man eine Temperatur von 32,8° C. Da die mittlere Temperatur der oberflächlichen Erdschichten daselbst 9,6° C. beträgt, so ergiebt dies eine Temperaturzunahme von 1° auf je 29 m. Im Mont-Cenis-Tunnel hat sich für einen Punkt im Innern, über dem eine Felsenmasse von etwa 1550 m gelagert ist, eine Temperaturdifferenz von etwa 31° C. von der auf —2° berechneten, mittleren Bodentemperatur ergeben, also eine Zunahme von 1° C. auf 50 m. Da die Temperatur der Erdschichten von innen nach aufsen abnimmt, so folgt daraus, dafs ein fortwährender Wärmestrom von innen nach aufsen oder ein Wärmeverlust des Erdinnern stattfinden mufs. Infolge des geringen Leitungsvermögens der hauptsächlich die Erdrinde bildenden Gesteinsmassen geht aber dieser Abkühlungsprozefs nur äufserst langsam vor sich. Fourier berechnete, dafs die von der Erde in 100 Jahren abgegebene Wärmemenge hinreichen würde, um eine 3 m dicke Eisschicht zu schmelzen, dafs dieselbe also nur 0,001 von der Wärme beträgt, welche die Erde in gleicher Zeit von der Sonne empfängt (§ 239). Demnach würde sich die Erde, ihre specifische Wärme gleich der einer Wassermasse von gleichem Volumen gesetzt, in einer Million Jahren um etwa 1° abkühlen. Die Erdoberfläche hat innerhalb der historischen Zeiten keine nachweisbare Temperaturabnahme erlitten, indem der Wärmegewinn durch die Strahlung der Sonne und der Wärmeverlust durch Ausstrahlung nach dem Weltraum sich merklich das Gleichgewicht halten.

Der grofse Geysir auf Island entspringt auf einem flachen Kegel von Kieselsinter, der gegen 10 m hoch ist und einen Durchmesser von etwa 70 m hat. Auf dem Gipfel befindet sich ein rundes Bassin von 2 m Tiefe und 13—15 m Durchmesser, in dessen Grunde sich eine 3 m weite, schachtartige Röhre gegen 23—24 m in die Tiefe senkt. Wenn das Becken voll und ruhig ist, so hat das

krystallklare seegrüne Wasser an der Oberfläche eine Temperatur von 76—89° C., während es in den erreichbaren Tiefen der Röhre eine Temperatur von 122—127° C. zeigt. — Die Thermen in Burscheid haben die Temperatur 78°, in Karlsbad 74°, in Wiesbaden 70°, in Baden 67°, in Aachen 57°, in Ems 56° u. s. w.

§ 241. Mechanische und chemische Wärmequellen. Aufser den in den beiden vorhergehenden Paragraphen behandelten Wärmequellen, welche als kosmische bezeichnet werden können, stehen uns zur Erzeugung von Wärme mehrfache Hilfsmittel zu Gebote, welche im wesentlichen in mechanische und chemische unterschieden werden können. Zu den mechanischen Wärmequellen gehört die Erzeugung von Wärme durch Reibung und Kompression; unter den chemischen Prozessen, welche zur Wärmeerzeugung dienen können, sind die Verbrennungsprozesse die wichtigsten.

Die Wärmeerzeugung durch Druck und Reibung kommt bei vielfachen Erscheinungen des täglichen Lebens in Betracht. So erhitzen sich Maschinenteile, die Axen und Naben der Wagenräder, u. s. w. Metallstücke werden durch die Kompression unter dem Prägestempel der Münzpresse sehr heifs. Ein eiserner Nagel kann durch Hämmern auf dem Ambofs bis zum Glühen erhitzt werden; eine um einen hölzernen Stab geschlungene Schnur erhitzt sich und den Stab durch schnelles Hin- und Herziehen bis zum Versengen. Bei manchen im Naturzustande lebenden Völkerstämmen ist noch gegenwärtig die Methode des Feueranzündens durch Reibung zweier Holzstücke gebräuchlich. Der Stahl erhitzt sich durch Reibung am Feuerstein so stark, dafs die losgelösten, verbrennenden Stahlteilchen dazu dienen können, Zunder, Feuerschwamm oder Schiefspulver zu entzünden. Der an den Streichhölzchen befindliche Phosphor erhitzt sich durch Reibung an einer rauhen Fläche bis zur Temperatur seiner Entzündung. Bei den schwedischen Zündhölzern ist auf der Reibfläche sogenannter roter Phosphor, der weniger giftig ist, angebracht (§ 19d).

Die starke Wärmeentwickelung beim Bohren von Kanonenrohren veranlafste den Grafen Rumford (1798) den Ursprung der Reibungswärme näher zu untersuchen. Derselbe fand, dafs trotz der beträchtlichen Wärmeentwickelung, durch welche eine grofse, das Kanonenrohr umgebende Wassermasse bald bis zum Sieden erhitzt wurde, weder das Kanonenmetall, noch die abgelösten Bohrspäne, eine verminderte Wärmekapacität zeigten. Da die entwickelte Wärme auch nicht aus der äufseren Umgebung stammen konnte, so schlofs Rumford, dafs durch die Reibung eine der aufgewendeten Arbeit entsprechende Wärmemenge erzeugt worden sei, dafs sonach die Wärme kein Stoff sein könnte, sondern in einer Bewegung der Körperteilchen bestehe. Dasselbe geht aus einem Versuch von Davy hervor, bei welchem zwei Eisstücke durch Reibung im luftleeren Raum und in einer unter 0° abgekühlten Umgebung geschmolzen wurden, obgleich das durch Schmelzen entstandene Wasser eine gröfsere Wärmekapacität besitzt als das Eis. J. R. Mayer († 1878) und J. P. Joule zeigten, dafs zwischen der erzeugten Wärmemenge und der zu ihrer Erzeugung verwendeten Arbeit ein bestimmtes und unabänderliches Verhältnis bestehe. Aus den Versuchen von Joule (1850) über die Reibung von Gufseisen mit Wasser oder Quecksilber, welches in einem Kalorimetergefäfs enthalten war, geht hervor, dafs eine Arbeit von 423,55 Kilogrammmetern (§ 43) erforderlich ist, um 1 kg Wasser um 1° C. zu erwärmen. — Benutzt man umgekehrt, wie es bei der Dampfmaschine der Fall ist, die Wärme zur Erzeugung mechanischer Arbeit, so würde, wenn alle durch Verbrennung der Kohlen erzeugte Wärme ohne Verlust verwertet werden könnte, durch Verbrauch einer Wärmeeinheit ein Gewicht von 423,55 kg 1 m hoch gehoben werden können. Diese Zahl, welche das konstante Umsetzungsverhältnis von Wärme und Arbeit angiebt, wird deshalb mit dem Namen des mechanischen Äquivalents der Wärmeeinheit

bezeichnet. Der Satz, dafs zwischen der verwendeten Arbeit und der erzeugten Wärme, sowie umgekehrt, zwischen der verbrauchten Wärme und der geleisteten Arbeit, ein solches unabänderliches Umsetzungsverhältnis besteht, ist unter dem Namen des Prinzips der Äquivalenz der Arbeit und Wärme bekannt. — Dieses Prinzip enthält eine Erweiterung des in der Mechanik (§ 43) erläuterten Prinzips der Erhaltung der Arbeit, wonach bei mechanischen Vorgängen die geleistete Arbeit der verbrauchten gleich ist, sei es, dafs der Arbeitsverbrauch in der Hebung einer Last, oder darin besteht, dafs einer Masse eine gewisse Geschwindigkeit erteilt wird. Da, wie bereits oben (§ 238) gezeigt, die Wärme als ein Bewegungszustand der kleinsten Körperteilchen betrachtet werden mufs, so wird eine gewisse Quantität mechanischer Arbeit erforderlich sein, um diesen Bewegungszustand hervorzurufen und umgekehrt wird ein warmer Körper, d. h. ein solcher, dessen Teilchen sich in einem intensiven Bewegungszustand befinden, fähig sein, durch Abgabe eines Teils dieser Bewegung ein gewisses Quantum mechanischer Arbeit zu leisten.

Wo in der Mechanik ein Arbeitsverbrauch ohne entsprechenden Gewinn oder ein Verlust lebendiger Kraft vorkommt, wie z. B. beim Zusammendrücken, oder beim Stofs unelastischer Körper (§ 68), da wird eine diesem Verbrauch entsprechende Wärmemenge erzeugt. Umgekehrt wird durch den Verbrauch von Wärme Arbeit geleistet, sei es nun, dafs dieselbe in der Hebung eines Gewichts, oder in Überwindung der Kohäsion (§§ 43 und 204), oder der chemischen Verwandtschaftskräfte (§ 243) bestehe. Die Arbeitsquelle der Dampfmaschine ist die durch Verbrennung der Kohlen auf dem Feuerherd erzeugte Wärmemenge. — Die in einem Körper enthaltene Wärmemenge ist demnach als die Quantität der lebendigen Kraft der Molekularbewegung seiner Teile aufzufassen.

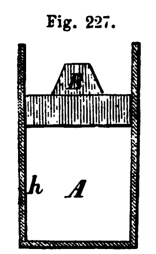
§ 242. Wärmeerzeugung durch Kompression der Gase. Wird eine Gasmasse durch Niederdrücken eines Stempels in einem cylindrischen Gefäfs komprimiert, so erfährt sie dabei eine beträchtliche Temperaturerhöhung, welche in dem sogenannten pneumatischen Feuerzeug angewendet worden ist, um Feuerschwamm oder leicht brennbaren Zunder zu entzünden. Umgekehrt erfolgt, wenn ein Gas sich ausdehnt und dabei durch Überwindung eines Gegendrucks eine Arbeit leistet, eine entsprechende Temperaturerniedrigung (Kalt-Luftmaschine).

Joule stellte zwei gleich grofse Behälter, von denen der eine luftleer, der andere mit komprimierter Luft gefüllt war, neben einander in ein gröfseres, mit Wasser gefülltes Gefäfs, das als Kalorimeter diente. Beide Behälter konnten mittelst eines bei Anfang des Versuchs durch einen Hahn verschlossenen Rohres in Verbindung gesetzt werden. Öffnete man den Hahn, so dehnte sich die zusammengedrückte Luft auf ihr doppeltes Volumen aus, ohne beim Einströmen in den luftleeren Raum eine Arbeit zu leisten. Das Wasser des Kalorimeters erfuhr hierbei keine Temperaturveränderung, dagegen zeigte sich sofort eine Temperaturerniedrigung, wenn man die komprimierte Luft nicht in das luftleere Gefäfs, sondern in die Atmosphäre ausströmen liefs, da in diesem Falle zur Überwindung des Gegendrucks der Atmosphäre eine Arbeitsleistung erforderlich war.

Die Erhöhung und Erniedrigung der Temperatur durch Kompression und Expansion der Gase gestattet eine merkwürdige Bestätigung des Prinzips der Äquivalenz der Arbeit und Wärme. Die specifische Wärme der atmosphärischen Luft bei konstantem Druck ist nach den Versuchen von Regnault (§ 230) $c_1 = 0{,}2377$. Da sich aus der Theorie des Schalls, sowie aus den Versuchen von Cazin, das Verhältnis der specifischen Wärmen $k = \frac{c_1}{c} = 1{,}41$ ergeben hat (vergl. § 230b), so folgt die specifische Wärme bei konstantem Volumen $c = 0{,}1686$. Die Differenz $c_1 - c = 0{,}0691$ stellt die Wärmemenge vor, welche zur Überwindung des äufseren Druckes verbraucht wird, wenn man 1 kg atmosphärischer Luft bei konstantem Druck um 1° erwärmt. Die Gröfse dieser Arbeit ist aber leicht anzugeben. Zu diesem Zweck denke man sich 1 kg Luft in einem cylindrischen Gefäfs A von 1qdm Grundfläche enthalten. Da 1 kg Luft bei 0° und unter dem Druck einer Atmosphäre ein Volumen von 773,4 Liter einnimmt, so

wird die Höhe h der cylindrischen Luftsäule 7734 cm betragen. Den Druck der Atmosphäre denke man sich durch das Gewicht P eines beweglichen, das Gefäfs verschliefsenden Stempels B ersetzt. Dieses Gewicht beträgt (§ 90) $P = 103,3$ kg. Wird die Luft in A bei konstantem Druck um 1° C. erwärmt, so dehnt sich dieselbe im Verhältnis von $1 : 1 + \alpha$ aus, oder ihre Höhe beträgt nach der Erwärmung $h(1 + \alpha) = h + h\alpha$ Meter. Das Gewicht P wird also bei der Erwärmung um αh m gehoben, mithin wird durch $c_1 - c$ Wärmeeinheiten eine Arbeit von $P\alpha h$ kgm oder durch 0,0691 Wärmeeinheiten eine Arbeit von 103,3 . 0,003665 . 77,34 Kilogrammmeter geleistet. Demnach ergiebt sich das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit $A = 423,7$ kgm, übereinstimmend mit dem Resultat, welches Joule bei seinen Versuchen über die Reibung von Gufseisen und Quecksilber erhalten hat (§ 241).

Fig. 227.

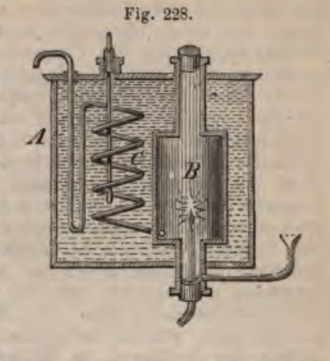


§ 243. Wärmeerzeugung durch chemische Prozesse, Verbrennung. Jeder chemische Prozefs, bei welchem eine Vereinigung zweier Grundstoffe oder Verbindungen stattfindet (§ 15), ist mit einer mehr oder minder beträchtlichen Wärmeentwickelung verbunden, so namentlich die Vereinigung der Grundstoffe mit Sauerstoff oder Oxydation, die Verbindung der Metalle mit Chlor, Jod, Brom, Schwefel, u. s. w., die Vereinigung der Säuren mit Alkalien zu Salzen u. s. w., die Vereinigung des gebrannten Kalks oder der Kalkerde mit Wasser zu Kalkerdehydrat, welche beim sogenannten Löschen des gebrannten Kalkes stattfindet die Vereinigung der wasserfreien Schwefelsäure mit Wasser zu Schwefelsäurehydrat (§ 19). Auch bei der Vermischung des Schwefelsäurehydrats (der koncentrierten, englischen Schwefelsäure) mit Wasser findet noch eine beträchtliche Wärmeentwickelung statt. Insbesondere findet bei der schnellen Vereinigung vieler Grundstoffe mit Sauerstoff, oder auch mit Chlor, eine so intensive Wärmeentwickelung statt, dafs dieselben dadurch bis zum Glühen erhitzt werden. Solche intensive Vereinigung zweier Stoffe wird mit dem Namen Verbrennung bezeichnet. In der Regel ist zur Einleitung des Verbrennungsprozesses eine erhöhte Entzündungstemperatur erforderlich. Ist derselbe einmal eingeleitet, so dient die durch die Verbindung erzeugte Wärme, um die Verbrennung zu unterhalten. Manche Stoffe entzünden sich schon bei gewöhnlicher Temperatur durch blofse Berührung, z. B. Antimonfeilspäne in Chlorgas, Phosphorwasserstoffgas in Berührung mit Sauerstoff oder atmosphärischer Luft (§ 22); Phosphor ist selbstentzündlich in fein verteiltem Zustand, anderenfalls genügt eine geringe Reibung zu seiner Entzündung. Chlor und Wasserstoff vereinigen sich unter Explosion durch Einwirkung des Sonnenlichts (§ 152). Ist der in atmosphärischer Luft oder Sauerstoff verbrennende Körper entweder schon bei gewöhnlicher Temperatur gasförmig (Wasserstoffgas, Leuchtgas), oder geht derselbe bei erhöhter Temperatur in den gasförmigen Zustand über (Schwefel, Phosphor), oder werden endlich durch erhöhte Temperatur aus demselben brennbare Gase entwickelt (Öl, Wachs, Stearinsäure, Holz), so erfolgt die Verbrennung mit Flamme.

Um die bei der Verbrennung verschiedener Körper entwickelte Wärmemenge zu bestimmen, bediente sich Rumford eines Kalorimeters A (Fig. 228), welches eine Verbrennungskammer B enthält. Die erhitzten Verbrennungsgase entweichen durch das von dem kalten Wasser des Kalorimeters umgebene Schlangenrohr C und geben ihren Wärmeüberschufs an das Wasser ab. Der bei Verbrennung des Wasserstoffgases oder wasserstoffhaltiger Verbindungen erzeugte Wasserdampf verdichtet sich in den Windungen des Schlangenrohrs zu flüssigem Wasser.

Aus der verbrannten Gewichtsmenge der verschiedenen Substanzen und der entsprechenden Temperaturerhöhung des Kalorimeters kann dann die Verbrennungswärme gefunden werden. So hat sich ergeben, daſs durch Verbrennung eines Kilogramms Wasserstoff 34601, durch Verbrennung eines kg Kohlenstoff 7295 Wärmeeinheiten erzeugt werden.

Fig. 228.



Man pflegt die durch Verbrennung verschiedener Heizmaterialien (Holz-, Torf-, Braunkohlen- oder Steinkohlensorten) erzeugte Wärmemenge oder ihren Heizwert zu vergleichen, indem man ermittelt, wieviel kg Wasser durch Verbrennung einer bestimmten Gewichtsmenge in Dampf verwandelt werden. Nach obigem Resultat würde ein kg reinen Kohlenstoffs hinreichen, um mehr als 13 kg Wasser (§ 211) zu verdampfen. In der Praxis geben aber die besten Steinkohlensorten bei zweckmäſsigster Feuerungsanlage nur einen Heizeffekt von 8—9 kg.

Der Grund der Wärmeentwickelung bei chemischen Verbindungsprozessen ist in der bei der Vereinigung der verwandten Stoffe durch chemische Anziehung gewonnenen Arbeit zu suchen, welche in Form von Wärme sichtbar wird. Umgekehrt wird zur Trennung der chemischen Bestandteile einer Verbindung eine gleiche Arbeits- oder Wärmemenge verbraucht. Explosive Verbindungen oder Gemenge, wie Schieſspulver, Schieſsbaumwolle, Chlorstickstoff, welche bei ihrer Explosion gleichzeitig Arbeit und Wärme entwickeln, enthalten gleichsam einen Arbeitsvorrat in sich aufgespeichert, einer gespannten Feder vergleichbar. Über die Quelle des Arbeitsvorrats der vegetabilischen Brennstoffe s. § 244.

Nach Untersuchungen von Rossetti (1877) über die Temperaturen von Flammen hat man z. B. in der Flamme des Bunsenschen Brenners zu unterscheiden die äuſsere Hülle (1350°), aus einer dünnen Schicht von blauer Farbe bestehend, eine zweite, dickere, violette Schicht (1250°), dann eine feine Hülle von schöner, himmelblauer Farbe (nicht ganz 1200°) und den dunklen, konischen Kern (200—650°). Leuchtflammen zeigen geringere Temperatur.

§ 244. **Animalische und vegetabilische Wärme.** Der Körper des Menschen und der sogenannten warmblütigen Tiere, nämlich der Säugetiere und Vögel, welche Lungenatmung und einen vollständigen, doppelten Blutkreislauf besitzen, zeigt eine konstante, von Klima und Jahreszeiten unabhängige, erhöhte Temperatur. Die Blutwärme des Menschen beträgt etwa 37° C. Ungefähr dieselbe Temperatur besitzt der Körper der meisten Säugetiere, während die meisten Vögel eine noch gröſsere Blutwärme (40—41° C.) besitzen. Die Quelle dieser Wärmeentwickelung ist der Respirationsprozeſs, indem gewisse kohlenstoff- und wasserstoffhaltige Blutbestandteile durch den in den Lungen von den Blutzellen aufgenommenen, atmosphärischen Sauerstoff eine Oxydation erfahren; die durch den Oxydationsprozeſs entstandene Kohlensäure wird in den Lungen wieder ausgeschieden und durch neuen Sauerstoff ersetzt. Zur gleichmäſsigen Erhaltung der Blutwärme ist im Winter und in kälteren Zonen eine gröſsere Menge von Nahrungsmitteln, namentlich von sogenannten Respirationsmitteln, d. i. fett- und stärkemehlhaltigen Nahrungsstoffen erforderlich, als in wärmerer Umgebung.

Eine Ausnahme erleidet die gleichmäſsige Höhe der Bluttemperatur nur bei Krankheiten, so daſs das Thermometer für den Arzt unentbehrlich ist; ferner beim sogenannten Winterschlaf mancher Säugetiere, einem Erstarrungszustand, bei welchem der Prozeſs der Atmung und des Blutkreislaufes in hohem Grade verlangsamt ist, und die Blutwärme deshalb auf die Temperatur der Umgebung herabsinkt. Beim Erwachen des Ziesels aus dem Winterschlaf ist in dem Zeit-

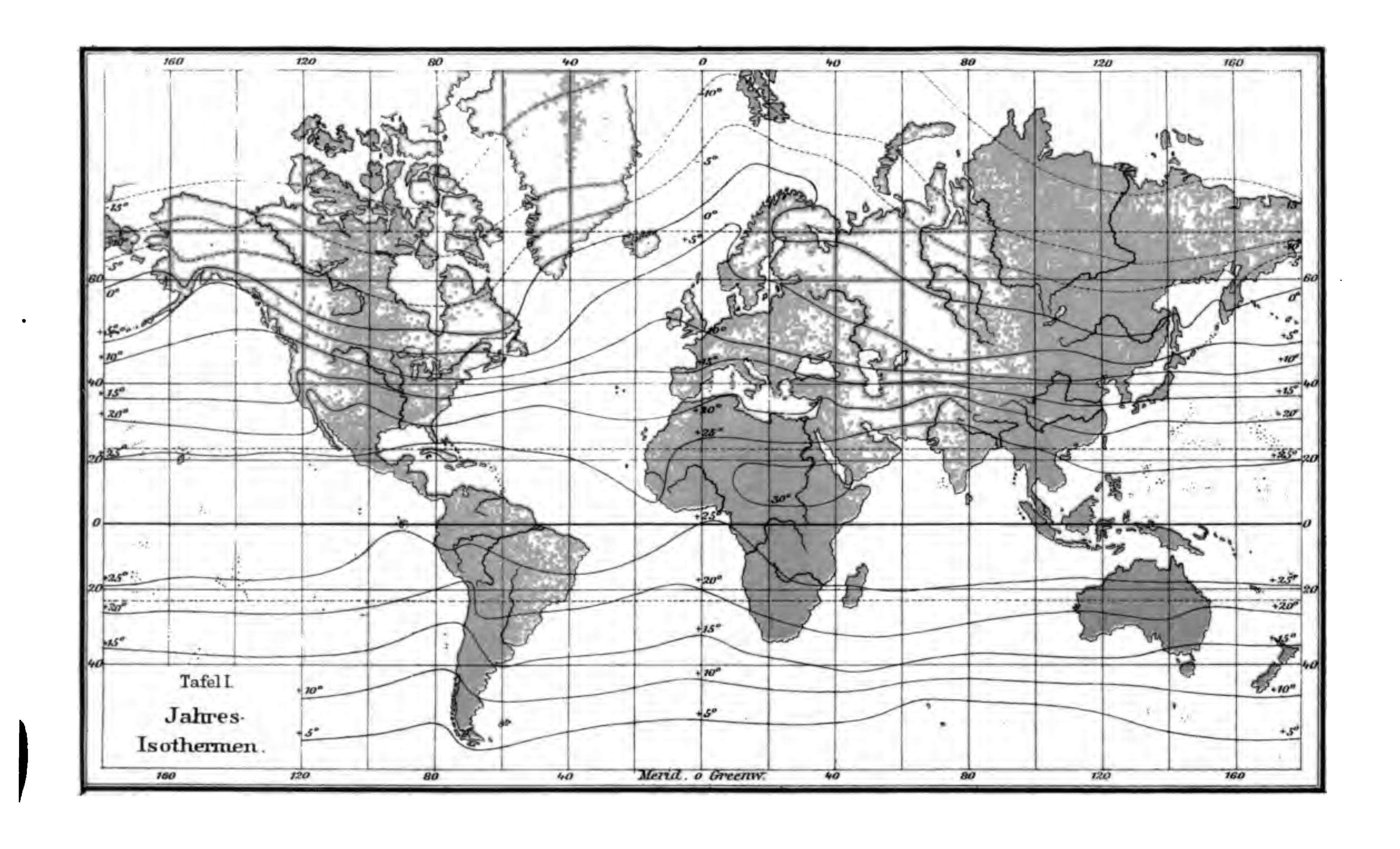
raum von $2^1/_2$ Stunden eine Temperatursteigerung von 8,4° C. auf 32° C. beobachtet worden. Auch die kiemenatmenden Tiere und die tracheenatmenden Insekten besitzen eine gewisse Blutwärme. Indes ist dieselbe nicht konstant, sondern von der Temperatur der Umgebung abhängig, welche dieselbe in der Regel nur wenig übertrifft, teils weil die Respiration zu langsam, teils weil die Wärmeabgabe an die Umgebung wegen der geringen Körpermasse verhältnismäfsig zu grofs ist. Wo Insekten in grofser Zahl zusammenleben, wie im Bienenstock, kann die erhöhte Temperatur, namentlich bei lebhafter Bewegung, sehr merklich werden, desgleichen während des lebhaften Flügelschlages bei den grofsen Dämmerungsfaltern aus der Gattung Sphinx u. s. w. — Der Vegetationsprozefs der Pflanzen ist im allgemeinen nicht mit einer Oxydation verbunden, sondern die grünen Pflanzenteile vermögen im Gegenteil, unter Einflufs des Sonnenlichts, die in der Atmosphäre enthaltene Kohlensäure zu zerlegen und, unter Abscheidung von Sauerstoff, kohlenwasserstoffhaltige Verbindungen, wie Zellstoff, Stärkemehl, Zucker, Öle, und dergl. zu bilden. Auf diese Weise sammeln dieselben gleichsam einen Vorrat von Arbeit an, welche durch Verbrennung des Holzes, der aus demselben entstandenen Kohlen u. s. w. wiedergewonnen werden kann. Zur Blütezeit dagegen findet ebenfalls ein Oxydationsprozefs statt, welcher bei gröfseren Blüten und Blütenständen, wie z. B. im Blütenkolben der Aroïdeen, im Blütenstand der Gattung Cycas, in der Blüte der Victoria regia, mit einer merklichen Temperaturerhöhung verbunden ist.

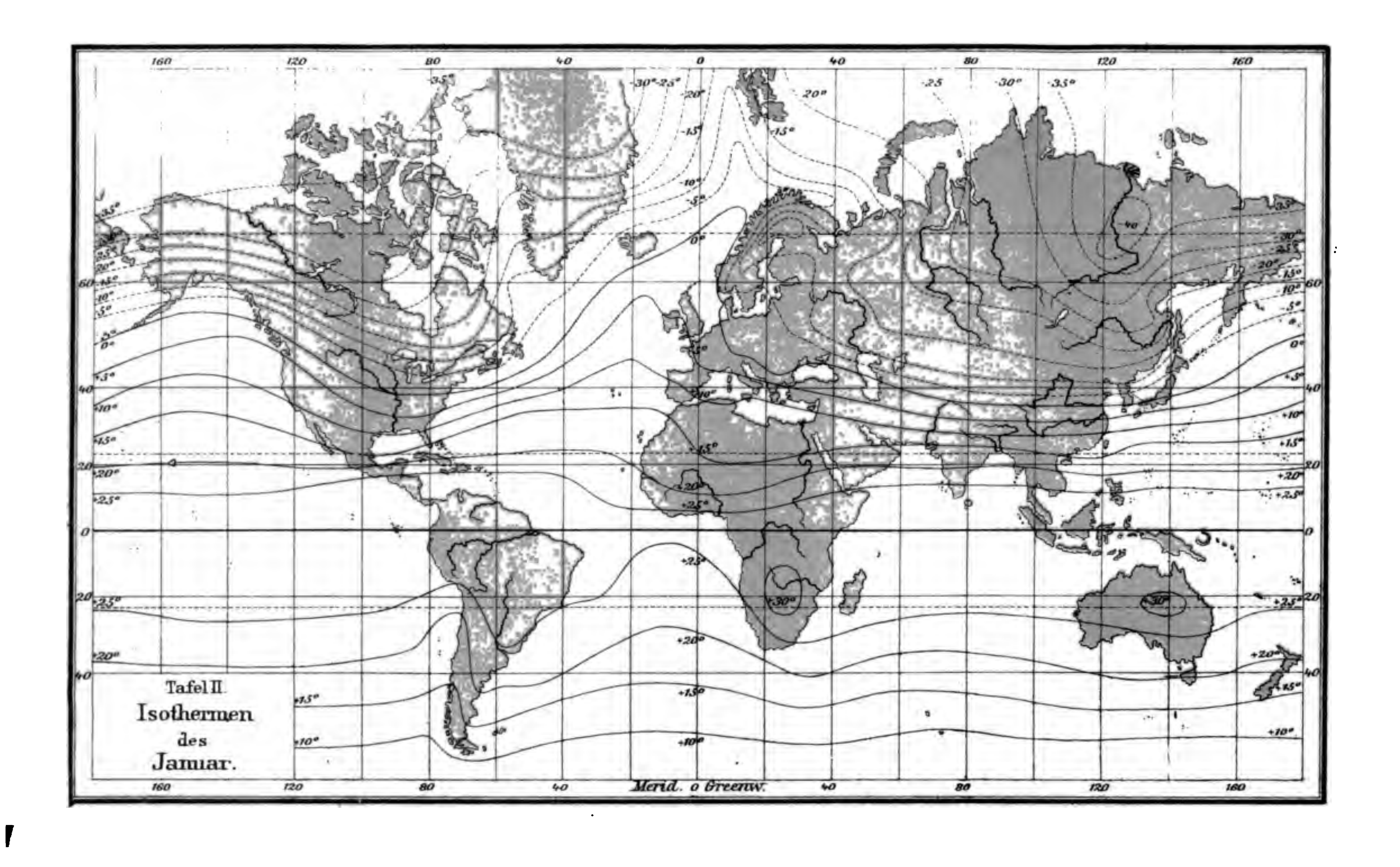
7. Anhang zur Wärmelehre.

Anwendung der Wärmelehre auf die hauptsächlichsten Vorgänge in der Atmosphäre der Erde. Grundbegriffe der Meteorologie.

§ 245. Klimatische Verschiedenheiten und Jahreszeiten. Die vorzüglichste Ursache der klimatischen Verschiedenheiten auf der Erdoberfläche ist die ungleiche Erwärmung ihrer verschiedenen Teile durch die Sonnenstrahlen. Je niedriger der Stand der Sonne über dem Horizont, unter desto schieferem Winkel treffen ihre Strahlen die Erdoberfläche, desto geringer ist also ihre erwärmende Wirkung (§ 366), die überdies in um so höherem Grade durch Absorption in der Erdatmosphäre geschwächt wird. Die im Sommer nördliche, im Winter südliche Deklination der Sonne (Abweichung vom Himmelsäquator [§ 354]), bedingt den Wechsel der Jahreszeiten, indem im Sommer sowohl die Mittagshöhe der Sonne, als die Dauer ihres Verweilens über dem Horizont oder die Tageslänge gröfser ist als im Winter. Die nördliche und südliche Hemisphäre der Erde haben stets entgegengesetzte Jahreszeiten.

In der zwischen den Wendekreisen ($23^1/_2$° nördlich und südlich vom Äquator) eingeschlossenen, heifsen Zone ist das Verhältnis insofern ein anderes, als an jedem Punkt derselben die Sonne im Laufe eines Jahres zweimal im Zenith (dem senkrecht über dem Scheitel des Beobachters befindlichen Punkte der Himmelskugel) steht und dieselbe bald nördlich, bald südlich vom Zenith kulminiert (den höchsten Punkt ihrer täglichen Bahn erreicht). Die Verschiedenheit der Jahreszeiten wird daher hier weniger durch den Wechsel der direkten, erwärmenden Wirkung der Sonne, als durch die von ihrem Stande abhängigen, regelmäfsigen Luftströmungen und die damit verbundenen Feuchtigkeitsverhältnisse der Atmosphäre bedingt, wonach das Jahr im allgemeinen in eine trockene Jahreszeit und eine Regenzeit zerfällt (vergl. § 253). In den von den Polarkreisen eingeschlossenen, kalten Zonen erhebt sich die Sonne während eines mehr oder minder grofsen Teils des Winters (am Pol 6 Monate hindurch) nie über den Horizont, während sie in einem gleich grofsen Zeitraum im Sommer nie unter den Horizont hinabsinkt, aber immer nur eine geringe Mittagshöhe erreicht.


Tafel I.
Jahres-
Isothermen.
Merid. o Greenw.


Tafel II.
Isothermen
des
Januar.
Merid. o Greenw.


Tafel III.
Isothermen
des
Juli.
Merid. o Greenw.

§ 246. **Tägliche und jährliche Mitteltemperaturen. Isothermen.** Indem man aus den an einem Ort der Erdoberfläche während eines Tages von Stunde zu Stunde beobachteten Temperaturen der Luft das arithmetische Mittel nimmt, erhält man die Mitteltemperatur dieses Tages. Auf gleiche Weise können aus den Tagesmitteln die mittleren Temperaturen der Monate, der Jahreszeiten und des ganzen Jahres für verschiedene Orte der Erdoberfläche abgeleitet werden. Erstreckt sich die Beobachtungsreihe über eine gröfsere Zahl von Jahren, so kann die Mitteltemperatur des ganzen Jahres, der einzelnen Monate und Jahreszeiten mit um so gröfserer Sicherheit und unabhängig von zufälligen, während eines Jahres vorkommenden Unregelmäfsigkeiten der Witterung abgeleitet werden. Um die Verteilung der Wärme auf der Erdoberfläche auf anschauliche Weise darzustellen, verbindet man, nach A. v. Humboldt (1817), auf einer Erdkarte die Orte gleicher, mittlerer Jahrestemperatur durch Linien, welche Isothermen genannt werden. Fände auf der Erdoberfläche keinerlei Verschiedenheit in der Verteilung von Land und Wasser, der Bodenbeschaffenheit, Vegetation u. s. w. statt, so würden alle Punkte desselben Parallelkreises gleiche mittlere Jahrestemperatur besitzen; die Isothermen müfsten also mit den Parallelkreisen zusammenfallen, am Äquator müfste die höchste Temperatur stattfinden, und die Pole der Erdaxe müfsten gleichzeitig Kältepole sein. Dies ist jedoch keineswegs der Fall. Der Verlauf der Isothermen ist vielmehr ein sehr unregelmäfsiger, und in noch höherem Grade ist dies der Fall bei den Isotheren und Isochimenen, d. h. bei den Linien, welche die Punkte gleicher Sommer- und Winterwärme verbinden, sowie bei den Monatsisothermen. Auch fallen die Kältepole nicht mit den astronomischen Polen zusammen, es finden sich vielmehr auf der nördlichen Halbkugel der Erde im Winter zwei getrennte Kältepole, den Kontinenten von Asien und Amerika entsprechend.

Auf den Karten Taf. I, II und III sind die Jahresisothermen und die Isothermen der Monate Januar und Juli dargestellt. Die folgende Tabelle enthält die Mitteltemperaturen des Jahres und die der Monate Januar und Juli für einige Orte der Erdoberfläche. Die Orte sind im allgemeinen nach der geographischen Breite geordnet, wovon nur bei einer Reihe von Orten, die zwischen 50 und 60° N. Br. liegen, abgewichen worden, indem dieselben aus einem im nächsten Paragraphen ersichtlichen Grunde nach der geogr. Länge geordnet sind.

Ort	Geogr. Br.	Geogr. Länge östl. von Greenw.	Mitteltemperatur des Jahres	Mitteltemperatur des Januar	Mitteltemperatur des Juli	Diff.
Rensselaer Hafen (Grönl.)	78° 37′	— 70° 40′	— 19,5	— 34,4	3,5	37,9
Boothia Felix	69° 59′	— 92° 1′	— 15,7	— 33,7	5,1	38,8
Jakutsk	62° 2′	129° 14′	— 11,4	— 42,1	16,7	58,8
Tobolsk	56° 12′	68° 16′	0,2	— 19,7	20,0	39,7
Kasan	55° 47′	49° 7′	3,7	— 13,6	19,4	33,0
Moskau	55° 45′	37° 34′	4,2	— 11,6	19,5	31,1
St. Petersburg	59° 56′	30° 18′	3,7	— 9,1	17,0	26,1
Königsberg	54° 43′	20° 29′	6,2	— 4,2	17,0	21,2
Berlin	52° 30′	13° 24′	9,0	— 2,4	18,7	21,1
Brüssel	50° 51′	4° 22′	10,4	1,9	18,0	16,1
Paris	48° 50′	2° 20′	10,7	1,9	18,7	16,8
Greenwich	51° 29′	0° 0′	9,4	1,9	15,4	13,5
Dublin	53° 21′	— 6° 11′	9,5	3,6	16,0	12,4
Rom	41° 54′	12° 25′	15,9	7,2	24,4	17,2
New-York	40° 44′	— 74° 1′	10,9	— 1,0	23,7	24,7
Peking	39° 54′	116° 26′	12,6	— 3,7	27,5	31,2
Cincinnati	39° 6′	— 84° 29′	12,0	0,9	24,6	23,7
Funchal (Madeira) . .	32° 38′	— 16° 56′	19,7	17,5	22,5	5,0

Ort	Geogr. Br.	Geogr. Länge östl. von Greenw.	Mitteltemperatur des Jahres	Januar	Juli	Diff.
Kalkutta	22° 38′	88° 20′	28,0	20,7	29,9	9,2
Pondichery	11° 56′	79° 52′	31,0	26,5	34,4	7,9
Lima	—12° 3′	— 77° 8′	23,0	25,6	20,2	5,4
St. Helena	—15° 55′	— 5° 43′	16,4	17,7	14,5	3,2
Rio Janeiro	—22° 54′	— 43° 16′	24,2	26,7	19,5	7,2
Kapstadt	—33° 56′	18° 28′	19,1	23,5	14,2	9,3
Falklandsinseln	—52°	— 61°	8,5	13,4	3,0	10,4

§ 247. Kontinentales und Seeklima. Zwei Punkte der Erdoberfläche, welche gleiche mittlere Jahrestemperatur besitzen, können, wie aus obiger Tabelle hervorgeht, dennoch sehr verschiedene, klimatische Verhältnisse zeigen, indem die jährlichen Schwankungen der Temperatur von sehr verschiedener Gröfse sind. Namentlich spricht sich dies in dem Gegensatz des kontinentalen und Seeklimas aus. Das Festland erwärmt sich durch die Sonnenstrahlen viel leichter, als die Oberfläche des Meeres, strahlt aber auch die erhaltene Wärme schneller wieder nach dem Weltraum aus. Daher sind die täglichen und jährlichen Temperaturschwankungen im allgemeinen um so gröfser, je weiter man sich von der Meeresküste entfernt. Es geht dies aus der vorstehenden Tabelle deutlich hervor, wenn man z. B. die Ortschaften vergleicht, welche unter annähernd gleichen Parallelkreisen, zwischen 50 und 60° N. Br., aber unter verschiedenen Längengraden liegen. Während England ein ausgeprägtes Seeklima besitzt, wird die Differenz der Temperaturen des wärmsten und kältesten Monats um so gröfser, je weiter man ostwärts in das Innere des grofsen asiatisch-europäischen Kontinents eindringt. Im Sommer besitzen die Kontinente, im Winter die Meere die relativ höchste Temperatur.

Einen beträchtlichen Einflufs auf die Ausgleichung der klimatischen Verschiedenheiten der Küstenländer üben die Meeresströmungen aus. So verdanken die Nordwestküsten Europas ihr mildes Winterklima grofsenteils dem Einflufs des Golfstromes, welcher ihnen die im mexikanischen Golf erwärmten Wassermassen zuführt. — Als Ursache dieser Meeresströmungen sind zunächst herrschende Winde zu bezeichnen, welche die sogenannten Driftströmungen, die freilich nicht tief gehen, hervorrufen, dann die Differenz zwischen Niederschlag und Verdunstung. In den tropischen Meeren beträgt der jährliche Niederschlag nach Humboldt etwa zwei Meter, die Verdunstung fünf Meter, so dafs daselbst im Jahre im ganzen ein Verlust von ungefähr 900 Kub.-Meilen Wasser, also täglich von 2,5 Kub.-Meilen eintritt. In den tropischen Meeren ferner vermehrt sich der Salzgehalt der oberen Schichten durch die Verdunstung, in den arktischen Meeren durch die Abscheidung salzfreier Eismassen; in beiden Fällen sinkt darum das schwerer gewordene Wasser und bringt so zugleich die dem organischen Leben in der Meerestiefe unentbehrliche Luft im aufgelösten Zustande nach unten. — Der Golfstrom führt beständig so viel Wärme vom tropischen Amerika nach Osten, dafs man damit einen Eisenstrom von der Breite und Tiefe des Mississippi in beständigem Flufs erhalten könnte.

§ 248. Tägliche Temperaturperiode. Während bei Tage die Oberfläche der Erde von den Sonnenstrahlen erwärmt wird und ihre höhere Temperatur den auf ihr ruhenden Luftschichten mitteilt, kühlt sich dieselbe bei Nacht durch Strahlung gegen den Weltraum ab. Sowohl die Einstrahlung, als die Ausstrahlung und infolgedessen die tägliche Temperaturschwankung, ist bei heiterem Himmel gröfser als bei bewölktem Himmel. Das tägliche Maximum der Temperatur pflegt in den ersten Nachmittags-

stunden, etwa gegen 2 Uhr, das Minimum etwa eine Stunde vor Sonnenaufgang einzutreten.

In heiteren, sternenhellen Nächten pflegt sich die Temperatur am tiefsten zu erniedrigen, daher der alte, irrige Volksglaube, dafs der Mondschein Kälte bringe. Die von Melloni mittelst einer Steinsalzlinse und der thermoelektrischen Säule (§ 235) nachgewiesene Wärmewirkung des Mondes ist allerdings auf der Erdoberfläche sehr gering (ja ihre Existenz ist neuerdings in Frage gestellt worden), indem wahrscheinlich der gröfste Teil der Wärmestrahlen des Mondes in der Erdatmosphäre absorbiert wird (vergl. § 237).

§ 249. Abnahme der Temperatur mit der Erhebung über die Erdoberfläche. Die vorhergehenden Angaben beziehen sich zunächst auf die Temperatur der unmittelbar auf der Erdoberfläche ruhenden Luftschichten. Mit wachsender Höhe über der Meeresfläche oder über der ebenen Erdoberfläche nimmt die Temperatur ab, wie dies am besten an den Abhängen der Gebirge, oder beim Aufsteigen in Luftballons beobachtet werden kann. Nach Schlagintweit entspricht z. B. in den Alpen die Temperatur von 1° R. im Januar einer Erhebung von 285 m, im Juli von 175 m, im Jahresmittel von 220 m.

Die Abnahme der Temperatur mit der Höhe erklärt sich einerseits dadurch, dafs die Sonnenstrahlen zum kleinsten Teil von der Atmosphäre, gröfstenteils aber von der festen und flüssigen Erdoberfläche absorbiert werden, so dafs der Atmosphäre die Wärme hauptsächlich durch Berührung mit der erwärmten Erdoberfläche mitgeteilt wird. Andererseits werden die an der Erdoberfläche erwärmten Luftteilchen beim Aufsteigen in höhere Schichten der Atmosphäre ausgedehnt, weil sie unter geringeren Druck kommen, und mit dieser Ausdehnung ist eine Temperaturerniedrigung verbunden (§ 242). Das Gesetz der Temperaturabnahme mit der Erhebung über dem Erdboden erleidet häufig eine Ausnahme in den untersten, zunächst auf der Erdoberfläche ruhenden Schichten der Atmosphäre, namentlich in den frühen Morgenstunden und an Orten, wo eine beträchtliche, nächtliche Wärmeausstrahlung nach dem Weltraum stattfindet, infolgederen sich die Erdoberfläche weit unter die Temperatur der unteren Schichten der Atmosphäre abkühlt (vergl. § 262).

Die Abnahme der Temperatur mit der Höhe übt auf höheren Gebirgen einen wesentlichen Einflufs auf den Charakter der Vegetation, indem jede Pflanzenart in ihrer räumlichen Verbreitung auf denjenigen Höhenbezirk beschränkt ist, innerhalb dessen die zu ihrem Gedeihen erforderlichen Temperaturverhältnisse stattfinden. So ist die Kultur des Weinstockes oder der Getreidearten nur bis zu einer für jede Art bestimmten Höhe über dem Meeresniveau möglich. Auf den hohen Gebirgen südlicher Länder finden in einer gewissen Höhe die immergrünen Laubhölzer die Grenze ihres Verbreitungsbezirkes, in gröfserer Höhe verschwinden die Laubhölzer überhaupt, dann die Nadelhölzer. Oberhalb der Baumgrenze besitzen die höchsten, alpinen Regionen ihre eigentümliche Flora aus niedrigen, mit moosähnlichem Rasen die Felsen überziehenden Pflänzchen. Oberhalb der Schneegrenze endlich vermögen die Strahlen der Sommersonne nicht mehr die im Laufe des Winters gefallenen Schneemassen zu schmelzen, und es wird dadurch das vegetabilische Leben überhaupt unmöglich gemacht (vergl. § 260).

§ 250. Bodentemperatur. Die täglichen und jährlichen Temperaturschwankungen der Atmosphäre machen sich nur bis zu einer geringen Tiefe im Erdboden bemerkbar. Die tieferen Bodenschichten zeigen das ganze Jahr hindurch eine konstante Temperatur, welche dem Jahresmittel des Ortes entspricht. In dem 26 m tiefen Keller der Pariser Sternwarte beträgt die jährliche Temperaturschwankung weniger als 0,1° C. — Quellwasser, welche aus einiger Tiefe kommen, zeigen daher ebenfalls eine während des ganzen Jahres konstante Temperatur, erscheinen deshalb im Sommer kälter, im Winter wärmer als die Atmosphäre.

Die konstante Bodentemperatur erklärt sich aus der geringen Wärmeleitungsfähigkeit der Erdschichten. Das jährliche Maximum und Minimum der Temperatur tritt um so später ein, und beide sind um so weniger verschieden, je tiefer man in die Erde eindringt, indem sich die Temperaturschwankungen der Atmosphäre gleichsam als sehr langsam fortschreitende und dabei sich mehr und mehr verflachende Wellen ins Innere des Erdbodens fortpflanzen. (Über die Temperatur der tieferen Erdschichten vergl. § 240). — Aus Tiefen-Temperaturen im Atlantischen Ocean machte Thomson den Schlufs, dafs die Sonnenwärme sich nur bis zu einer Tiefe von etwa 40 m geltend macht und die Erwärmung durch den Golfstrom etwa bis zur Tiefe von 1200 m; von da an bis zur Tiefe von 3000 m findet für jede 400 m Tiefe eine Temperaturabnahme von 1° C. statt, von 3000 m bis 4000 m Tiefe fällt die Temperatur von 2,6° auf 2° und endlich bis zur Tiefe von 6000 m auf 1,9° C. In grofsen Tiefen hat der Meeresboden eine sich gleichbleibende Temperatur von 0° bis 2° C. — Die niedrigste Bodentemperatur in Meerestiefen, welche bei einer Expedition von 1869 gefunden wurde, war —1,3° C.

§ 251. Luftströmungen der Atmosphäre. In einem ungleich erwärmten Luftraum, z. B. in einem durch einen warmen Ofen geheizten Zimmer, steigen an den wärmeren Stellen die Luftteilchen vermöge ihrer geringeren Dichtigkeit (§ 202) auf, während an den von der Wärmequelle entfernteren Stellen die kalten Luftteile herabsinken. Längs des Bodens findet daher eine Strömung von den kälteren zu den wärmeren Stellen, im oberen Teil in entgegengesetzter Richtung statt. Kommunizieren zwei ungleich erwärmte Zimmer durch einen schmalen Thürspalt, so wird eine Lichtflamme im oberen Teil des Spaltes nach dem kälteren, in der Nähe des Bodens dagegen nach dem wärmeren Zimmer hingeweht. Der Luftzug im Feuerherd unserer Öfen und Kamine wird durch das Aufsteigen der im Schornstein enthaltenen, warmen Luftsäule erzeugt. Ähnliche Strömungen werden in der Atmosphäre der Erde durch ungleiche Erwärmung der verschiedenen Teile der Erdoberfläche hervorgerufen. Diese Strömungen sind zum Teil lokaler Natur, wie die sogenannten Land- und Seewinde, welche sich in Küstengegenden bemerkbar machen. Da bei Tage das Festland sich stärker erwärmt, bei Nacht aber sich stärker abkühlt als die Oberfläche des Meeres (vergl. § 247), so strömt in den wärmsten Tagesstunden die kühle Seeluft längs der Erdoberfläche vom Meer zum Lande und wird als Seebrise bemerkbar, während bei Nacht der Landwind in entgegengesetzter Richtung weht. Beim Wechsel beider Luftströmungen tritt in der Regel einige Stunden lang Windstille ein.

In viel gröfserem Mafsstabe werden die Bewegungen der Atmosphäre durch die ungleiche Erwärmung der Äquatorial- und Polarregionen der Erde beeinflufst. In der Äquatorialzone steigen die erwärmten Luftteile auf, während in den höheren Breitenzonen ein Niedersinken der kalten Luft stattfindet. Es entstehen infolgedessen auf jeder Erdhalbkugel zwei grofse Hauptströmungen, von denen die eine, welche die kalte Luft längs der Erdoberfläche vom Pol zum Äquator führt, der Polarstrom, die andere in den höheren Schichten der Atmosphäre vom Äquator zum Pol gerichtete, der Äquatorialstrom genannt wird. Gelangt der letztere aus den weiten Äquatorialgegenden in die wegen der Kugelgestalt der Erde räumlich sich mehr und mehr verengenden Regionen höherer Breite, so findet er bald nicht mehr Raum genug, um in gleichmäfsigem Flusse zu den Polen zu gelangen, vielmehr senkt er sich, und zwar wie die Beobachtungen gezeigt haben, zumeist in der Breite von ungefähr 30°, herab und fliefst alsdann zum Äquator zurück (vergl. Fig. 229). In den höheren Breitengraden ist, besonders in den oberen Schichten, die

Atmosphäre meist in der Richtung nach den Polen hin in Bewegung, während die Luftströmungen der unteren Schichten vorzugsweise durch die Temperaturunterschiede über Kontinent und Meer und die dadurch hervorgerufenen Differenzen im Luftdruck bedingt werden (§ 254).

§ 252. Einflufs der Axendrehung der Erde. Passatwinde. Fände auf der Erdoberfläche keinerlei Unregelmäfsigkeit in der Verteilung von Land und Meer und in der Erhebung von Gebirgsketten statt, und würden die beiden grofsen Hauptströmungen der Atmosphäre nicht durch die Axendrehung der Erde beeinflufst, so müfsten dieselben genau von N. nach S., beziehungsweise von S. nach N. gerichtet sein. Die tägliche Axendrehung der Erde in der Richtung von W. nach O. bewirkt jedoch eine Ablenkung der Strömungen von ihrer ursprünglichen Richtung. Da nämlich die Luftteilchen am Äquator an der Axendrehung der Erde teilnehmen, also mit einer Geschwindigkeit von etwa 460 m in der Sekunde von W. nach O. bewegt werden, so werden dieselben, wenn sie als Äquatorialstrom nach höheren Breitengraden gelangen, wo die Rotationsgeschwindigkeit eine geringere ist, der Drehung der Erde in der Richtung von W. nach O. voraneilen. Es wird also auf der nördlichen Hemisphäre der Erde der ursprünglich südliche Äquatorialstrom eine Ablenkung nach SW. erfahren. Umgekehrt werden die Teilchen des Polarstromes, welche von Punkten geringerer zu Punkten gröfserer Rotationsgeschwindigkeit gelangen, gegen die Drehung der Erde zurückbleiben oder sich relativ gegen die Erdoberfläche von O. nach W. zu bewegen scheinen. Der längs der Erdoberfläche wehende, ursprünglich von N. nach S. gerichtete Polarstrom wird also eine Ablenkung nach NO. erleiden. — Auf ähnliche Weise werden die beiden Strömungen auf der südlichen Halbkugel der Erde durch die Axendrehung beeinflufst, so dafs dieselben beziehungsweise eine nordwestliche und südöstliche Richtung erhalten.

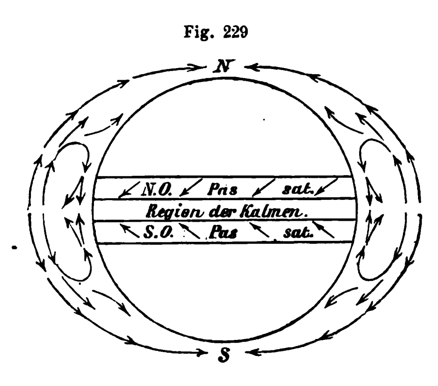
In gröfster Regelmäfsigkeit zeigen sich diese Luftströmungen in den nördlich und südlich vom Äquator gelegenen Regionen der grofsen Oceane, wo längs der Meeresoberfläche die Polarströme das ganze Jahr hindurch wehen und die den Seefahrern wohlbekannten Passatwinde bilden, deren Entstehung auf obige Weise zuerst von Hadley (1735) richtig erklärt wurde. Nördlich vom Äquator weht, etwa zwischen dem 10. und 30. Grad N. Breite, beständig der NO.-Passat, südlich vom Äquator, unter den entsprechenden Breitengraden, der SO.-Passat, während in den höheren Regionen der Atmosphäre der auf der nördlichen Hemisphäre südwestlich, auf der südlichen Hemisphäre nordwestlich gerichtete Gegenpassat die am Äquator aufgestiegene erwärmte Luft nach den Polen führt.

Dafs diese entgegengesetzte Strömung in den oberen Schichten der Atmosphäre wirklich stattfindet, kann man einesteils an den Gipfeln hoher Berge, z. B. des Piks von Teneriffa, beobachten, welche sich bis in die Region des Gegenpassats erheben, andererseits wird es durch mehrfache Beobachtungen der Thatsache bestätigt, dafs die bis in grofse Höhe emporgeschleuderte Asche vulkanischer Ausbrüche in einer dem unten wehenden Passat gerade entgegengesetzten Richtung mehr als 100 geographische Meilen weit fortgeführt wurde. Dasselbe geht aus gewissen Meteorstaubfällen hervor. Die auf dem Mittelmeer segelnden Schiffe werden nicht selten, während der sogenannte Scirocco weht, mit einem rötlichen Staub bedeckt. Noch häufiger zeigt sich derselbe an der afrikanischen Westküste. Bei mikroskopischer Untersuchung desselben fand Ehrenberg, dafs dieser Staub zahlreiche Überreste von mikroskopischen Orga-

nismen enthält, welche in den tropischen Gegenden Südamerikas leben, also nur durch eine starke südwestliche Luftströmung von ihrem Ursprungsort nach den afrikanischen Küsten geführt und dort niedergefallen sein können.

§ 253. Kalmengürtel; jährliche Verschiebung der Passatgrenzen; Jahreszeiten der Tropenländer. Die beiden Passatregionen (siehe Fig. 229) sind durch einen äquatorialen Gürtel der Windstillen oder Kalmen getrennt, welcher den Stellen der gröfsten Erwärmung entspricht, und in welchem vorzugsweise das Aufsteigen der erwärmten Luft in vertikaler Richtung stattfindet. Während in der Passatregion, infolge des Zuströmens aus kälteren Zonen kommender und daher wenig Wasserdampf enthaltender Luft, fortwährend trockenes, heiteres Wetter herrscht, ist die Kalmenzone zugleich die Zone fortwährender Regengüsse und Gewitter. Die an der Oberfläche der tropischen Gewässer mit Feuchtigkeit gesättigte Luft wird beim Aufsteigen durch die damit verbundene Ausdehnung abgekühlt (§ 242).

Fig. 229



Dabei wird der gröfste Teil des in derselben enthaltenen Wasserdampfes in flüssiger Form niedergeschlagen und stürzt in Form heftiger Regengüsse, die mit Gewittererscheinungen (§ 288) verbunden zu sein pflegen, nieder. Mit dem nördlichen und südlichen Stand der Sonne verschieben sich im Lauf der Jahreszeiten auch die Grenzen des Kalmengürtels und der Passatregionen, so dafs dieselben zur Zeit unseres Sommers mehr nach Norden vorrücken, zur Zeit unseres Winters nach Süden zurückweichen. Aus dieser Verschiebung entspringt der Wechsel der trockenen Jahreszeit und der Regenzeit tropischer Regionen, indem jeder Ort der Tropengegenden seine trockene Jahreszeit hat, solange er sich in der Passatzone, seine Regenzeit hingegen, wenn er sich in der Region der Kalmen befindet (vergl. §§ 254, 256). Die Gröfse der jährlichen Verschiebung der Passatgrenzen wird durch die Verteilung der Meere und Kontinente beeinflufst und ist deshalb unter verschiedenen Längengraden verschieden. Manche Orte (Cayenne) bleiben fast das ganze Jahr hindurch in der Region der Windstillen, haben also immer Regen, während andere (Sahara) sehr selten Regen haben.

Am stärksten ist die jährliche Verschiebung der Passatgrenzen im Indischen Ocean, indem zur Zeit des Sommers, infolge der starken Erwärmung des grofsen, nördlich vom Äquator gelegenen, asiatischen Kontinents der SO.-Passat der südlichen Hemisphäre weit über den Äquator hinaus nach der nördlichen Halbkugel übergreift, wobei seine Richtung in eine südwestliche übergeht. Umgekehrt greift während unseres Winters der Nordostpassat auf die südliche Halbkugel über und ändert daher seine Richtung in eine nordwestliche. Es wehen daher in den indischen Meeren, nach den Jahreszeiten, regelmäfsig abwechselnd, nördlich vom Äquator nordöstliche und südwestliche, südlich vom Äquator südöstliche und nordwestliche Winde, welche von dem Seefahrer Monsune genannt werden.

§ 254. Region der veränderlichen Winde; Isobaren; Gradienten. Diese völlige Regelmäfsigkeit der Luftströmungen und der da-

mit verbundenen Witterungserscheinungen findet nur innerhalb der zu beiden Seiten des Äquators, bis etwa zum 30sten Breitengrade gelegenen Zone statt (§ 251). Jenseits der äufseren Grenze der Passatregion beginnt die Region der veränderlichen Winde. Jenseits der Wendekreise beginnt nämlich der obere Gegenpassat sich allmählich herabzusenken, so dafs unter höheren Breiten der Polar- und Äquatorialstrom nicht mehr über, sondern neben einander fliefsen und einander zeitweise gegenseitig verdrängen. So unregelmäfsig sich auch dieser Wechsel und die damit verbundenen Witterungserscheinungen auf den ersten Blick darstellen, so lassen sich doch ebenfalls bestimmte Gesetze darin erkennen. Die warmen Winde kommen aus Gegenden, wo eine höhere Temperatur herrscht: in Westeuropa aus SW., d. h. aus den Meeresgebieten, wo durch den Golfstrom die Wärme sich erhöht; in Rufsland und Sibirien aus S., weil hier die Ländermassen von der Sonne am meisten durchwärmt sind; auf der Ostseite aber von Asien, wo die Isothermen Ausbiegungen nach SO. zeigen, die Wärme also nach SO. am meisten zunimmt, aus einer Richtung zwischen SO. und S. Die kalten Winde dagegen kommen fast genau entgegengesetzt, in Westeuropa aus ONO., in Rufsland aus NO., in Westsibirien aus N., in Ostasien aus NW., sämtlich Richtungen, welche vom nordasiatischen Kältepol (§ 246) herkommen. Ähnlich sind die Beziehungen der kälteren Winde in Nordamerika zum dortigen Kältepol.

Durch Beobachtungen hat sich ferner ergeben, dafs auf der Westseite der Kontinente, innerhalb der gemäfsigten Zone, im Winter die nordöstlichen Winde den höchsten Luftdruck, die südwestlichen den niedrigsten mit sich führen, während auf der Ostseite der Festländer westliche bis nordwestliche Winde den Barometerstand erhöhen, südliche bis südöstliche denselben erniedrigen. Um nun den Zusammenhang zwischen Windrichtung und Luftdruck genauer festzustellen, verbindet man Orte, welche dieselbe auf den Meeresspiegel reduzierte Barometerhöhe zeigen, durch Linien, welche Isobaren heifsen. Zwischen zwei Punkten derselben Isobare findet dann ein Unterschied im Luftdruck nicht statt; dagegen liegen in normaler Richtung zu einer jeden Isobare immer diejenigen Punkte, in denen zunächst die gröfste Barometerdifferenz hervortritt. Die Richtung von einem Punkte mit höherem nach dem zunächst benachbarten mit niederem Luftdruck bezeichnet man als einen barometrischen Gradienten. Demnach ist in jedem Punkt der Gradient normal zu der zugehörigen Isobare. Die Gröfse des Gradienten wird ausgedrückt durch die Anzahl von Millimetern, um welche der Luftdruck bei einer in der Richtung des Gradienten gemessenen Entfernung von einer geographischen Meile abnimmt.

Sind die Isobaren koncentrische Kreise, so fällt die Richtung der Gradienten mit der der Radien zusammen und zwar nach aufsen oder nach innen, je nachdem der gemeinschaftliche Mittelpunkt der Isobaren ein barometrisches Maximum oder Minimum ist. Sind die Isobaren parallele gerade Linien, so sind auch die Gradienten einander parallel. Je dichter die Isobaren an einander rücken, um so stärker werden die Gradienten.

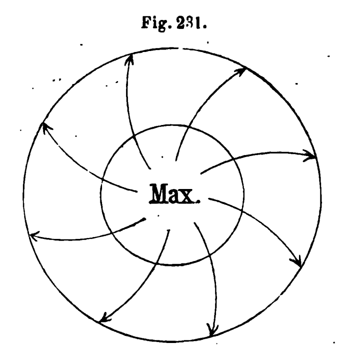
Bezieht man die Richtung der Windpfeile auf Tafel IVa und b auf den Lauf der Isobaren, so bestätigt sich das 1857 von Buys-Ballot gefundene Gesetz, dafs die Richtung des Windes vorzugsweise von der verschiedenen Verteilung des Luftdruckes abhängt. Diesem

Gesetz entsprechend zeigt sich (auf der Nordhälfte der Erde), dafs, wenn man dem Winde den Rücken zuwendet, das Minimum des Luftdruckes nach links, ein wenig nach vornhin liegt, dafs also der Wind in einer Richtung weht, welche zwischen Gradient und Isobare liegt, der letzteren etwas zugeneigt (Fig. 230). Die Bewegung des Windes erfolgt demnach im ganzen in einem spiraligen Wirbel, der die Luft in einem Sinne, entgegen dem Drehungssinne der Zeiger einer Uhr, also „der Sonne entgegen", dem barometrischen Minimum, als dem Centrum dieser Bewegung, zuführt. Umgekehrt erfolgt die Bewegung der Luft aus einem barometrischen Maximum hinaus (Fig. 231) mit einer Abbiegung nach rechts, in einer spiralförmigen Bahn und in einer Richtung, welche der Drehung der Uhrzeiger entspricht, d. h. „mit der Sonne". Entgegengesetzte Richtung zeigen die Windwirbel auf der Südhälfte der Erde.

Fig. 230.



Fig. 231.



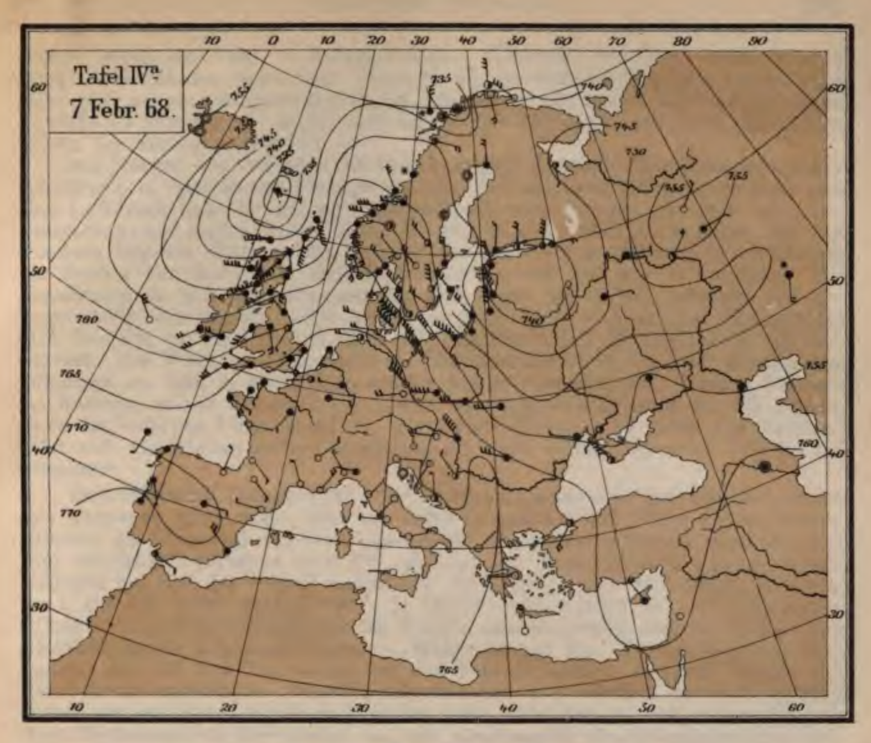
Zur Erklärung dieser Abweichung der Windrichtung von der der Gradienten dient auch hier (vergl. § 252) die Einwirkung der Axenumdrehung der Erde, durch welche auf der nördlichen Erdhälfte eine Ablenkung nach rechts, auf der südlichen nach links hin bedingt wird. Diese ablenkende Wirkung ist proportional dem Sinus der geographischen Breite; sie beträgt in der Breite 30° für die Stunde 7° 30'. Von geringerem Einflufs auf die Ablenkung ist die Centrifugalkraft der bewegten Luft.

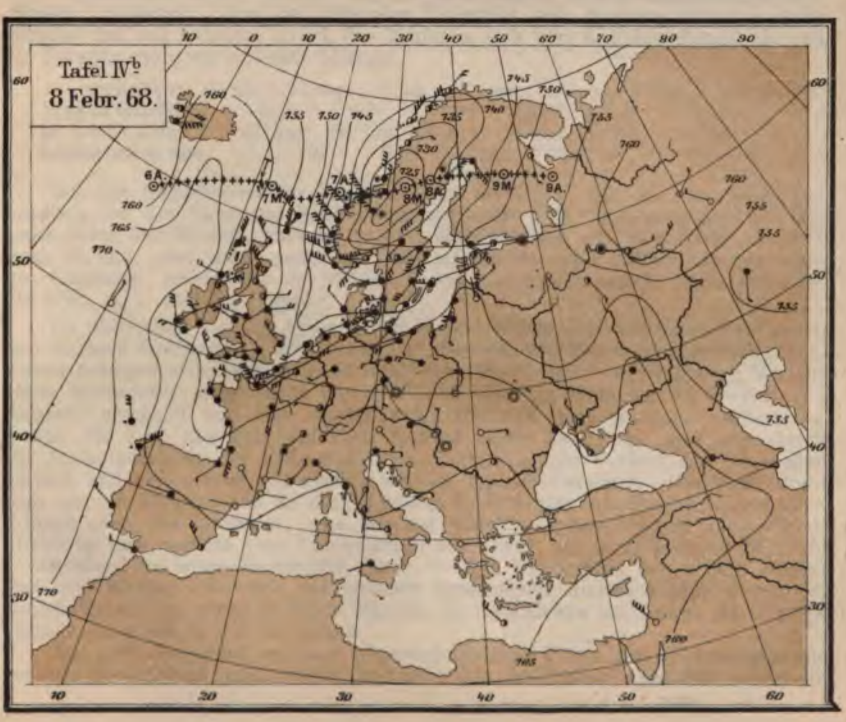
Man ersieht hieraus, inwiefern das Barometer als Wetteranzeiger dienen kann. Ein schnelles, starkes Sinken des Barometers verkündet in der Regel stürmisches Wetter. Ein auffallend hoher Barometerstand kann dagegen durch gegenseitiges Anstauen des Äquatorial- und des Polarstromes erzeugt werden, welches wegen der Vermischung der warmen und kalten Luft häufig mit dichtem Nebel und wässerigen Niederschlägen verbunden ist.

Im allgemeinen sind auf der nördlichen Hemisphäre, wie aus dem obigen hervorgeht, die SW.- und NO.-Winde vorherrschend. Lokalverhältnisse können jedoch Abweichungen bedingen. So erzeugt die starke Erwärmung des asiatischen Kontinents und die dadurch bewirkte Auflockerung der über demselben ruhenden Luft während unseres Sommers in Europa häufige Nordwestwinde.

§ 254a. Verlauf eines barometrischen Minimums.*) Die Tafeln IVa und b gewähren eine Übersicht über Luftdruck, Wind, Bewölkung und Niederschlag in Europa an zwei auf einander folgenden Tagen (den 7. und 8. Februar 1868 vormittags). Der Barometerstand ist durch die Isobaren veranschaulicht, die Luftströmungen durch Pfeile, welche mit dem Winde fliegen, und die Stärke des Windes durch die verschiedene Anzahl der Federn an diesen Pfeilen (eine

*) Vergl. H. Mohn, Grundzüge der Meteorologie. Berlin 1875.


Tafel IVa.
7 Febr. 68.


Tafel IVb.
8 Febr. 68.

Feder schwacher Wind, 6 Federn Orkan). Windstille ist durch einen runden Ring um die Station bezeichnet. Je nachdem die Stationskreise leer, halbschwarz oder ganz schwarz dargestellt sind, ist der Himmel als heiter, halbklar oder ganz bewölkt zu bezeichnen. Regen wird durch einen Punkt, Schnee durch einen Stern neben der Station angedeutet.

Am Morgen des 7. Febr. (Taf. IVa) herrschte demnach über Südeuropa hoher Luftdruck, in Spanien und Portugal bis über 771 mm, über Mitteleuropa sieht man den Luftdruck von 760 mm sich zungenförmig nach Norden bis nach Schweden erstrecken; auf beiden Seiten dieser Isobare ist der Luftdruck geringer, bei den Faröern liegt ein Minimum des Druckes von nur 727 mm, ein zweites von 732 mm im Norden von Norwegen, endlich ein drittes von 737 mm in Rufsland. Die Gradienten in Süd- und Mitteleuropa sind klein, die Winde schwach und unregelmäfsig, der Himmel meist klar. Dagegen erhöht sich um das Minimum bei den Faröern, wo die Isobaren dicht gedrängt liegen und die Gradienten sich verstärken, der Wind zu Sturmesstärke, und zwar treibt er die Luft spiralig dem Minimum zu, dem in § 254 dargestellten Gesetz entsprechend. Ebenso herrscht im Kattegat und in der südlichen Ostsee bei grofsen Gradienten ein NW.-Sturm; auch im östlichen Deutschland ist stürmisches Wetter. Im Osten von Rufsland läfst sich ein barometrisches Maximum mit nach aufsen treibenden Winden beobachten.

Den folgenden Morgen (Taf. IVb) ist das Minimum von den Faröern östlich bis Norwegen vorgerückt. Hier hat klarer Himmel bei NW.-Wind mit bewölktem Himmel bei SW.- und SO.-Wind gewechselt; an der norwegischen Westküste hat sich der frühere Südwind nach NW. gedreht und Regen gebracht, in Schottland dagegen hat sich das Wetter aufgeklärt. In Rufsland und im östlichen Deutschland hat der Wind nachgelassen, in Island weht starker NO., bei bewölktem Himmel. Die Depressionsgebiete im Norden von Norwegen und im Westen von Rufsland haben sich ausgeglichen. — Weiter ist auf Taf. IVb der Weg des Minimums, das sich den Tag vorher bei den Faröern befand, bis zum Morgen des 10. Februar angedeutet. Dasselbe schreitet, wie es gewöhnlich der Fall ist, nach Osten vor und zwar, sobald es über das feste Land kommt, weil es hier die meisten Hindernisse zu überwinden hat, mit abnehmender Geschwindigkeit und steigendem Luftdruck. Aus der folgenden Übersicht geht genauer hervor, welche Strecke und mit welchem Druck das Minimum sich vom 6. Febr. abends bis zum 10. Februar morgens vorwärts bewegt:

zwischen:	6 . ab. . . 7 . mg.	. . . 7 . ab.	. . . 8 . mg.	. . . 8 . ab.	. . . 9 . mg.	. . . 10 . mg.
Weg in Graden:	6,8°	6,3°	3,7°	3,6°	3,4°	3,5°
in der Stunde:	63 km	59 km	34 km	33 km	32 km	16 km
Luftdruck in mm:	727	725	723	733	737	742.

Bei der fortschreitenden Bewegung des Minimums wechselt für einen Ort nördlich von der Bahn des Wirbelcentrums (vergl. Fig. 230), über den also die linke Seite des Wirbels hinweggeht, die Windrichtung von SO. durch O., NO. nach N., d. i. „der Sonne entgegen“, dagegen für die Orte südlich von der Bahn des Centrums, welche also der Wirbel rechts liegen läfst, von S. durch SW., W. bis NW., d. i. „mit der Sonne“.

Im nördlichen Teil des Atlantischen Meeres bilden sich, besonders wohl durch den warmen Golfstrom (§ 247) veranlafst, fortwährend Depressionsgebiete. Dieselben bewegen sich, entsprechend dem oben ausführlicher geschilderten Verlauf eines Minimums, meist nach Osten. Wenn also ein Minimum im Norden von England erscheint und über Skandinavien hin sich nach Rufsland verliert, so strömt die Luft aus dem südlichen Europa zuerst aus OSO., wird aber durch die Axenumdrehung der Erde südöstlich, beim späteren Verlauf der Depression südlich und südwestlich und endlich westlich und nordwestlich. Der Wind dreht sich also in Deutschland in der Richtung OSWN. (Doves Drehungsgesetz). Nimmt aber das Minimum, was seltener eintrifft, seinen Verlauf in südlicher Richtung und westlich vom Europäischen Kontinent, so dreht sich der Wind in Deutschland im entgegengesetzten Sinne. — Man hat Minima beobachtet, welche fast still stehen, oder sich nur langsam fortschieben, andere wieder, deren Geschwindigkeit der eines heftigen Sturmes zu vergleichen ist, indem sie in einer Stunde mehr als 90 km vorrücken.

Die erste Anregung zu einer wissenschaftlichen Pflege der Witterungskunde ist von Deutschland ausgegangen, und zwar hat die Pfälzer Akademie zuerst ein

eigentliches Beobachtungsnetz begründet. Alex v. Humboldt (Kosmos 1845—1858) entwarf in großen Zügen den Plan einer physikalischen Geographie; und Dove zeigte dann in mustergültiger Weise, wie die aus den Beobachtungen gewonnenen Zahlen zu gruppieren sind und zu allgemeinen Resultaten führen. Die Physik und Meteorologie der Meere verdankt vor allem dem Amerikaner Maury († 1873) ihre rasche Entwickelung. Im Jahre 1875 endlich ist auch die deutsche Admiralität dem System der Sturmwarnungen durch Vereinigung und regelmäßige Veröffentlichung telegraphischer Berichte über den Barometerstand, die Windrichtung und die Witterung aus einem ausgedehnten Beobachtungsgebiet auf Seewarten beigetreten.

§ 255. Wirbelstürme. Die heftigsten Luftbewegungen finden in den Wirbelstürmen der Tropengegenden statt, welche in den westindischen Gewässern unter dem Namen Hurrikans, in den ostindischen und chinesischen Meeren als Teifuns bekannt und gefürchtet sind. Eine Luftmasse von vielen Meilen Durchmesser wird dabei in heftig wirbelnde Bewegung versetzt. Die Rotationsrichtung ist auf der nördlichen Halbkugel entgegengesetzt der eines Uhrzeigers (SONWS) (§ 254), auf der südlichen Halbkugel die umgekehrte. Dabei schreitet das Centrum des Wirbelsturmes allmählich fort, auf der nördlichen Halbkugel, solange er sich in der Passatregion befindet, von SO. nach NW.; an der Grenze der Passatregion angelangt, wird die Richtung des Fortrückens allmählich nach N. und NO. abgelenkt, indem gleichzeitig der Durchmesser des Wirbelsturmes sich erweitert und seine Intensität abnimmt. Am furchtbarsten und häufigsten sind die Hurrikans in der Gegend der Antillen. Im Centrum des Wirbelsturmes herrscht völlige Windstille und infolge der durch die Rotation bewirkten Luftverdünnung ein sehr niedriger Barometerstand. Ein Ort, über den das Centrum des Wirbels fortschreitet, wird daher nacheinander von zwei in entgegengesetzter Richtung wehenden Stürmen getroffen, welche durch eine kurze Windstille getrennt sind.

Wirbelbewegungen in kleinerem Maßstabe, welche wie die Wirbelstürme in der Regel von elektrischen Erscheinungen begleitet werden, sind die Wind- und Wasserhosen oder Tromben. — Nach Reye (1872) sind die Wirbelstürme als durch Wärme erzeugte, vertikale Luftströme zu erklären: diese Luftströme veranlassen das Herzuströmen der Luft zum Fuße, die Abnahme des Luftdruckes und die rasche Bildung von Regen und Gewitterwolken. Um das windstille Centrum steigen so lange neue Luftströme auf, als genügende Mengen Wasserdampf mitgerissen werden, um bei ihrer Verdichtung durch die dabei frei werdende Wärme die Luft zu erwärmen und so emporzuheben.

§ 256. Wolken, Nebel. Durch Abkühlung einer Luftmasse bis unter den Sättigungspunkt des in ihr enthaltenen Wasserdampfes (§§ 213, 218) wird ein Teil des letzteren in tropfbar flüssigem Aggregatzustand in Form von Wolken oder Nebeln niedergeschlagen. Diese bestehen aus sehr feinen Wassertröpfchen oder Bläschen, welche vermöge ihrer Leichtigkeit längere Zeit in der Luft schweben können. Die Abkühlung und daraus entspringende Wolkenbildung erfolgt namentlich beim Aufsteigen der erwärmten, feuchten Luft in höhere Regionen, wie es besonders in der Regenregion der Kalmen stattfindet (§ 253), sodann bei Fortführung der Luft nach höheren Breitengraden im Äquatorialstrom (§§ 251, 254), oder endlich bei Vermischung wärmerer mit kälteren Luftmassen, z. B. beim Eindringen des Polarstromes in den Äquatorialstrom.

Am Abend beobachtet man die Bildung von Nebeln über Gewässern und

feuchten Wiesen, wenn die Temperatur der auf denselben ruhenden Luftschicht bis unter den Taupunkt zu sinken beginnt. In den Gebirgen heften sich die Wolken an die kalten Berggipfel, indem die Luftteilchen, sobald sie in die Nähe des Berges gelangen, bis unter den Taupunkt abgekühlt werden, und der Wasserdampf sich niederschlägt, in gröſserer Entfernung von demselben aber sich wieder auflöst. Deshalb scheint die Wolke, vom Thale aus gesehen, ruhig am Berge zu haften, obgleich in der That die Luftmasse in steter Bewegung ist und die Wolke von immer neuen Wasserteilchen gebildet wird, wie der durch einen ruhenden Stein in flieſsendem Wasser erregte Wirbel seinen Ort unveränderlich bewahrt. Ein ähnlicher Prozeſs fortwährender Neubildung und Wiederauflösung findet wahrscheinlich in den meisten Wolken statt. — Wolken und Nebel sind nicht wesentlich verschieden. Nebel sind auf dem Erdboden ruhende Wolken. Die auf dem Berge lagernde Wolke erscheint dem darin Befindlichen als Nebel. Die Verdichtung des Wasserdampfes geschieht in Form kleiner Tröpfchen oder Kugeln, welche nach Coulier (1875) und Aitken (1880) immer fester oder flüssiger Ansatzkerne bedürfen, und diese werden ihnen durch den in der Atmosphäre stets vorhandenen, wenn auch unsichtbaren, Staub geliefert. (Nebelglüh-Apparat von J. Kieſsling in Hamburg, 1884). Nach Meiſsner ist der Ozongehalt der Atmosphäre von wesentlichem Einfluſs auf die Wolkenbildung.

§ 257. Wolkenformen. Unter den mannigfaltigen Gestalten der Wolkenbildung unterscheidet man nach Howard folgende vier Hauptformen: die Federwolke (cirrus), die Haufenwolke (cumulus), die Schichtwolke (stratus) und die Regenwolke (nimbus).

Die feinsten und am höchsten schwebenden Wolken sind die Federwolken, wahrscheinlich nicht aus flüssigen Wasserteilchen, sondern aus Eiskrystallen gebildet. Sie zeigen häufig, namentlich wenn sie in die geschichtete Federwolke (cirro-stratus) übergehen, den Eintritt des Äquatorialstromes in den oberen Luftschichten an, weshalb man bei gleichzeitigem, allmählichem Sinken des Barometers auf Regenwetter schlieſsen kann. Die abgerundeten Haufenwolken, oft von halbkugeliger Gestalt mit horizontaler Basis, treten bei uns in der Regel im Sommer bei andauernd schönem Wetter auf. Eine Zwischenform bildet die gehäufte Federwolke (cirro-cumulus) — die sogenannten „Schäfchen". Schichtwolken sind die langen, horizontalen Wolkenstreifen, welche sich häufig in weiter Ausdehnung über dem Horizont lagern. Die Regenwolke, in der Regel aus der geschichteten Haufenwolke (cumulo-stratus), oder der geschichteten Federwolke (cirro-stratus) entstehend, überzieht entweder den ganzen Himmel, oder einen groſsen Teil desselben mit einem gleichförmig grauen, undurchsichtigen Schleier.

§ 258. Regen. Wird der Niederschlag des Wasserdampfes (§ 256) so reichlich, daſs die Wasserteilchen nicht mehr in der Luft schwebend erhalten werden können, sondern zu gröſseren Tröpfchen und Tropfen zusammenflieſsen, so fällt das Wasser als Regen herab. Anfangs lösen sich die Tropfen beim Herabfallen durch trockene Luftschichten zum Teil wieder auf, bis sich auch die unteren Schichten mit Feuchtigkeit gesättigt haben. Dann findet in der Regel das Umgekehrte statt, daſs nämlich die Tropfen sich im Herabfallen durch neuen Niederschlag noch vergröſsern, so daſs die am Fuſse eines Turmes auf eine gleich groſse Fläche fallende Regenmenge gröſser ist, als an der Spitze desselben. Die Dauer und Beschaffenheit des Regens ist verschieden, je nachdem derselbe durch den andauernden Äquatorialstrom (vergl. § 254), oder durch das Eindringen des Polarstromes in den Äquatorialstrom veranlaſst wird. Im ersteren Fall erfolgt der Niederschlag allmählich und längere Zeit gleichmäſsig andauernd, während er im letzteren Fall plötzlich in groſser Menge stattfindet, aber schnell vorübergeht. Diese schnelle Verdichtung des Wasserdampfes ist dann in der Regel mit lebhaften, elektrischen Erscheinungen verbunden (§ 287).

Darauf beruht der Unterschied der sogenannten Landregen und der Gewitterregen. Erstere dauern in mäfsiger Stärke mit kleinen Tropfen lange Zeit an, letztere fallen mit grofsen Tropfen in sehr reichlicher Menge, aber schnell vorübergehend.

Die an einem Orte in einem bestimmten Zeitabschnitt fallende Regenmenge wird durch den Regenmesser (Ombrometer) gemessen. Ein trichterförmiges, oben offenes Gefäfs, dessen Öffnung einen genau bestimmten Flächeninhalt hat, sammelt die auf diese Fläche fallende Regenmenge in einem Kasten, aus welchem sie in ein engeres Gefäfs gebracht und ihrem kubischen Inhalt nach gemessen werden kann. Man kann danach bestimmen, wie hoch die gefallene Regenmenge den Boden bedecken würde, wenn durch Abflufs, Verdunstung und Eindringen in den Boden nichts verloren ginge. In Berlin beträgt die mittlere, jährliche Regenmenge 59 cm, in Kalkutta 174 cm, in Buitenzorg (Java) 375 cm, in Cayenne 330 cm, in Cerra Punjee (ostindisches Monsungebiet) 1420 cm. Im allgemeinen findet an Gebirgen ein bedeutender Regenniederschlag statt und zwar (auf der nördlichen Hemisphäre der Erde) vorzugsweise am Südabhang der Gebirge, was sich aus der Abkühlung erklärt, welche der Äquatorialstrom daselbst erleidet.

§ 259. Schnee. Ist die Temperatur der Luft unter dem Gefrierpunkt, so findet der Niederschlag der Feuchtigkeit nicht in flüssiger Form, sondern in Gestalt feiner, nadelförmiger Eiskrystalle statt, welche sich, da sie dem hexagonalen Krystallsystem angehören, zu zierlichen, sechsstrahligen Sternen (Fig. 232) zusammengruppieren. Bei gröfserer Menge bilden dieselben unregelmäfsige Schneeflocken, deren weifse, undurchsichtige Beschaffenheit von der lockeren Anhäufung der sie bildenden Eiskrystalle und den zahlreichen, zwischen ihnen eingeschlossenen, lufthaltigen Zwischenräumen herrührt.

Fig. 232.



Die sechsstrahligen Schneefiguren, welche am schönsten bei strenger Kälte und sparsam fallendem Schnee beobachtet werden, fängt man am besten auf einer, zuvor unter Null Grad abgekühlten, schwarzen Schiefertafel, oder einem schwarzen Tuch auf. Sehr mannigfaltige Formen derselben sind von Scoresby auf seinen Reisen in den Polarregionen beobachtet und abgebildet worden.

§ 260. Schneegrenze, Firn, Gletscher. In den Polargegenden, sowie in den höheren Gebirgsregionen (vergl. § 249), ist die Sommerwärme nicht mehr hinreichend, um die während des Winters im festen Aggregatzustand niedergeschlagenen Schneemassen zu schmelzen. Dies tritt in um so geringerer Höhe über dem Meeresniveau ein, unter je höherem Breitengrade das Gebirge gelegen ist; in der Polarzone sinkt die Schneegrenze bis zum Meeresniveau herab. So beträgt die Höhe der Schneegrenze an den Cordilleren von Bolivia und am Himalaya 4800 bis 5800 m, an den Alpen 2700—2800 m, am Altai 2000 m; an den norwegischen Kjölen 1600 m, auf Island 1000 m.

Übrigens wird die Höhe der Schneegrenze auch durch die absolute Höhe und durch die Massenhaftigkeit der Erhebung des Gebirges, durch die angrenzenden Hoch- oder Tiefländer, sowie durch die Menge der Niederschläge beeinflufst. So ist die Schneegrenze an der nördlichen Kette des Karakorum höher als an der südlichen Parallelkette des Himalaya, und am Nordabhang des letzteren höher als am Südabhang, weil an letzterem die stärksten Niederschläge stattfinden und der Himalaya nördlich an das Hochland von Tibet, südlich aber an die Stufenländer Indiens grenzt.

Ein grofser Teil des im Winter auf dem Hochgebirge angesammelten Schnees stürzt bei beginnender Schneeschmelze im Frühling und Anfang

des Sommers in Form von **Lawinen** von den geneigten Abhängen des Gebirges herab. Der übrigbleibende Teil, auf den weniger steil geneigten Flächen, wird während des Sommers durch abwechselnde, oberflächliche Schmelzung unter den Strahlen der Sonne und Wiedergefrieren bei Nacht in körnigen **Firn** umgewandelt. Dieser Firn, welcher auf hohen Gebirgen Felder von meilenweiter Ausdehnung bildet, senkt sich durch seine Schwere allmählich in die tieferen Einsattelungen des Gebirges herab, indem er sich, infolge einer besonderen Eigenschaft des Eises, zu einer immer dichter und fester zusammenhängenden Eismasse vereinigt. Dadurch entstehen die **Gletscher**, welche gleichsam als die in den Thalschluchten des Hochgebirges herabsteigenden Abflüsse des Firnmeeres betrachtet werden können, und deren untere Enden sich meist weit unter die Schneegrenze hinab erstrecken (der Grindelwaldgletscher z. B. bis zu 1000 m Meereshöhe).

Die Eismasse des Gletschers ist in fortwährendem, langsamem Vorrücken begriffen, dessen Geschwindigkeit je nach der Gestalt und Neigung des Thalbettes, in welchem der Gletscher sich herabsenkt, verschieden ist. Tyndall fand diese Geschwindigkeit an verschiedenen Punkten des Mer de glace bei Chamouny gleich 24—54 cm in 24 Stunden. Die Eismasse des Gletschers ist von zahlreichen, bald mehr, bald minder breiten und tiefen Spalten zerklüftet, in welche das durch oberflächliche Schmelzung entstandene Wasser einsickert und sich zu einem unter dem Gletscher hin fließenden Bach sammelt, welcher am unteren Ende desselben aus einem mehr oder minder hoch gewölbten Gletscherthor hervorströmt. Das untere oder Stirnende des Gletschers würde durch das Herabsinken der Eismasse mit jedem Jahre tiefer nach dem Thale hin vorrücken, wenn nicht am unteren Ende ebensoviel abschmölze, wie von obenher nachrückt. In heißen, trockenen Jahren zieht sich der Gletscher zurück, indem die Schmelzung überwiegt, während er in einer Reihe kalter Jahre mit reichlichen Niederschlägen vorrückt und die vor seinem Ende angesammelten Schutt- und Geröllmassen, welche seine sogenannte **Stirnmoräne** bilden, mit unwiderstehlicher Gewalt vor sich herschiebt. Die Oberfläche des Gletschers ist in der Regel mit mehr oder minder zahlreichen Steinen und Felsstücken bedeckt, welche durch den Druck und die Reibung des Eises von den Thalwänden abgelöst, oder von oben auf den Gletscher herabgefallen sind. Bei seinem Herabrücken führt der Gletscher diese Gesteinmassen mit sich ins Thal herab, und dieselben häufen sich am unteren Ende als **Stirnmoräne** an, während die Ränder des Gletschers seiner ganzen Länge nach von zwei aus ähnlichem Geröll gebildeten **Seitenmoränen** eingefaßt sind. Wenn sich die Thalbetten zweier Gletscher vereinigen, so fließen beide, wie zwei Ströme, in einen zusammen, und durch Vereinigung der beiden inneren Seitenmoränen entsteht eine **Mittelmoräne**, welche auf dem Rücken des Gletschers herabläuft. In einer früheren Epoche der Erdbildung war die Ausdehnung der Gletscher, wie durch geologische Forschungen nachgewiesen wird, eine viel größere als gegenwärtig.

§ 261. **Graupeln, Hagel, Glatteis.** **Graupeln** sind kugelrunde, etwa erbsengroße, leicht zerdrückbare, trübe Schneekörnchen, welche namentlich im Frühjahr und Herbst bei schnell wechselnder Temperatur häufig niederfallen. Man kann dieselben als Schneeflocken betrachten, die durch teilweise Schmelzung und Wiedergefrieren während des Herabfallens verdichtet sind. — Die **Hagelkörner** bestehen aus einem trüben, einem Graupelkorn ähnlichen Schneekern, welcher von einer mehr oder minder dicken Hülle in koncentrischen Schalen geschichteten Eises umgeben ist. Die schnelle Bildung so großer Eismassen, welche wegen ihres bedeutenden Gewichtes nicht wohl längere Zeit in der Luft geschwebt haben können, erklärt sich nach **Dufour** durch die Annahme, daß sich die Wassertröpfchen der hagelbildenden Wolke, unter Null Grad abgekühlt, im Zustande der Überschmelzung (§ 208) befinden. Durch Berührung

mit einer Schneeflocke wird die plötzliche Erstarrung der überschmolzenen Wasserteilchen veranlafst, und dieselben überziehen in kurzer Zeit das durch die Wolke herabfallende Korn mit einer schalenförmig geschichteten Eishülle von beträchtlicher Dicke, welche durch eingeschlossene Luft weifs und undurchsichtig erscheint. Die Hagelwetter treten in der Regel in Begleitung von Gewittern (§ 288) auf und sind auf einen schmalen Landstrich beschränkt, der aber oft bedeutende Längenausdehnung hat. — Eine der Hagelbildung analoge Erscheinung ist das sogenannte Glatteis. Fallen im Winter unter den Gefrierpunkt abgekühlte und im Zustand der Überschmelzung befindliche Regentröpfchen auf den festen Erdboden, so erstarren sie plötzlich und überziehen den Erdboden mit einer glatten Eisrinde. Dafs hier die Abkühlung unter den Gefrierpunkt nicht erst am kalten Erdboden erfolgt, geht daraus hervor, dafs die Bildung der Eisschicht auch auf ausgespannten Tüchern, Regenschirmen und anderen schlechten Wärmeleitern stattfindet.

§ 262. Tau und Reif. Durch die nächtliche Wärmeausstrahlung nach dem Weltraum wird bei heiterem Himmel die Erdoberfläche, wo sie von schlechten Wärmeleitern gebildet wird, bis unter den Taupunkt (§ 218) abgekühlt. Der in den mit der Erdoberfläche in Berührung befindlichen Luftschichten enthaltene Wasserdampf schlägt sich infolgedessen als Tau, oder wenn die Temperatur des Bodens unter dem Gefrierpunkt ist, als Reif nieder. Die Tau- oder Reifbildung erfolgt deshalb um so reichlicher, je gröfser das Wärmestrahlungsvermögen und je geringer das Wärmeleitungsvermögen der Erdoberfläche ist, am reichlichsten daher auf dunklen, rauhen Körpern, auf Pflanzenteilen, welche eine sehr grofse, strahlende Oberfläche darbieten und dabei sehr schlechte Wärmeleiter sind. An den Zweigen der Bäume bildet sich im Winter der Eisniederschlag als sogenannter Rauhfrost häufig in solcher Menge, dafs starke Äste und Stämme durch das Gewicht desselben zusammenbrechen.

Die Taubildung wird verhindert durch alle Einflüsse, welche die freie Wärmestrahlung nach dem Weltraum beschränken, also durch Bewölkung des Himmels, durch Rauch, sowie durch jede Bedeckung des Bodens.

Siebenter Abschnitt.

Elektricität und Magnetismus.

1. Reibungselektricität.

§ 263. Erregung der Elektricität durch Reibung; Leiter und Nichtleiter der Elektricität. Viele Körper, wie Harze, Schwefel, Glas, Seide, erlangen durch Reiben die Eigenschaft, leichte Körperchen anzuziehen und nach erfolgter Berührung wieder abzustofsen. Diese Eigenschaft nannte man Elektricität, weil man schon im Altertum am Bernstein (ἤλεκτρον) bemerkt hatte, dafs er gerieben leichte Körper, wie Aschenteilchen, Strohhalme u. dergl. anzieht, und teilte die Körper, je nachdem sie durch Reiben elektrisch wurden oder nicht, in idioelektrische und anelektrische. Nachdem jedoch Gray (1729) gezeigt hatte, dafs die sogenannten anelektrischen Körper nicht nur elektrisiert werden können,

sondern auch den elektrischen Zustand auf gröſsere Entfernungen fortzupflanzen imstande sind, unterschied man richtiger **Leiter** und **Nichtleiter** der Elektricität. Die **Nichtleiter** werden durch Reiben elektrisch und behalten ihre Elektricität, indem dieselbe an der Stelle haftet, wo sie durch die Reibung erregt worden ist. Die **Leiter** können zwar ebenfalls elektrisch gemacht werden, bewahren den elektrischen Zustand aber nur dann, wenn sie von Nichtleitern umgeben und durch dieselben vom Erdboden **isoliert** sind. Die Nichtleiter werden deshalb auch **Isolatoren** genannt.

Zu den **Nichtleitern** gehören Harz (Schellack, Siegellack), Schwefel, Kautschuk, Guttapercha, Glas, Edelsteine, Seide, Kollodium, **ganz trockenes** Holz oder Papier u. s. w. **Leiter** der Elektricität sind vorzugsweise die Metalle, ferner Graphit, Holzkohle, Wasser und viele Flüssigkeiten. Unvollkommene Leiter oder sogenannte **Halbleiter** sind: Luft, trockenes Holz, Papier, Baumwolle, Stroh, Leder, überhaupt die meisten organischen Gewebe und viele Gesteine (vergl. auch § 265).

Trockene Luft ist ein Nichtleiter, feuchte Luft ein unvollkommener Leiter. Gase in sehr verdünntem oder erhitztem Zustand (Flamme) sind Leiter der Elektricität (vergl. § 334). Der luftleere Raum ist nichtleitend für die Elektricität.

Zur Ausführung des elektrischen Fundamentalversuches bedient man sich am besten einer mit Wollenzeug geriebenen Siegellack- oder Hartgummistange, oder eines Glasstabes, der mit Kautschuk oder einem durch Zinn-Zink-Amalgam bestrichenen Lederlappen gerieben ist und trockener Holundermarkkügelchen. Man bemerkt schon beim Reiben häufig ein leichtes Knistern und Funkensprühen, und dieses wiederholt sich bei dem lebhaften Auf- und Abtanzen der Kügelchen.

Die ersten wissenschaftlichen Forschungen über die **elektrische Anziehung** von Glas, Harz u. s. f. sind von **William Gilbert** (1600) gemacht worden; später (1672) veröffentlichte **Otto v. Guericke** eine Reihe von Versuchen, aus denen die **elektrische Abstoſsung** hervorging; auch hat der letztere zuerst das Knistern einer elektrischen Kugel beobachtet, sowie das Aufleuchten derselben, wenn sie im Finstern gerieben wird.

§ 264. **Elektrisches Pendel, positive und negative Elektricität.** Um den elektrischen Zustand eines Körpers zu prüfen, bedient man sich am einfachsten des **elektrischen Pendels** (Fig. 233), d. h. eines an einem Seidenfaden aufgehängten, leichten Kügelchens aus Binsen- oder Holundermark. Dasselbe wird von einer mit Wollenzeug geriebenen Glas- oder Siegellackstange **angezogen** und nach erfolgter Berührung wieder **abgestoſsen**. Zwei neben einander aufgehängte Kügelchen, welche mit **derselben** geriebenen Glasstange berührt worden sind, **stoſsen einander** ab. Es folgt daraus, daſs der elektrische Zustand des Glases **durch die Berührung** den Kügelchen **mitgeteilt** worden ist, und daſs zwei gleichartig elektrische Körper einander abstoſsen. Mittelst des elektrischen Pendels überzeugt man sich, daſs die Elektricität der geriebenen **Glasstange** von der der geriebenen **Siegellackstange verschieden** ist. Ein mit der geriebenen Glasstange berührtes Kügelchen wird, wie oben gezeigt, von dieser abgestoſsen; von der geriebenen Siegellackstange aber wird es angezogen. Nach Berührung mit der Siegellackstange wird es umgekehrt von dieser abgestoſsen und von der Glasstange angezogen. Die Elektricitäten des geriebenen Glases und Siegellacks zeigen also ein verschiedenes und gewissermaſsen entgegengesetztes Verhalten. Man unterscheidet dieselben

Fig. 233.



daher durch die Benennung Glas- und Harzelektricität, oder positive und negative Elektricität (Lichtenberg). Die angegebenen Erscheinungen können demnach in den Satz zusammengefaſst werden, daſs zwischen gleichnamig elektrischen Körpern Abstoſsung, zwischen ungleichnamig elektrischen Körpern Anziehung stattfindet.

Zur Erklärung der elektrischen Erscheinungen nimmt man das Vorhandensein zweier elektrischen Fluida an, welche, wenn sie in einem Körper in gleicher Menge vorhanden sind, sich in ihren Wirkungen gegenseitig aufheben oder einander neutralisieren. Ein solcher Körper ist dann neutral elektrisch oder erscheint unelektrisch. Der Körper erscheint positiv oder negativ elektrisch, je nachdem eines oder das andere Fluidum im Überschuſs vorhanden ist. Die Teilchen jedes der beiden Fluida stoſsen einander ab; dagegen findet zwischen den Teilchen des positiven und denen des negativen Fluidums Anziehung statt, indem sich dieselben zu vereinigen und zu neutralisieren streben. In der That verlieren zwei gleich stark entgegengesetzt elektrische Körper durch Berührung ihren elektrischen Zustand, indem sich ihre Elektricitäten zu neutraler Elektricität vereinigen. Beim Reiben wird umgekehrt die neutrale Elektricität in positive und negative zerlegt; die beiden mit einander geriebenen Körper zeigen daher, wie unten (§ 265) näher erläutert wird, stets entgegengesetzte Elektricitäten.

Die sogenannte dualistische Hypothese, welche zwei entgegengesetzte, elektrische Fluida annimmt, ist zuerst von Symmer (1759) aufgestellt worden, während Franklin und Äpinus (1750—55) die elektrischen Erscheinungen durch die Annahme eines Fluidums erklären wollten, welches in unelektrischen Körpern in einer gewissen normalen Menge vorhanden sei, während ein Überschuſs oder Mangel desselben den positiv oder negativ elektrischen Zustand bedingen sollte. Das Wahrscheinlichste ist, daſs es einst gelingen wird, die Annahme elektrischer Fluida ganz zu entbehren und die elektrischen und magnetischen Erscheinungen, wie die der Wärme, auf gewisse Bewegungszustände der Körperteilchen zurückzuführen (vergl. §§ 196, 238, 241). Vorläufig aber ist es zweckmäſsig, bei der dualistischen Hypothese stehen zu bleiben, weil diese die bekannten Erscheinungen auf die einfachste und ungezwungenste Weise erklärt.

§ 265. Spannungsreihe für Reibungselektricität. Zwei mit einander geriebene Körper zeigen stets entgegengesetzte Elektricitäten. Welche von beiden Elektricitäten ein Körper durch Reiben erhält, hängt daher nicht nur von der Beschaffenheit des geriebenen, sondern auch von der des reibenden Körpers ab. So wird z. B. Schwefel mit Wolle gerieben negativ, mit Kollodium gerieben dagegen positiv elektrisch. Auch die Beschaffenheit der Oberfläche, Politur u. s. w. ist von groſsem Einfluſs. Man hat versucht, die Körper in eine Reihe zu ordnen, in welcher jeder folgende mit einem vorhergehenden gerieben negativ, jeder vorangehende dagegen mit einem der folgenden gerieben positiv elektrisch wird. Nach den Versuchen von Faraday und Rieſs*) ist diese Spannungsreihe für Reibungselektricität folgende (vergl. § 306):

+	Bergkrystall	Die menschliche Hand	Schwefel
Katzenfell	Flintglas	Holz	Guttapercha
Flanell	Baumwolle	Metalle	Elektrisches Papier
Elfenbein	Leinwand	Kautschuk	Kollodium (Schieſsbaumwolle). —
Federkiele	Weiſse Seide	Siegellack	

§ 266. Elektroskop. Zur Wahrnehmung geringer Elektricitätsmengen dient das Elektroskop (Fig. 234). Ein Messingdraht, welcher an seinem oberen Ende bei *a* mit einem kugelförmigen Knopf versehen ist, trägt an seinem unteren Ende bei *b* zwei neben einander aufgehängte, leicht bewegliche Körper. Cavallo wendete feine, beweglich aufgehängte Silberdrähte, Volta (1788) Strohhalme, Bennet schmale Streifen von Blattgold an. Zum Schutz gegen Beschädigung und gegen Luftströmungen,

*) Rieſs, Reibungselektricität, Berlin 1853.

sowie zur Vermeidung einer schnellen Zerstreuung der Elektricität, ist das untere Ende des Messingdrahtes, nebst den daran befestigten Goldblättchen, in einem Glasgefäfs eingeschlossen, durch dessen Deckel oder Hals der Draht, durch Schellack isoliert, hindurchgeführt ist. Wird dem Knopf des Elektroskops ein elektrischer Körper genähert, so weichen die Goldblättchen aus einander, indem sie gleichnamig elektrisch werden und einander infolgedessen abstofsen.

Fig. 234.

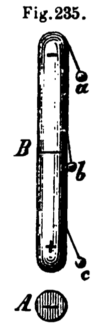


Apparate, welche auf einem ähnlichen Prinzip beruhen, aber vermöge ihrer Einrichtung eine Messung der elektrischen Abstofsung und dadurch eine messende Vergleichung der mitgeteilten Elektricitätsmengen gestatten, werden Elektrometer genannt (vergl. auch §§ 271 und 312). Das Quadranten-Elektrometer von Henley (1772).

§ 267. Elektrische Verteilung oder Influenz. Nähert man dem Knopf eines Elektroskops eine geriebene Glas- oder Siegellackstange, so divergieren die Goldblättchen bereits, wenn sich der elektrische Körper noch in beträchtlicher Entfernung von demselben befindet. Entfernt man hierauf den elektrischen Körper, so fallen die Goldblättchen wieder zusammen. Es hat also schon aus der Entfernung eine Einwirkung des elektrischen Körpers auf das Elektroskop stattgefunden, ohne dafs demselben Elektricität durch Berührung mitgeteilt worden ist. Diese Einwirkung aus der Entfernung wird mit dem Namen der elektrischen Verteilung oder Influenz bezeichnet. Dieselbe erklärt sich nach der Hypothese der elektrischen Fluida (§ 264) auf folgende Weise. Der isolierte Leiter des Elektroskops *abc* (Fig. 234) ist vor dem Versuch neutral elektrisch, d. h. er enthält beide elektrischen Fluida in gleicher Menge, zu neutraler Elektricität vereinigt. Nähert man demselben einen positiv elektrischen Körper, z. B. eine geriebene Glasstange, so wirkt die positive Elektricität anziehend auf die negative und abstofsend auf die positive Elektricität des isolierten Leiters. Da auf dem Leiter beide Elektricitäten frei beweglich sind, so wird durch diese Anziehung und Abstofsung die neutrale Elektricität desselben in positive und negative geschieden, indem sich die angezogene $-E$ bei a, die abgestofsene $+E$ auf den Goldblättchen bei c ansammelt und diese, da sie gleichnamig elektrisch werden, zur Divergenz bringt. Wird jetzt der verteilende Körper, welcher die Trennung beider Elektricitäten bewirkte, wieder entfernt, so vereinigen sich dieselben durch gegenseitige Anziehung zu neutraler Elektricität, und die Goldblättchen fallen zusammen. — Berührt man vor der Entfernung des verteilenden, positiv elektrischen Körpers den Knopf des Elektroskopes mit dem Finger, so sieht man die Goldblättchen zusammenfallen, indem die abgestofsene $+E$ zum Boden abgeleitet wird. Dagegen bleibt die $-E$ auf dem Knopf des Elektroskops zurück, weil sie durch die Anziehung der ungleichnamigen $+E$ des influierenden Körpers festgehalten oder gebunden wird. Hebt man jetzt die ableitende Berührung mit dem Finger auf und entfernt dann den influierenden, positiv elektrischen Körper, so wird die vorher im Knopf gebundene $-E$ wieder frei beweglich und bringt, indem sie sich über den ganzen isolierten Leiter, also auch über die Goldblättchen verbreitet, diese zur Divergenz. Dafs dieselben jetzt in der That $-E$ enthalten, kann man dadurch nachweisen, dafs die Divergenz bei Annäherung einer geriebenen Siegel-

lackstange verstärkt, bei Annäherung einer geriebenen Glasstange dagegen vermindert wird. — Umgekehrt kann durch die Influenz eines genäherten, negativ elektrischen Körpers das Elektroskop mit $+E$ geladen werden.

Fig. 235.

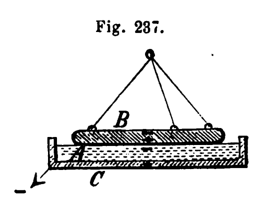


Nähert man einem isolierten Leiter B (Fig. 235), welcher bei a, b und c mit elektrischen Pendeln versehen ist, einen negativ elektrischen Körper A, so divergieren die Pendel a und c, das erstere mit $-E$, das letztere mit $+E$, während das Pendel b in Ruhe bleibt. Ist der Versuch so eingerichtet, daſs während der Einwirkung des influierenden Körpers der Leiter bei b getrennt werden kann, so werden dadurch die geschiedenen Elektricitäten an der Wiedervereinigung gehindert, und nach Entfernung des influierenden Körpers A bleibt die obere Hälfte mit $-E$, die untere mit $+E$ geladen. Wird einer Reihe isolierter Leiter ab, cd, ef (Fig. 236), die durch Zwischenräume getrennt sind, ein positiv elektrischer Körper A genähert, so wirkt derselbe zunächst influierend auf den nächsten Leiter, welcher bei a negativ, bei b positiv elektrisch wird. Die $+E$ bei b wirkt ihrerseits verteilend auf die neutrale Elektricität des zweiten Leiters u. s. w., so daſs sich die Influenz durch die ganze Reihe von Leitern auf gleiche Weise, wiewohl mit abnehmender Stärke, fortpflanzt, was durch angehängte, elektrische Pendel nachgewiesen werden kann.

Fig. 236.

§ 268. **Elektrophor.** Ein Beispiel der Anwendung der Gesetze der elektrischen Influenz bildet das zur Erzeugung gröſserer Elektricitätsmengen dienende Elektrophor (Volta, 1775). Dasselbe besteht aus einer einfachen Scheibe A (Fig. 237) von nichtleitender Masse, am besten aus einem Harzgemisch oder vulkanisierter Kautschukmasse (sogenanntem Hartkautschuk oder Kammmasse), welche in einer leitenden Form C enthalten ist, oder auf einer leitenden, metallischen Unterlage ruht und aus dem kreisförmigen, leitenden Deckel oder Schild B, welcher mit einer isolierenden Handhabe von Glas oder Seidenschnüren versehen ist. Vor dem Gebrauch teilt man der Oberfläche der Harz- oder Kautschukscheibe durch Schlagen mit einem Fuchsschwanz, oder Reiben mit Katzenfell negative Elektricität mit. Setzt man dann den Deckel auf, so wird die neutrale Elektricität desselben durch Influenz (§ 267) in $+E$ und $-E$ geschieden. Berührt man den Deckel, während er auf der Scheibe steht, ableitend mit dem Finger, so wird die abgestoſsene (freie) $-E$ nach dem Erdboden abgeleitet, und die gebundene $+E$ bleibt allein auf der unteren Fläche des Deckels zurück. Hebt man diesen jetzt mittelst der isolierenden Handhabe auf, so wird die gebundene $+E$ frei und kann in Form eines mit Geräusch begleiteten, elektrischen Funkens (vergl. § 274) von dem Deckel entfernt werden. Diesen Vorgang kann man beliebig oft wiederholen und so unbegrenzte Mengen von Influenzelektricität erzeugen. Hebt man den auf das Elektrophor gesetzten Deckel wieder ab, ohne ihn vorher ableitend berührt zu haben, so erhält man keine Elektricität, da sich die $+E$ und $-E$ bei der Entfernung vom verteilenden Harzkuchen wieder zu neutraler Elektricität vereinigen.

Fig. 237.

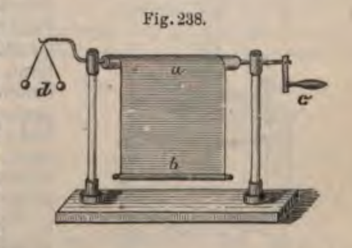


Die Eigenschaft des Elektrophors (Elektricitätsträgers), den ihm einmal durch Reiben erteilten, elektrischen Zustand längere Zeit hindurch zu bewahren, beruht wesentlich auf dem Einfluſs der leitenden Form oder Unterlage, welcher am besten an einem Kautschukelektrophor nachgewiesen werden kann, dessen Scheibe sich von der Unterlage abheben läſst. Die auf ihrer oberen Fläche geriebene Scheibe zeigt sich nämlich beim Abheben auf der unteren Fläche positiv elektrisch, und wenn man dieselbe umkehrt, so kann man von der ursprünglich unteren Fläche durch Aufsetzen des Deckels negative Influenzelektricität erhalten, wie von der oberen Fläche positive. Die $+E$ der unteren Fläche der Scheibe erklärt sich dadurch, daſs die auf der oberen Fläche erregte $-E$ auf die neutrale Elektricität der Form verteilend wirkt. Die $-E$ wird abgestoſsen und nach dem Erdboden abgeleitet, die $+E$ begiebt sich nach der unteren Fläche der Scheibe. In der That macht sich beim Abheben der Scheibe von der Unterlage der Übergang der $+E$ von der Form zur Scheibe durch kleine, knisternde Fünkchen wahrnehmbar. Ist so die Scheibe auf beiden Flächen mit entgegengesetzten Elektricitäten geladen, so hindern dieselben durch ihre gegenseitige Anziehung die Zerstreuung an die Luft, und das Elektrophor bewahrt lange Zeit hindurch seinen elektrischen Zustand. — Schichtet man mehrere nichtleitende Platten über einander, von denen die unterste auf einer leitenden Unterlage ruht, und elektrisiert man die oberste Platte durch Reibung, so findet man beim Auseinandernehmen jede einzelne Platte auf ihren beiden Flächen mit entgegengesetzten Elektricitäten geladen.

§ 269. **Verbreitung der Elektricität auf der Oberfläche der Leiter.** Eine Folge der Abstoſsung, welche die gleichnamigen Elektricitätsteilchen auf einander ausüben, ist die, daſs die einem isolierten Leiter mitgeteilte Elektricität sich immer nur auf der Oberfläche des Leiters ansammelt, während im Innern des Leiters niemals freie Elektricität vorhanden ist. Es ist daher gleichgültig, ob die zur Ansammlung von Elektricität bestimmten Leiter massiv oder hohl sind.

Zwischen einer hohlen und einer massiven Metallkugel von gleichem Durchmesser teilt sich die Elektricität bei der Berührung in gleichem Verhältnis. Elektrisiert man eine isolierte, massive Metallkugel, welche von einer aus zwei halbkugelförmigen Metallschalen gebildeten Hülle umgeben ist, und entfernt darauf diese Metallschalen mittelst daran befestigter, isolierender Handgriffe, so bleibt der Kern unelektrisch zurück, indem sich alle Elektricität auf den Schalen angesammelt hat. Elektrisiert man ein Stück Metallpapier *ab* (Fig. 238), welches mittelst der Kurbel *c* auf eine kleine Walze aufgewunden werden kann und mit den elektrischen Pendeln *d* in leitender Verbindung steht, so nimmt die Divergenz der Pendel beim Aufwinden dieses elektrischen Rouleaus zu, beim Herablassen ab, obgleich die Masse des Leiters in beiden Fällen dieselbe geblieben ist. Die gleiche Elektricitätsmenge breitet sich im ersten Fall auf einer kleineren, im letzten auf einer gröſseren Oberfläche aus, ihre Dichtigkeit ist daher im ersten Fall gröſser.

Fig. 238.



§ 270. Auf der Oberfläche einer isolierten und völlig frei stehenden, leitenden Kugel verteilt sich die Elektricität mit gleichförmiger Dichtigkeit, d. h. so, daſs auf jeder Flächeneinheit die gleiche Elektricitätsmenge vorhanden ist. Auf Leitern von länglicher Gestalt sammelt sich die Elektricität infolge der gegenseitigen Abstoſsung ihrer Teile vorzugsweise an den Enden an, oder die Dichtigkeit der elektrischen Verteilung nimmt von der Mitte nach den Enden hin zu. Im allgemeinen ist die Dichtigkeit der Elektricität am gröſsten an hervorragenden Teilen des Leiters,

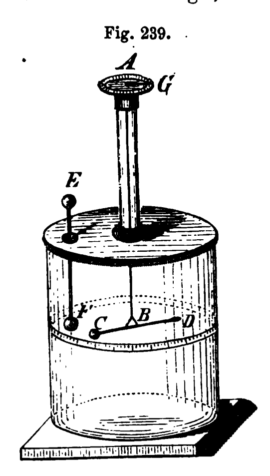
also namentlich an scharfen Kanten, Ecken oder Spitzen. An diesen Stellen findet daher auch am leichtesten eine Ausströmung und Zerstreuung der Elektricität an die umgebende Luft statt (vergl. § 275), und dieselben müssen bei Leitern, welche zur Ansammlung von Elektricität bestimmt sind, gänzlich vermieden werden.

§ 271. Gesetz der elektrischen Anziehung und Abstofsung; Coulombsche Drehwage. Coulomb hat gezeigt, dafs, entsprechend dem Newtonschen Gesetz der allgemeinen Massenanziehung (§ 58), die Anziehung zwischen den ungleichnamigen, oder die Abstofsung zwischen den gleichnamigen Elektricitäten den auf einander wirkenden Elektricitätsmengen direkt, dem Quadrat ihrer Entfernungen umgekehrt proportional ist.

Wählt man als Einheit der Elektricitätsmenge diejenige Menge, welche auf eine ihr gleiche in der Entfernung von einem Meter die Abstofsung 1 ausübt, so wird die Abstofsung zwischen den Elektricitätsmengen m und m' in der Entfernung von einem Meter (in Gewichtseinheiten ausgedrückt) durch das Produkt $m \cdot m'$ dargestellt, d. h. so grofs wäre die Spannung, welche ein die beiden elektrischen Körper verbindender, isolierender Faden aushalten müfste, um ihre Entfernung zu verhindern (vergl. § 38). In der Entfernung von r Meter ist also die Abstofsung $\frac{m \cdot m'}{r^2}$. Bringt man die positiven und negativen Elektricitätsmengen mit entgegengesetzten Vorzeichen in Rechnung, so ist das Produkt $m \cdot m'$ positiv oder negativ, je nachdem die Elektricitäten gleichnamig oder ungleichnamig sind. Durch das Vorzeichen des Produktes wird also angedeutet, dafs im ersten Fall eine Abstofsung, im letzten eine Anziehung stattfindet.

Zur Nachweisung des ausgesprochenen Gesetzes, sowie zur Messung von Elektricitätsmengen, bediente sich Coulomb der von ihm 1784 erfundenen elektrischen Drehwage, deren Einrichtung im wesentlichen folgende ist: An einem hartgezogenen Silberdraht AB (Fig. 239) ist der horizontale Hebel CD aus gefirnifstem Glas oder Schellack aufgehängt, welcher bei C einen kugelförmigen Metallknopf trägt, der durch ein passendes Gegengewicht bei D äquilibriert ist. Der Hebel ist zum Schutz gegen Luftströmungen von einem weiten, cylindrischen Glasgefäfs umgeben, an dessen Umfang eine Gradteilung angebracht ist, an welcher man ablesen kann, um wieviel Grade der Hebel aus seiner ursprünglichen, mit Null bezeichneten Gleichgewichtslage gedreht worden ist. Der Kugel C steht eine zweite, feste Kugel F, die Standkugel der Drehwage gegenüber, welcher mittelst des durch den Deckel des Gefäfses geführten Drahtes EF eine elektrische Ladung mitgeteilt werden kann. Bei der anfänglichen Gleichgewichtslage des Hebels müssen sich beide Kugeln gerade berühren. Die der Standkugel F mitgeteilte Ladung teilt sich zwischen beiden Kugeln und bewirkt eine Abstofsung beider, infolgederen der bewegliche Hebel um eine gewisse Anzahl von Graden aus seiner Ruhelage abgelenkt wird. Derselbe dreht sich nämlich so weit, dafs der elektrischen Abstofsung durch die Torsionselasticität des Drahtes das Gleichgewicht gehalten wird, welche den Hebel in seine ursprüngliche Lage zurückzuführen strebt. Um den Hebel um 1° aus seiner Gleichgewichtslage zu drehen, also dem Draht eine Torsion von 1° zu erteilen, ist ein gewisses Drehungsmoment (§ 46) erforderlich, welches mit Θ bezeichnet und der Torsionskoefficient des Drahtes genannt werden soll. Da die elastische Kraft dem Torsionswinkel proportional wächst (§ 8), so wird zu einer Drehung des Hebels um 2° das Drehungsmoment $2\,\Theta$, zu einer Drehung um x^0 das Drehungsmoment $x\,\Theta$ erforderlich sein. Es kann also aus der Gröfse des Drehungswinkels auf die Gröfse der

Fig. 239.



elektrischen Abstofsung geschlossen werden, welche diesen Drehungswinkel hervorbringt. Um die Torsion des Drahtes beliebig abändern zu können, ist derselbe bei A so aufgehängt, dafs sein oberes Ende ebenfalls um die Axe des Instruments gedreht, und der Drehungswinkel an einem Torsionszeiger AG abgelesen werden kann, der sich auf einer Kreisteilung bewegt. Die so vorgerichtete Drehwage kann nun zu einem doppelten Zweck dienen, nämlich:

1. Zur Nachweisung des Coulombschen Gesetzes über die Abnahme der elektrischen Kraft im quadratischen Verhältnis der Entfernung. Angenommen, eine gewisse, dem Instrument mitgeteilte Elektricitätsmenge habe eine Ablenkung des Hebels um 20° bewirkt. Die elektrische Abstofsung in einer diesem Drehungswinkel entsprechenden Entfernung ist also hinreichend, um einer Torsion des Drahtes von 20° das Gleichgewicht zu halten. Dreht man jetzt den Torsionszeiger AG in einer der Ablenkung des Hebels entgegengesetzten Richtung, so wird dadurch die Torsion des Drahtes vergröfsert, und die elektrischen Kugeln werden einander genähert. Angenommen, es sei eine Drehung des Torsionszeigers um 70° erforderlich, um den Hebel bis auf 10° zurückzuführen, so ist das obere Ende des Drahtes aus der ursprünglichen Ruhelage um 70° nach rechts, das untere Ende mit dem Hebel um 10° nach links gedreht, die Torsion des Drahtes beträgt also 80°. Dieselbe hält der elektrischen Abstofsung in der Entfernung der Kugeln von 10° das Gleichgewicht, während bei der doppelten Entfernung von 20° eine viermal geringere Torsion erforderlich war. Dagegen würde in 3mal geringerer Entfernung eine 9mal gröfsere, in 4mal geringerer Entfernung eine 16mal gröfsere Torsion erforderlich sein u. s. w. Bei wirklicher Ausführung messender Versuche mufs beachtet werden, dafs erstens die Entfernung der Kugeln nicht durch den Bogen, sondern durch die dem Bogen entsprechende Sehne gemessen wird, und dafs zweitens die Richtung der abstofsenden Kraft nicht senkrecht zum Hebelarm wirkt (vergl. § 46).

2. Zur Messung von Elektricitätsmengen. Werden der Drehwage nach einander verschiedene Elektricitätsmengen mitgeteilt, so werden dieselben verschiedene Ablenkungen des Hebels bewirken. Durch Drehung des Torsionszeigers AG kann aber der Hebel jedesmal auf dieselbe Entfernung von der Standkugel zurückgeführt werden. Aus den dazu erforderlichen Torsionswinkeln des Drahtes schliefst man auf das Verhältnis der Elektricitätsmengen. Die zu vergleichenden Elektricitätsmengen seien m und m'. Angenommen, es sei im ersten Fall eine Drehung des Torsionszeigers um 30°, im zweiten Fall um 80° erforderlich gewesen, um den Hebel bis zur Entfernung von 10° zurückzuführen, so beträgt die Torsion des Drahtes im ersten Fall 30°+10°, im zweiten Fall 80°+10°, die Abstofsungskräfte stehen also bei gleicher Entfernung im Verhältnis von 4 : 9. Sind die Standkugel und die bewegliche Kugel gleich grofs, so hat im ersten Fall jede Kugel die Elektricitätsmenge $\frac{1}{2}m$, im letzten Fall jede $\frac{1}{2}m'$ erhalten; die Entfernung r ist in beiden Fällen dieselbe, mithin ist:

$$\frac{1}{2}m \cdot \frac{1}{2}m : \frac{1}{2}m' \cdot \frac{1}{2}m' = 4:9$$

und demnach:

$$m : m' = 2 : 3.$$

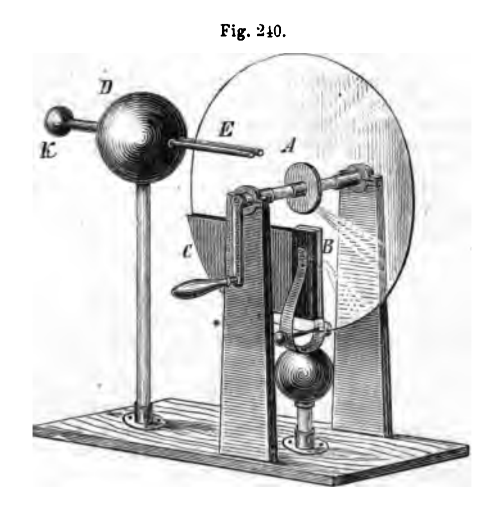
Im allgemeinen stehen die Elektricitätsmengen im Verhältnis der Quadratwurzeln aus den beobachteten Torsionswinkeln.

Ein empfindlicherer und für den Gebrauch bequemerer, aber weniger einfacher Apparat zur Messung statischer Elektricitätsmengen ist das Sinuselektrometer, auf dessen Einrichtung jedoch hier nicht eingegangen werden kann.

§ 272. Die Elektrisiermaschine besteht aus dem geriebenen Körper, dem reibenden Körper oder Reibzeug und dem zur Ansammlung der erzeugten Elektricität dienenden, isolierten Leiter oder Konduktor. Als geriebener Körper kann Glas, Harz, Schwefel, Kautschukmasse oder ein anderer Nichtleiter dienen. Man giebt demselben in der Regel die Gestalt einer kreisrunden Scheibe A (Fig. 240), oder eines Cylinders, welcher

mittelst einer Kurbel um eine isolierende Axe gedreht werden kann. Als Reibzeug dienen bei Scheibenmaschinen zwei mit Amalgam bestrichene Lederkissen *B*, welche von beiden Seiten her durch mäfsigen Federdruck gegen die Scheibe gedrückt werden. Bei Cylindermaschinen ist nur ein Reibkissen erforderlich, welches seitlich gegen den Cylinder geprefst wird. Die am Reibzeug befestigten Lappen von Seidenzeug *C*, welche sich von beiden Seiten her gegen die Scheibe legen, haben den Zweck, die Zerstreuung der Elektricität auf dem Wege bis zum Konduktor zu verhindern. Der durch Glasfüfse wohl isolierte Konduktor *D* hat die Gestalt einer Kugel, oder eines an beiden Enden mit Halbkugeln geschlossenen Cylinders. Wünscht man an einer Stelle des Konduktors eine gröfsere Dichtigkeit zu erlangen, so giebt man dem Konduktor einen Fortsatz in Form eines längeren, dünnen Cylinders, der in einen kugelförmigen Knopf *K* endigt. Zur Aufnahme der auf der Scheibe erregten Elektricität durch den Konduktor dienen die Einsauger, denen man verschiedene Formen gegeben hat. In der Regel sind es zwei Metallarme *E*, welche beiden Flächen der Scheibe gegenüberstehen und auf der inneren, der Scheibe zugekehrten Seite gewöhnlich mit einer Reihe von Spitzen versehen sind, welche die Aufnahme der Elektricität befördern. An allen übrigen Teilen des Konduktors müssen hervorragende Spitzen und Kanten sorgfältig vermieden werden (§ 270). Zur Verstärkung der Dichtigkeit der Elektricität dient ein auf den Konduktor aufgesetzter Holzring, der im Innern einen Metalldraht enthält, der Wintersche Ring. — Durch Reibung des Amalgams mit dem Glase wird das Reibzeug negativ, das Glas positiv elektrisch. Die positive Elektricität der Scheibe wirkt, wenn sie durch Drehung der Scheibe in die Nähe der Einsauger kommt, verteilend auf die neutrale Elektricität des Konduktors. Die negative wird angezogen und strömt aus den Spitzen des Einsaugers auf die Scheibe über, deren $+E$ dadurch neutralisiert wird. Die abgestofsene, positive Elektricität des Konduktors dagegen bleibt auf diesem zurück und begiebt sich nach den von der Scheibe entfernteren Teilen desselben, von wo sie durch Ableitung nach dem Erdboden, oder durch Annäherung eines mit dem Boden verbundenen Leiters bis auf eine gewisse Entfernung in Form elektrischer Funken (§ 274) entfernt werden kann. Um zu verhindern, dafs durch die negative Elektricität, welche sich auf dem Reibzeug ansammelt, ein Teil der positiven Elektricität der Scheibe sogleich wieder neutralisiert werde, mufs während der Drehung der Scheibe das Reibzeug mit dem Erdboden in leitende Verbindung gesetzt werden. Es ist jedoch zweckmäfsig, die Maschine so einzurichten, dafs auch das Reibzeug isoliert werden kann. Leitet man

Fig. 240.



dann die positive Elektricität des Konduktors zur Erde ab, so erhält man beim Drehen der Scheibe vom Reibzeug negative Elektricität.

Otto v. Guericke (vergl. § 97) benutzte zuerst zur leichteren Erregung der Elektricität eine um eine Axe drehbare Schwefelkugel, bei welcher die Hand als Reibzeug diente (1672). Winkler brachte ein Reibkissen an (1745). Scheibenmaschinen wurden zuerst (1760) von Planta konstruiert. Die von Cuthbertson (1785) für das Teylersche Museum in Haarlem konstruierte Maschine, an welcher van Marum seine Versuche anstellte, besitzt zwei Scheiben von 165 cm Durchmesser. Mit einem Konduktor von 2,2 qm Oberfläche versehen, gab dieselbe in jeder Minute 300 Funken von 60 cm Länge und der scheinbaren Dicke eines Federkieles. — Nicht alle Glassorten sind zur Erzeugung von Elektricität gleich geeignet. Seit einiger Zeit in Gebrauch befindliche Scheiben wirken besser als neue. Zum Reibzeug braucht man am besten das sogenannte Kienmayersche Amalgam, aus 2 Gewichtsteilen Quecksilber, 1 Teil Zinn und 1 Teil Zink bestehend. Dasselbe wird fein gepulvert mit Hilfe von ein wenig Fett auf die ledernen Reibkissen aufgetragen. — Bei der Dampfelektrisiermaschine von Armstrong wird die Elektricität durch die Reibung hochgespannten Wasserdampfes an den Wänden passend gestalteter Ausströmungsröhren erzeugt. Der Dampf wird dabei positiv, der isolierte Kessel negativ elektrisch (s. § 285).

§ 273. Wirkungen der Elektrisiermaschine. Mittelst der Elektrisiermaschine lassen sich in verstärktem Maſse alle diejenigen Erscheinungen hervorbringen, welche im vorhergehenden bereits erläutert sind und auf den Gesetzen der elektrischen Anziehung und Abstoſsung, sowie auf dem Prinzip der elektrischen Influenz beruhen. Nächstdem ist dieselbe besonders geeignet zur Nachweisung der elektrischen Erscheinungen, welche bei gröſserer Dichtigkeit und Spannung der Elektricität hervortreten, insbesondere der verschiedenen Arten der elektrischen Entladung, welche im folgenden Paragraphen näher besprochen werden, und ihrer Wirkungen auf den menschlichen Körper.

Zu den Versuchen, welche zur Erläuterung der elektrischen Anziehung und Abstoſsung mit der Elektrisiermaschine angestellt zu werden pflegen, gehören der elektrische Puppentanz, das elektrische Glockenspiel u. s. w. Da dieselben alle im wesentlichen auf demselben Prinzip beruhen, so genügt es, einen dieser Versuche zu erläutern. Die Metallglocke *A* (Fig. 241) stehe mit dem Konduktor der Elektrisiermaschine durch einen Metalldraht in leitender Verbindung, dagegen seien die Glocken *B*, *B* vom Konduktor durch Glasstäbe isoliert und zum Boden abgeleitet. Durch Influenz der positiven Elektricität bei *A* wird auf den Glocken *B* negative Elektricität hervorgerufen. Die zwischen den Glocken an Seidenfäden aufgehängten Metallknöpfchen *C*, *C* werden abwechselnd von *A* und *B* angezogen und abgestoſsen, indem sie sich jedesmal durch Berührung mit *A* mit positiver, durch Berührung mit *B* mit negativer Elektricität laden. Dieselben pendeln daher zwischen den Glöckchen hin und her und bringen dieselben zum Tönen, solange die dem Konduktor entzogene Elektricität durch Drehen der Elektrisiermaschine erneuert wird.

Fig. 241.



Durch elektrische Anziehung sträuben sich trockene Haare bei Annäherung an den Konduktor und saugen die Elektricität ein. Der Körper einer Person, welche, auf einem mit Glasfüſsen versehenen Isolierschemel stehend, den Konduktor berührt, wird dadurch zu einem Teil des Konduktors, und es können aus demselben, wie aus anderen Teilen, durch Annäherung eines Leiters, elektrische Funken gezogen werden. Die elektrischen Funken erregen an der Stelle der Haut, welche sie treffen, einen stechenden Schmerz. Bei gröſseren Elektricitätsmengen bringt die elektrische Entladung gleichzeitig eine

unangenehme Empfindung in den Gelenken und Muskelzuckungen hervor. Wie die Hautnerven, so werden die Nerven der übrigen Sinnesorgane in ihrer eigentümlichen Weise erregt. So nimmt das Auge den elektrischen Schlag als Lichtblitz, das Ohr den durch den Hörnerv geleiteten Schlag als Geräusch wahr. Die Zunge empfindet beim Überschlagen des Funkens einen eigentümlich salzigen Geschmack, der zum Teil in einer chemischen Wirkung der elektrischen Entladung seinen Grund hat (vergl. § 339 ff.). Ebenso rührt der eigentümliche Geruch, welchen man beim Drehen einer kräftig wirkenden Elektrisiermaschine wahrnimmt, von einer chemischen Einwirkung der Elektricität auf den Sauerstoff der atmosphärischen Luft her. Dieser wird nämlich dabei teilweise in die eigentümliche, von Schönbein entdeckte Modifikation übergeführt, welche dieser Forscher Ozon genannt hat (vergl. § 339). Durch länger andauernde, elektrische Entladungen wird durch chemische Vereinigung des Sauerstoffs und Stickstoffs der Atmosphäre eine gewisse Quantität salpetriger Säure gebildet.

§ 274. Verschiedene Arten der elektrischen Entladung. Man unterscheidet drei Arten der elektrischen Entladung, welche nach ihrer Dauer und den sie begleitenden Lichterscheinungen verschieden sind: 1) die Funkenentladung, 2) die Büschelentladung, 3) die Glimmentladung.

1. Der elektrische Funke entsteht, wenn zwei entgegengesetzt elektrische Leiter ohne hervorragende Ecken und Spitzen einander bis auf eine hinreichend geringe Entfernung genähert werden. Ist einer von beiden Leitern vor der Annäherung unelektrisch, wie z. B. ein mit dem Erdboden verbundener Leiter, welcher dem Konduktor einer Elektrisiermaschine genähert wird, so geht doch der Funkenentladung immer eine elektrische Influenz voraus, durch welche der Leiter die entgegengesetzte Elektricität erhält. Der Funke besteht in einer gewaltsamen Durchbrechung der nichtleitenden Luft, welche der Vereinigung der Elektricitäten ein Hindernis entgegensetzt. Die Schlagweite des Funkens ist, wie Riefs gezeigt hat, der Dichtigkeit der Elektricität proportional (vergl. § 279). Derselbe erscheint in Gestalt eines einfachen, hellleuchtenden, scharf begrenzten, bei gröfserer Länge zickzackförmigen, momentanen Lichtstreifs und ist von einem lebhaften Geräusch begleitet.

Die Farbe des Funkens ist einerseits von der Natur der Metalle, zwischen denen er überspringt, andererseits von der Beschaffenheit des Gases, in dem er übergeht, abhängig. Durch das Prisma zerlegt, zeigt das Licht des Funkens zahlreiche, nach der Natur der Metalle und Gase verschiedene, helle Linien. Man kann daraus schliefsen, dafs beim Übergang des Funkens eine Losreifsung und Oxydation sehr kleiner, materieller Teilchen, und gleichzeitig ein Erglühen der Gasmasse stattfindet (vergl. § 149). In der That zeigt sich nach dem Übergang des Funkens zwischen zwei polierten Metallflächen die Spur desselben in Form feiner Punkte, oder bei Anwendung gröfserer Elektricitätsmengen (Batteriefunken § 281) in Gestalt der sogenannten Priestleyschen Ringfiguren.

Um feste Isolatoren, z. B. Glasplatten zu durchbrechen, ist eine gröfsere Dichtigkeit erforderlich, welche man erreicht, indem man einen von beiden Leitern in eine Spitze auslaufen läfst und diese mit einem nichtleitenden Kitt auf einer Fläche der Glasplatte festkittet, so dafs die auf der Spitze in grofser Dichtigkeit angesammelte Elektricität keinen anderen Ausweg hat, als durch die Glasplatte hindurch nach dem gegenüberstehenden Leiter. Man kann auf diese Weise mit einer kräftig wirkenden Elektrisiermaschine mehr als zolldicke Glasplatten durchschlagen.

Leicht brennbare Stoffe, wie Weingeist, Äther, namentlich aber explosive Gasgemenge (Knallgas — elektrische Pistole), werden durch den elektrischen Funken entzündet. Man benutzt denselben deshalb bei der Gasanalyse mittelst des Eudiometers, sowie zur Minenentzündung (vergl. §§ 282, 335).

§ 275. 2. Die Büschelentladung findet statt, wenn bei grofser Dichtigkeit der Elektricität auf dem Konduktor kein Leiter in hinreichen-

der Nähe steht, um einen Funken zu erzeugen. Die Elektricität strömt dann in einem Büschel bläulicher oder rötlicher, divergierender Strahlen aus und zwar mit einem eigentümlich zischenden Geräusch. Die elektrischen Büschel sind wegen ihres schwächeren Lichtes in der Regel nur in einem verfinsterten Zimmer sichtbar; dieselben zeigen sich am schönsten, wenn auf den Konduktor einer kräftig wirkenden Maschine ein stumpfes, kegelförmiges Holzstück oder ein Wassertropfen gebracht wird. Ein sehr dünner, mit dem Konduktor verbundener Metalldraht erscheint seiner ganzen Länge nach durch büschelförmige Strahlen leuchtend.

3. Die Glimmentladung besteht in einem stetigen, geräuschlosen Ausströmen der Elektricität, unter ruhigem Leuchten der Stelle, von welcher die Ausströmung erfolgt. Dieselbe findet vorzugsweise an Spitzen statt. Wird auf dem Konduktor eine Spitze angebracht, oder wird demselben eine Spitze in einiger Entfernung gegenübergehalten, so strömt alle Elektricität geräuschlos aus dem Konduktor aus, oder wird durch die aus der gegenüberstehenden Spitze ausströmende, entgegengesetzte Elektricität neutralisiert, ohne dafs es möglich ist, einen Funken aus dem Konduktor zu erhalten.

Die positive Elektricität erzeugt beim Ausströmen ausgedehntere Büschel als die negative. Das Glimmlicht kann als ein Büschel von sehr geringer Ausdehnung angesehen werden und geht namentlich bei $+E$ leicht in den Büschel über. Auch ist die Ausströmung beim Glimmlicht eine ganz kontinuierliche, beim Büschel dagegen diskontinuierlich, wie man durch Betrachtung desselben in einem schnell rotierenden Spiegel nachweisen kann.

Mit dem glimmenden Ausströmen der Elektricität ist die Erscheinung des sogenannten elektrischen Windes verbunden, eine Luftströmung, durch welche eine vor die Spitze gehaltene Lichtflamme fortgeweht wird. Diese Luftbewegung erklärt sich durch die Abstofsung der an der Spitze gleichnamig elektrisierten Luftteilchen. Umgekehrt wird die Spitze, wenn sie beweglich ist, rückwärts getrieben, was durch das elektrische Spitzenrad anschaulich gemacht werden kann. Ein gerader, einige Centimeter langer Draht AB (Fig. 242) mit zugespitzten, nach entgegengesetzten Seiten umgebogenen Enden schwebt mittelst eines bei C angebrachten Metallhütchens frei drehbar auf einer isolierten Metallspitze. Wird diese mit dem Konduktor der Elektrisiermaschine verbunden, so strömt die Elektricität glimmend durch die Spitzen A und B aus, und der Draht beginnt in einem der Ausströmungsrichtung entgegengesetzten Sinne zu rotieren. Man kann auch zwei solche Drähte unter rechtem Winkel sich kreuzend verbinden (vergl. § 87, c).

Fig. 242.

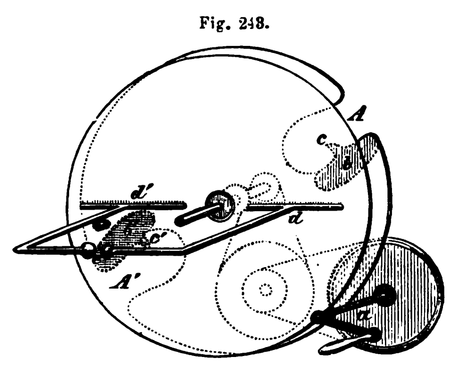


§ 276. Bei der Influenz-Elektrisiermaschine (Elektrophormaschine) von Holtz (1865) (Fig. 243) wird die Elektricität nicht durch Reibung, sondern durch Influenz, wie beim Elektrophor (§ 268), erzeugt. Dieselbe besteht aus zwei kreisförmigen, durch einen möglichst kleinen Zwischenraum getrennten*), gefirnifsten Glasscheiben, von welchen die eine, etwas gröfsere, feststeht, die andere mittelst einer Kurbel a und eines Schnurlaufs in schnelle Rotation versetzt werden kann. An der ersteren sind an zwei gegenüberliegenden Stellen A, A' Ausschnitte oder gröfsere Öffnungen angebracht und der Rand jeder Öffnung auf einer Seite mit einer schmalen Belegung b von Kartonpapier versehen, von

*) In der Figur sind die Glasscheiben absichtlich weiter von einander getrennt.

welcher eine Spitze *c* in den Ausschnitt der Scheibe hervorragt. Diesen Papierbelegungen stehen auf der anderen (in der Figur vorderen) Seite der rotierenden Scheibe zwei mit einer kammförmigen Reihe von Zähnen versehene Einsauger *d*, *d'* gegenüber, welche als Konduktoren für die positive und negative Elektricität dienen. Denkt man sich zu Anfang des Versuches die beiden Konduktoren bei *e* in leitende Verbindung gesetzt und der Belegung *b* eine gewisse Quantität positiver, der Belegung *b'* eine gleiche Quantität negativer Elektricität mitgeteilt, so können diese Belegungen ihrer Wirkung nach mit den Harzkuchen zweier entgegengesetzt elektrischen Elektrophore und die rotierende Scheibe mit dem beweglichen Deckel derselben verglichen werden. Die + *E* der Belegung *b* wirkt nämlich durch Influenz auf den ihr gegenüberstehenden Teil der rotierenden Scheibe und auf den Konduktor *d*. Infolgedessen strömt aus dem Spitzenkamm des Konduktors die angezogene — *E* auf die Scheibe, während die abgestofsene + *E* von der rotierenden Scheibe auf den Konduktor übergeht. Die Scheibe wird also beim Vorübergang bei der Belegung *b* mit — *E* geladen. Kommt der mit — *E* geladene Teil derselben nach einer halben Umdrehung der Scheibe der negativ elektrischen Belegung *b'* gegenüber, so wird, umgekehrt wie bei *b*, die — *E* abgestofsen und begiebt sich nach dem Konduktor *d'*, während aus dessen Spitzen + *E* auf die Scheibe überströmt. Dieser Wechsel wiederholt sich bei jeder halben Umdrehung der Scheibe, so dafs diese vor der Belegung *b* jedesmal mit — *E*, vor der Belegung *b'* jedesmal mit + *E* geladen wird, während bei *b* die + *E* nach dem Konduktor *d*, bei *b'* die — *E* nach dem Konduktor *d'* strömt. Stehen beide Konduktoren unter einander in leitender Verbindung, so neutralisieren sich ihre Elektricitäten fortdauernd, und es findet bei *e* ein kontinuierlicher Strom von + *E* in der Richtung von *d* nach *d'* und von — *E* in entgegengesetzter Richtung statt.

Fig. 248.



Es ist bisher vorausgesetzt worden, dafs die beiden Belegungen am Anfang des Versuches mit entgegengesetzten Ladungen versehen worden sind, und dafs diese Ladungen fortdauernd ungeschwächt erhalten werden, widrigenfalls die Wirkung der Maschine schwächer werden und bald aufhören würde. Die Maschine ist aber so eingerichtet, dafs es genügt, anfänglich einer der Belegungen, z. B. *b*, eine geringe Ladung von + *E* mitzuteilen, indem durch die Bewegung der Maschine selbst die andere Belegung die entgegengesetzte Ladung erhält, und beide Ladungen einander gegenseitig bis zu einem gewissen Maximum fortdauernd verstärken. Zu diesem Zweck dienen die Spitzen der Belegungen *c*, *c'*. Hat sich nämlich die rotierende Scheibe vor der Belegung *b* mit — *E* geladen, und kommt dieselbe nach einer halben Umdrehung vor den Ausschnitt *A'*, so wird durch die Spitze *c'* ein Teil der — *E* aufgesaugt und dadurch die Belegung *b'* negativ elektrisch; umgekehrt wird, wenn der positiv geladene Teil der rotierenden Scheibe vor den Ausschnitt *A* gelangt, durch Aufsaugung der Spitze *c* die positive Elektricität der Belegung *b* verstärkt u. s. f.

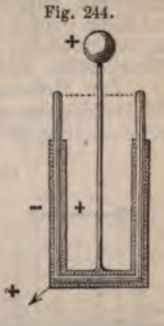
Wird die leitende Verbindung der beiden Konduktoren *d*, *d'* bei *e* durch eine Luftstrecke unterbrochen, so geht an dieser Stelle zwischen denselben ein konti-

nuierlicher, sehr lebhafter Funkenstrom über. Die Influenz-Elektrisiermaschine liefert bei gleichen Dimensionen eine viel gröfsere Quantität von Elektricität, als die gewöhnlichen Maschinen und ist namentlich zur Anstellung aller Versuche besonders geeignet, bei welchen eine sehr reichliche Elektricitätsentwickelung von hoher Spannung erforderlich ist. Mit Vorteil bedient man sich derselben zur Ladung gröfserer elektrischer Batterieen (§ 278).

Es mufs dafür gesorgt werden, dafs die entgegengesetzten Elektricitäten sich auf den Konduktoren *d*, *d'* nicht in zu grofser Menge ansammeln, sondern in dem Mafse, wie sie sich entwickeln, entfernt werden. Wenn sich nämlich auf einem Konduktor, z. B. *d*, die $+E$ in zu grofser Menge ansammelt, so vermögen seine Spitzen nicht mehr die $+E$ der rotierenden Scheibe aufzunehmen und die Scheibe mit der entgegengesetzten $-E$ zu laden. Infolgedessen gelangt die Scheibe noch mit $+E$ geladen vor den Ausschnitt *A'* und neutralisiert durch die Spitze *c'* die negative Ladung der Belegung *b'*, wodurch die Wirkung der Maschine unterbrochen wird. Um dieselbe wieder herzustellen, mufs man die Konduktoren *d*, *d'* in leitende Verbindung setzen und, während die Scheibe gedreht wird, einer von beiden Belegungen eine geriebene Kautschukplatte annähern. Seit 1879 werden jedoch von Töpler Influenz-Elektrisiermaschinen konstruiert, durch welche die Elektricität selbst erzeugt und in gleicher Stärke erhalten wird.

§ 277. Die Leydener oder Kleistsche Flasche dient zur Ansammlung gröfserer Elektricitätsmengen. Dieselbe besteht aus einem cylindrischen Glasgefäfs (Fig. 244), welches auf der inneren und äufseren Seite mit leitenden Stanniolbelegungen versehen ist, so dafs nur ein hinreichender Rand frei bleibt, um die Vereinigung der auf der inneren und äufseren Belegung angesammelten, entgegengesetzten Elektricitäten zu verhindern. Zur besseren Isolierung wird der Rand gefirnifst. Das Glas ist mit einem gefirnifsten Papp- oder Holzdeckel verschlossen, durch welchen ein starker Messingdraht hindurchgeht, dessen unteres Ende mit der inneren Stanniolbelegung in leitender Verbindung steht, während das obere Ende einen kugelförmigen Knopf trägt. Die Flasche wird geladen, indem man die innere Belegung mit dem Konduktor einer Elektrisiermaschine und gleichzeitig die äufsere Belegung mit dem Erdboden in leitende Verbindung setzt. Wird der inneren Belegung vom Konduktor $+E$ zugeführt, so wirkt diese verteilend auf die neutrale Elektricität der äufseren Belegung. Infolgedessen wird auf dieser $-E$ angesammelt und gebunden (§ 268), während die abgestofsene $+E$ nach dem Erdboden entweicht. Die auf der äufseren Belegung angesammelte $-E$ wirkt ihrerseits anziehend und bindend auf die $+E$ der inneren Belegung, und indem sich so die beiden entgegengesetzten Elektricitäten durch gegenseitige Anziehung auf den Glasflächen festhalten und dadurch ihre Zerstreuung an die Luft verhindern, kann in der Flasche eine viel gröfsere Elektricitätsmenge angesammelt werden, als auf einem einfachen Konduktor von gleicher Oberfläche.

Fig. 244.



Die Flasche wird entladen, indem man beide Belegungen durch einen Metalldraht, oder einen anderen Leiter in Verbindung setzt, wodurch die plötzliche Vereinigung der auf beiden Belegungen angesammelten, entgegengesetzten Elektricitätsmengen herbeigeführt wird.

Die elektrische Flasche wurde im J. 1746 gleichzeitig von v. Kleist zu Kammin in Pommern und von Cuneus und Musschenbroek zu Leyden durch Zufall erfunden. Die richtige Erklärung ihrer Wirksamkeit gab bald darauf Franklin, indem er zugleich zeigte, dafs dieselbe durch eine ebene Glastafel ersetzt werden

kann, welche auf beiden Seiten bis auf einen ringsum frei bleibenden, gefirnifsten Rand mit Stanniolbelegungen beklebt ist. Diese einfachere Gestalt ist allerdings wegen der gröfseren Zerstreuung der Elektricität an die Luft weniger praktisch.

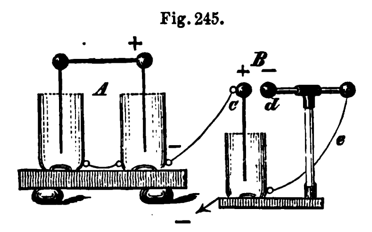
Wäre die Glasdicke der Flasche verschwindend klein, so würde eine gewisse Quantität $+E$ auf der inneren Belegung eine gleich grofse Quantität $-E$ auf der äufseren Belegung festzuhalten imstande sein, und umgekehrt würde die $+E$ der inneren durch die $-E$ der äufseren Belegung vollständig gebunden werden. In Wirklichkeit ist jedoch, vermöge des zwischen beiden Belegungen befindlichen Zwischenraums, die Bindung immer eine unvollständige, und infolgedessen mufs stets auf einer von beiden Belegungen ein Überschufs von freier Elektricität vorhanden sein, welcher im Verhältnis zu der ganzen angesammelten Elektricitätsmenge um so kleiner ist, je geringer die Glasdicke der Flasche. Derselbe kann am besten sichtbar gemacht werden, indem man eine geladene Flasche, an deren Knopf und äußerer Belegung ein Paar elektrische Pendel angebracht sind, auf eine nichtleitende Unterlage stellt. Durch abwechselnde, ableitende Berührung der inneren und äußeren Belegung kann dann fortgesetzt der Überschufs von freier Elektricität weggenommen werden. Man sieht dann jedesmal bei ableitender Berührung der inneren Belegung das an der äußeren Belegung angebrachte Pendel divergieren und umgekehrt, bis durch eine sehr grofse Zahl abwechselnder Berührungen die Flasche allmählich entladen wird.

Die gebundenen Elektricitäten halten einander durch gegenseitige Anziehung auf den Glasflächen fest. Ist die Flasche so eingerichtet, dafs die aus Blech gebildeten Metallbelegungen vom Glase getrennt werden können, so kann man diese, nachdem die Flasche geladen und ihre Teile aus einander genommen worden, einzeln ableitend berühren. Setzt man darauf die Flasche wieder zusammen, so zeigt sich dieselbe noch geladen, ein Beweis, dafs die Elektricitäten nicht auf den Metallbelegungen befindlich waren, sondern auf den beiden Glasflächen hafteten.

§ 278. Elektrische Batterie; Lanes Mafsflasche. Da sehr grofse Glasflaschen beim Gebrauch unbequem und leicht zerbrechlich sind, so verbindet man zur Ansammlung sehr großer Elektricitätsmengen mehrere Flaschen von mäfsiger Größe zu einer elektrischen Batterie, indem man durch eine gemeinschaftliche, leitende Unterlage alle äufseren Belegungen und ebenso durch Metalldrähte alle inneren Belegungen unter einander in leitende Verbindung setzt.

Zur Messung der in einer Leydener Flasche oder Batterie angesammelten Elektricitätsmenge dient die Lanesche Mafsflasche (1767). Während die Batterie A (Fig. 245) vom Konduktor aus mit $+E$ geladen wird, steht ihre durch eine nichtleitende Unterlage isolierte, äußere Belegung mit dem Knopf der Maßflasche B in Verbindung. So viel $-E$ auf der äußeren Belegung der Batterie gebunden wird, so viel $+E$ geht nach der Maßflasche und ladet diese. Dem Knopf c der Maßflasche steht eine Metallkugel d gegenüber, welche durch den Draht e mit der zum Boden abgeleiteten, äußeren Belegung verbunden ist. Sobald die Ladung der Maßflasche eine gewisse Gröfse erreicht hat, entladet sich diese von selbst, indem zwischen den Kugeln c und d ein Funke übergeht. So oft dies während der Ladung der Batterie A geschieht, so viel Mal ist eine gleiche Quantität $-E$ auf der äufseren Belegung der Batterie gebunden worden. Die Anzahl der Entladungen der Maßflasche giebt also ein Mafs für die in der Batterie angesammelte Elektricitätsmenge. Indem man die Entfernung der Kugeln c, d abändert, kann die Maßeinheit, welche durch die Ladung der Mafsflasche dargestellt wird, nach Belieben vergrößert und verkleinert werden.

Fig. 245.



§ 279. Dichtigkeit, Spannung und Quantität der elektrischen Ladung. Es ist zweckmäßig, zwischen der Dichtigkeit und der Spannung der auf einem Leiter angesammelten Elektricität zu unterscheiden. Hat man z. B. den auf dem Harzkuchen eines Elektrophors (§ 268) stehenden Deckel ableitend berührt, so ist auf der unteren Fläche desselben positive Elektricität von einer gewissen Dichtigkeit angesammelt, aber dieselbe ist ohne Spannung, oder ihre

Spannung ist gleich Null, weil dieselbe durch die Anziehung der $-E$ der Scheibe gebunden ist. Hebt man jetzt den Deckel von der Scheibe ab, so wird die auf demselben befindliche Elektricitätsmenge nicht geändert, aber ihre Spannung wächst in dem Mafse, als sich der Deckel von dem bindenden Harzkuchen entfernt. In gleicher Weise wird die Spannung der auf der inneren Batteriebelegung angesammelten Elektricität durch die Anziehung der entgegengesetzten Elektricität der äufseren Belegung vermindert und dadurch die Ansammlung einer gröfseren Elektricitätsmenge möglich gemacht. Um die Batterie bis zu einer gewissen Spannung zu laden, ist eine um so gröfsere Elektricitätsmenge erforderlich, je gröfser die Oberfläche der Belegung und je geringer die Glasdicke ist.

§ 280. Dauer und Geschwindigkeit der Batterieentladung; Einflufs des Schliefsungsbogens auf die Entladungsweise. Die Dauer des Entladungsfunkens der elektrischen Batterie und der Zeit, welche die Elektricität braucht, um sich selbst durch meilenlange Drähte fortzupflanzen, ist so gering, dafs dieselbe durch die gewöhnlichen Hilfsmittel der Zeitmessung weder gemessen, noch überhaupt wahrgenommen werden kann. Ein in schneller Bewegung begriffener Körper scheint bei Beleuchtung durch den elektrischen Funken zu ruhen (§§ 85, 165). Wheatstone bediente sich (1834) zur Messung der Dauer der Entladung und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität des folgenden Verfahrens: Sechs Kugeln (Fig. 246) waren auf einem Brett in gerader Linie befestigt. Die Kugel 2 war mit 3, die Kugel 4 mit 5 durch Kupferdrähte verbunden, deren jeder $^1/_4$ engl. Meile (400 m) lang war. Die Kugeln 1 und 6 konnten durch kurze Drähte mit den beiden Belegungen einer Leydener Batterie in Verbindung gesetzt werden. Bei der Entladung der Batterie erschienen zwischen den drei Kugelpaaren gleichzeitig drei Funken, welche in einer geraden Linie lagen. Vor dem Brett mit den Kugeln war ein Spiegel aufgestellt, welcher mit aufserordentlicher Geschwindigkeit um eine der Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte parallele Axe gedreht werden konnte (vergl. §§ 135, 177). Ruhte der Spiegel, so erblickte man in demselben die Bilder der drei Funken als drei in einer geraden Linie liegende Lichtpunkte (Fig. 246a). Drehte sich der Spiegel aber in einer Sekunde 800 mal um seine Axe, so erschienen die Funkenbilder zu drei parallelen Lichtstreifen (Fig. 246b) ausgedehnt, von welchen der mittlere gegen die beiden seitlichen um eine gewisse Strecke im Sinne der Drehung des Spiegels verschoben erschien Es folgte daraus erstens, dafs sich der Spiegel während der Dauer der Entladung um einen gewissen merklichen und mefsbaren Winkel gedreht hatte, zweitens, dafs die Entladung an der mittleren Unterbrechungsstelle um eine gewisse Zeit später begonnen und geendet hatte, als an den beiden seitlichen, oder dafs die Entladung eine mefsbare Zeit brauchte, um sich durch den $^1/_4$ engl. Meile langen Kupferdraht fortzupflanzen. Wheatstone fand bei seinen Versuchen die Dauer des Funkens gleich $\frac{1}{24000}$ Sekunde, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Entladung im Kupferdraht gleich 288000 engl. Meilen (464000 km) in einer Sekunde.

Fig. 246.



Neuere Beobachtungen über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektrischer Ströme in langen Telegraphenleitungen haben jedoch gelehrt, dafs von einer bestimmten Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität in Drähten überhaupt

nicht die Rede sein kann, dafs dieselbe vielmehr, aufser von dem Material und dem Widerstand des Leitungsdrahtes, auch von der Länge desselben abhängt, so dafs die zur Fortpflanzung eines elektrischen Stromes erforderliche Zeit in schnellerem Verhältnis als die Länge des Drahtes zunimmt. So fanden Fizeau und Gounelle die Geschwindigkeit in einem Eisendraht von 4 mm Durchmesser und etwa 300 km Länge gleich 96000 km, in einem Kupferdraht von etwa gleicher Länge und 2,5 mm Durchmesser gleich 178000 km. Mitchell fand in einer 980 km langen Eisendrahtleitung die Geschwindigkeit gleich 46000 km. —

Bei der telegraphischen Längenbestimmung zwischen Brest und St. Pierre (Amerika) fand Hilgard im Februar 1872 bei einer Kabellänge von 4794 km eine Transmissionszeit von 0,35 Sekunden, also die Geschwindigkeit gleich 13700 km.

Riefs hat gezeigt, dafs die Entladung der Batterie nicht in einer einfachen Vereinigung der positiven und negativen Elektricität besteht, sondern dafs dieselbe aus einer Reihe auf einander folgender Partialentladungen zusammengesetzt ist. Die Dauer der Entladung wird wesentlich durch die Länge und Beschaffenheit des Schliefsungsbogens beeinflufst. Durch Beobachtungen des Funkenbildes im rotierenden Spiegel, sowie durch die Lichterscheinungen am positiven und negativen Pol, bei der Entladung in stark verdünnten Gasen (vergl. § 334) und durch die Art der Einwirkung eines Magnets auf die Entladungserscheinungen haben Feddersen und Paalzow nachgewiesen, dafs der Entladungsstrom aus einer Reihe hin und her gehender, abwechselnd entgegengesetzt gerichteter Ströme zusammengesetzt ist, deren Anzahl mit wachsendem Widerstand des Schliefsungsbogens abnimmt, während gleichzeitig die Dauer der Entladung wächst. Bei sehr grofsem Widerstand, z. B. durch Einschaltung einer nassen Schnur, geht die alternierende Entladung in eine einfache über.

§ 281. Die Wirkungen der elektrischen Entladung hängen ihrer Art und ihrem Grade nach einerseits von der Menge und Dichtigkeit der angesammelten Elektricität, andererseits von der Beschaffenheit des Schliefsungsbogens ab. Besteht dieser aus lauter guten Leitern, z. B. aus Metalldrähten von hinreichend grofsem Querschnitt, um der angesammelten Elektricität einen leichten und schnellen Durchgang zu gestatten, so findet eine sichtbare Wirkung nur an der Stelle statt, wo die Leitung unterbrochen ist, und die Ausgleichung der Elektricitäten in Form eines Funkens vor sich geht. Bei hinreichender Dichtigkeit der Elektricität wird ein zwischen die beiden Teile des Schliefsungsbogens eingeschalteter Nichtleiter gewaltsam durchbrochen (§ 274). Die dabei eintretenden mechanischen Wirkungen sind um so heftiger, je gröfser die entladene Elektricitätsmenge ist. Während der einfache Konduktorfunke eine Glasplatte nur mit einer feinen Öffnung durchbohrt, wird dieselbe durch die Entladung einer elektrischen Batterie zersprengt.

Findet die Entladung in Form eines Funkens im Innern einer Flüssigkeit statt, so werden die Teile der Flüssigkeit so gewaltsam aus einander geschleudert, dafs das Gefäfs leicht zerbricht — namentlich wenn die Flüssigkeit in einer engen Röhre enthalten ist. Läfst man ein Papier- oder Kartenblatt vom Entladungsfunken durchschlagen, so zeigt die feine Öffnung auf beiden Seiten aufgeworfene Ränder, so dafs daraus nicht ersichtlich ist, in welcher Richtung die Durchbohrung stattgefunden hat. Stehen aber die beiden Drahtenden, zwischen denen der Funke übergeht, auf beiden Seiten des Papiers einander nicht genau gegenüber, so findet die Durchbohrung immer in der Nähe des mit der negativen Belegung verbundenen Drahtendes statt (Lullins Versuch, 1766). Dafs dies aber lediglich von der Beschaffenheit der Papieroberfläche und der durch dieselbe bedingten leichteren Ausbreitung der positiven Elektricität herrührt, geht daraus hervor, dafs, z. B. bei Anwendung von Wachspapier, die Durchbrechung in der Regel an dem positiven Drahtende stattfindet. — Auf ähnliche Weise hat man die Verschiedenheit der sogenannten Lichtenbergschen Figuren (1777) zu erklären versucht, welche mit positiver und negativer Elektricität erzeugt werden. Dieselben entstehen, wenn man einer Harz- oder Kautschukplatte an einzelnen Stellen durch Berührung mit einem elektrisierten Leiter positive oder negative Elektricität mit-

teilt und dieselbe dann mit einem Gemenge von Schwefel- und Mennigepulver bestäubt. Durch gegenseitige Reibung werden die roten Mennigeteilchen positiv, die gelben Schwefelteilchen negativ elektrisch. Erstere sammeln sich daher an den negativ, letztere an den positiv elektrisierten Punkten der Platte. Die dabei entstehenden Figuren sind aber bei der positiven und negativen Elektricität verschieden, indem erstere von den direkt elektrisierten Punkten aus in baumförmig verzweigten Strahlen sich ausbreitet, während sich die Mennige um die negativ elektrisierten Stellen in mehr rundlich begrenzten Häufchen ansammelt.

§ 282. Wärmewirkung der Entladung. Wird eine hinreichend grofse Elektricitätsmenge durch einen dünnen Metalldraht entladen, so bewirkt dieselbe eine Erwärmung des Drahtes (vergl. § 335), welche sich bei sehr dünnen Drähten und grofsen Elektricitätsmengen bis zum Glühen und Schmelzen des Drahtes steigern kann. Die stärkeren Grade der Entladungswirkung sind mit einer mechanischen Zerreifsung, oder einem gänzlichen Zerstäuben der Substanz des Leiters verbunden, wie dies am besten an Streifen von dünnem Blattgold beobachtet werden kann.

Unter übrigens gleichen Umständen ist die in einem Draht erzeugte Wärmemenge dem Leitungswiderstand des Drahtes direkt proportional (siehe § 319). Die Erwärmung ist also um so gröfser, je dünner der Draht und aus je schlechter leitendem Metall derselbe besteht. Werden verschiedene Elektricitätsmengen nach einander durch denselben Draht entladen, so sind, wie Riefs gezeigt hat, die dadurch bewirkten Erwärmungen den Quadraten der Elektricitätsmengen direkt, der Oberfläche der Batteriebelegung aber umgekehrt proportional. Bezeichnet w den Widerstand des Drahtes, W den Widerstand des ganzen Schliefsungsbogens, q die entladene Elektricitätsmenge, s die Oberfläche der Batteriebelegung, so kann die entwickelte Wärmemenge durch die Formel $a \frac{w}{W} \cdot \frac{q^2}{s}$ ausgedrückt werden. Der konstante Faktor a bezeichnet diejenige Wärmemenge, welche durch die Entladung der Elektricitätsmenge 1 aus einer Batterie mit der Belegung 1 im ganzen Schliefsungsbogen erzeugt werden würde.

Fig. 247.



Zur Nachweisung der Gesetze der elektrischen Erwärmung dient das elektrische Luftthermometer von Riefs (1837). Eine hohle Glaskugel A (Fig. 247) ist an zwei gegenüberliegenden Stellen b,b durchbohrt und mit luftdicht in die Öffnungen eingekitteten Messingklemmen versehen. Zwischen diesen ist ein spiralförmig gewundener, dünner Platindraht ausgespannt. An die Kugel ist ein enges, bei c rechtwinklig gebogenes Glasrohr angeschmolzen, an dessen anderem Ende bei d ein kleines Gefäfs angebracht ist. In dieses bringt man einige Tropfen gefärbten Weingeistes und giebt dem Glasrohr mittelst des Brettchens, auf welchem dasselbe befestigt ist, eine geringe Neigung gegen den Horizont, so dafs der Weingeist in der Röhre bis zu einem Punkt emporsteigt, welcher an einer auf dem Brettchen angebrachten Skala abgelesen werden kann. An der Glaskugel ist noch eine durch einen Stöpsel verschliefsbare Öffnung angebracht, mittelst deren vor jedem Versuch der Druck der Luft in der Kugel mit dem der Atmosphäre ins Gleichgewicht gebracht werden kann. Wird der Entladungsstrom einer Batterie durch den Draht bb geleitet, so wird dieser erwärmt, giebt die entwickelte Wärme sogleich an die umgebende Luft ab und bewirkt dadurch eine Ausdehnung der Luft und ein Sinken der Weingeistsäule in der Röhre cd, aus dessen Gröfse auf die entwickelte Wärmemenge geschlossen werden kann. Indem man nun entweder die Elektricitätsmenge und die Oberfläche der Batterie, oder die Beschaffenheit des Schliefsungsbogens abändert, können die oben angegebenen Gesetze nachgewiesen werden.

Explosive Gasmischungen und leicht brennbare Flüssigkeiten werden durch den Batteriefunken, wie durch den einfachen Funken des Konduktors entzündet. Um Schiefspulver durch den Entladungsschlag der Batterie zu zünden, mufs man

die Entladung durch Einschaltung einer nassen Hanfschnur in den metallischen Schließungsbogen verzögern, weil sonst die Pulverteile gewaltsam aus einander geschleudert, aber nicht entzündet werden. Leichter und sicherer gelingt die Zündung eines innigen Gemenges von chlorsaurem Kali und Schwefelantimon mit einem geringen Zusatz von gepulvertem Graphit. Man bedient sich dieses Zündsatzes für die Patronen zur elektrischen Zündung von Minen. (Bei Bereitung des höchst explosiven Gemenges ist große Vorsicht erforderlich, die Substanzen müssen einzeln feingerieben und erst dann sehr vorsichtig gemischt werden, da die Explosion des Gemenges schon durch bloße Reibung, oder einen Schlag herbeigeführt werden kann.)

§ 283. Die Wirkung der Batterieentladung auf den menschlichen und tierischen Körper ist dieselbe, wie die der Konduktorentladung der Elektrisiermaschine (§ 273), nur in verstärktem Maſsstabe. Jedes Sinnesorgan wird durch dieselbe in seiner eigentümlichen Weise affiziert, indem sich die Wirkung als Nervenreizung äuſsert. Ein mäſsiger, durch beide Hände und Arme geleiteter Entladungsschlag bewirkt eine eigentümliche, unangenehme Empfindung in den Handgelenken und bei stärkerer Ladung auch in den Ellbogengelenken. Der Entladungsschlag kann sich durch eine lange Reihe von Personen fortpflanzen. — Durch Reizung der Bewegungsnerven werden krankhafte Zuckungen der entsprechenden Muskeln veranlaſst und wenn insbesondere die Centralorgane des Nervensystems, Gehirn und Rückenmark, von einer starken Entladung getroffen werden, so kann Betäubung und Tod durch Nervenlähmung eintreten (vergl. §§ 290, 345).

§ 284. Induktionsströme durch Reibungselektricität. Werden zwei Drähte parallel neben einander ausgespannt und wird durch einen derselben der Entladungsstrom einer Leydener Batterie geleitet, so wird dadurch in dem anderen Draht, auch wenn er von dem ersten völlig isoliert ist, ein elektrischer Strom erregt, welcher Induktions- oder Nebenstrom genannt wird. Damit derselbe zur Wirkung komme, müssen die Enden des Nebendrahtes unter einander in leitende Verbindung gesetzt, oder einander so weit genähert werden, daſs die Entladung des Nebendrahtes durch einen Funken zustande kommen kann. Um gröſsere Drahtlängen anzuwenden und dadurch stärkere Nebenströme zu erzeugen, giebt man den Drähten die Gestalt zweier flachen Spiralen, welche auf zwei kreisrunden Brettchen so befestigt sind, daſs ihre Windungen einander parallel laufend gegenübergestellt werden können. Die Enden des einen Spiraldrahtes werden einander bis auf einen geringen Abstand genähert, die des anderen können mit den Belegungen der Batterie in Verbindung gesetzt werden. Im Augenblick der Entladung der Batterie durch den Hauptdraht geht zwischen den Enden des Nebendrahtes ein Funke über. (Spirale von Rieſs, 1853.)

Die Gesetze der Induktionsströme werden in der Lehre von den galvanischen Strömen ausführlicher behandelt (§ 330).

Über die magnetischen Wirkungen elektrischer Ströme siehe § 321.

§ 285. Verschiedene Arten der Elektricitätserregung. Auſser durch Reibung (§ 263) kann durch andere mechanische Vorgänge Elektricität erregt werden. So zeigt ein Glimmerblatt beim Spalten, ein Stück Kreide oder Zucker beim Zerbrechen im Dunkeln einen vorübergehenden Lichtschein, welcher, wie das Elektroskop nachweist, von Elektricität herrührt. Harze, Korkstücke, Kalkspatkrystalle werden durch Druck zwischen den Fingern oder gegenseitigen Druck in ähnlicher Weise elektrisch, wie beim Reiben. Von der Elektricitätsentwickelung durch Berührung verschiedener Stoffe wird unten (§ 304) ausführlich die Rede sein.

Volta und Saussure glaubten eine Entwickelung von Elektricität bei der Verdampfung des Wassers beobachtet zu haben. Im Jahre 1840 erhielt der Wärter einer Dampfmaschine bei Newcastle, als er eine Hand in den aus dem Sicherheitsventil ausströmenden Dampfstrahl hielt und gleichzeitig mit der anderen Hand

dem Metallhebel des Ventils nahe kam, eine heftige Erschütterung, und Armstrong konstruierte infolgedessen seine Dampfelektrisiermaschine, die aus einem durch Glasfüfse isolierten Dampfkessel besteht, aus welchem ein Dampfstrahl ausströmt, dessen Elektricität mittelst eines mit Spitzen versehenen Einsaugers auf einem isolierten Konduktor angesammelt wird. Der Dampfkessel wird dabei negativ, der ausströmende Dampf positiv elektrisch. Die Untersuchungen von Faraday (1843) haben jedoch zu dem Ergebnis geführt, dafs die hierbei, sowie bei den von Volta und Saussure angestellten Versuchen beobachtete Elektricitätsentwickelung nicht von der Dampfbildung, sondern von der Reibung des mit flüssigen Wassertröpfchen vermischten Dampfes an den Wänden des Gefäfses oder der Ausflufsröhre herrührt.

§ 286. Pyroelektricität der Krystalle. An gewissen Krystallen wird eine Entwickelung von Elektricität durch Temperaturveränderung beobachtet. Zu diesen Krystallen, welche man wegen dieser Eigenschaft pyroelektrisch nennt, gehört z. B. der Turmalin. Seit dem Anfang des vorigen Jahrhunderts hatte man an den säulenförmigen Turmalinkrystallen die Eigenschaft wahrgenommen, dafs dieselben, auf heifse Asche gelegt, die Aschenteilchen anzogen und wieder abstiefsen. Äpinus nahm wahr, dafs die beiden Enden oder Pole des Krystalls beim Erwärmen entgegengesetzt elektrisch werden, und Canton zeigte, dafs dasselbe Ende des Krystalls, welches während des Erwärmens positive Elektricität zeigt, beim Erkalten negativ elektrisch wird und umgekehrt. Man nennt denjenigen Pol, der beim Erwärmen positiv, beim Erkalten negativ elektrisch wird, den analogen, den anderen den antilogen Pol. Die elektrischen Eigenschaften des Turmalins und anderer Krystalle stehen in engem Zusammenhang mit ihrer molekularen Struktur, wie daraus hervorgeht, dafs alle pyroelektrischen Krystalle eine besondere Art der Hemiëdrie ihrer Krystallformen erkennen lassen, infolgederen beide Enden des Krystalls eine verschiedenartige Ausbildung erhalten.

So krystallisiert z. B. der Turmalin in der Regel in neunseitigen Säulen, die durch Kombination einer sechsseitigen und einer dreiseitigen Säule entstehen (§ 25, 3). An jedem Ende ist die Säule durch 3 Rhomboederflächen zugespitzt; dieselben erscheinen aber an dem einen Ende (dem analogen Pol) auf die Flächen der dreiseitigen Säule, am anderen Ende (dem antilogen Pol) auf die Kanten der sechsseitigen Säule aufgesetzt. Das Kieselzinkerz krystallisiert in rhombischen Prismen, die am analogen Pol durch eine horizontale Endfläche, am antilogen Pol durch die Flächen eines Rhombenoktaeders begrenzt sind (§ 25, 4). Der Borazit zeigt würfelförmige Krystalle; von den 8 Würfelecken sind 4 abwechselnde durch die Flächen eines Tetraeders abgestumpft. Diese bilden 4 antiloge Pole, während die vier nicht abgestumpften Würfelecken ebensoviele analoge Pole sind u. s. f. (§ 24).

§ 287. Atmosphärische Elektricität. Die elektrische Natur des Gewitters ist mit Sicherheit zuerst von Franklin (1749) erkannt und durch einen seinem Vorschlage entsprechenden Versuch von d'Alibard (1752) in Marly-la-ville bei Paris nachgewiesen worden. Indem auf freiem Felde eine hohe, oben zugespitzte und am unteren Ende isolierte Metallstange aufgestellt wurde, welche die Elektricität der darüber befindlichen Gewitterwolken aufsaugte, konnte man vom unteren Ende der Stange elektrische Funken erhalten und mittelst der so gesammelten Elektricität alle bekannten, elektrischen Erscheinungen hervorbringen. Um die Wolkenelektricität in gröfserer Menge zur Erde herabzuleiten, bediente sich Franklin und nach ihm de Romas (1753) des „elektrischen Drachens“. Dieser war nach Art des bekannten Kinderspielzeuges eingerichtet, aber anstatt des Papiers mit Seidenzeug bespannt und mit einer Metallspitze versehen.

Durch die vom Regen durchfeuchtete, oder besser mit Draht durchflochtene Schnur wurde die leitende Verbindung mit dem Erdboden hergestellt. Indem de Romas das untere Ende der Schnur mit einem isolierten Konduktor verband, konnte er, als eine Gewitterwolke an dem Drachen vorbeizog, von dem Konduktor drei Meter lange und scheinbar zollstarke, elektrische Funken erhalten, die von einem betäubenden Geräusch begleitet waren.

Die weiteren Untersuchungen haben gelehrt, daſs die Atmosphäre nicht nur zur Zeit eines Gewitters, sondern selbst bei heiterem Himmel stets mit Elektricität geladen ist. Um dies nachzuweisen und die Veränderungen des elektrischen Zustandes der Atmosphäre zu untersuchen, bediente sich Saussure eines empfindlichen Elektroskops (§ 266), auf welchem ein langer, oben zugespitzter Draht befestigt war. — Anstelle der Spitze wendete Volta mit Vorteil einen brennenden oder glimmenden Körper an, der am oberen Ende des Leiters befestigt wurde. — Auf anderen Prinzipien, besonders auf der elektrischen Influenz, beruhende Apparate zur Beobachtung und Messung der Luftelektricität sind in neuerer Zeit von Peltier, Dellmann, Thomson u. a. angegeben worden.

Die Beobachtungen haben gelehrt, daſs die Luftelektricität bei heiterem Himmel fast stets positiv ist und daſs dieselbe regelmäſsige, tägliche und jährliche Änderungen erleidet. Im Sommer ist dieselbe im allgemeinen geringer als im Winter. — Die Elektricität der Wolken ist bald positiv, bald negativ und namentlich bei einem Gewitter schnellem und regellosem Wechsel unterworfen. — Der Ursprung der Luft- und Wolkenelektricität ist noch nicht mit hinreichender Sicherheit aufgeklärt. Der Umstand, daſs die intensivsten elektrischen Vorgänge in der Atmosphäre von massenhaften, wässerigen Niederschlägen begleitet zu sein pflegen, scheint auf einen Zusammenhang zwischen der Elektricitätserregung und der Kondensation des Wasserdampfes hinzudeuten, der jedoch experimentell noch nicht nachgewiesen werden konnte.

§ 288. Gewitter. Am gewaltigsten äuſsert sich die atmosphärische Elektricität in den Erscheinungen des Gewitters. Dieses tritt in der Regel in Begleitung reichlicher Niederschläge der atmosphärischen Feuchtigkeit auf. Die heftigsten Gewitter finden in der Regenregion der Tropenzone statt (§ 253). In der gemäſsigten Zone treten sie meist bei plötzlichem Wechsel der Windrichtung ein, namentlich wenn der Äquatorialstrom durch den Polarstrom verdrängt und durch die plötzliche Abkühlung ein beträchtlicher, wässeriger Niederschlag bewirkt wird (§ 256).

Häufig ist das Gewitter von Hagelschlag (§ 261) begleitet. Im mittleren und nördlichen Europa finden die meisten Gewitter während des Sommers statt; doch gehören Wintergewitter, wenn sie eintreten, in der Regel zu den schwersten.

§ 289. Blitz und Donner. Die Entladung der angesammelten Wolkenelektricität, entweder zwischen zwei Wolken, oder zwischen Wolke und Erdoberfläche, geschieht in Gestalt des Blitzes. Man unterscheidet, nach Arago, drei Arten des Blitzes, den Zickzack-, Flächen- und Kugelblitz. Der Zickzackblitz entspricht am meisten dem elektrischen Funken unserer Elektrisiermaschine, dem er in der kurzen Dauer, der scharf begrenzten und unregelmäſsig im Zickzack gebrochenen, selten verzweigten Form gleicht. Man beobachtet häufig Blitze, deren Länge mehr als tausend Meter beträgt. Petit will zu Toulouse einen 17 Kilometer langen Blitzstrahl beobachtet haben. — Der Zickzackblitz ist von einem lauten, mehr oder minder lange andauernden, rollenden Donner begleitet.

Über die Dauer des Blitzes sind Untersuchungen von Rood angestellt worden. Die Blitzentladung ist gewöhnlich, wenn nicht immer, vielfach, und die Dauer der Einzelbestandteile schwankt zwischen 0,001″ und 0,03″, und zwar selbst bei den Komponenten eines und desselben Blitzes.

Der Flächenblitz ist ebenfalls von sehr kurzer Dauer, zeigt aber nicht einen scharf begrenzten Lichtstreif, sondern eine plötzliche, gleichmäfsige Erleuchtung der Wolkenfläche in bedeutender Ausdehnung und ist in der Regel nicht von Donner begleitet — das sogenannte Wetterleuchten gehört hierher.

Der Kugelblitz, eine höchst eigentümliche Erscheinung der atmosphärischen Elektricität, besteht in einer feurigen, meist kugelförmig zusammengeballten Masse, welche mehrere Sekunden lang sichtbar bleibt, mit verhältnismäfsig geringer Geschwindigkeit auf die Erde herabsinkt, sich oft eine längere Strecke hindurch längs der an der Erdoberfläche befindlichen Körper fortbewegt, ohne dieselben zu beschädigen, endlich aber unter heftiger Explosion, die von den gewöhnlichen Wirkungen des Blitzes begleitet ist, zerplatzt.

Eine Reihe von Versuchen, welche G. Planté (1878) mit elektrischen Strömen sehr hoher Spannung angestellt hat — er bediente sich eines Apparates, dessen Entladungsstrom ungefähr dem von 1200 Bunsenschen Elementen (§ 311) gleichkam — führte zu Erscheinungen, die mit den kugelförmigen Blitzen die auffallendste Ähnlichkeit zeigten. Planté hatte den positiven Leitungsdraht in destilliertes Wasser getaucht und näherte den negativen Platindraht auf einen Moment der Oberfläche des Wassers; es entstand eine gelbe Flamme von fast kugelförmiger Gestalt, ungefähr 2 cm im Durchmesser haltend; zugleich schmolz der 2 cm dicke Platindraht. Um dieses Schmelzen zu vermeiden, verminderte er die Intensität des Stromes, indem er in die Kette eine Wassersäule einschaltete. Nunmehr erschien der Funke in der Form einer Feuerkugel von 8—10 mm im Durchmesser. Planté erklärt darum die Kugelblitze als herrührend von dem Auftreten eines überreichen Stromes von Elektricität im dynamischen Zustand, der sich zugleich in hoher Spannung befindet.

Der Donner hat seinen Grund unzweifelhaft in der durch den Blitz bewirkten, intensiven Lufterschütterung. Die Zeit zwischen Blitz und Donner ist um so gröfser, je entfernter der Blitzstrahl ist, da der Schall um so längere Zeit braucht, um sich bis zum Ohr des Beobachters fortzupflanzen (§ 121). Die lange Dauer und das abwechselnd schwächer werdende und sich wieder verstärkende Rollen des Donners erklären sich teils durch die grofse Ausdehnung des Blitzstrahles, infolgederen der Schall von verschiedenen Punkten seiner Bahn nicht gleichzeitig zum Ohr gelangt, teils durch Reflexion des Schalls an Bergen, Gebäuden, Wolken u. dergl.

§ 290. Wirkungen des Blitzes. Die Wirkungen des Blitzes entsprechen denen der Entladung der Leydener Batterie (§§ 281—283), jedoch in sehr verstärktem Mafse. Metallische Leiter werden, wenn sie nicht hinreichend stark sind, geschmolzen. Arago teilt einen Fall mit, wo eine 42 m lange, eiserne Kette, deren Glieder 7 mm dick waren, vollständig geschmolzen wurde. Häufig werden nur die Kettenglieder zusammengeschweifst. Geldstücke wurden in Beuteln, Messer in der Scheide geschmolzen, ohne dafs die Umhüllung zerstört wurde. Eine Folge der durch den Blitz erzeugten Schmelzung sind die sogenannten Blitzröhren, welche entstehen, wenn der Blitz in Sandboden schlägt. Dieselben erscheinen inwendig durch die Schmelzung verglast, aufsen rauh, aus zusammengesinterten Sandkörnchen gebildet.

Eine sehr häufige Wirkung des Blitzes ist die Zündung brennbarer Stoffe, welche namentlich erfolgt, wenn der Blitz durch schlechte Leitung in seinem Gange verzögert wird. Sehr häufig bleibt jedoch die Zündung aus (sogenannter kalter Schlag).

Heftige mechanische Wirkungen des Blitzes äufsern sich, wie bei der Batterieentladung, vorzugsweise an Unterbrechungsstellen guter Leiter. Arago erzählt, dafs i. J. 1762 von einem Kirchturm in Cornwall durch den Blitz ein 3 Centner schwerer Stein 58 m, ein anderer, kleinerer 390 m weit fortgeschleudert

wurde. In einem Hause bei Manchester wurde im J. 1809 eine 1 m dicke, 4 m hohe Mauer, deren Gewicht ungefähr 26000 kg betrug, an einem Ende um 1,3 m, am andern um 3 m von ihrer früheren Stelle verschoben. Eigentümlich äufsert sich häufig die Wirkung des Blitzes auf Bäume. Bisweilen werden dieselben nur teilweise oder ganz ihrer Rinde beraubt, oft aber wird auch das Holz in lange, dünne Latten zersplittert, oder in besenartige Faserbündel zerschlitzt. Franklin erklärt diese Erscheinungen durch plötzliche Verdampfung des im Holz enthaltenen Saftes. Oft läuft der Blitz äufserlich an der Rinde in einer Schraubenlinie herab, oder bewirkt an Baumstämmen, Pfählen u. dgl. eine schraubenförmige Drehung um ihre Axe.

Eisen- und Stahlstücke werden durch den Blitzschlag öfters magnetisiert, die Pole vom Blitz getroffener Magnetnadeln werden umgekehrt.

Innerhalb geschlossener Räume, durch welche ein Blitzstrahl gedrungen ist, bemerkt man gewöhnlich einen eigentümlichen Geruch, der oft als Schwefelgeruch bezeichnet wird. Derselbe erklärt sich durch die Umwandlung des atmosphärischen Sauerstoffs in Ozon und Bildung von salpetriger Säure (§ 273).

Die Wirkung des Blitzschlages auf den menschlichen und tierischen Körper besteht teils in äufseren Verletzungen, Kontusionen, Schwärzung der Haut, Anschwellung der getroffenen Gliedmafsen u. s. w., teils in einer unmittelbaren Erschütterung des Nervensystems, welche vorübergehende Bewufstlosigkeit, Lähmungen, oder den augenblicklichen Tod zur Folge haben kann. Dieser erfolgt oft ohne alle sichtbaren Spuren äufserer Verletzung.

§ 291. Blitzableiter. Der von Benjamin Franklin (1749) erfundene Blitzableiter besteht in einer auf dem höchsten Punkt des vor dem Blitzschlag zu schützenden Gebäudes aufgerichteten Metallstange, welche oben in eine Spitze endet, und deren unteres Ende durch eine hinreichend starke, metallische Leitung mit dem Erdboden in Verbindung steht. Man verfertigt die Spitze in der Regel aus Platin, oder vergoldet dieselbe, um sie gegen Zerstörung durch atmosphärische Einflüsse zu schützen. Die Erdleitung mufs in hinreichende Tiefe geführt sein, um das Grundwasser des Erdbodens zu erreichen, wenn man sie nicht mit fliefsendem Wasser in leitende Verbindung setzen kann. Gröfsere Metallmassen am Gebäude, wie Kirchenglocken, Metalldächer u. dergl., müssen mit dem Blitzableiter in leitende Verbindung gesetzt werden. — Ist die Spitze des Blitzableiters in gutem Zustande und die Leitung vollkommen, so schützt derselbe nicht nur vor den Wirkungen des Blitzes, sondern verhindert auch seine Entstehung, ebenso wie eine dem Konduktor einer Elektrisiermaschine gegenüber gehaltene Nadelspitze das Zustandekommen der Funkenentladung verhindert, indem die angesammelte Influenzelektricität entgegengesetzter Art sogleich durch die Spitze nach der Wolke, oder nach dem Konduktor ausströmt und deshalb die Ansammlung entgegengesetzter Elektricitäten, welche der Funkenentladung immer vorangehen mufs, nicht stattfinden kann. Da die Entladung immer nach dem hervorragendsten, also höchsten Teile des Gebäudes gerichtet ist, so schützt der Blitzableiter die umgebenden, tieferen Teile. Man nimmt an, dafs die schützende Wirkung sich auf einen Umkreis erstreckt, dessen Halbmesser der doppelten Höhe des Blitzableiters gleich ist.

Richmann in St. Petersburg wurde 1753 bei Untersuchung der elektrischen Natur des Gewitters an einem unterbrochenen Blitzableiter vom Blitz erschlagen. —

Das sogenannte St. Elmsfeuer, welches sich nicht selten an den Spitzen der Blitzableiter, an Schiffsmasten u. s. w. bei Gewittern zeigt, besteht in einem leuchtenden Ausströmen der auf dem in eine Spitze endenden Leiter angesammelten Influenzelektricität (vergl. § 303).

2. Magnetismus.

§ 292. Natürliche Magnete. Die Eigenschaft des Magnetismus ist zuerst an gewissen Eisenerzen, namentlich dem Magneteisenerz, bemerkt worden. Eisenteilchen werden von einem solchen natürlichen Magnet angezogen und haften an demselben. Diese Anziehung äufsert sich in der Regel vorzugsweise an einzelnen Stellen des natürlichen Magnets, welche man Pole nennt, während sich zwischen diesen Stellen eine indifferente Stelle befindet, wo der Magnet keine Anziehung ausübt. Dies kann am besten durch Aufstreuen von Eisenfeilspänen sichtbar gemacht werden, welche an den Polen haften bleiben, an den übrigen Punkten aber abfallen.

Das Magneteisenerz (Fe_3O_4) krystallisiert in schönen, regulären Oktaedern, findet sich aber am häufigsten in dichten, krystallinischen Massen, in beträchtlicher Ausdehnung namentlich in Schweden, Lappland und Chile. Dasselbe erlangt die magnetischen Eigenschaften in der Regel erst, nachdem es einige Zeit an der Luft gelegen hat.

§ 293. Künstliche Stahlmagnete, Magnetnadel, Nord- und Südmagnetismus. Die Eigenschaft des Magnetismus kann von dem natürlichen Magnet auf einen Stahlstab übertragen und dadurch ein künstlicher Stahlmagnet hergestellt werden, indem man die beiden Enden des Stahlstabes wiederholt mit den entgegengesetzten Polen eines natürlichen Magnets bestreicht (§ 294). Ein solcher künstlicher Magnet besitzt, wie der natürliche, zwei an den entgegengesetzten Enden liegende Pole, deren Verbindungslinie die magnetische Axe genannt wird. Wird ein Magnetstab in horizontaler Lage so aufgehängt, dafs er sich in einer horizontalen Ebene frei drehen kann, so nimmt seine Axe eine annähernd von Nord nach Süd gerichtete Lage an (s. § 298). Man giebt dem Magnet behufs dieses Versuches am zweckmäfsigsten die Form einer Magnetnadel (Fig. 248), d. h. eines dünnen, flachen, in der Regel nach den Enden hin in Form eines schmalen Rhombus zugespitzten Stahlstäbchens, welches entweder an einem Seidenfaden aufgehängt oder mittelst eines Hütchens auf einer Stahlspitze in horizontaler Lage sich frei drehen kann (Gilbert, 1600). Man unterscheidet die Pole der Magnetnadel nach der Richtung, welche sie annehmen, als Nordpol und Südpol. Wird eine zweite Stahlnadel durch Streichen mit den Polen eines Magnetstabes magnetisiert, so wird das mit dem Nordpol des Magnetstabes bestrichene Ende zum Südpol, das mit dem Südpol bestrichene Ende zum Nordpol der Magnetnadel (§ 294).

Fig. 248.



Werden einer frei schwebenden Magnetnadel die Pole einer zweiten Magnetnadel oder eines Magnetstabes genähert, so wird der Nordpol der Magnetnadel vom Nordpol des Magnetstabes abgestofsen, vom Südpol aber angezogen. Umgekehrt wird der Südpol der Magnetnadel vom Südpol abgestofsen, vom Nordpol aber angezogen, oder: Zwischen zwei gleichnamigen Magnetpolen findet Abstofsung, zwischen ungleichnamigen Polen aber Anziehung statt.

Es ist nicht möglich, einen Magnet herzustellen, welcher nur Nordmagnetismus oder nur Südmagnetismus, oder einen der beiden Magnetismen in gröfserer

Quantität als den anderen enthält. Wird ein magnetisierter Stahlstab *ns* (Fig. 249), welcher an einem Ende einen Nordpol, an dem andern einen Südpol besitzt, an irgend einer Stelle zerbrochen, so findet man, daſs jedes der beiden Bruchstücke wieder ein vollständiger Magnet mit zwei gleich starken Polen ist, indem an der Trennungsstelle zwei neue Pole entstanden sind. Eine derartige Teilung kann mit dem gleichen Erfolg beliebig fortgesetzt werden, jedes noch so kleine Bruchstück des Magnetstabes bildet wieder einen vollständigen Magnet mit zwei Polen. Diese Erscheinung erklärt sich durch die Annahme, daſs die Trennung der Magnetismen nur auf den kleinsten Molekülen des Stabes stattfindet, so daſs der magnetisierte Stab als ein Aggregat von magnetischen Molekülen oder Molekularmagneten zu betrachten ist. Denkt man sich, der Einfachheit halber, daſs der Stab nur aus einer einzigen Reihe gleich stark magnetischer Moleküle (Fig. 250) bestehe, so werden überall auf der ganzen Länge des Stabes, wo zwei entgegengesetzte Pole magnetischer Moleküle zusammenstoſsen, dieselben sich in ihrer anziehenden und abstoſsenden Wirkung nach auſsenhin neutralisieren, und nur an den beiden Enden des Stabes werden die freien Pole der letzten Moleküle wirksam bleiben. Wird jedoch der Stab an irgend einer Stelle zerbrochen, so kann die Trennung nur zwischen zwei Molekülen stattfinden, es werden also an den Bruchflächen zwei neue, entgegengesetzte und gleich starke Pole hervortreten.

Fig. 249.

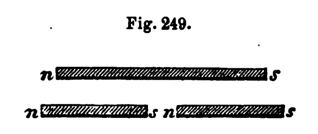


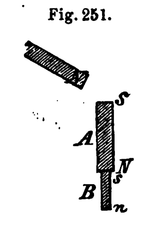
Fig. 250.

n s n s n s n s

Man sucht die magnetischen Anziehungen und Abstoſsungen wohl auch, wie die analogen elektrischen Erscheinungen (§ 264), zu erklären durch die Annahme eines nördlichen und eines südlichen magnetischen Fluidums, welche im unmagnetischen Eisen zu neutralem Fluidum vereinigt sind, beim Erregen des Magnetismus in einem Stahlstab aber getrennt werden und einander gegenseitig, wie die elektrischen Fluida, anziehen und abstoſsen. Die magnetischen Fluida aber können nicht, wie die elektrischen, von einem zum andern Körper übergehen, sondern es kann das auf einem Körper vorhandene, neutrale Fluidum durch Annäherung eines Magnets, ähnlich wie bei der elektrischen Influenz, in nördliches und südliches Fluidum geschieden werden (§ 294). — Die später zu entwickelnde Ampèresche Theorie (§ 329) führt die magnetischen Erscheinungen auf elektrische Ströme im Innern der magnetisierten Körper zurück.

§ 294. Magnetische Influenz, verschiedenes Verhalten des weichen Eisens und des Stahls, Koercitivkraft. Wie ein unelektrischer Leiter bei Annäherung eines elektrisierten Körpers durch Influenz elektrisch wird (§ 267), so wird ein Stück Eisen bei Annäherung eines Magnetpols selbst in einen Magnet verwandelt, indem die neutral magnetischen Eisenmoleküle durch die Anziehung und Abstoſsung des Magnetpols sich so anordnen, wie bei einem Magnet (§ 293). Ein Eisenstück wird also von einem Magnet angezogen und haftet an demselben, weil es selbst in einen Magnet verwandelt wird. Es findet jedoch hierbei ein Unterschied in dem Verhalten des weichen Schmiedeeisens und des gehärteten Stahls statt. Wird einem weichen Eisenstück *A* (Fig. 251) der Nordpol eines Magnets genähert, so wird dasselbe in einen Magnet verwandelt und befähigt, seinerseits ein anderes Stück weichen Eisens *B* anzuziehen und festzuhalten u. s. f. Bei Entfernung des Magnetpoles verschwindet jedoch der Magnetismus in *A* vollständig, und das Eisenstück *B* fällt herab. Ein Stab von gehärtetem Stahl dagegen nimmt bei gleich starker, magnetisierender Einwirkung nur einen viel geringeren Magnetis-

Fig. 251.



mus an, als das weiche Eisen, oder verlangt umgekehrt, um gleich starken Magnetismus anzunehmen, eine weit stärkere, magnetisierende Einwirkung, z. B. durch wiederholtes Streichen mit starken Magnetpolen. Hat er aber einmal den magnetischen Zustand erlangt, so behält er denselben fast vollständig, auch nach dem Aufhören der magnetisierenden Ursache. Während also im weichen Eisen die Magnetismen leicht getrennt, aber auch ebenso leicht wiedervereinigt werden, findet in den Stahlmolekülen ein gewisser Widerstand sowohl gegen ihre Trennung, als gegen ihre Wiedervereinigung statt, welchen man mit dem Namen der Koercitivkraft bezeichnet. Je gröfser die Koercitivkraft einer Stahlsorte ist, desto mehr ist dieselbe zur Anfertigung dauernder Magnete geeignet.

Um durch Streichen mit einem Magnet einen Stahlstab magnetisch zu machen, setzt man den Magnet mit dem einen Pol auf die Mitte des zu magnetisierenden Stabes und streicht mit ihm bis an das eine Ende des Stabes, hebt hier den Magnet ab und setzt ihn dann von neuem in der Mitte auf und wiederholt öfter das Streichen von der Mitte bis zum Ende auf derselben Seite des Stabes; dann aber streicht man auf gleiche Weise mit dem andern Pol die andere Hälfte des Stabes. Dasjenige Ende des letzteren erhält dadurch den Nordpol, welches mit dem Südpol gestrichen ist, und umgekehrt (§ 293).

Aufser dem Eisen und einigen seiner chemischen Verbindungen (Magneteisenstein, Titaneisen) sind nur das Kobalt und Nickel fähig, in stärkerem Grade vom Magnet angezogen zu werden, oder selbst bleibenden Magnetismus anzunehmen. Einen schwächeren Grad magnetischer Einwirkung hatte man schon früher an einer Anzahl von Mineralsubstanzen wahrgenommen, die zum Teil keines der angeführten Metalle enthielten. Aber erst seitdem durch Anwendung des Elektromagnetismus viel stärkere, magnetisierende Kräfte als früher zu Gebote stehen, ist es zuerst Faraday gelungen, nachzuweisen, dafs fast alle Körper bei hinreichend starker magnetisierender Kraft eine Einwirkung erfahren, wenngleich gröfstenteils eine viel geringere, als die drei genannten Metalle. Doch fand Faraday eine merkwürdige Verschiedenheit, indem manche Körper zwischen den Polen eines starken Elektromagnets eine Anziehung, andere eine Abstofsung erfuhren. Die ersteren verhielten sich magnetisch, wie weiches Eisen, nur in viel schwächerem Grade, die letzteren nannte Faraday diamagnetisch (siehe unten § 322).

§ 295. Verschiedene Formen der Magnete. Man giebt den Magneten in der Regel entweder die Gestalt gerader, prismatischer Stäbe von rechteckigem Querschnitt oder, um beide Pole gleichzeitig zur Wirkung zu bringen, die Hufeisenform. Vor den Hufeisenmagnet wird ein Anker von weichem Eisen *ns* (Fig. 252) gelegt, an welchem das zu tragende Gewicht aufgehängt wird. Das weiche Eisenstück wird durch Influenz hier um so stärker magnetisiert, da beide Pole einander in ihrer Einwirkung unterstützen. Der Magnet trägt daher, auf diese Weise armiert, weit mehr als das Doppelte des Gewichts, welches jeder Pol für sich einzeln zu tragen imstande ist. Zu weiterer Verstärkung der Wirkung vereinigt man mehrere hufeisenförmige Lamellen zu einem magnetischen Magazin.

Fig. 252.

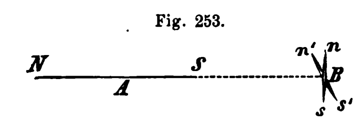


Man hat es vorteilhaft gefunden, die einander berührenden Flächen des Magnets und des Ankers nicht eben, sondern schwach cylindrisch abzuschleifen, so dafs sie einander nur längs einer Linie berühren. — Auch die Wirkung natürlicher Magnete kann verstärkt werden, indem man dieselben nach Art eines Hufeisenmagnets armiert. An den Polflächen des natürlichen Magnets werden zwei weiche Eisenstücke angelegt und deren vorstehende Enden durch einen Anker von weichem Eisen verbunden.

§ 296. **Gesetze der magnetischen Anziehung und Abstofsung.** Für die magnetische Anziehung und Abstofsung gilt, nach den Versuchen von Coulomb, wie für die elektrische (§ 271), das Gesetz, **dafs die magnetischen Anziehungen und Abstofsungen der Moleküle den Mengen der auf einander wirkenden Magnetismen direkt, dem Quadrat ihrer Entfernung aber umgekehrt proportional sind.**

Um die Richtigkeit dieses Gesetzes durch den Versuch zu bestätigen, dienen folgende Betrachtungen: Es sei A (Fig. 253) ein horizontaler, von O. nach W. gerichteter Magnetstab, B eine kleine Magnetnadel, deren Mittelpunkt sich in der Verlängerung der Axe des Magnetstabes A befindet, und die sich um diesen Mittelpunkt in horizontaler Ebene frei drehen kann. Der Magnetstab strebt die Nadel so zu drehen, dafs die Axen beider in eine gerade Linie fallen, während die richtende Wirkung des Erdmagnetismus dieselbe in ihrer Lage ns zu erhalten strebt. Um die Gröfse des Drehungsmoments (§ 46) zu berechnen, welches bei dieser Lage der Magnetstab auf die Nadel ausübt, denken wir uns der Einfachheit halber den Magnetismus des Stabes A sowohl als den der Nadel B in je 2 Punkten oder Polen koncentriert. Es seien $+m$ und $-m$ die in den Polen des Stabes, $+m'$ und $-m'$ die in den Polen der Nadel befindlichen Magnetismen. Es sei ferner $2l$ die Länge des Stabes A, $2l'$ die Länge der Nadel B, r die Entfernung ihrer Mittelpunkte. Es soll ferner vorausgesetzt werden, dafs sowohl l als l' sehr klein seien im Verhältnis zu dieser Entfernung. Anstelle der Entfernungen Nn und Sn können dann ohne merklichen Fehler NB und SB oder $r+l$ und $r-l$ gesetzt werden. Nach dem Coulombschen Gesetz erfährt also der Nordpol der Nadel

Fig. 253.



von S die Anziehung $\frac{m\,m'}{(r-l)^2}$, von N dagegen die Abstofsung $\frac{m\,m'}{(r+l)^2}$. Die Gesamtwirkung des Magnets A auf den Nordpol n ist also eine Anziehung, welche gleich ist der Differenz beider Kräfte:

$$\frac{m\,m'}{(r-l)^2} - \frac{m\,m'}{(r+l)^2} = m\,m' \cdot \frac{4\,r\,l}{r^4 - 2\,r^2\,l^2 + l^4}.$$

Da die beiden letzten Glieder des Nenners wegen der Kleinheit von l gegen das erste verschwinden, so kann dafür ohne merklichen Fehler gesetzt werden:

$$\frac{4\,m\,m'\,l}{r^3}.$$

Ebenso grofs ist die Abstofsung, welche der Südpol s der Nadel durch die vereinigte Wirkung der beiden Pole des Magnetstabes erfährt. Die beiden gleich grofsen, aber entgegengesetzt parallelen Kräfte, welche auf die Nadel B wirken, bilden mithin ein Kräftepaar (§ 50), dessen Hebelarm gleich der Länge der Nadel $2l'$, dessen Drehungsmoment also gleich:

$$\frac{8\,m\,l\,m'\,l'}{r^3}$$

ist. Es ergiebt sich daraus, dafs das Drehungsmoment im umgekehrten Verhältnis der dritten Potenz der Entfernung abnimmt. Das Produkt aus der Länge der Magnetnadel $2l'$ und der Quantität des in jedem ihrer Pole koncentrierten Magnetismus m' wird ihr magnetisches Moment genannt. Ebenso drückt $2ml$ das magnetische Moment des Stabes A aus. Das von dem Stab A auf die Magnetnadel ausgeübte Drehungsmoment ist daher den magnetischen Momenten beider Magnete direkt, der dritten Potenz ihrer Entfernung aber umgekehrt proportional. Da diese Folgerung aus dem Coulombschen Gesetz abgeleitet worden, so kann ihre Bestätigung durch den Versuch umgekehrt dazu dienen, die Richtigkeit dieses Gesetzes zu beweisen. Man kann zu diesem Zweck entweder die Nadel B anstelle des Hebels in der Coulombschen Drehwage (§ 271) aufhängen und bei verschiedenen Entfernungen des Magnetstabes A jedesmal die Torsion des Drahtes bestimmen, welche erforderlich ist, um die Nadel in ihre ursprüngliche Ruhelage zurückzuführen, oder man kann den Winkel messen, um welchen die frei schwebende Magnetnadel bei verschie-

denen Entfernungen des Stabes aus ihrer Ruhelage abgelenkt wird. Das durch den Magnetstab A erzeugte Kräftepaar strebt die Nadel in die Richtung der Verbindungslinie beider Magnete AB zu stellen, die richtende Wirkung des Erdmagnetismus (§ 298) strebt dieselbe nach ihrer Ruhelage ns zurückzuführen. Wenn die Nadel unter der gleichzeitigen Einwirkung beider Kräfte in der Lage $n's'$ im Gleichgewicht ist, so müssen die von beiden Kräften auf die Nadel im entgegengesetzten Sinne ausgeübten Drehungsmomente einander gleich sein. Wird der Ablenkungswinkel nBn' mit α bezeichnet, so ist leicht ersichtlich, daſs in der abgelenkten Lage der Nadel das von dem Magnetstab A ausgeübte Drehungsmoment durch:

$$\frac{8\,m\,l\,m'\,l'}{r^3}\cos\alpha$$

ausgedrückt wird, während das durch die erdmagnetische Kraft T hervorgebrachte, entgegengesetzte Drehungsmoment gleich:

$$2\,m'\,l'\sin\alpha\,.\,T$$

ist. Es muſs also:

$$\frac{8\,m\,l\,m'\,l'}{r^3}\cos\alpha = 2\,m'\,l'\sin\alpha\,.\,T$$

sein, oder:

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{4\,m\,l}{T\,r^3},$$

d. h. die Tangente des Ablenkungswinkels ist der dritten Potenz der Entfernung r umgekehrt proportional (vergl. § 316).

§ 297. **Magnetische Kurven.** Die Verteilung und Richtung der magnetischen Anziehungs- und Abstoſsungskräfte in der Nähe eines beliebig gestalteten Magnets kann auf anschauliche Weise sichtbar gemacht werden, indem man auf ein über den Magnet gelegtes Blatt steifen Papiers Eisenfeilspäne streut. Diese häufen sich am stärksten in der Nähe der Magnetpole an und ordnen sich in deren Umgebung zu regelmäſsig gestalteten Kurven, welche beide Pole mit einander verbinden und deren Richtung in jedem Punkt die Richtung der magnetischen Kraft angiebt. Diese Kurven werden **magnetische Kurven** genannt. (**Faradays** Magnetkraftlinien.)

Fig. 254a.



Man bemerkt dabei (Fig. 254a), daſs die gröſste Anhäufung der Feilspäne an den **Kanten** und **Ecken** der Polflächen des Magnets stattfindet, daſs also dort die magnetische Anziehung am intensivsten ist.

§ 298. **Erdmagnetismus.** Eine um ihren Schwerpunkt frei drehbar aufgehängte Magnetnadel nimmt an jeder Stelle der Erdoberfläche eine genau bestimmte Richtung an. Diese Erfahrung erklärt sich durch die Annahme, daſs der Erdkörper selbst magnetische Eigenschaften zeigt und zwar auf der nördlichen Halbkugel Südmagnetismus, auf der südlichen Halbkugel Nordmagnetismus. Die Erde wirkt auf die Magnetnadel ähnlich wie ein Magnetstab aus groſser Entfernung, nämlich so, daſs die beiden

Pole der Magnetnadel an jeder Stelle der Erdoberfläche stets genau gleich grofse und entgegengesetzte Einwirkungen erfahren (vergl. § 297). Die Magnetnadel als Ganzes wird daher von der Erde weder angezogen noch abgestofsen, sondern das aus der entgegengesetzten Wirkung auf beide Pole hervorgehende Kräftepaar übt eine richtende Wirkung auf die Nadel. Eine in ihrem Schwerpunkt unterstützte Nadel ist im Gleichgewicht, sobald die Richtung ihrer magnetischen Axe mit der Richtung der nordmagnetischen Kraft zusammenfällt. Wird sie aus dieser Gleichgewichtslage entfernt, so kehrt sie durch eine Reihe pendelartiger Schwingungen wieder in dieselbe zurück.

Gilbert verfertigte sich (1600) kugelförmige Stahlmagnete (terrellae), an welchen er die magnetischen Eigenschaften der Erde nachwies.

§ 299. Magnetische Deklination; magnetische Meridiane. Die magnetische Axe einer in horizontaler Richtung frei drehbaren Magnetnadel zeigt nicht genau von Süd nach Nord, sondern weicht von der genauen Richtung des astronomischen Meridians nach Osten oder Westen hin um einen gewissen Winkel ab, welcher an verschiedenen Stellen der Erdoberfläche ungleiche Werte hat und die magnetische Deklination genannt wird. In Berlin betrug dieselbe in Mitte des Jahres 1871 etwa 12° 43′ westlich. (Jährliche Abnahme 8′.) Um die Richtung der Magnetnadel an den verschiedenen Orten der Erdoberfläche anschaulich darzustellen, verzeichnet man auf einer Erdkarte (Fig. 254b) ein System von Kurven, welche sich ergeben, indem man auf der Erdoberfläche von einem beliebigen Punkt aus, immer der Richtung der Magnetnadel folgend, fortschreitet; es wird dann in jedem Punkte durch die Tangente an die zugehörige Kurve die Richtung der Magnetnadel angegeben. Diese Kurven entsprechen also den oben § 297 besprochenen magnetischen Kurven und werden magnetische Meridiankurven genannt. Dieselben zeigen beträchtliche, unregelmäfsige Abweichungen von den astronomischen Meridianen und laufen sämtlich in zwei Punkten zusammen, welche in der Nähe des astronomischen Nordpols und Südpols gelegen sind und die magnetischen Pole der Erde genannt werden. An diesen Polen selbst übt der Erdmagnetismus auf eine nur in horizontaler Ebene bewegliche Magnetnadel keine richtende Wirkung mehr aus, sondern dieselbe bleibt in jeder Lage im Gleichgewicht, weil, wie sogleich (§ 300) gezeigt werden wird, die Richtung der erdmagnetischen Kraft in diesen Punkten genau vertikal ist.

Denkt man sich durch die Richtung, welche die Deklinationsnadel an irgend einem Punkt der Erdoberfläche annimmt, eine Vertikalebene gelegt, so heifst diese die Ebene des magnetischen Meridians für diesen Ort.

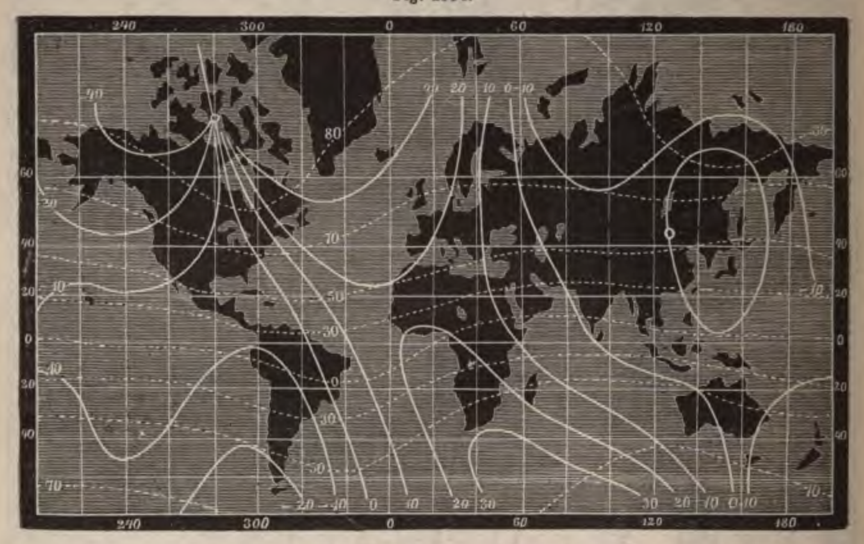
Der Gebrauch der Magnetnadel zur Angabe der Himmelsrichtungen soll eine chinesische Erfindung sein. In Europa ist dieselbe erst seit dem 12. Jahrhundert bekannt. Als Bussole wird die Magnetnadel zu Winkelmessungen, in der Feldmefs- und Markscheidekunst angewendet. Von gröfster Wichtigkeit für die Schifffahrt ist die Anwendung der Magnetnadel im Kompafs, da durch dieselbe allein die sichere Steuerung des Schiffes auf offener See möglich wird. Deshalb ist es auch von besonderem praktischen Interesse, den Wert der magnetischen Deklination an den verschiedenen Punkten der Meeresoberfläche mit möglichster Genauigkeit zu kennen. Christoph Kolumbus bemerkte zuerst (1492) die Verschiedenheit der Abweichung der Magnetnadel unter verschiedenen Längengraden.

Fig. 254 b.



§ 300. Magnetische Inklination. Wird eine Magnetnadel, welche um eine horizontale, durch ihren Schwerpunkt gehende Axe frei drehbar ist, so aufgestellt, dafs die vertikale Drehungsebene der Magnetnadel mit der Ebene des magnetischen Meridians (§ 299) zusammenfällt, so nimmt die magnetische Axe der Nadel eine gegen den Horizont geneigte Lage an, und zwar ist im allgemeinen auf der nördlichen Halbkugel der Erde das Nordende, auf der südlichen Halbkugel das Südende der Nadel abwärts geneigt. Den Winkel, welchen die magnetische Axe der Nadel mit dem Horizont bildet, nennt man die magnetische Inklination. Dieselbe betrug in Mitte des Jahres 1871 in Berlin 67° 0'. Mit der Annäherung an den magnetischen Nordpol nimmt die Inklination zu, bis sie am magnetischen Pol selbst den gröfsten Wert von 90° erreicht, d. h. die Nadel genau vertikal steht. Die Richtung der erdmagnetischen Kraft ist also in diesem Punkt genau vertikal und dieselbe

Fig. 254c.



verliert deshalb, wie oben bemerkt, den richtenden Einflufs auf eine in horizontaler Richtung drehbare Magnetnadel. Mit wachsender Entfernung vom magnetischen Nordpol nimmt die nördliche Inklination ab, bis dieselbe in der Nähe des Erdäquators gleich Null wird und auf der südlichen Halbkugel in eine südliche Inklination übergeht. Am magnetischen Südpol der Erde ist die südliche Inklination gleich 90°, oder das Südende der Nadel vertikal abwärts gerichtet. Die Linie, welche sämtliche Punkte der Erdoberfläche verbindet, an welchen die Inklinationsnadel horizontal steht oder die Inklination gleich Null ist, heifst der magnetische Äquator der Erde. Derselbe fällt nicht mit dem astronomischen Äquator zusammen (siehe Fig. 254c), sondern durchschneidet denselben an zwei Punkten, so dafs er teils auf der nördlichen, teils auf der südlichen Halbkugel der Erde liegt.

Man kann sich vorstellen, dafs in einem Längendurchschnitt der Erde durch die beiden magnetischen Pole der Erdmagnetismus eine ähnliche Wirkung ausübt, als in Fig. 254a durch die magnetischen Kurven dargestellt ist: die Inklinations-

nadel giebt an jedem Punkt der Erdoberfläche, von welcher man sich einen Axenschnitt in jener Figur durch den punktierten Kreis angedeutet denken mag, die Tangentenrichtung der zugehörigen magnetischen Kurve an.

Verbindet man alle Punkte der Erdoberfläche, in denen die Magnetnadel gleiche Abweichungen vom astronomischen Meridian zeigt, durch eine Linie, so erhält man ein System von Kurven, welche Linien gleicher Deklination oder Isogonen heifsen. Ebenso ergeben sämtliche Punkte der Erdoberfläche, in welchen die nördliche oder südliche Inklination denselben Wert hat, verbunden ein System von Kurven, welche Linien gleicher Inklination oder Isoklinen genannt werden. Dieselben weichen in ihrem Verlauf beträchtlich von den Parallelkreisen ab und sind in Fig. 254c gleichzeitig mit den Isogonen dargestellt. — Der magnetische Nordpol, welcher im nördlichen Amerika unter 70° 5′ N. Br. und 96° 46′ W. L. von Greenwich liegt, ist von Kapitän Rofs wirklich erreicht worden; dagegen ist es noch nicht gelungen, bis zum magnetischen Südpol vorzudringen.

An einzelnen Punkten der Erdoberfläche lassen sich Abweichungen in der Stellung der Magnetnadel beobachten. Von aufsergewöhnlichem Belang sind diese z. B. auf dem einen von den beiden Schnarcherfelsen, isolierten Granitpyramiden von etwa 30 m Höhe, die in der Nähe des Dorfes Schierke im Harz gelegen sind, und von denen der südliche unzugänglich ist. Auf dem nördlichen Felsen giebt es auf der etwa 12 qm grofsen Oberfläche an zwei Stellen kaum 30 cm entfernte Punkte, an denen die Magnetnadel eine fast entgegengesetzte Richtung zeigt.

§ 301. Intensität des Erdmagnetismus. Durch die Angabe der magnetischen Deklination und Inklination ist die Richtung, welche eine um ihren Schwerpunkt völlig frei drehbare Magnetnadel annehmen würde, oder die Richtung der erdmagnetischen Kraft an jeder Stelle der Erdoberfläche vollkommen genau bestimmt. Zur völligen Kenntnis dieser Kraft ist aber noch die Angabe ihrer Stärke oder Intensität erforderlich. Dafs diese Intensität nicht an allen Punkten der Erdoberfläche dieselbe ist, ergiebt sich daraus, dafs die Schwingungen einer und derselben Nadel um ihre Gleichgewichtslage an verschiedenen Orten nicht mit gleicher Geschwindigkeit erfolgen. Die Vergleichung der Schwingungsdauer giebt aber ein leichtes Mittel an die Hand, die Intensität der erdmagnetischen Kraft an verschiedenen Orten zu vergleichen. — Die Schwingungen der Magnetnadel unter dem Einflufs des Erdmagnetismus befolgen nämlich dieselben Gesetze, wie die Schwingungen des Pendels (§§ 61—63) unter dem Einflufs der Schwerkraft und es ist, unter übrigens gleichen Umständen, die Schwingungsdauer einer Magnetnadel der Quadratwurzel aus der Intensität der magnetischen Kraft umgekehrt proportional. Sind also i_1 und i_2 die magnetischen Intensitäten an zwei verschiedenen Orten und bezeichnen n_1 und n_2 die Anzahl der Schwingungen, welche die Nadel an einem und dem anderen Orte in gleichen Zeitabschnitten vollendet, so ist $i_1 : i_2 = n_1^2 : n_2^2$. Die Intensität der erdmagnetischen Kraft wächst mit der Annäherung an die magnetischen Pole und ist am geringsten in der Nähe des magnetischen Äquators. Ihre Verteilung auf der Erdoberfläche kann durch ein System von Linien gleicher Intensität oder Isodynamen dargestellt werden.

Gaufs hat berechnet, dafs 8464 Trillionen je ein Pfund schwerer Magnetstäbe mit parallel gerichteten, magnetischen Axen erforderlich wären, um die magnetische Wirkung der Erde im äufseren Raum zu ersetzen, oder dafs bei gleichmäfsiger Verteilung derselben im ganzen Rauminhalt der Erde etwa auf je ein Kubikmeter acht solcher Stäbe kommen würden.

§ 302. Variationen der magnetischen Elemente. Die Richtung und Stärke der erdmagnetischen Kraft ist nicht nur an verschiedenen Orten der Erdoberfläche ungleich, sondern sie ist auch an demselben Orte

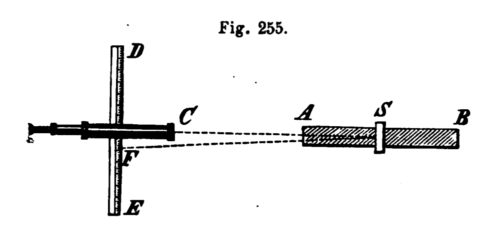
langsamen Änderungen oder Variationen unterworfen. Diese Änderungen sind teils periodische, kleine Schwankungen in der Richtung der Magnetnadel, welche nur wenige Bogenminuten betragen und sich in regelmäſsig wiederkehrenden Perioden, namentlich während einer täglichen, von Graham (1722) entdeckten, Periode, in gleicher Weise wiederholen; teils sind es säkulare Änderungen, welche sehr langsam erfolgen, aber, eine lange Reihe von Jahren hindurch in gleichem Sinne fortschreitend, allmählich zu beträchtlicher Gröſse anwachsen; teils endlich sind es unregelmäſsige Störungen des magnetischen Gleichgewichts der Erde, welche schnell vorübergehen und mit elektrischen Strömungen im Innern des Erdkörpers in Zusammenhang stehen. Dieselben treten häufig gleichzeitig mit Nordlichterscheinungen auf — magnetisches Gewitter (§ 303).

In Berlin betrug (1871) die westliche Deklination der Magnetnadel 12° 43′ und nimmt jährlich um etwa 8′ ab (§ 299). Im Laufe des vorigen Jahrhunderts war dieselbe im Zunehmen begriffen und erreichte i. J. 1805 ihren gröſsten Wert von 18°. Seitdem nimmt dieselbe langsam ab, so daſs sie möglicherweise einmal gleich Null werden und in eine östliche Abweichung übergehen wird.

Ähnlichen Änderungen sind die magnetische Inklination und Intensität unterworfen.

Zur Beobachtung kleiner Änderungen im Stande der Magnetnadel dient am besten die von Poggendorff (1826) angegebene, höchst empfindliche Methode der Spiegelablesung. An dem Magnetstab AB (Fig. 255) ist bei S ein Spiegel angebracht, auf welchen das Fernrohr C gerichtet ist. Der Beobachter erblickt in demselben das Spiegelbild einer horizontalen, in Millimeter geteilten Skala DE. Bei der normalen Lage des Magnetstabes fällt der Nullpunkt der Skala genau mit einem im Okular des Fernrohrs angebrachten Vertikalfaden (§ 172) zusammen. Wird jetzt der Magnetstab und dadurch der Spiegel S um einen kleinen Winkel α gedreht, so ändert sich die Lage des Spiegelbildes im Fernrohr, und der Vertikalfaden zeigt jetzt einen anderen Skalenstrich F an. Nach optischen Gesetzen (§ 353) ist der Winkel CSF gleich dem doppelten Drehungswinkel des Spiegels, 2α. Aus der Gröſse der Verschiebung CF und der bekannten Entfernung SC kann aber die Gröſse dieses Winkels leicht berechnet werden, und es läſst sich leicht ein für allemal bestimmen, welchem Drehungswinkel des Spiegels jeder Skalenteil entspricht. Beträgt nämlich die Entfernung des Spiegels von der Mitte der Skala m Skalenteile, so ist $\operatorname{tang} 2\alpha = \frac{1}{m}$.

Fig. 255.



Auf die Methoden zur Bestimmung der Variationen der magnetischen Inklination und Intensität kann aus Mangel an Raum nicht eingegangen werden.

§ 303. Polarlicht. Eine noch nicht hinreichend aufgeklärte Erscheinung, welche aber jedenfalls in nahem Zusammenhang mit den magnetischen Eigenschaften des Erdkörpers steht, bietet das Polarlicht dar, welches, namentlich unter den höheren Graden nördlicher und südlicher geographischer Breite, als Nordlicht und Südlicht beobachtet wird. Dasselbe beginnt in der Regel kurz nach dem Ende der Abenddämmerung damit, daſs sich am nördlichen (oder südlichen) Horizont ein dunkles, von einem hellen Saum eingefaſstes Kreissegment abgrenzt; bald wird der Lichtsaum breiter und glänzender, es beginnen Strahlen in radialer Richtung von demselben auszugehen, welche ihren Ort beibehalten, aber in Glanz und Ausdehnung einen fortwährenden Wechsel zeigen, so daſs sie bald

weit emporschiefsen, bald fast verschwinden. Wenn die Erscheinung ihren höchsten Glanz erreicht, was nur unter hohen Breitengraden stattfindet, so schiefsen die Strahlen von allen Seiten bis über den Scheitel des Beobachters empor und vereinigen sich, nach der ihrem Ausgangspunkt entgegengesetzten Seite der Himmelskugel konvergierend, zu einer Krone, deren Mittelpunkt südlich vom Zenith gelegen ist. Dafs das Nordlicht mit den magnetischen Erscheinungen des Erdkörpers im Zusammenhang steht, geht schon aus dem Umstand hervor, dafs der Mittelpunkt des Nordlichtbogens seiner Lage nach nicht dem astronomischen Norden, sondern der Richtung der Magnetnadel entspricht. Die radiale Ausströmung der Strahlen und die Konvergenz zur Nordlichtkrone ist eine Wirkung der Perspektive, indem in Wirklichkeit die Strahlen unter einander und mit der Richtung der Inklinationsnadel oder der erdmagnetischen Kraft parallel sind. Der Mittelpunkt des Lichtbogens und der der Krone entsprechen den gegenüberliegenden Punkten der Himmelskugel, nach welchen die Pole der Inklinationsnadel gerichtet sind. Einen ferneren Beweis für die magnetische Natur des Nordlichts liefert der Umstand, dafs ausgezeichnete Nordlichterscheinungen stets von starken, unregelmäfsigen Störungen in der Richtung und Intensität der erdmagnetischen Kraft (§ 302) begleitet sind, sowie von Störungen des elektrischen Gleichgewichts im Innern des Erdkörpers, welche sich durch elektrische Strömungen in den Telegraphenleitungen kundgeben.

Die Versuche, die Höhe zu bestimmen, in welchen die Nordlichterscheinungen stattfinden, haben bisher meist nur unsichere Resultate ergeben. Prof. Lemström aus Helsingfors, Leiter der finnländischen Polarstation, hat beobachtet, dafs sich Polarlichtstrahlungen auch unterhalb der Wolken, über Bergspitzen und dergl. bilden. Es ist ihm im Winter 1882 zu 1883 gelungen, im nördlichen Finnland auf zwei Bergen von 800 und 1100 m Höhe Lichtausstrahlungen, ähnlich denen bei einem Nordlicht, hervorzurufen. Andererseits hat man Nordlichterscheinungen bis zu einer Höhe von 130—150 km beobachtet. Da das Nordlicht an der Umdrehungsbewegung unserer Erde teilnimmt, so mufs es als eine der Erdatmosphäre angehörige Erscheinung betrachtet werden. Jedenfalls ist aber die Dichtigkeit der Atmosphäre in jenen hohen Schichten eine aufserordentlich geringe. (Aus der Dauer der Dämmerung wird die Höhe der äufsersten Luftschichten, welche noch merkliche Mengen von Sonnenlicht zu reflektieren vermögen, auf etwa 75 km geschätzt.) Die Erscheinungen, welche elektrische Entladungen in sehr verdünnten Gasen (vergl. § 334), unter Einwirkung magnetischer Kräfte, darbieten, werden vielleicht einst eine vollständige Aufklärung des merkwürdigen Phänomens zu geben vermögen. Andere Untersuchungen haben auf einen Zusammenhang zwischen dem Erscheinen der Polarlichter und dem Auftreten der Sonnenflecke geführt, und zwar dafs die periodische Wiederkehr der Polarlichter und der magnetischen Störungen zusammenfällt mit der des Fleckenmaximums auf der Sonnenoberfläche (§ 372).

Am 2. Oktober 1882 abends, zwischen $7^1/_2$ und $8^1/_2$ Uhr Berliner Zeit, war im mittleren westlichen Europa ein Nordlicht sichtbar, welches sich durch einen aus hellen, wolkenartigen Gebilden bestehenden Bogen auszeichnete, der im allgemeinen einer Richtung senkrecht zu den magnetischen Meridianen zu folgen schien. Die Beobachtungen desselben erstreckten sich bis auf einen Bogen von 76° südlicher Zenithdistanz bis 80° nördlicher Zenithdistanz, also von 156° Ausdehnung, und gestatteten eine Berechnung der Höhe des Nordlichtbogens. Herr O. Jesse in Steglitz hat diese Höhe auf 122,2 km, mit einem wahrscheinlichen Fehler von nur 4,5 km, bestimmt.

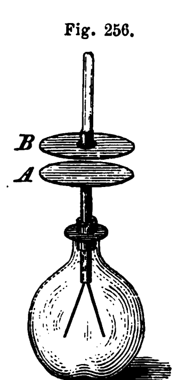
3. Berührungselektricität oder Galvanismus.

§ 304. Entwickelung von Elektricität durch Berührung. Galvanis Entdeckung. Luigi Galvani (1737—1798), Arzt in Bologna,

wurde im Jahre 1789 durch Zufall auf die Entdeckung einer neuen Art von Elektricitätserregung geführt. Derselbe hatte nämlich enthäutete Froschschenkel mittelst aus Kupferdraht gebildeter Haken an einem eisernen Gitter aufgehängt und beobachtete, dafs die Muskeln der Froschschenkel zuckten, so oft sie mit den Eisenstäben des Gitters in Berührung kamen. Da Galvani vorher ähnliche Zuckungen unter Einflufs von Reibungselektricität beobachtet hatte, so erkannte er diese Erscheinung als eine elektrische, täuschte sich jedoch hinsichtlich der Quelle der Elektricitätsentwickelung, indem er dieselbe in einer Wechselwirkung der Muskeln und Nerven des Froschschenkels zu erkennen glaubte. Alessandro Volta (1745—1827) zeigte, dafs die Berührung zweier verschiedenen Metalle eine wesentliche Bedingung zum Gelingen des Versuches sei, und dafs der Froschschenkel bei Galvanis Versuch nur das Mittel zum Nachweis der Elektricitätsentwickelung bilde, deren Ursache in der Berührung des Kupfers und Eisens zu suchen sei. Volta wies ferner (1794) nach, dafs bei jeder Berührung zweier Metalle, oder überhaupt zweier verschiedenen Leiter der Elektricität eine Elektricitätserregung stattfinde, indem der eine Körper positive, der andere negative Elektricität erhält. Die Spannung der erregten Elektricität war jedoch eine so geringe, dafs sich Volta zur Verstärkung derselben des von ihm erfundenen Kondensators bedienen mufste.

§ 305. Kondensator, Voltas Fundamentalversuch. Die Einrichtung des Kondensators beruht auf demselben Grundprinzip, wie die der Leydener Flasche (§ 277). Derselbe besteht aus zwei eben geschliffenen, in der Regel kreisrunden Metallplatten, welche durch eine möglichst dünne Schicht einer nichtleitenden Substanz von einander getrennt sind. In der Regel ist die untere Platte A (Fig. 256), welche die Kollektorplatte genannt wird, auf einem empfindlichen Elektroskop (§ 266) befestigt. Die obere oder Kondensatorplatte B kann mittelst eines isolierenden Handgriffes auf dieselbe aufgesetzt, oder von ihr abgehoben werden. Beide Metallplatten sind auf den ebenen, einander zugewendeten Flächen mit einem dünnen, isolierenden Überzug von Schellackfirnis versehen, welcher ihre leitende Berührung hindert. Der Kondensator dient zur Ansammlung schwacher Elektricitätsmengen, indem man bei seiner Ladung ähnlich verfährt, wie bei der Leydener Flasche. Bringt man einen sehr schwach elektrisierten Körper mit der Kollektorplatte A in Berührung, während gleichzeitig B mit dem Erdboden in leitende Verbindung gesetzt wird, so wird A mit der zu prüfenden Elektricität geladen, während gleichzeitig auf B durch Influenz eine annähernd gleiche Quantität der entgegengesetzten Elektricität angesammelt wird. Durch Wiederholung dieses Vorganges kann man nach und nach auf den Platten des Kondensators eine gröfsere Elektricitätsmenge ansammeln. Solange beide Platten vereinigt bleiben, halten sich die auf beiden angesammelten, entgegengesetzten Elektricitätsmengen, wie bei der Leydener Flasche, auf beiden Seiten der isolierenden Firnisschicht gegenseitig gebunden. Wird aber die Kondensatorplatte B mittelst ihres isolierenden Handgriffes abgehoben, so wird die auf A angesammelte Elektricität frei, verbreitet sich über die Goldblättchen und bringt diese zur Divergenz. Das Vorzeichen der angesammelten Elektricität kann leicht

Fig. 256.



mittelst einer angenäherten, geriebenen Glas- oder Harzstange geprüft werden.

Volta verschaffte sich nun ebene, kreisrunde Platten aus verschiedenen Metallen, welche sämtlich mit isolierenden Handgriffen versehen waren. Wurden zwei solche Platten aus verschiedenen Metallen in Berührung gebracht, so zeigten sie sich nach der Trennung entgegengesetzt elektrisch. Da die durch einmalige Berührung beider Platten erzeugte Elektricitätsmenge zu gering war, um die Strohhalme oder Goldblättchen des Elektroskops zur Divergenz zu bringen, so wurden die durch nochmalige Berührung erzeugten Elektricitätsmengen mittelst des Kondensators angesammelt und dann durch Abheben der Kondensatorplatte geprüft.

Eine andere Methode, den Versuch anzustellen, besteht darin, dafs man die Platten *A* und *B* des Kondensators selbst aus verschiedenen Metallen, z. B. *A* aus Kupfer, *B* aus Zink, anfertigt. Bringt man dann *A* und *B* durch einen Kupferdraht in leitende Verbindung und hebt nach Entfernung des Kupferdrahtes die Platte *B* ab, so zeigt sich der Kondensator geladen und zwar die Kupferplatte mit negativer, die Zinkplatte mit positiver Elektricität. Diese Versuchsmethode ist der obigen vorzuziehen, weil bei letzterer die Berührung der verschiedenartigen Metalle mit den in der Regel aus Messing gebildeten Kondensatorplatten selbst wieder zu Elektricitätsentwickelung Anlafs giebt.

§ 306. Gesetze der Voltaschen Spannungsreihe für Berührungselektricität. Indem Volta die Elektricitätsentwickelung bei Berührung verschiedener Metalle einer genauen Untersuchung unterwarf, wurde er zu folgenden wichtigen Gesetzen geführt:

1. Die Metalle lassen sich in eine Reihe — die Voltasche Spannungsreihe — anordnen, welche die Eigenschaft hat, dafs jedes vorhergehende Metall, mit einem folgenden berührt, positive, jedes folgende durch Berührung mit einem in der Reihe vorhergehenden negative Elektricität annimmt (vgl. § 265). Die Reihenfolge der wichtigsten Metalle ist folgende:

\+ Zink, Blei, Zinn, Wismut, Antimon, Eisen, Kupfer, Silber, Gold, Platin —.

Es fällt in dieser Reihe zunächst in die Augen, dafs zwischen dem elektrischen Verhalten der Metalle und ihren chemischen Eigenschaften ein eigentümlicher Zusammenhang besteht, indem die Metalle, welche die gröfste Verwandtschaft zum Sauerstoff haben, oder am leichtesten oxydierbar sind, dem positiven Ende der Reihe zunächst stehen, die schwer oxydierbaren, edlen Metalle dagegen das negative Ende bilden. In der That haben spätere Untersuchungen ergeben, dafs sich die Metalle der Alkalien und alkalischen Erden (§ 20) sämtlich noch positiver als das Zink verhalten, so dafs das Kalium das äufserste positive Ende der Spannungsreihe bildet. Andererseits können auch gewisse leitende Metalloxyde, wie Braunstein (Mangansuperoxyd), welche keiner weiteren Oxydation fähig sind, in die Spannungsreihe eingeordnet werden, und zwar zeigen sie ein stark negatives Verhalten. Dasselbe gilt von Kohle und Graphit, welche zwar bei hoher Temperatur brennbar sind, bei gewöhnlicher Temperatur aber gar keine Verwandtschaft zum Sauerstoff zeigen.

2. Zwischen je zwei in der Reihe enthaltenen Substanzen wird durch die Berührung eine bestimmte, elektrische Spannungsdifferenz erzeugt, welche lediglich von ihrer Substanz abhängt, von der Form und Gröfse der Berührungsfläche aber unabhängig ist. Diese Spannungsdifferenz ist um so gröfser, je weiter die Substanzen in der Reihe von einander entfernt stehen.

Am gröſsten ist daher unter den Schwermetallen die Spannungsdifferenz zwischen Zink und Platin. Nimmt man die elektrische Spannungsdifferenz zwischen Zink und Kupfer gleich 100 an, so ist für häufiger zur Anwendung kommende Glieder der Spannungsreihe, nach Hankel, die Differenz zwischen den auf einander folgenden Metallen:

Zn	*Pb*	*Sn*	*Fe*	*Cu*	*Au*	*Ag*	*C*	*Pt*.
44	7	33	16	10	8	4	1	

Als Kohle war eine Platte von Gaskohle benutzt: die Spannungsdifferenzen zeigten sich abhängig von der Beschaffenheit der Oberfläche der Metalle, erhielten also andere Werte, wenn die Metalle eine Zeit lang an der Luft gelegen hatten.

3. Sind a, b, c drei beliebig gewählte Glieder der Spannungsreihe, so ist die Spannungsdifferenz zwischen a und c gleich der Summe der Differenzen zwischen a und b und zwischen b und c, oder wenn $a|b$ die Gröſse der Spannungsdifferenz der Substanzen a und b bezeichnet, so ist:

$$a|c = a|b + b|c.$$

Es sind also, der Hankelschen Tabelle entsprechend, die Spannungsdifferenzen des Zinks mit den übrigen Gliedern der Spannungsreihe:

$$Zn|Pb = 44,\quad Zn|Sn = 51,\quad Zn|Fe = 84,\quad Zn|Cu = 100,$$
$$Zn|Au = 110,\quad Zn|Ag = 118,\quad Zn|C = 122,\quad Zn|Pt = 123;$$

und hieraus die der übrigen Metalle durch Subtraktion herzuleiten:

$$Fe|Au = 26,\quad Cu|Ag = 18,\quad Cu|Pt = 23 \text{ u. s. w.}$$

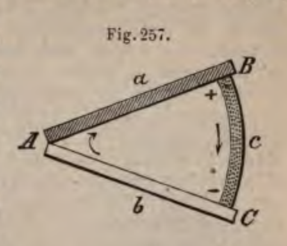
Aus diesem Satz folgt ferner, daſs wenn zwei Metalle a und c durch ein Zwischenglied b in leitende Verbindung gesetzt werden, die Spannungsdifferenz der Endglieder dieselbe ist, als ob sie einander unmittelbar berührten. Dieser wichtige Satz bleibt für eine aus beliebig vielen Gliedern der Spannungsreihe gebildete Reihenfolge gültig.

§ 307. Elektromotorische Kraft. Die Ursache, welche die Elektricitätsentwickelung bei Berührung zweier verschiedenen, leitenden Substanzen hervorruft und andererseits die sofortige Wiedervereinigung der getrennten Elektricitäten hindert, muſs in einer besonderen Kraft gesucht werden, welche an der Berührungsstelle beider Substanzen in Wirkung tritt und elektromotorische Kraft genannt wird. Die Wirkung dieser Kraft besteht darin, zwischen beiden Substanzen eine bestimmte, elektrische Spannungsdifferenz zu erzeugen, und wenn diese auf irgend eine Weise aufgehoben wird, sie sofort wieder herzustellen.

Es werde die elektrische Differenz zweier Metalle, z. B. des Kupfers und Zinks, mit $2e$ bezeichnet. Bringt man zwei unelektrische und isolierte Platten aus beiden Metallen in Berührung, so erhält das Kupfer negative Elektricität von der Spannung $-e$, das Zink positive Elektricität von der Spannung $+e$, so daſs die algebraische Differenz beider $2e$ beträgt. Würde jetzt die Kupferplatte durch Ableitung zum Erdboden unelektrisch gemacht, so daſs ihre Spannung $= 0$ wäre (vergl. § 279), so würde die Zinkplatte die Elektricität $+ 2e$ erhalten; würde hingegen die Zinkplatte zum Boden abgeleitet, so erhielte die mit ihr in Berührung stehende Kupferplatte durch die zwischen beiden thätige, elektromotorische Kraft die Elektricität $- 2e$, so daſs in jedem Fall der Wert der algebraischen Spannungsdifferenz $2e$ beträgt. Wird der Kupferplatte durch irgend eine äuſsere Elektricitätsquelle die elektrische Spannung $+ 5e$ erteilt, so müſste die Zinkplatte $+ 7e$ erhalten, und wenn umgekehrt der Zinkplatte die Spannung $- 3e$ mitgeteilt wird, so wird durch die elektromotorische Kraft auf der Kupferplatte die Spannung $- 5e$ erzeugt.

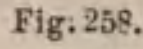
§ 308. Elektrischer Strom, galvanische Kette. Es seien AB und AC (Fig. 257) zwei Streifen aus verschiedenen Metallen a und b, welche bei A in leitender Verbindung stehen, so werden infolge der an der Berührungsstelle wirkenden, elektromotorischen Kraft beide Metalle entgegengesetzte Elektricitäten erhalten. Es mögen nun die beiden Enden B und C durch einen dritten, nicht metallischen Leiter c verbunden sein, und es soll der Einfachheit halber angenommen werden, daſs durch die Berührung von c mit a und b keine neuen elektromotorischen Kräfte hervorgerufen werden. Es werden sich dann die entgegengesetzten Elektricitäten beider Metalle durch den Leiter c hindurch zu neutraler Elektricität vereinigen, indem die $+E$ in der Richtung des Pfeiles von B nach C, die $-E$ aber in entgegengesetzter Richtung strömt. Sobald aber durch diese Vereinigung die elektrische Spannungsdifferenz beider Metalle verringert wird, tritt die elektromotorische Kraft an der Berührungsstelle A in Wirksamkeit und strebt die ursprüngliche Spannungsdifferenz wieder herzustellen (§ 307). Es findet infolgedessen bei A eine fortdauernde Scheidung und innerhalb des Leiters c eine fortwährende Wiedervereinigung der beiden Elektricitäten statt, oder in dem aus den Leitern a, b, c gebildeten Kreise strömt die positive Elektricität fortdauernd in der Richtung der Pfeile ABC, die negative Elektricität aber in der entgegengesetzten Richtung ACB, solange die aus den drei Leitern gebildete, galvanische Kette geschlossen bleibt. Dieser elektrische Doppelstrom hört auf, sobald entweder die Berührung bei A aufgehoben oder die Leitung zwischen B und C unterbrochen wird.

Fig. 257.



Derartige elektrische Ströme entstehen beispielsweise, so oft die Enden zweier in Berührung befindlichen Metallstreifen durch einen flüssigen, nicht metallischen Leiter verbunden werden, indem man z. B. die Enden eines aus Kupfer und Zink zusammengelöteten, gebogenen Metallstreifens (Fig. 258) in ein Gefäſs taucht, das mit Wasser gefüllt ist, dessen Leitungsvermögen zweckmäſsig durch einen Zusatz von einigen Tropfen Schwefelsäure oder Auflösung von Kochsalz erhöht wird. Durch zwei verschiedene Metalle und eine leitende Flüssigkeit wird ein galvanisches Element gebildet.

Fig. 258.





Würde man die Enden der Metallstreifen AB und AC (Fig. 257) durch einen dritten, ebenfalls metallischen Leiter c verbinden, welcher in die elektrische Spannungsreihe (§ 306, 1) gehört, so könnte in dem aus den drei Metallen a, b, c gebildeten Kreise kein elektrischer Strom entstehen. Auſser der elektromotorischen Kraft bei A würden nämlich durch die Berührung der Metalle bei B und C ebenfalls elektromotorische Kräfte in Wirksamkeit treten. Denkt man sich anfänglich den Kreis, etwa bei B, unterbrochen, so würden die Metalle a und c nach § 306, 3 durch die bei A und C wirkenden, elektromotorischen Kräfte dieselbe Spannungsdifferenz erhalten, als ob sie einander unmittelbar berührten; es wäre $a|b + b|c = a|c$. Wird daher bei B die Kette geschlossen, so ist die zwischen a und c wirksame, elektromotorische Kraft gerade hinreichend, um die Ausgleichung der Spannungsdifferenz zu verhindern. Die Elektricität ist also auf einem aus drei metallischen Leitern gebildeten Kreise im Gleichgewicht, und dasselbe gilt, wie leicht ersichtlich, von jeder aus beliebig vielen metallischen Leitern gebildeten Kette. (Inwiefern dieser Satz eine Beschränkung erfährt, s. unten § 337).

Es ist vorhin der Einfachheit wegen angenommen worden, dafs durch Berührung des nichtmetallischen Leiters *c* mit *a* und *b* keine neuen elektromotorischen Kräfte erzeugt werden, sondern dafs der Leiter *c* lediglich zur Ausgleichung der auf *a* und *b* angesammelten Elektricitäten dient. Es ist jedoch nach den obigen Betrachtungen klar, dafs auch, wenn bei *B* und *C* neue elektromotorische Kräfte in Wirksamkeit treten, ein Strom jedesmal eintreten mufs, so oft der Leiter *c* nicht in die Reihe derjenigen gehört, welche dem Gesetz der elektrischen Spannungsreihe (§ 306, 3) unterworfen sind. Dies ist aber bei allen nichtmetallischen, flüssigen Leitern der Fall. Volta nannte diese Leiter zweiter Klasse, im Gegensatz zu den in der Spannungsreihe enthaltenen Leitern erster Klasse, zu welchen alle Metalle, auch das flüssige Quecksilber, gehören. Es wird unten (§ 339 ff.) gezeigt werden, dafs die Leiter zweiter Klasse die Eigentümlichkeit besitzen, den elektrischen Strom nicht zu leiten, ohne durch denselben eine chemische Zersetzung zu erfahren.

In Wirklichkeit werden nicht nur durch die Berührungen der Metalle unter einander, sondern auch durch ihre Berührung mit Flüssigkeiten, elektromotorische Kräfte erzeugt, und zwar sind die letzteren zum Teil viel beträchtlicher als die ersteren. Im allgemeinen verhalten sich die Metalle, den Flüssigkeiten gegenüber, elektronegativ und zwar um so stärker, je leichter sie oxydierbar sind. Auch hier sind die Metalle wegen ihres elektromotorischen Verhaltens gegen Flüssigkeiten in eine Reihe geordnet worden, welche im besonderen für verdünnte Schwefelsäure nach Poggendorff die folgende ist: Zink, Cadmium, Eisen, Zinn, Blei, Aluminium, Nickel, Antimon, Wismut, Kupfer, Silber, Platin.

Die elektromotorische Kraft einer aus drei Leitern gebildeten Kette findet man, indem man die an den drei Berührungsstellen wirksamen, elektromotorischen Kräfte, in einer bestimmten Richtung fortschreitend summiert. So ist z. B. in einem aus *Zn*, *Cu* und *Ag* gebildeten Kreise $Zn|Cu = 100$, $Cu|Ag = 18$, woraus nach dem Spannungsgesetz $Zn|Ag = 118$, mithin $Ag|Zn = -118$ folgt. Die gesamte elektromotorische Kraft ist also:

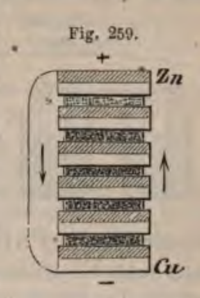
$$Zn|Cu + Cu|Ag + Ag|Zn = 100 + 18 - 118 = 0.$$

Dagegen hat man in einer Kette aus *Zn*, *C* und verdünnter Schwefelsäure etwa: $Zn|C = 122$, $C|Schw = -4{,}7$, $Schw|Zn = 47{,}7$, woraus sich die Summe der elektromotorischen Kräfte in diesem Kreise $= +165$ ergeben würde. Es würde also in einer solchen Kette ein Strom positiver Elektricität in der Richtung *Zn*, *Schw*, *C* und ein Strom negativer Elektricität in der entgegengesetzten Richtung cirkulieren.

§ 309. Voltasche Säule (1800); offene und geschlossene Säule. Die durch Berührung einer Kupfer- und Zinkplatte erzeugte, elektrische Spannungsdifferenz ist so gering, dafs sie nur durch äufserst empfindliche Elektroskope nachgewiesen werden kann. Durch Übereinanderschichten einer gröfseren Zahl von Platten aus verschiedenen Metallen kann dieselbe nicht verstärkt werden, da (§ 306, 3) der Spannungsunterschied der ersten und letzten Platte immer nur so grofs ist, als ob dieselben einander unmittelbar berührten. Volta erreichte aber eine Verstärkung der Wirkung dadurch, dafs er je zwei metallische Plattenpaare durch einen nicht metallischen Leiter, z. B. durch eine mit verdünnter Schwefelsäure oder Kochsalzlösung getränkte Tuchplatte, trennte. Stellen wir uns der Einfachheit halber wieder, wie oben (§ 308), vor, dafs die Flüssigkeit nur zur Leitung dient, und bezeichnen die elektrische Spannungsdifferenz (*Cu*, *Zn*) mit $2e$, so erhält, wenn die unterste Kupferplatte zum Boden abgeleitet, also unelektrisch ist, die erste Zinkplatte die elektrische Spannung $+2e$; durch die darauf liegende, feuchte Tuchplatte wird diese Elektricität der zweiten Kupferplatte mitgeteilt, die also ebenfalls die Spannung $+2e$ erhält. Durch Berührung mit dieser Kupferplatte erhält die zweite Zinkplatte $+4e$ u. s. f. Sind überhaupt n Plattenpaare vorhanden, so erhält die letzte Zinkplatte die Spannung $+2ne$, oder die Spannungsdifferenz an beiden Enden der Säule ist der Anzahl

der Plattenpaare proportional. Würde umgekehrt das obere Ende der Säule zum Erdboden abgeleitet, das untere isoliert, so würde man an letzterem die Spannung $-2ne$ erhalten. Wird endlich, während beide Enden isoliert sind, die Mitte der Säule ableitend berührt, so zeigen beide Enden oder Pole der Säule die gleichen, aber dem Vorzeichen nach entgegengesetzten Spannungen $+ne$ und $-ne$. — Verbindet man beide Pole der Säule durch einen leitenden Metalldraht, so findet, wie bei der einfachen Kette (§ 308), durch den Draht hindurch eine fortwährende Ausgleichung der Spannungsdifferenz und infolge der im Innern der Säule wirksamen, elektromotorischen Kräfte eine fortwährende Wiedererzeugung derselben statt, und es cirkuliert infolgedessen in der geschlossenen Säule ein fortdauernder Doppelstrom positiver und negativer Elektricität in entgegengesetzten Richtungen. Die Richtung des positiven Stromes ist in Fig. 259, wie immer, durch die Pfeile bezeichnet. Schliefst man eine aus zahlreichen Plattenpaaren gebildete Säule durch den menschlichen Körper, so empfindet man im Augenblick des Schliefsens und des Öffnens eine Erschütterung, ähnlich der durch den Entladungsschlag einer schwach geladenen Leydener Flasche erzeugten.

Fig. 259.



In Wirklichkeit dienen die mit Säure oder Salzlösung angefeuchteten Tuchlappen in der Säule nicht nur als Leiter der Elektricität, sondern es werden durch die Berührung der Metalle mit der Flüssigkeit neue, elektromotorische Kräfte erzeugt, welche, wie aus den oben (§ 308) mitgeteilten Thatsachen folgt, wesentlich zur Verstärkung der Wirksamkeit der Säule beitragen.

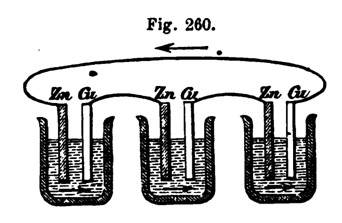
Bleibt eine frisch zusammengesetzte Voltasche Säule während einiger Zeit geschlossen, so macht sich eine ziemlich schnelle Abnahme ihrer Wirkungen bemerkbar, und um die ursprüngliche Wirkung wiederherzustellen, ist es erforderlich, die Säule aus einander zu nehmen und nach sorgfältiger Reinigung wieder aufzubauen. Der Grund der Abnahme der Wirkung liegt in chemischen Vorgängen im Innern der Säule, welche erst später (§ 343) genauer erörtert werden können, und durch welche eine Veränderung der Oberfläche der Metallplatten herbeigeführt wird, die mit dem Namen der galvanischen Polarisation bezeichnet wird.

Teils um das lästige Auseinandernehmen und Wiederaufbauen der Säule zu erleichtern, teils um die Polarisation überhaupt zu vermeiden, oder doch ihren Einfluſs möglichst zu verringern, hat man der galvanischen Kette verschiedene andere Formen gegeben, von denen einige der wichtigsten im nächsten Paragraphen angegeben werden sollen.

§ 310. Verschiedene Formen der galvanischen Kette. Unter den verschiedenen Formen, welche man den galvanischen Ketten zur Erleichterung ihres praktischen Gebrauches und Erzielung gröfserer und andauernder Wirkung gegeben hat, sind zunächst die Trog- und Becherapparate zu erwähnen. Letztere bestehen aus einer Reihe neben einander gestellter Glasgefäfse, welche mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt sind. In jedes dieser Gefäfse taucht eine Kupfer- und eine Zinkplatte. Jede Zinkplatte ist mit der Kupferplatte des benachbarten Gefäfses, entweder durch Lötung, oder durch mittelst Klemmschrauben befestigte Drähte, in metallisch leitende Verbindung gesetzt. Je zwei so verbundene Metallplatten entsprechen einem Plattenpaar der Voltaschen Säule, während die in den Gefäfsen enthaltene Flüssigkeit die Stelle der feuchten Tuchlappen vertritt. Der positive Strom geht hier, wie bei allen folgenden Ketten, vom Zink durch die Flüssigkeit zum Kupfer oder über-

haupt zum negativen Metall, im Schliefsungsdraht der Kette dagegen kehrt der Strom vom Kupfer zum Zink zurück. — Bei dem Trogapparat sind die Glasgefäfse durch einen rechteckigen Holztrog ersetzt, welcher durch parallele Scheidewände in Zellen geteilt ist, die ausgepicht und mit Säure gefüllt werden. Die Plattenpaare werden dann zweckmäfsig an einem über dem Trog angebrachten Querstab so befestigt, dafs alle gleichzeitig aus der Flüssigkeit gehoben, oder in dieselbe hinabgesenkt werden können. Zu manchen Versuchen werden zweckmäfsig Platten von sehr grofser Oberfläche angewendet (vergl. § 318). Um nicht zu grofse Gefäfse anwenden zu müssen, kann man ein solches Plattenpaar spiralförmig zusammenwinden, wobei die metallische Berührung der Platten durch zwischengelegte Tuchstreifen verhindert wird. Man kann so ein Plattenpaar von mehr als einem Quadratmeter Oberfläche in ein cylindrisches Gefäfs von mäfsiger Gröfse bringen — sogenannte Haresche Spirale (1821).

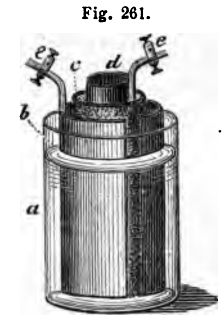
Fig. 260.



Sehr praktisch zum Gebrauch in Laboratorien sind die sogenannten Flaschenelemente, die im wesentlichen aus Zink und Kohle bestehen, welche sich in eine Lösung von doppelt-chromsaurem Kali tauchen lassen.

§ 311. Konstante Ketten. Die bisher erwähnten Ketten haben den gemeinsamen Übelstand, dafs ihre Wirksamkeit infolge der bereits oben (§ 309) erwähnten Polarisation schnell abnimmt und auf einen kleinen Bruchteil ihrer ursprünglichen Stärke herabsinkt. Dieser Übelstand wird vermieden bei den sogenannten konstanten Ketten, deren äufserliches Merkmal darin besteht, dafs dieselben aus zwei Metallen und zwei verschiedenen Flüssigkeiten zusammengesetzt sind. Inwiefern es durch diese Kombination möglich wird, die Polarisation zu vermeiden, oder wenigstens ihren Einflufs zum gröfsten Teil zu beseitigen, kann erst unten (§ 344) erläutert werden. Die wichtigsten Formen der konstanten Kette sind folgende:

Fig. 261.



1. Die Daniellsche Kette (1836) — Kupfer in gesättigter Kupfervitriollösung und Zink in verdünnter Schwefelsäure. In dem Glasgefäfs *a* (Fig. 261) steht der oben und unten offene Zinkcylinder *b*, in diesem die becherförmige, aus porösem, schwach gebranntem Thon gebildete Zelle *c*, welche in sich den Kupferblechcylinder *d* aufnimmt. Der Raum innerhalb der Thonzelle wird mit einer gesättigten Lösung von Kupfervitriol, der äufsere, das Zink enthaltende Raum mit verdünnter Schwefelsäure (1 T. engl. Schwefelsäure auf 10 T. Wasser) gefüllt.

Die Klemmschrauben *e* dienen zur Verbindung mit den benachbarten Elementen der Säule, oder mit dem Schliefsungsdraht. Die Kupfervitriollösung, welche sich durch die Wirkung des Stromes allmählich zersetzt (§ 341), mufs stets koncentriert erhalten werden. Es ist deshalb zweckmäfsig, einen Überschufs ungelösten Salzes in die Zelle zu bringen. Die Zinkcylinder werden vor der schnellen, auflösenden Einwirkung der Schwefelsäure zweckmäfsig dadurch geschützt, dafs man sie amalgamiert, d. h. ihre Oberfläche mit einer anhaftenden Quecksilberschicht versieht. Nachdem der Zinkcylinder in verdünnte Säure getaucht worden ist, breitet sich das Quecksilber mit grofser Leichtigkeit in einer dünnen Schicht auf seiner Oberfläche aus, welche durch Bürsten gleichmäfsig verteilt werden kann.

2. Die Grovesche Kette (1833) — Platin in koncentrierter Salpetersäure und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Dieselbe gleicht in ihrer Einrichtung völlig der Daniellschen Kette, nur ist das Kupfer durch das negativere Platin, die Kupfervitriollösung durch Salpetersäure ersetzt.

Die Grovesche Kette hat vor der Daniellschen den Vorzug einer gröfseren elektromotorischen Kraft, während letztere sich durch eine konstantere Stromstärke auszeichnet.

3. Die Bunsensche Kette (1842) — Kohle in koncentrierter Salpetersäure und Zink in verdünnter Schwefelsäure.

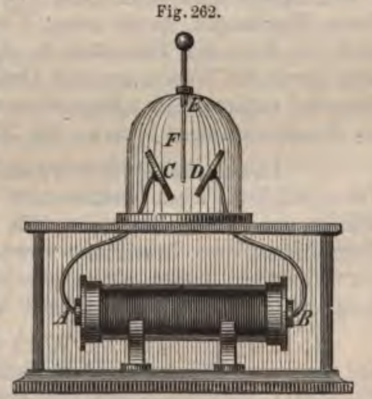
Dieselbe unterscheidet sich von der Groveschen nur dadurch, dafs das teure Platin durch ein weit wohlfeileres Material, die Kohle, ersetzt ist, welche sich fast ebenso negativ verhält wie Platin (s. oben § 306). Nicht alle Arten von Kohle sind leitend und deshalb zur Verwendung in der Kette geeignet. Am besten eignet sich der Graphit, oder die bei der Leuchtgasbereitung an den Wänden der thönernen Retorten sich absetzende, sogenannte Gaskohle.

Die konstanten Ketten sind von Becquerel erfunden worden, dessen Kette von der Daniellschen nur dadurch verschieden war, dafs er einen Beutel aus tierischer Blase anstelle der porösen Thonzelle anwendete. — In neuerer Zeit sind mannigfaltige, besonders für technische Zwecke — Telegraphie, Galvanoplastik u. s. w. — geeignete Formen der Kette in Anwendung gekommen, unter denen namentlich die von Meidinger (1859) angegebene, verbesserte Form der Daniellschen Kette Erwähnung verdient, welche einen sehr lange Zeit hindurch annähernd konstanten Strom liefert und nur selten eine Erneuerung der Flüssigkeiten erfordert.

Anstelle des Platins oder der Kohle kann als negatives Metall, nach dem Vorschlag von Hawkins, Gufseisen verwendet werden. Das Eisen hat nämlich die Eigenschaft, in Berührung mit koncentrierter Salpetersäure in den sogenannten passiven Zustand überzugehen, in welchem es von der Säure nicht gelöst wird und sich wie ein stark negatives Metall verhält. Diese Eigenschaft beruht darauf, dafs sich das Eisen durch Einwirkung der Säure mit einer festanhaftenden, unlöslichen Schicht von Eisenoxyd überzieht, welches nicht weiter oxydierbar ist und deshalb ein elektronegatives Verhalten zeigt (vergl. § 344).

§ 312. Trockene, Zambonische Säule. Säulenelektroskop. Man hat sich bestrebt, wegen der Unbequemlichkeiten, welche die Anwendung der Flüssigkeiten in der Voltaschen Säule mit sich bringt, dieselben ganz zu vermeiden und durch trockene Leiter zu ersetzen. Zamboni (1812) wendete zu diesem Zweck kreisrunde Blättchen aus unechtem Gold- und Silberpapier an. Je zwei solcher Blättchen wurden mit den metallischen — mit Tombak und Zinn überzogenen — Flächen auf einander gelegt. Aus einigen Tausenden solcher Paare wurde eine Säule aufgeschichtet, in welcher das Papier die Stelle des feuchten Leiters vertrat. Die ganze Säule wurde dann durch Seidenschnüre möglichst fest zusammengeprefst, zum Schutz gegen die atmosphärische Feuchtigkeit äufserlich mit Firnis überzogen und in eine beiderseits mit Metallkappen versehene Glasröhre eingeschlossen. Eine solche Säule ist wegen des geringen Leitungsvermögens des Papiers, welches dasselbe nur der darin enthaltenen, hygroskopischen Feuchtigkeit verdankt, zur Erzeugung elektrischer Ströme nicht geeignet. Dagegen können die Spannungserscheinungen an den Polen der offenen Säule mittelst des Elektroskops leicht nachgewiesen werden. Eine besondere Anwendung hat dasselbe bei der Konstruktion des von Behrens angegebenen, später von Bohnenberger, Fechner u. a. verbesserten Säulenelektroskops erfahren. In einem hölzernen, zweckmäfsig mit Glasscheiben versehenen Kasten liegt die Zambonische Säule AB (Fig. 262), deren beide Pole isoliert sind und durch Metall-

Fig. 262.



drähte mit den Messingplatten *C*, *D* in Verbindung stehen. Von dem mit dem Knopf des Elektroskops verbundenen Metalldraht *E* hängt das Goldblattstreifchen *F* herab, welches zwischen den Polplatten *C*, *D* schwebt. Wird dem Elektroskop ein elektrischer Körper genähert, so wird das Goldblättchen vom positiven oder negativen Pol angezogen, je nachdem der Körper negative oder positive Elektricität besitzt.

§ 313. Übersicht der Wirkungen des elektrischen Stromes.

1. Wärme- und Lichterscheinungen. Verbindet man die Pole einer aus einem oder mehreren Elementen gebildeten, galvanischen Kette durch einen Metalldraht, so wird dieser durch den elektrischen Strom erwärmt. Wenn der Draht dünn und die Kette kräftig genug ist, so kann die Erwärmung bis zum Glühen und Schmelzen des Drahtes gesteigert werden (§ 335).

Im Augenblick, wo die metallische Leitung an einer Stelle unterbrochen und dadurch der Schliefsungskreis der Kette geöffnet wird, zeigt sich an der Unterbrechungsstelle ein Öffnungsfunke (§ 336).

2. Chemische Wirkungen. Taucht man zwei mit den Polen einer aus mehreren Elementen gebildeten Kette verbundene Platindrähte in ein Gefäfs mit verdünnter Schwefelsäure, so findet an beiden Poldrähten eine Gasentwickelung statt. Die nähere Untersuchung lehrt, dafs an dem positiven Poldraht Sauerstoffgas, am negativen Wasserstoffgas abgeschieden wird, und zwar stehen die Mengen der beiden abgeschiedenen Gase in demselben Verhältnis, in welchem sie im Wasser chemisch vereinigt sind (1 Vol. O und 2 Vol. H). Ähnliche, chemische Einwirkungen erfahren alle anderen flüssigen, chemischen Verbindungen, welche den Strom zu leiten imstande sind, und welche oben (§ 308) als Leiter zweiter Klasse bezeichnet wurden (§§ 339—344).

3. Magnetische Wirkungen. Eine in der Nähe des Schliefsungsdrahtes einer galvanischen Kette aufgehängte Magnetnadel wird durch die Wirkung des Stromes von ihrer ursprünglichen Richtung in der Weise abgelenkt, dafs sie sich senkrecht zur Richtung des Stromes zu stellen strebt (§§ 314—317).

Umgiebt man einen Stab von weichem Eisen mit einer Drahtspirale, deren Windungen durch einen Überzug von Seide von einander isoliert sind, so wird der Eisenstab in einen kräftigen Magnet verwandelt, wenn man durch die Windungen der Drahtspirale einen galvanischen Strom leitet. Derselbe verliert seinen Magnetismus wieder bei Unterbrechung des Stromes. — Elektromagnetismus (§§ 321—329).

4. Induktionswirkungen. Im Augenblick des Entstehens oder Verschwindens eines elektrischen Stromes werden in benachbarten, geschlossenen Stromleitern ebenfalls elektrische Ströme erzeugt, welche als Induktionsströme bezeichnet werden. Ähnliche Induktionsströme werden hervorgerufen, indem einem geschlossenen Stromleiter ein Magnetstab angenähert, oder von ihm entfernt wird (§§ 330—334).

5. Physiologische Wirkungen. Die galvanischen Ströme üben auf den menschlichen und tierischen Organismus Wirkungen aus, welche den durch Reibungselektricität erzeugten im allgemeinen analog sind, und welche namentlich im Augenblick des Entstehens und Verschwindens eines elektrischen Stromes hervortreten. Besonders sind die Induktions-

ströme zur Erzeugung kräftiger, physiologischer Wirkungen geeignet (§§ 334, 345).

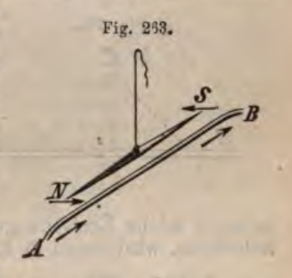
A. Magnetische Wirkungen des elektrischen Stromes.

§ 314. Wir beginnen mit der näheren Betrachtung der magnetischen Wirkungen des Stromes, weil dieselben das beste Hilfsmittel zur Messung der Stromstärke und zur Untersuchung der Gesetze, welchen die Entstehung elektrischer Ströme unterworfen ist, darbieten.

a. Ablenkung der Magnetnadel durch den elektrischen Strom. Messung und allgemeine Gesetze der Stromstärke.

§ 315. Ablenkung der Magnetnadel; Örsteds Versuch; Ampèresche Regel. Die Ablenkung der Magnetnadel durch den galvanischen Strom wurde i. J. 1820 von Örsted (1777—1851) zu Kopenhagen entdeckt. Über einem horizontal und in der Richtung des magnetischen Meridians ausgespannten Kupferdraht *AB* (Fig. 263) sei eine Magnetnadel an einem Seidenfaden horizontal schwebend aufgehängt. Durch den Einfluſs des Erdmagnetismus wird dieselbe dem Drahte parallel gerichtet. Wird jetzt durch den Draht *AB* ein elektrischer Strom geleitet, so daſs der positive Strom in der Richtung der Pfeile von *N* nach *S* flieſst, so beobachtet man, daſs die Magnetnadel aus ihrer Ruhelage abweicht und zwar so, daſs das Nordende der Nadel nach Westen (in der Figur nach rechts), das Südende nach Osten (links) abgelenkt wird. Wird die Richtung des Stromes umgekehrt, so erfolgt die Ablenkung der Nadel im entgegengesetzten Sinne.

Fig. 263.



Ist der Strom stark genug, so stellt sich die Nadel fast senkrecht zur Richtung des Drahtes, bei geringerer Stromstärke, oder bei gröſserer Entfernung vom Draht nimmt dieselbe eine mittlere, unter einem mehr oder minder groſsen, spitzen Winkel gegen den Draht geneigte Lage an. Wird die Nadel nicht über, sondern unter dem Draht aufgehängt, so weicht bei der durch die Pfeile bezeichneten Stromrichtung der Nordpol nach Osten (links), der Südpol nach Westen (rechts) ab. Wird die Nadel in gleicher Höhe mit dem Draht auf der Ostseite aufgehängt, so erfährt das Nordende eine Ablenkung nach oben, auf der Westseite des Drahtes nach unten. Durch Wechsel der Stromesrichtung geht in jedem Fall die Ablenkung in die entgegengesetzte über. Ampère hat folgende, leicht zu merkende Regel angegeben, durch welche in jedem Fall die Richtung der Ablenkung bestimmt wird: Man denke sich selbst in den Strom versetzt, so daſs der positive Strom bei den Füſsen eintritt und am Kopfe austritt, das Gesicht sei dem Nordende der Magnetnadel zugewendet, so wird dieses jederzeit nach der linken Seite des Beobachters abgelenkt.

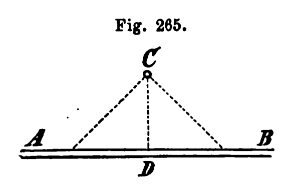
Zum schnellen und bequemen Wechsel der Stromesrichtung im Schlieſsungskreise einer galvanischen Kette bedient man sich des sogenannten Stromwenders oder Kommutators. Von den mannigfaltigen Formen; welche man diesem gegeben hat, soll hier nur eine der einfachsten erwähnt werden;

abcd (Fig. 264) stellt den Querschnitt eines aus nichtleitender Substanz gebildeten Cylinders vor, der um seine Axe *m* gedreht werden kann. In die Oberfläche desselben sind die leitenden Metallstreifen *ab* und *cd* eingelegt. Bei *a*, *b*, *c* und *d* schleifen auf der Oberfläche der Walze vier elastische Federn aus gehärtetem Messingblech, von denen zwei gegenüberstehende, *a* und *c*, mit den Polen der Kette, die beiden anderen aber mit dem Schliefsungsbogen verbunden sind. Bei der gezeichneten Stellung der Walze steht *b* mit *a*, *d* mit *c* in leitender Verbindung, und der positive Strom durchläuft den Schliefsungsbogen in der Richtung des Pfeiles. Wird die Walze 90° um ihre Axe gedreht, so werden diese Verbindungen aufgehoben, dagegen tritt *d* mit *a* und *c* mit *b* in leitende Verbindung, der Strom cirkuliert daher im Schliefsungsbogen in umgekehrter Richtung. (Der Gyrotrop von Pohl, 1828.)

Fig. 264.

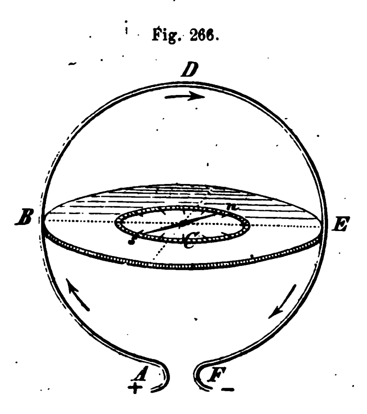
Eine wichtige Bemerkung über die Richtung der von einem elektrischen Strom auf einen Magnetpol ausgeübten Kraft mag hier Platz finden. Alle Kräfte, deren Wirkungen bisher erläutert worden sind, zerfallen in Anziehungs- und Abstofsungskräfte, welche die auf einander wirkenden Körper in der Richtung ihrer Verbindungslinie einander zu nähern oder von einander zu entfernen streben — so z. B. die allgemeine Massenanziehung oder Gravitation, die zwischen elektrischen Körpern oder Magnetpolen wirkenden Anziehungs- und Abstofsungskräfte. Die Wirkung dagegen, welche ein geradliniger, von einem elektrischen Strom durchflossener Leitungsdraht *AB* (Fig. 265) auf einen in *C* befindlichen Magnetpol ausübt, ist weder eine anziehende, noch eine abstofsende. Dieselbe steht senkrecht zu den von *C* nach den Punkten der Geraden *AB* gezogenen Verbindungslinien, oder ihre Richtung ist senkrecht auf der durch den geradlinigen Stromleiter *AB* und den Magnetpol *C* gelegten Ebene. Könnte man die beiden Pole einer Magnetnadel von einander trennen, so würden beide den Draht in immer gleicher Entfernung (abgesehen vom Beharrungsvermögen) zu umkreisen streben. Auf welche Weise man dazu gelangt, solche Kreisbewegungen der Magnetpole um Stromleiter wirklich hervorzubringen, wird unten (§. 327) erläutert werden.

Fig. 265.



§ 316. Tangentenbussole. (Pouillet, 1837). Auf der ablenkenden Wirkung, welche der elektrische Strom auf die Magnetnadel ausübt, beruht der Gebrauch eines der wichtigsten Instrumente zur Messung der Stärke oder Intensität elektrischer Ströme, der Tangentenbussole. Ein kreisförmig gebogener Metalldraht *ABDEF* (Fig. 266) sei so aufgestellt, dafs die Ebene des Kreises vertikal ist und mit der Ebene des magnetischen Meridians (§ 299) zusammenfällt. Die von einander isolierten Drahtenden *A* und *F* können mit den Polen einer galvanischen Kette in Verbindung gesetzt werden. Inmitten des Drahtkreises schwebt die in horizontaler Richtung frei drehbare Magnetnadel *sn*, deren Axe in ihrer Ruhelage in der Ebene des magnetischen Meridians, also in der Ebene des Drahtkreises, liegt. Ein durch den Draht geleiteter Strom wirkt ablenkend auf die Nadel und zwar ist, wenn man sich nach der Ampèreschen Regel (§ 315) im Strom herumschwimmend denkt, leicht ersichtlich, dafs

Fig. 266.



alle Teile des Kreisstromes in gleichem Sinne ablenkend wirken. Der Winkel, um welchen die Magnetnadel aus ihrer Ruhelage abgelenkt wird, kann an einer unter derselben angebrachten Gradteilung abgelesen werden. Derselbe wächst mit der Stromstärke und kann daher dazu dienen, die Stärke verschiedener Ströme, welche nach einander durch den Kreisdraht geleitet werden, zu vergleichen, oder die Stromintensitäten zu messen. Zu diesem Zweck ist es erforderlich, das Gesetz zu kennen, nach welchem die Gröfse des Ablenkungswinkels von der Stärke des elektrischen Stromes abhängt: Die Stromstärke ist, wie durch einfache Betrachtungen gezeigt werden kann, der trigonometrischen Tangente des Ablenkungswinkels proportional. Von diesem Umstand hat das wichtige Mefsinstrument den Namen der Tangentenbussole erhalten.

Ein elektrischer Strom besitzt um so gröfsere Stärke oder Intensität, je gröfser die Elektricitätsmenge ist, welche in einer bestimmten Zeit, z. B. in einer Sekunde, durch den Leitungsdraht fliefst. Ein Strom ist 2, 3 . . . $n$mal so stark als der andere, wenn diese Elektricitätsmenge 2, 3 . . . $n$mal so grofs ist. Man wird annehmen dürfen, dafs die ablenkenden Kräfte, welche zwei verschiedene Ströme auf einen in der Nähe befindlichen Magnetpol ausüben, unter übrigens gleichen Umständen in demselben Verhältnis stehen, wie die Stromintensitäten, oder wenn diese Kräfte mit S_1 und S_2, die Stromintensitäten mit i_1 und i_2 bezeichnet werden, so wird $S_1 : S_2 = i_1 : i_2$ sein.

Es stelle nun AB (Fig. 267) den Horizontaldurchschnitt der Ebene des Stromkreises einer Tangentenbussole vor, und DE sei die Richtung der um C drehbaren Magnetnadel in ihrer durch den Strom abgelenkten Lage. Die Nadel kann als ein um C drehbarer Hebel betrachtet werden, welcher sich unter Einflufs zweier Kräftepaare im Gleichgewicht befindet, die denselben in entgegengesetzter Richtung zu drehen streben. Die ablenkende Kraft des Stromes steht senkrecht auf der Ebene des Stromkreises AB und strebt die Nadel in die Richtung von Ost nach West zu stellen, während die richtende Wirkung des Erdmagnetismus dieselbe in die Ebene des Stromkreises zurückzuführen strebt. Wir betrachten zunächst die auf den Nordpol D der Nadel wirkenden Kräfte. Es stelle $DG = T$ die richtende Kraft des Erdmagnetismus, $DF = S$ die ablenkende Kraft des Stromes vor. Die gemeinschaftliche Wirkung beider kann durch die Resultierende DK ersetzt werden. Ebenso stellt EL die Resultierende der auf den Südpol wirkenden Kräfte dar, welche der Resultierenden DK der Gröfse nach gleich, der Richtung nach parallel und entgegengesetzt ist. Damit der Hebel unter der Einwirkung des von beiden Resultierenden gebildeten Kräftepaares (§ 50) im Gleichgewicht sei, ist erforderlich, dafs das Moment des Paares gleich Null sei, was nur möglich ist, wenn die Richtungen beider Kräfte mit der der magnetischen Axe der Nadel DE in eine gerade Linie fallen. Ist $\alpha = ACD$ der Ablenkungswinkel der Nadel, so ist im Dreieck GDK Winkel $GDK = \alpha$, mithin $S = T \,.\, \text{tang}\, \alpha$. Leitet man nach einander zwei Ströme durch den Kreisdraht der Tangentenbussole, deren Intensitäten i_1 und i_2, und deren ablenkende Kräfte S_1 und S_2 sind, so ist, da T denselben Wert behält:

Fig. 267.

$$i_1 : i_2 = S_1 : S_2 = \text{tang}\, \alpha_1 : \text{tang}\, \alpha_2,$$

oder die Intensitäten beider Ströme sind, wie oben behauptet wurde, den trigonometrischen Tangenten der Ablenkungswinkel proportional. Bezeichnet man mit a die Intensität desjenigen Stromes, welcher eine Ablenkung von 45° hervorbringt, so hat man für einen beliebigen anderen Strom:

$$i : a = \text{tang}\, \alpha : \text{tang}\, 45^0,$$

oder, da tang 45° = 1 ist,

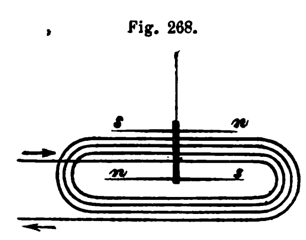
$$i = a \,.\, \text{tang}\, \alpha.$$

Bei obiger Entwickelung ist vorausgesetzt worden, dafs die ablenkende Kraft S der Stromstärke i proportional sei. Dies ist jedoch, streng genommen, nur dann der

Fall, wenn die Lage des Magnetpols gegen den Stromkreis in beiden Fällen dieselbe ist, während sich in Wirklichkeit die Entfernung der Pole von den einzelnen Teilen des Stromkreises mit der Gröfse des Ablenkungswinkels ändert. Der Einflufs dieses Umstandes kann jedoch ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden, wenn die Länge der Nadel nicht mehr als etwa den sechsten Teil vom Durchmesser des Stromkreises beträgt.

§ 317. Multiplikator, Galvanometer. Zur Wahrnehmung und Messung sehr schwacher elektrischer Ströme dient der von Schweigger (1820) und Poggendorff (1821) erfundene Multiplikator. Man verstärkt nämlich die Wirkung des Stromes auf die Magnetnadel dadurch, dafs man denselben nicht nur in einfachem Umkreise, sondern in zahlreichen Windungen um die Magnetnadel laufen läfst und diese der Nadel möglichst nahe bringt. Der Leitungsdraht wird zu diesem Zweck in mehr oder minder zahlreichen Windungen um ein rechteckiges Holzrähmchen gewunden, in dessen Innerem die Nadel schwebt (Fig. 268). Damit der Strom den Draht der ganzen Länge nach durchlaufe und nicht von einer Windung unmittelbar zur benachbarten übergehen könne, müssen die Drahtwindungen durch Umspinnen mit Seide voneinander isoliert sein. Die Empfindlichkeit des Apparates wurde noch beträchtlich erhöht, seitdem Nobili (1824) anstelle der einfachen Magnetnadel eine sogenannte astatische Nadel zur Anwendung brachte. Dieselbe besteht aus einem System von zwei mit einander fest verbundenen Magnetnadeln mit parallelen Axen, deren Pole nach entgegengesetzten Richtungen gekehrt sind. Sind beide Nadeln gleich stark magnetisiert, so wird dadurch die richtende Wirkung des Erdmagnetismus auf das Nadelsystem aufgehoben. Die Wirkungen des Stromes auf beide Nadeln dagegen verstärken einander, wenn das System so aufgehängt ist, dafs, wie in Fig. 268 angedeutet, die untere Nadel im Innern des Drahtgewindes, die obere dagegen über demselben schwebt.

Fig. 268.



Das Gesetz, nach welchem der Ablenkungswinkel der Magnetnadel mit wachsender Stromstärke zunimmt, ist beim Galvanometer komplizierter, als bei der Tangentenbussole, und mufs für jedes Instrument durch besondere Versuche ermittelt werden. Bei Ablenkungen von wenigen Graden darf man die Stromstärke dem Ablenkungswinkel proportional annehmen, dann aber wächst die Ablenkung in geringerem Verhältnis als die Stromstärke. Man hat Multiplikatoren von 30—40 000 Windungen konstruiert. — In neuerer Zeit sind für genauer messende Versuche die Spiegelgalvanometer in Anwendung gekommen, deren Gebrauch auf der von Poggendorff angegebenen Spiegelablesung (§ 302) beruht. Im Innern des Multiplikatorgewindes ist dabei ein magnetisierter Stahlspiegel aufgehängt, in welchem man, mittelst eines in geeigneter Entfernung aufgestellten Fernrohrs, das Spiegelbild einer in Millimeter geteilten Skala beobachtet.

§ 318. Gesetze der Stromstärke. Ohmsches Gesetz. Die Tangentenbussole kann dazu dienen, die Gesetze, von welchen die Intensität elektrischer Ströme abhängt, zu ermitteln. Schaltet man in den Schliefsungsbogen der galvanischen Kette eine Tangentenbussole ein, so ist die Ablenkung der Magnetnadel einerseits von der Beschaffenheit der Kette selbst, nämlich von der Art und Anzahl ihrer Elemente, andererseits von der Beschaffenheit des Schliefsungsbogens abhängig. Je

länger und dünner nämlich der Schliefsungsdraht gewählt wird, desto kleiner wird die Ablenkung der Magnetnadel, woraus man schliefsen mufs, dafs der elektrische Strom bei seinem Durchgang durch den Draht einen Widerstand zu überwinden hat, welcher mit der Länge des Drahtes wächst und um so gröfser ist, je geringer der Querschnitt des Drahtes. G. S. Ohm hat (1826) das Gesetz aufgestellt, dafs die Stromintensität der Summe aller in der Kette wirksamen, elektromotorischen Kräfte direkt, der Summe aller Leitungswiderstände aber umgekehrt proportional ist. Wird die Stromintensität mit J, die elektromotorische Kraft der Kette mit E, der Gesamtwiderstand mit W bezeichnet, so wird das Gesetz durch die Formel ausgedrückt:

$$1. \qquad J = \frac{E}{W}.$$

Die elektromotorische Kraft jedes einzelnen Elementes einer zusammengesetzten Kette hängt, wie oben (§ 308) erläutert, sowohl von der Stellung der zu der Kette verwendeten Metalle in der elektrischen Spannungsreihe, als von der Beschaffenheit der Flüssigkeiten der Kette ab. Besteht die Kette aus n gleichen Elementen, deren jedes die elektromotorische Kraft e besitzt, so ist die gesamte elektromotorische Kraft $E = ne$.

Der Leitungswiderstand rührt teils von dem Schliefsungsbogen, teils von den Elementen der Kette selbst her. Der Widerstand in der Kette heifst der innere oder wesentliche, der Widerstand im Schliefsungsbogen der äufsere oder aufserwesentliche Widerstand. Wird der innere Widerstand eines Elementes der Kette mit w, der Widerstand des Schliefsungsbogens mit L bezeichnet, und besteht die Kette aus n Elementen, so geht die obige Formel für die Stromstärke über in:

$$2. \quad J = \frac{ne}{nw + L} \text{ oder auch } 3. \; J = \frac{e}{w + \frac{1}{n} L}.$$

Von dem Widerstand der Teile des Schliefsungsbogens wird unten (§ 319) ausführlicher die Rede sein. Der innere Widerstand der Kette rührt hauptsächlich von den flüssigen Leitern derselben her, welche, wie unten (§ 320) gezeigt wird, ein sehr viel geringeres Leitungsvermögen besitzen als die Metalle. Durch Vergröfserung der Oberfläche der in die Flüssigkeit eingetauchten Metallplatten wird der Querschnitt der vom Strom durchflossenen Flüssigkeitssäule vergröfsert und dadurch der wesentliche Widerstand in demselben Verhältnis vermindert.

Um bei gegebenem Widerstand des Schliefsungsbogens L die Stromstärke J zu vergröfsern, stehen, wie aus der Betrachtung der Formeln 2) und 3) hervorgeht, zwei verschiedene Mittel zu Gebote, nämlich entweder durch Vermehrung der Anzahl der Elemente die elektromotorische Kraft der Kette zu vergröfsern, oder durch Vergröfserung der Plattenoberfläche den wesentlichen Widerstand der Kette zu vermindern. Aus der Betrachtung der Formeln ergiebt sich auch, welches von beiden Mitteln in jedem Fall das zweckmäfsigere ist. Ist nämlich der äufsere Widerstand L sehr grofs, wie z. B. bei Telegraphenleitungen, so dafs in Formel 2) das Glied nw gegen L verschwindet, so würde die Verminderung des inneren Widerstandes geringen Nutzen gewähren; dagegen würde durch Vermehrung der Anzahl der Elemente die Stromstärke in demselben Verhältnis vermehrt werden. Man wendet also bei Telegraphenleitungen möglichst zahlreiche Elemente mit mäfsiger Oberfläche der Platten an. — Ist umgekehrt der äufsere Widerstand L so klein, dafs er gegen den inneren Widerstand der Kette verschwindet, wie z. B., wenn ein kurzer Metalldraht zum Glühen oder Schmelzen gebracht werden soll, so würde eine vermehrte Anzahl der Elemente keinen wesentlichen Nutzen gewähren, indem die Stromstärke dadurch nie über das Maximum $\frac{e}{w}$ gesteigert werden kann (Formel 3). Dagegen wird die Stromstärke nahezu in demselben Verhältnis wachsen, in welchem der Widerstand w der einzelnen Elemente vermindert, also ihre Plattenoberfläche vergröfsert wird. Man wendet also

in diesem Fall wenige Elemente mit sehr grofser Plattenoberfläche an (Hares Spirale § 310).

Mehrere einzelne Elemente können entweder, wie in § 310 angegeben, hinter einander geschaltet werden, indem man das negative Metall jedes Elementes mit dem positiven des folgenden verbindet, oder man kann dieselben parallel schalten, indem sämtliche positive (Zink-)Platten unter sich und sämtliche negative (Kupfer-) Platten unter sich in leitende Verbindung gesetzt werden. Im letzteren Fall wirken alle verbundenen Elemente zusammen wie ein einziges Element mit $n$mal vergröfserter Plattenoberfläche, also mit $n$mal kleinerem inneren Widerstand, während im ersten Fall sowohl die elektromotorische Kraft als der innere Widerstand $n$mal gröfser ist, als bei einem einzelnen Element. — Zwölf Elemente können auf mannigfaltige Weise, z. B. zu 12 × 1, zu 6 × 2, zu 4 × 3, zu 3 × 4, u. s. w. gruppiert werden. Es läfst sich erweisen, dafs man bei gegebener Gesamtoberfläche der Platten und gegebenem Widerstand des Schliefsungsbogens die möglichst grofse Stromstärke erhält, indem man die Elemente so mit einander verbindet, dafs der gesamte innere Widerstand der Kette gleich ist dem gesamten äufseren Widerstand des Schliefsungsbogens.

§ 319. Leitungswiderstand der Metalle. Der Schliefsungsbogen der Kette ist in der Regel aus mehreren auf einander folgenden metallischen oder auch flüssigen Leitern von verschiedener Beschaffenheit zusammengesetzt. Der gesamte äufsere Widerstand ist dann gleich der Summe der Widerstände seiner Bestandteile. Der Leitungswiderstand eines Metalldrahtes ist seiner Länge direkt, seinem Querschnitt aber umgekehrt proportional. Aufserdem aber ist derselbe von der Beschaffenheit des Metalles abhängig, indem sich die verschiedenen Metalle durch ihr specifisches Leitungsvermögen unterscheiden. Schaltet man z. B. in den Schliefsungsbogen derselben Kette nach einander gleich lange und gleich dicke Drähte aus Silber, Eisen und Platin ein, so bewirkt der Silberdraht die geringste, der Platindraht aber die gröfste Verminderung der Stromstärke, woraus folgt, dafs Silber ein gröfseres Leitungsvermögen als Eisen und dieses ein gröfseres als Platin besitzt.

Um die Leitungswiderstände verschiedener Drähte zu vergleichen und das specifische Leitungsvermögen der Metalle zu bestimmen, kann man sich folgender Methode bedienen: Man schaltet in den Schliefsungsbogen einer Kette eine Tangentenbussole und aufserdem den Draht ein, dessen Leitungswiderstand gemessen werden soll, und beobachtet den Ablenkungswinkel. Nachdem man sodann den zu messenden Widerstand aus dem Schliefsungsbogen entfernt hat, ersetzt man denselben durch einen Neusilber- oder Platindraht, dessen Länge beliebig abgeändert werden kann. Man reguliert nun diese Länge so, dafs die Ablenkung wieder ebenso grofs ist, wie im ersten Falle. Der Widerstand des Drahtes, dessen Leitungsvermögen bestimmt werden soll, ist dann gleich dem des Platindrahtes, durch welchen er ersetzt wird, und die Länge des eingeschalteten Platindrahtes giebt ein Mafs für den Widerstand. Um die Länge des zur Vergleichung dienenden Platin- oder Neusilberdrahtes leicht abändern und messen zu können, dient der Rheostat von Wheatstone (1843). Der zur Vergleichung dienende Draht ist in einer Schraubenlinie um eine nichtleitende Walze aus Marmor oder gefirnifstem Holz gewunden, welche um ihre Axe gedreht werden kann. An derselben befindet sich eine Vorrichtung, durch welche bei jeder Umdrehung der Walze eine Windung des Schraubendrahtes in den Stromkreis eingeschaltet, oder aus demselben herausgenommen wird. Am Umfang der Walze ist eine Teilung angebracht, an welcher noch die Hundertel einer Umdrehung abgelesen werden können. Sind z. B., um die Widerstände zweier Metalldrähte zu ersetzen, beziehungsweise 7,2 und 12,6 Windungen des Rheostatendrahtes erforderlich, so stehen ihre Widerstände im Verhältnis von 7,2 : 12,6 oder 4 : 7. Um die Resultate der mit verschiedenen Apparaten angestellten Messungen unter einander vergleichbar zu machen, kann man, nach dem Vorschlag von Siemens (1849), als gemeinsame Widerstands-

einheit den Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 Meter Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt wählen.

Eine zweite genauere und allgemein übliche Methode der Bestimmung des Leitungswiderstandes gründet sich auf die Stromverzweigungen, von denen im nächsten Paragraphen die Rede ist.

§ 319a. Fortsetzung. Stromverzweigung (Kirchhoff, 1849). Teilt sich ein Leitungsdraht in einem beliebigen Punkt M in zwei (oder mehrere) Zweige, so ergeben sich für die Verteilung des Stromes die Gesetze:

a. Die Zweigströme sind zusammen so stark wie der Hauptstrom, d. h. wenn die Intensitäten der ersteren i_1 und i_2, die des Hauptstromes i ist, so hat man:

1. $$i_1 + i_2 = i,$$

denn eine Änderung der Gesamtintensität würde eine Anhäufung von Elektricität bei M zur Folge haben.

b. Die Zweigströme verhalten sich zu einander umgekehrt wie die Widerstände in den bezüglichen Zweigdrähten, d. h. wenn w_1 und w_2 die Widerstände in dem ersten und zweiten Zweigdraht sind, so ergiebt sich:

2. $$i_1 w_1 = i_2 w_2;$$

wegen ihrer Widerstände w_1 und w_2 nämlich lassen sich die beiden Zweigdrähte (§ 319) durch Quecksilbersäulen von der Länge 1 und bezüglich den Querschnitten $\frac{1}{w_1}$ und $\frac{1}{w_2}$ ersetzen. Die durch diese Säulen fließenden Ströme sind ihren Querschnitten proportional, und es ergiebt sich darum:

$$i_1 : i_2 = \frac{1}{w_1} : \frac{1}{w_2} = w_2 : w_1,$$

was im zweiten Gesetz ausgesprochen ist.

Die Gleichungen 1. und 2. dienen zur Bestimmung von i_1 und i_2, wenn die Intensität i des Hauptstromes gegeben ist. Man erhält:

$$i_1 = \frac{w_2 i}{w_1 + w_2}, \quad i_2 = \frac{w_1 i}{w_1 + w_2}.$$

Die Intensität i selbst aber läßt sich, wenn die elektromotorische Kraft der Kette E ist, folgendermaßen bestimmen. Weil, wie oben gezeigt ist, die Widerstände w_1 und w_2 durch Quecksilbersäulen je von der Länge 1 und bezüglich den Querschnitten $\frac{1}{w_1}$ und $\frac{1}{w_2}$ zu ersetzen sind, so ergeben beide zusammen eine Säule von der Länge 1 und dem Querschnitt $\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} = \frac{w_1 + w_2}{w_1 w_2}$, d. h. den Widerstand $\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$. Ist aber der Widerstand der Hauptleitung w, so wird nach dem Ohmschen Gesetz:

$$i = \frac{E}{w + \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}} = \frac{(w_1 + w_2) E}{w(w_1 + w_2) + w_1 w_2},$$

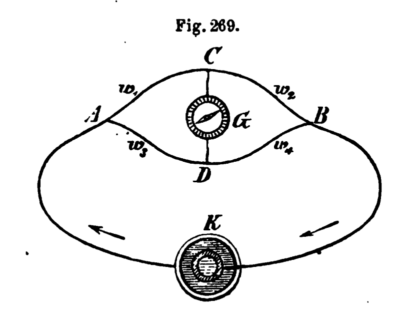
woraus durch Einsetzen in die Ausdrücke für i_1 und i_2 auch die Stromstärken in den Zweigdrähten sofort darzustellen sind. Sind die letzteren so lang, daß w gegen w_1 und w_2 vernachlässigt werden darf, so werden die Ausdrücke für die Stromstärken besonders einfach, nämlich:

$$i = \frac{(w_1 + w_2) E}{w_1 w_2}, \quad i_1 = \frac{E}{w_1}, \quad i_2 = \frac{E}{w_2}.$$

Aus den Ausdrücken für i_1 und i_2 geht hervor, dafs die Stärke der Zweigströme dieselbe ist, als wenn man die Zweigdrähte einzeln zur Schliefsung des Stromes verwendete. Man kann darum dieselbe Batterie gleichzeitig zum Telegraphieren auf mehreren Leitungsdrähten benutzen.

Stromverzweigungen dienen auch zur Widerstandsmessung mittelst der Wheatstoneschen Brücke. Der Schliefsungsbogen der Kette K (Fig. 269) ist in die beiden Zweige ACB und ADB geteilt, welche durch den Querdraht CD verbunden sind. Es entstehen dadurch die vier Abschnitte AC, CB, AD, DB, deren Widerstände der Reihe nach mit w_1, w_2, w_3, w_4 bezeichnet werden, der Widerstand im Querdraht CD sei w_5; entsprechend seien die Stromstärken in den fünf Zweigdrähten i_1, i_2, i_3, i_4, i_5. Es läfst sich jetzt leicht darthun, dafs in dem Querdraht CD kein Strom stattfindet, wenn $w_1 : w_2 = w_3 : w_4$ ist, und umgekehrt. Soll nämlich $i_5 = 0$ sein, so hat man, weil nach Gleichung 1. für die Verzweigungen bei C und D $i_1 = i_2 + i_5$ und $i_3 = i_4 + i_5$ sein mufs:

Fig. 269.



$$i_1 = i_2 \text{ und } i_3 = i_4,$$

und nunmehr vermöge Gleichung 2. bei den Verzweigungspunkten A und B:

$$i_1 w_1 = i_3 w_3 \text{ und } i_1 w_2 = i_3 w_4,$$

woraus sich durch Division ergiebt:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3}{w_4}.$$

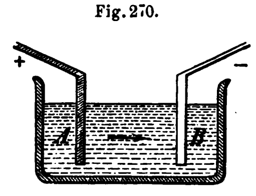
Wird also z. B. $w_1 = w_3$ gemacht, so mufs auch $w_2 = w_4$ sein. Schaltet man nun in den Stromzweig CD ein empfindliches Galvanometer ein, so wird dieses keine Ablenkung zeigen, sobald die angegebene Bedingung erfüllt ist. Bringt man also in den Zweig BC einen Rheostaten, in den Zweig DB den Draht, dessen Widerstand gemessen werden soll, und reguliert die Stellung des ersteren, so dafs das Galvanometer keine Ablenkung zeigt, so giebt die Anzahl der eingeschalteten Windungen des Rheostaten ein Mafs für den Widerstand des Drahtes.

Vergleicht man auf diese Weise die Widerstände gleich langer und gleich dicker Drähte aus verschiedenen Metallen mit demselben Neusilber- oder Platindraht, so kann man das specifische Leitungsvermögen derselben ermitteln. So fand Matthiefsen (1857), wenn das Leitungsvermögen des Silbers = 100 gesetzt wird, folgende Zahlen:

Silber	100	Eisen	14,44	Blei	7,77
Kupfer	77,43	Palladium	12,64	Antimon	4,29
Gold	55,19	Zinn	11,45	Quecksilber	1,63
Zink	27,39	Platin	10,53	Wismut	1,19.

Bezeichnet l die Länge, q den Querschnitt, s das specifische Leitungsvermögen eines Drahtes, so wird sein Widerstand durch die Formel $\frac{l}{qs}$ ausgedrückt. — Mit wachsender Temperatur nimmt der Leitungswiderstand der Metalldrähte beträchtlich zu; es mufs daher bei Vergleichung der Leitungsfähigkeit der Metalle die Temperatur berücksichtigt werden (vergl. auch § 232).

Fig. 270.



§ 320. Um die Widerstände flüssiger Leiter zu bestimmen, bringt man dieselben in einen Trog von rechteckigem Querschnitt (Fig. 270), in welchem die zur Zuleitung des Stromes dienenden Metallplatten A und B, welche den ganzen Querschnitt des Troges ausfüllen, einander genähert oder von einander entfernt werden können. Hat man beide Platten anfänglich in eine gemessene Entfernung gebracht und vergröfsert dieselbe um eine bestimmte Gröfse, so wird dadurch die Länge der eingeschalteten Flüssigkeitssäule um ebensoviel vergröfsert, während ihr Querschnitt gleich ist dem einge-

tauchten Teil der Plattenoberfläche. Das Leitungsvermögen der nichtmetallischen Flüssigkeiten ist im allgemeinen sehr gering im Vergleich mit dem der Metalle; so fand Becquerel, wenn das Leitungsvermögen des Silbers = 100000000 gesetzt wird, das der verdünnten Schwefelsäure (1 Vol. Schwefelsäurehydrat + 11 Vol. Wasser) = 88,68, der gesättigten Kochsalzlösung 31,52, der gesättigten Kupfervitriollösung 5,42. Verdünnte Schwefelsäure leitet am besten bei einem Gehalt von etwa $^1/_3$ Schwefelsäurehydrat und $^2/_3$ Wasser. Das Leitungsvermögen des ganz reinen, destillierten Wassers ist, verglichen mit dem der Metalle und selbst der Salzlösungen, so gering, daſs das Wasser fast als ein Nichtleiter für den galvanischen Strom zu betrachten ist.

Über den Leitungswiderstand der Flammen hat Hoppe (1877) aus seinen Versuchen gefolgert, daſs für jede Flamme die gröſsere Leitungsfähigkeit von der gröſseren Hitze und der gröſseren Menge des verbrennenden Gases abhängt, ferner bei verschiedenen Flammen von den verbrennenden Substanzen, endlich daſs auch für die Flammen das Ohmsche Gesetz Geltung hat.

b. Elektromagnetismus und Elektrodynamik.

§ 321. Magnetisierung des Eisens durch den elektrischen Strom. Der elektrische Strom wirkt nicht nur ablenkend auf die Magnetnadel, sondern er vermag auch in seiner Nähe befindliche Teilchen von unmagnetischem Eisen zu magnetisieren. Legt man über den horizontal ausgespannten Schlieſsungsdraht einer Kette ein Blatt steifen Papiers und streut auf dieses Eisenfeilspäne, so ordnen sich die Eisenteilchen in Reihen, welche quer über den Draht laufen und auf seiner Richtung senkrecht stehen (vergl. § 297). Ein quer über den Draht gelegtes Eisenstäbchen wird in einen Magnet verwandelt, dessen Polarität nach der Ampèreschen Regel (§ 315) bestimmt werden kann. Stärkere magnetische Wirkungen werden erzielt, indem man einen geraden oder hufeisenförmig gebogenen Stab von weichem Eisen mit einer Kupferdrahtspirale umgiebt, deren Windungen behufs der Isolierung mit Seide umsponnen sind. Solange ein elektrischer Strom durch den Draht flieſst, wird der Eisenstab in einen Elektromagnet verwandelt, welcher alle Eigenschaften eines Stahlmagnets besitzt. Beim Aufhören des magnetisierenden Stromes verschwindet der Magnetismus des Stabes bis auf einen mehr oder minder beträchtlichen Rest, der von der Koercitivkraft des Eisens (§ 294) herrührt. Hufeisenförmige Elektromagnete können wie Stahlmagnete mit einem beide Pole verbindenden Anker von weichem Eisen armiert werden. Die Stärke des erregten Magnetismus ist (innerhalb gewisser Grenzen) der Intensität des magnetisierenden Stromes und der Anzahl der Drahtwindungen proportional. Der Grad des Magnetismus, welchen ein Elektromagnet aus weichem Eisen anzunehmen fähig ist, übertrifft bei weitem den der kräftigsten Stahlmagnete. Ein Stahlstab wird kräftig und dauernd magnetisiert, indem man denselben mehrmals in gleichem Sinne durch eine vom elektrischen Strom durchflossene Kupferdrahtspirale hindurchzieht.

Die besten Logemannschen hufeisenförmigen Stahlmagnete vermochten bei 500 g Gewicht 12—13 kg zu tragen, gröſsere Magnete von 30—50 kg trugen etwa das Fünffache ihres eigenen Gewichts. Henry und Ten Eyck konstruierten einen Elektromagnet, welcher bei 27 kg Gewicht 935 kg, also das 34fache seines Gewichts zu tragen vermochte. Ein kleiner, hufeisenförmiger Elektromagnet von 25 mm Länge und 15 mm Breite trug das 420fache seines Gewichts.

Die magnetische Erregung eines hufeisenförmigen Elektromagnets ist verhältnismäſsig sehr viel stärker, wenn beide Pole durch einen Anker verbunden

sind, als wenn die Tragkraft jedes Poles einzeln geprüft wird. Unterbricht man den magnetisierenden Strom, während die Pole des Hufeisens durch den Anker verbunden sind, so bleibt letzterer an den Polen haften, indem auch nach dem Aufhören des Stromes in dem geschlossenen Elektromagnet ein beträchtlicher Grad von Magnetismus zurückbleibt, welchen man den remanenten Magnetismus nennt. Reifst man jetzt den Anker los, so verschwindet dieser remanente Magnetismus bis auf eine geringe Spur von permanentem Magnetismus, welcher von der auch im weichen Eisen vorhandenen, geringen Koercitivkraft herrührt.

Auch der Entladungsstrom der Leydener Batterie vermag die Magnetnadel abzulenken und Stahlnadeln zu magnetisieren, doch sind hier die Gesetze der Magnetisierung, namentlich auch was die Richtung der Polarität betrifft, weniger einfach, weil der Entladungsstrom der Batterie aus einer Reihenfolge abwechselnd entgegengesetzter Ströme zusammengesetzt ist (§ 280).

§ 322. Magnetismus und Diamagnetismus der Körper. Mittelst der durch den elektrischen Strom erzeugten, kräftigen Elektromagnete ist es Faraday gelungen nachzuweisen, dafs der Magnetismus eine viel allgemeiner verbreitete Eigenschaft der Materie ist, als man früher angenommen hatte (vergl. § 294). Faraday machte (1845) die merkwürdige Entdeckung, dafs aufser Eisen, Nickel und Kobalt und den Verbindungen dieser Metalle auch die meisten anderen metallischen und nichtmetallischen Substanzen, unter Einwirkung hinreichend kräftiger Elektromagnete, magnetische Eigenschaften zeigen, und dafs dieselben in zwei Gruppen zerfallen, indem die einen von den Magnetpolen angezogen, die anderen abgestofsen werden. Faraday nannte die letzteren diamagnetische Substanzen. Man prüft das magnetische oder diamagnetische Verhalten der Körper am besten, indem man dieselben in Form kleiner Stäbchen an einem Seidenfaden zwischen den einander genäherten Magnetpolen aufhängt. Bei Erregung des Magnetismus nehmen die Stäbchen entweder die axiale Stellung, d. h. die Richtung der Verbindungslinie beider Pole, oder die äquatoriale Stellung, nämlich senkrecht zu jener Verbindungslinie an, je nachdem ihre Substanz magnetisch oder diamagnetisch ist. Unter den Metallen sind, aufser den oben genannten, magnetisch: Mangan, Palladium, Platin u. s. w., dagegen diamagnetisch vorzüglich Wismut, nächstdem Antimon, Zink, Zinn, Blei, Silber, Kupfer, Gold u. s. w.

Flüssigkeiten bringt man in kleinen Quantitäten in flache, uhrglasförmige Schälchen, welche auf die einander zugewendeten Spitzen der Magnetpole gesetzt werden. Wasser, Alkohol, Schwefelsäure u. s. w. sind diamagnetisch. Auch die gasförmigen Körper erleiden magnetische Einwirkungen. Sauerstoffgas ist magnetisch, die meisten anderen Gase mehr oder minder diamagnetisch. Merkwürdig ist das magnetische Verhalten der Krystalle, indem die Richtung, welche ein zwischen den Magnetpolen aufgehängter Krystall annimmt, nicht nur von dem Magnetismus oder Diamagnetismus der Substanz, sondern auch von der molekularen Struktur, namentlich von der Richtung der Blätterdurchgänge des Krystalls (§ 22), abhängt.

Tyndall hat nachgewiesen, dafs die diamagnetischen Körper, ähnlich wie die magnetischen, zwischen den Magnetpolen eine Polarität annehmen, welche aber der des Eisens entgegengesetzt ist, so dafs der Nordpol im Wismut einen Nordpol, der Südpol aber einen Südpol hervorruft.

§ 323. Anwendung des Elektromagnetismus als bewegender Kraft. Ritchies rotierender Magnet; Stromunterbrecher. Man hat zahlreiche Vorrichtungen konstruiert, welche dazu dienen, die Anziehungskraft der Elektromagnete zur Erzeugung andauernder Bewegungen zu benutzen. Als Beispiel dient der rotierende Magnet von Ritchie (1836).

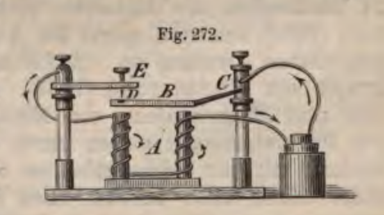
Vor den Polen eines hufeisenförmigen Stahlmagnets *ACB* (Fig. 271) ist ein Anker von weichem Eisen *DE* um eine vertikale Axe drehbar. Der Anker ist mit einer Spirale von mit Seide besponnenem Kupferdraht umgeben. Die Enden des Drahtes tauchen in ein ringförmiges Näpfchen *F* aus Holz, welches durch Scheidewände in zwei Halbringe geteilt ist. Das Näpfchen ist so weit mit Quecksilber gefüllt, daſs die konvexe Oberfläche des Quecksilbers etwas über die Scheidewand emporragt, und die in das Quecksilber tauchenden Drahtenden bei der Umdrehung des Ankers ungehindert über die Scheidewand weggehen können. Die beiden halbkreisförmigen Abteilungen des Näpfchens werden mit den Polen einer galvanischen Kette in Verbindung gesetzt. Der durch die Drahtspirale des Ankers *DE* geschlossene Strom verwandelt diesen in einen Elektromagnet, dessen Pole von den ungleichnamigen Polen des Stahlmagnets *ACB* angezogen werden. Die Scheidewand des Näpfchens ist aber so gestellt, daſs in dem Augenblick, wo die Pole des Ankers denen des Stahlmagnets gegenüberstehen, die Enden der Drahtspirale über die Scheidewände hinweggleiten, so daſs das Ende, welches vorher in die positive Abteilung des Näpfchens tauchte, in die negative übergeht und umgekehrt. Dadurch wird die Richtung des Stromes in der Drahtspirale und infolgedessen die Polarität des Elektromagnets umgekehrt, die vorher angezogenen Pole werden jetzt abgestoſsen, und der Anker dreht sich um 180°, worauf von neuem eine Umkehrung der Stromesrichtung und ein Wechsel der Polarität eintritt u. s. f. Auf diese Weise wird eine kontinuierliche Rotation des Ankers hervorgebracht, welche so lange andauert, als die Kette in Wirkung bleibt und welche, wenn der magnetisierende Strom kräftig genug ist, auf ein leichtes Räderwerk übertragen, oder selbst zum Emporwinden eines Gewichts oder zur Erzeugung anderer mechanischen Arbeitsleistungen verwendet werden kann. Der Stahlmagnet *ACB* kann mit Vorteil ebenfalls durch einen Elektromagnet ersetzt werden.

Fig. 271.



Eine andere Anwendung des Elektromagnetismus, von welcher später (§ 333) ein wichtiger Gebrauch gemacht werden wird, bildet der selbstthätige Stromunterbrecher, welcher auch unter dem Namen des Wagnerschen oder Neefschen Hammers (1839) bekannt ist. Dem Elektromagnet *A* (Fig. 272) steht der Anker *B* aus weichem Eisen gegenüber, welcher am Ende der elastisch federnden, bei *C* befestigten Stahllamelle *BC* angebracht ist. Diese trägt bei *D* ein Platinblättchen, welches mit der Platinspitze der Schraube *E* in leitender Berührung steht. Der Strom geht vom positiven Pol der Kette über *CBDE* durch die Drahtspiralen des Elektromagnets *A* und kehrt von da nach dem negativen Pol

Fig. 272.



der Kette zurück. Sobald die Kette geschlossen wird, wird der Magnetismus in A erregt und der Anker B angezogen. Dadurch wird aber die leitende Berührung zwischen D und E aufgehoben und der Strom unterbrochen. Der Elektromagnet A wird infolgedessen unwirksam, durch die Elasticität der Stahllamelle BC wird der Anker wieder emporgehoben, sobald aber dadurch die Berührung bei D wiederhergestellt wird, beginnt die Wirksamkeit des Stromes von neuem, der Anker wird wieder angezogen u. s. f. Dadurch wird die Lamelle BC in fortdauernde Oscillationen versetzt, und man erhält einen diskontinuierlichen, fortwährend sich selbst unterbrechenden Strom. Die Häufigkeit der Unterbrechungen kann durch Verstellung der Schraube E, sowie durch Abänderung der bei B angebrachten Masse des Ankers reguliert werden.

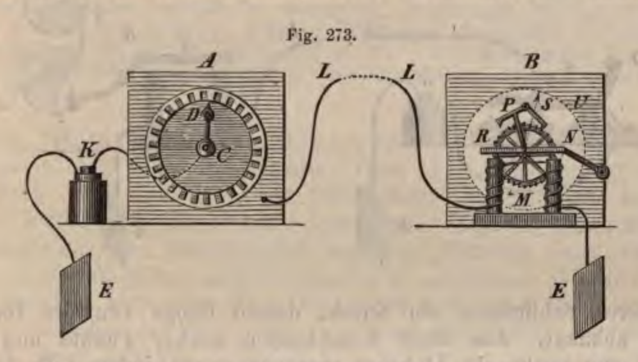
Auf ähnliche Weise ist es möglich, mittelst des elektrischen Stromes die Schwingungen einer Stimmgabel während unbegrenzter Zeit ungeschwächt zu erhalten oder, wie es bei den elektrischen Uhren geschieht, die Schwingungen des Uhrpendels, anstatt durch Federn oder Gewichte, durch den elektrischen Strom zu unterhalten. Die Bewegungen eines Uhrwerks können ferner durch isolierte Drahtleitungen an beliebig viele, an verschiedenen Orten aufgestellte Uhrwerke übertragen werden. Da bei jeder Unterbrechung und Wiederherstellung des Stromes die Elektromagnete sämtlicher durch die Drahtleitung verbundenen Uhren genau gleichzeitig ihre Anker anziehen, und deren Bewegung auf das Räderwerk in gleicher Weise übertragen wird, so ist der Gang sämtlicher durch die Drahtleitung verbundenen Uhren genau übereinstimmend mit der ihre Bewegung regulierenden Normaluhr.

Die früher gehegten Erwartungen, dafs man den Elektromagnetismus als Triebkraft im grofsen zum Ersatz der Dampfmaschinen werde anwenden können, sind nicht in Erfüllung gegangen. Die zu überwindende Schwierigkeit liegt einerseits darin, dafs die Anziehungskraft der Elektromagnete mit wachsender Entfernung des Ankers sehr schnell abnimmt, andererseits in dem Umstand, dafs aus später (§ 331) zu erläuternden Gründen durch die Bewegung der Maschine selbst eine beträchtliche und mit der Bewegungsgeschwindigkeit wachsende Schwächung des erregenden Stromes stattfindet, endlich aber darin, dafs in der Kette ein der erzielten Arbeitsleistung proportionaler Verbrauch von Zink und von den Erregungsflüssigkeiten der Kette (§ 344) stattfindet, welcher im Verhältnis zur gewonnenen Arbeit weit kostspieliger ist, als das Feuerungsmaterial der Dampfmaschinen. (Vergl. § 332).

§ 324. Telegraphie. Schon vor Entdeckung der galvanischen Ströme sind im vorigen Jahrhundert Vorschläge gemacht worden, die Fortpflanzung der Elektricität in Metalldrähten zur Mitteilung von Signalen auf gröfsere Entfernungen anzuwenden. Nach Entdeckung der galvanischen Elektricität schlug Sömmering (1808) vor, die Zersetzung des Wassers durch den galvanischen Strom zu telegraphischen Zeichen zu benutzen, indem er beide Stationen durch 24 Paar isolierte Drähte verbinden wollte, den 24 Buchstaben des Alphabets entsprechend. Gaufs (1833) und Steinheil (1837) wendeten zuerst die Ablenkung der Magnetnadel zu telegraphischen Zwecken an. Auf demselben Prinzip beruht der Nadeltelegraph von Wheatstone (1837). An der zeichenempfangenden Station B sind zwei Magnetnadeln, von Multiplikatorgewinden umgeben, aufgestellt. Die Drahtwindungen stehen durch einen isolierten Leitungsdraht in Verbindung mit der zeichengebenden Station A. Sobald der Strom der in A aufgestellten Kette mittelst einer Kommutatorvorrichtung (§ 315) in entgegengesetztem Sinne durch die Drahtleitung gesendet wird, erleiden die Magnetnadeln in B Ablenkungen nach der entgegengesetzten Seite. Durch Kombination mehrerer auf einander folgenden Zeichen lassen sich verschiedene, den einzelnen Buchstaben des Alphabets entsprechende Signale zusammensetzen.

§ 325. Zeigertelegraph. Der ebenfalls von Wheatstone angegebene und namentlich durch Siemens (1848) vervollkommnete Zeigertelegraph beruht auf folgendem Prinzip. An der zeichengebenden Station *A* (Fig. 273) sei eine Scheibe aufgestellt, welche an ihrem Umfang 24 Metallblättchen trägt, die mit den 24 Buchstaben des Alphabets bezeichnet und durch abwechselnde Stücke aus isolierender Kautschukmasse von einander getrennt sind. Um den Mittelpunkt *C* der Kreisscheibe ist die metallische Kurbel *CD* mittelst des bei *D* angebrachten Handgriffes drehbar. Stehen nun die 24 am Umfang angebrachten Metallblättchen sämtlich mit dem positiven, die Umdrehungsaxe *C* aber mit dem negativen Pol der Kette *K* in Verbindung, so wird der Strom so oft geschlossen und wieder unterbrochen werden, als bei Drehung der Kurbel das Ende *D* über ein Metallblättchen weggleitet. Der Strom wird nun durch die Drahtleitung *LL* nach der zeichenempfangenden Station *B* geleitet, wo er die Drahtspiralen des Elektromagnets *M* durchläuft, vor dem der Anker

Fig. 273.

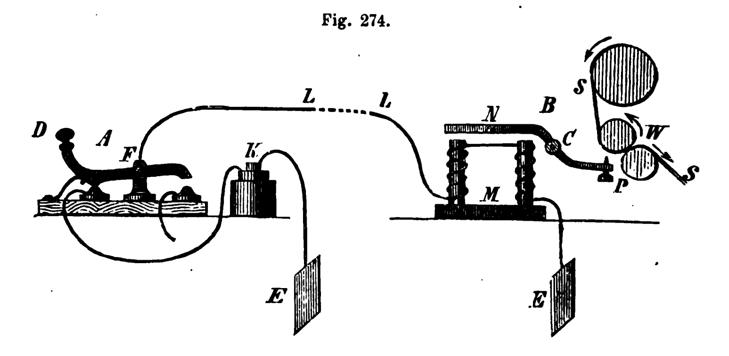


N aufgestellt ist. Eine elastische Feder hält den Anker in einer gewissen Entfernung vom Elektromagnet, solange dessen Magnetismus nicht erregt wird. Bei jeder Schliefsung und Öffnung des Stromes wird der Anker einmal angezogen und wieder losgelassen. Mittelst eines Hebels *P*, dessen Enden in die Zähne eines Rades *R* eingreifen, wird die Bewegung des Ankers auf das Zahnrad so übertragen, dafs dasselbe bei jeder Oscillation des Ankers um einen Zahn vorwärts gedreht wird. Das Rad trägt 24 Zähne, und auf der Axe desselben ist ein Zeiger befestigt, dessen Ende *S* bei jeder Umdrehung den Umfang der Zeichenscheibe *U* durchläuft. Dieser Umfang ist in 24 gleiche Abschnitte geteilt, die mit den 24 Buchstaben des Alphabets bezeichnet sind. So oft der elektrische Strom einmal unterbrochen und wiederhergestellt wird, rückt der Zeiger um ein Buchstabenzeichen weiter, so dafs seine Bewegung der des Hebels *CD* an der zeichengebenden Station *A* genau entspricht. Stehen anfänglich beide Zeiger auf demselben Buchstaben, z. B. *A*, so werden dieselben auch bei Drehung der Kurbel stets genau korrespondieren, so dafs, wenn der Telegraphist bei *A* seinen Zeiger, z. B. nach einander auf die Buchstaben *TEL* u. s. w. stellt, die entsprechenden Buchstaben auf der Zeichenscheibe bei *B* abgelesen werden können.

§ 326. Schreibtelegraph. Das gegenwärtig am allgemeinsten verbreitete System ist das des Morseschen Schreibtelegraphen (1844).

An der zeichenempfangenden Station *B* (Fig. 274) ist der Elektromagnet *M* aufgestellt, dessen Anker *N* an dem um die Axe *C* drehbaren Hebel *NP* befestigt ist. So oft der Anker angezogen wird, wird der am anderen Ende des Hebels befestigte Schreibstift *P* gegen den Papierstreif *SS* gedrückt, welcher durch ein Uhrwerk mit gleichförmiger Geschwindigkeit zwischen zwei sich drehenden Walzen *W* hindurchgezogen wird. Durch den Schreibstift *P* wird auf dem Papierstreif ein vertiefter Eindruck, oder, wenn der Stift mit einem Farbstoff versehen ist, ein farbiger Strich hervorgebracht, solange der Elektromagnet in Thätigkeit bleibt. Bei Öffnung des Stromes wird durch eine Feder der Anker gehoben und der Schreibstift vom Papierstreif entfernt. Bleibt der Strom nur während eines Augenblicks geschlossen, so entsteht auf dem Papierstreif nur ein Punkt,

Fig. 274.



bei längerer Schliefsung ein Strich, dessen Länge von der Dauer des Stromes abhängt. Aus einer Kombination solcher Punkte und Striche läfst sich nun leicht ein Alphabet zusammensetzen, indem z. B. der Buchstabe *a* durch das Zeichen · —, *b* durch — · · ·, *c* durch — · — · u. s. w. bezeichnet wird, wobei für die am häufigsten vorkommenden Buchstaben die einfachsten Zeichen gewählt werden. Die Schliefsung und Öffnung des Stromes geschieht mittelst des an der zeichengebenden Station *A* befindlichen Schlüssels. Wird der um *F* drehbare Metallhebel *DF* mittelst des Knopfes *D* niedergedrückt, so wird dadurch der Strom der Kette *K* geschlossen. Beim Aufhören des Druckes wird der Hebel durch eine elastische Feder gehoben und dadurch der metallische Kontakt bei *D* aufgehoben und der Strom unterbrochen*). Der Telegraphist bei *A* kann also durch momentanes oder während kurzer Zeit andauerndes Niederdrücken des Knopfes *D* nach Belieben auf dem Papier der Station *B* Punkte oder Striche erzeugen, durch deren Kombination die zu telegraphierenden Buchstaben zusammengesetzt werden. Nach jedem Buchstaben wird eine kurze, nach jedem Wort eine etwas längere Pause gemacht.

Die Drahtleitung zwischen den beiden telegraphisch verbundenen Stationen mufs wohl isoliert sein. Die durch die Luft ausgespannten Drähte werden zu diesem Zweck an den Telegraphenstangen durch isolierende, glockenförmige Träger aus Glas oder Porzellan befestigt. Unterirdische oder unterseeische Leitungen werden mittelst einer Umhüllung von Guttapercha isoliert. Zur Leitung

*) Durch den in der Figur 274 als abgebrochen dargestellten Leitungsdraht läfst sich alsdann der Schlüssel mit einem Schreibapparat der Station *A* in Verbindung bringen und diese Station dadurch zur zeichenempfangenden machen.

wird entweder Kupferdraht, oder bei längeren Luftleitungen in der Regel, der gröfseren Billigkeit wegen, verzinkter Eisendraht verwendet. Zur Hin- und Rückleitung des Stromes würden für jedes Signal zwei Leitungsdrähte erforderlich sein, und in der That wendete man anfänglich solche Doppelleitungen an, bis Steinheil (1838) zeigte, dafs eine einfache Drahtleitung hinreichend sei, indem man zur Rückleitung des Stromes den Erdkörper benutzen könne. Es ist zu diesem Zweck nur erforderlich, die Enden des Leitungsdrahtes mit den in das feuchte Erdreich vergrabenen, oder in das Wasser eines Brunnenschachtes versenkten Metallplatten *EE* zu verbinden.

Beim Beginn einer Depesche mufs die Aufmerksamkeit des zeichenempfangenden Beamten durch ein Glockensignal erregt werden. Dieses wird erzeugt, indem man entweder den Ankerhebel eines Elektromagnets unmittelbar gegen eine kleine Metallglocke schlagen läfst, oder indem durch die Oscillationen desselben ein zu diesem Zweck aufgestelltes Läutewerk in Bewegung gesetzt wird.

Von Hughes in New-York ist (1861) der Drucktelegraph in seiner gegenwärtigen Vollendung hergestellt worden, durch welchen die übersendete Depesche in gewöhnlichen Buchstaben auf Papier abgedruckt wird, endlich (1865) durch Caselli der sogenannte Pantelegraph, der eine getreue Nachbildung einer jeden Zeichnung oder Schrift auf der zeichenempfangenden Station ermöglicht.

Der telegraphische Verkehr ist wesentlich beschleunigt worden durch die glückliche Lösung der Aufgabe, mehrere Depeschen gleichzeitig auf demselben Leitungsdraht zu befördern. Durch den Meyerschen Multiplex lassen sich stündlich 80 bis 100 Telegramme von durchschnittlich zwanzig Worten verarbeiten.

§ 327. **Rotationen von Magnetpolen um Stromleiter und von Stromleitern um Magnetpole.** Oben (§ 315) ist gezeigt worden, dafs die Kraft, welche ein von einem Strom durchflossener Draht auf einen Magnetpol ausübt, von allen früher betrachteten Kräften sich durch den merkwürdigen Umstand unterscheidet, dafs ihre Richtung senkrecht auf der durch Stromleiter und Magnetpol gelegten Ebene steht, und dafs dieselbe, wenn man einen Magnetpol isolieren könnte, eine kontinuierliche Rotation des Magnetpols um den Stromleiter hervorbringen würde. Da jeder Wirkung in der Natur eine gleiche Gegenwirkung entspricht, so übt seinerseits ein feststehender Magnetpol auf einen in seiner Nähe befindlichen Stromleiter eine Wirkung aus, vermöge deren der Stromleiter, wenn er beweglich ist, eine kontinuierliche Drehung um den Magnetpol vollführt.

Beide Arten von elektromagnetischen Rotationsbewegungen sind von Faraday auf folgende Weise verwirklicht worden:

1. Drehung des Magnetpols um den Stromleiter. Zwei parallele, mit ihren gleichnamigen Polen, z. B. den Nordpolen, nach abwärts gerichtete Magnetstäbchen (*ns*, *ns* Fig. 275) sind durch einen Querdraht in Form eines H verbunden und mittelst einer Stahlspitze bei *C* frei drehbar aufgehängt. Die Spitze taucht in ein Quecksilbernäpfchen, welches das obere Ende des vertikalen Leitungsdrahtes *BC* bildet. Das System der Magnetstäbe ist ferner von einer ringförmigen, hölzernen, mit Quecksilber gefüllten Rinne *AA* umgeben, in welche die Platinspitze eines von *C* ausgehenden Querdrahtes *CD* taucht. Die Quecksilberrinne steht mit dem negativen, der Leitungsdraht *B* mit dem positiven Pol der Kette in Verbindung, so dafs der positive Strom von *B* über *CDA* zur Kette zurückkehrt. Der in *BC* aufsteigende Strom wirkt auf die Magnetpole *nn* und versetzt das System der Magnetstäbe in Rotation, deren Richtung, wie sich aus der Ampèreschen Regel (§ 315) ergiebt, umgekehrt wie die Drehung eines Uhrzeigers stattfindet. Wenn entweder die Richtung des Stromes, oder die Polarität der

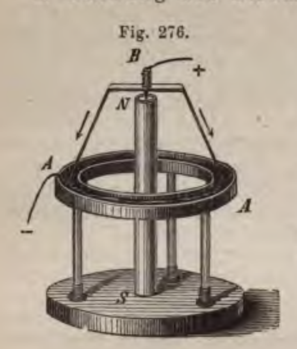
Fig. 275.



Magnetstäbe umgekehrt wird, geht die Rotationsrichtung in die entgegengesetzte über.

2. Drehung des Stromleiters um den Magnetpol. Auf dem oberen Ende des feststehenden Magnetstabes *NS* (Fig. 276) schwebt, mittelst einer Spitze frei drehbar, der Kupferdrahtbügel *ABA*, dessen Enden mit Platinspitzen versehen sind, die in die ringförmige Quecksilberrinne *AA* tauchen. Diese ist mit dem negativen Pol der Kette verbunden, während der positive Poldraht in ein bei *B* angebrachtes Quecksilbernäpfchen taucht. Der positive Strom teilt sich von *B* aus und strömt in beiden Armen des Drahtbügels abwärts in der Richtung *BA*. Die Wirkung des näheren Magnetpols *N* überwiegt die schwächere des entfernteren Poles *S* und dreht den Drahtbügel im Sinne eines Uhrzeigers. Beim Wechsel der Stromesrichtung, oder bei Umkehrung der Magnetpole wird die Richtung der Rotation die entgegengesetzte.

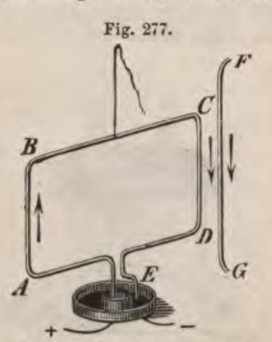
Fig. 276.



§ 328. Anziehung und Abstofsung zweier elektrischen Ströme. Durch die Betrachtung der Wechselwirkung zwischen elektrischen Strömen und Magnetpolen wurde Ampère zu der Vermutung geführt, dafs auch zwei bewegliche Stromleiter eine mechanische Wirkung auf einander ausüben möchten. In der That erwies sich diese Vermutung als richtig, und die von Ampère (1820) in betreff dieser Wirkung ermittelten Gesetze lassen sich in folgende Sätze zusammenfassen: Zwei parallele Stromleiter ziehen einander an, wenn sie von gleichgerichteten, stofsen einander ab, wenn sie von entgegengesetzt gerichteten Strömen durchflossen werden. — Kreuzen sich zwei benachbarte Stromleiter unter einem beliebigen Winkel, so sind die anziehenden und abstofsenden Wirkungen zwischen ihren einzelnen Teilen so beschaffen, dafs sie die Stromrichtungen parallel und gleich zu stellen streben.

Der in Form eines Rechtecks gebogene Leitungsdraht *ABCD* (Fig. 277) sei an einem Seidenfaden frei drehbar aufgehängt. Die beiden Drahtenden sind von einander isoliert. Das eine Ende taucht bei *E* in ein mittleres Quecksilbernäpfchen, das mit dem positiven Pol der Kette in Verbindung steht, das andere Ende taucht in ein ringförmiges Näpfchen, von welchem das mittlere Näpfchen umschlossen ist, und das mit dem negativen Pol verbunden ist. Infolge dieser Einrichtung kann sich das Drahtrechteck ringsum frei drehen, ohne dafs die leitende Verbindung mit den Polen der Kette unterbrochen wird. Nähert man der Rechtecksseite *CD* einen zweiten parallelen Leitungsdraht *FG*, so beobachtet man eine Anziehung oder Abstofsung, je nachdem die Stromrichtung in beiden die gleiche oder entgegengesetzte ist. Nähert man dem Rechteck einen anderen, ebenfalls rechteckig gebogenen Draht, so streben sich die Ebenen beider Rechtecke parallel, mit übereinstimmenden Stromrichtungen zu stellen. Auch die Wirkungen von Magnetpolen auf Stromleiter lassen sich an dem beweglich aufgehängten Leitungsdraht leicht nachweisen. Wie der elektrische Strom eine bewegliche Magnetnadel zu seiner Ebene senkrecht zu stellen strebt, so stellt sich umgekehrt die Ebene des beweglichen Stromleiters senkrecht zur Axe eines hindurchgesteckten Magnetstabes, so dafs der Strom den Magnetstab in der durch die Ampèresche Regel bestimmten Richtung umkreist.

Fig. 277.



Auch der Erdmagnetismus wirkt richtend auf den Stromleiter, indem er dessen Ebene, wenn derselbe hinreichend frei beweglich aufgehängt ist, senkrecht zur Richtung der Deklinationsnadel stellt.

§ 329. Solenoïdströme. Ampères Theorie des Magnetismus (1826). Die im vorhergehenden Paragraphen erläuterten Wechselwirkungen zwischen elektrischen Strömen und Magnetpolen treten in verstärktem Maſse hervor, wenn man anstelle einer Drahtwindung ein System von Drahtwindungen anwendet, deren Ebenen unter einander parallel sind. Einen spiralförmig gewundenen Leitungsdraht *AB* (Fig. 278), dessen Windungen sämtlich in gleichem Sinne vom Strome durchlaufen werden, nannte Ampère ein Solenoïd (σωλήν, Röhre). Wird ein solches Solenoïd in ähnlicher Weise, wie das Drahtrechteck (§ 328), frei drehbar aufgehängt, so stellt sich dasselbe unter Einfluſs des Erdmagnetismus so, daſs die Ebenen sämtlicher Kreiswindungen zur Richtung der Deklinationsnadel senkrecht liegen, die Axe des Solenoïds also der Deklinationsnadel parallel ist. Überhaupt zeigt das vom Strom durchflossene Solenoïd in jeder Beziehung ein analoges Verhalten wie die Magnetnadel, indem, der Ampèreschen Regel gemäſs, dasjenige Ende dem Nordpol entspricht, welches, wenn man es sich nach oben gekehrt denkt, vom Strom im umgekehrten Sinne eines Uhrzeigers, dasjenige dem Südpol, welches in der Richtung des Uhrzeigers umkreist wird. Werden zwei Solenoïde *AB*, *CD* (Fig. 279) mit ihren Polen einander genähert, so findet Anziehung oder Abstoſsung statt, je nachdem die Stromrichtungen in beiden gleich oder entgegengesetzt sind. Daher findet, wie aus der Figur ersichtlich, wie bei Magnetnadeln, zwischen ungleichnamigen Polen Anziehung, zwischen gleichnamigen aber Abstoſsung statt. Ebenso wird ein Solenoïdpol von dem gleichnamigen Pol einer Magnetnadel abgestoſsen, von dem ungleichnamigen aber angezogen.

Fig. 278.

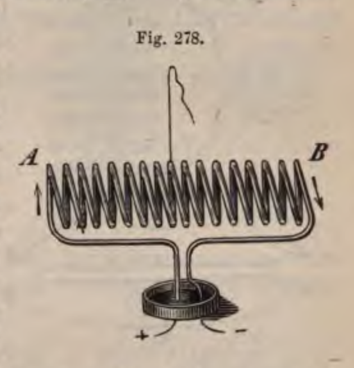


Fig. 279.



Auf dieses Verhalten der Solenoïdströme gründete Ampère eine neue Theorie der magnetischen Erscheinungen, durch welche die Annahme besonderer magnetischer Fluida (§ 293) überflüssig gemacht und die magnetischen Wirkungen auf das Vorhandensein elektrischer Strömungen im Innern der magnetischen Körper zurückgeführt werden. Ampère geht nämlich von der Vorstellung aus, daſs die Moleküle des Eisens auch im unmagnetischen Zustande von kreisförmigen, elektrischen Molekularströmen umflossen werden, deren Wirkungen nach auſsenhin einander aber vollständig aufheben, weil die Ebenen der Kreisströme regellos nach allen Richtungen gekehrt sind. Der Vorgang der Magnetisierung besteht darin, daſs die Molekularströme sämtlich übereinstimmend gerichtet werden. Dies kann nach § 328 entweder durch einen galvanischen Strom, am zweckmäſsigsten durch einen spiralförmig den Eisenstab umkreisenden Solenoïdstrom geschehen, der die Ebenen sämtlicher Molekularströme seinen eigenen Windungen parallel zu stellen strebt — oder durch Annäherung eines Magnets, dessen Molekularströme bereits parallel gerichtet sind. Im weichen Eisen sind die Moleküle mit groſser Leichtigkeit drehbar; deshalb wird dasselbe leicht magnetisch, die Ordnung der Moleküle dauert aber nur so lange, als die magnetisierende Ursache wirksam ist. Die Koer-

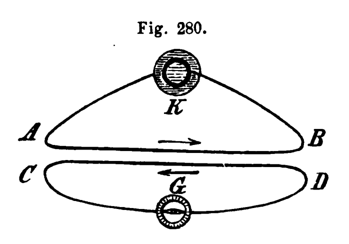
citivkraft des Stahles dagegen erklärt sich daraus, daſs die Moleküle desselben eine minder freie Beweglichkeit besitzen, so daſs eine stärker magnetisierende Kraft erforderlich ist, um die Molekularströme parallel zu richten, daſs dieselben aber auch nach Aufhören der magnetisierenden Ursache ihre parallele Richtung beibehalten.

B. Induktionsströme.

§ 330. Elektrische Induktionsströme. Durch das Entstehen oder Verschwinden eines elektrischen Stromes werden in einem dem Schlieſsungsbogen der Kette benachbarten Stromleiter elektrische Bewegungen erzeugt, welche mit dem Namen Induktionsströme bezeichnet werden.

a) Wenn dem Schlieſsungsdraht *AB* (Fig. 280) einer galvanischen Kette *K* ein zweiter Draht *CD* parallel gegenübersteht, dessen Enden durch ein Galvanometer *G* zu einer in sich selbst zurücklaufenden, geschlossenen Leitung verbunden sind, so wird in letzterem ein Induktionsstrom erzeugt, so oft ein Strom in dem induzierenden Draht *AB* entsteht oder verschwindet, und zwar ist der durch Schlieſsen der Kette erzeugte Induktionsstrom oder der Schlieſsungsstrom seiner Richtung nach dem induzierenden Strom entgegengesetzt, der durch Verschwinden des induzierenden Stromes erzeugte Öffnungsstrom mit dem induzierenden Strom gleich gerichtet, wie aus der Richtung der Ablenkung des Galvanometers *G* erkannt wird. Solange der Strom in *AB* mit gleichförmiger Stärke fortdauert, findet im Induktionsdraht *CD* keine Elektricitätsbewegung statt. Dagegen wird durch jede Zu- oder Abnahme der Stromstärke im induzierenden Draht ein Induktionsstrom im Induktionsdraht hervorgerufen, dessen Stärke und Dauer von der Gröſse und Dauer der Stromesschwankung im induzierenden Draht abhängt. Die durch Öffnen und Schlieſsen der Kette erzeugten Induktionsströme sind von unmeſsbar kurzer Dauer. — Da die Intensität des Induktionsstromes mit der Länge der einander gegenüberstehenden Drahtstrecken *AB*, *CD* wächst, so giebt man denselben zweckmäſsig die Form zweier parallel neben einander aufgewundenen Spiralen von mit Seide besponnenem Kupferdraht. — Auch durch den Entladungsstrom einer Leydener Batterie kann in einem benachbarten Draht ein Induktionsstrom hervorgerufen werden (s. oben § 284).

Fig. 280.



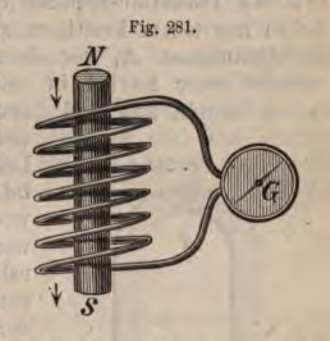
b) Wenn der von einem konstanten Strom durchflossene Draht *AB* dem geschlossenen Stromleiter *CDG* genähert, oder von demselben entfernt wird, so entsteht in letzterem ein Induktionsstrom, welcher beim Annähern dem induzierenden Strom entgegengesetzt (Annäherungsstrom), beim Entfernen aber mit demselben gleich gerichtet ist (Entfernungsstrom).

Die Induktionsströme wurden von Faraday im Jahre 1831 entdeckt.

§ 331. Magnetoelektrische Induktionsströme. Beim Einschieben eines Magnetstabes *NS* (Fig. 281) in eine geschlossene Drahtspirale wird in den Windungen derselben ein Induktionsstrom erregt; beim Herausziehen entsteht ein zweiter Strom von entgegengesetzter Richtung.

Dasselbe findet statt, wenn ein in der Spirale steckender Stab von weichem Eisen magnetisiert wird, oder seinen Magnetismus wieder verliert. Die Erregung des Magnetismus kann durch Annäherung an die Pole eines Stahlmagnets, oder durch einen galvanischen Strom geschehen. Die Richtung der in diesen Fällen erzeugten Induktionsströme ergiebt sich, indem man sich den Magnetstab *NS* nach der Ampèreschen Theorie (§ 329) durch ein Solenoïd, oder durch ein System von Molekularströmen ersetzt denkt. Der beim Hineinstecken des Magnets in die Spirale, oder bei Erregung des Magnetismus erzeugte Induktionsstrom ist den Molekularströmen entgegengesetzt, der beim Herausziehen oder beim Verschwinden des Magnetismus erzeugte Induktionsstrom mit ihnen gleich gerichtet. Da z. B. um den nach oben gekehrten Nordpol des Magnetstabes die Molekularströme umgekehrt wie ein Uhrzeiger kreisen, so würde in den Windungen der Spirale (Fig. 281) der Induktionsstrom beim Hineinstecken des Magnetstabes im Sinne eines Uhrzeigers, beim Herausziehen im entgegengesetzten Sinne fliefsen.

Fig. 281.



Im allgemeinen werden Induktionsströme erregt, so oft ein Magnetpol in der Nähe eines geschlossenen Leiters, oder ein Leiter in der Nähe eines Magnetpols bewegt wird. Nach einer von Lenz (1834) aufgestellten Regel ist die Richtung der durch gegenseitige Bewegungen von Leitern und Magnetpolen erzeugten Induktionsströme immer so beschaffen, dafs die durch den Induktionsstrom erzeugten elektromagnetischen Anziehungs- oder Abstofsungskräfte auf die Bewegung hemmend einwirken. So wird z. B. durch Annäherung der parallelen Drähte *AB*, *CD* (Fig. 280) ein entgegengesetzter Strom induziert. Da aber entgegengesetzt gerichtete Ströme einander abstofsen (§ 328), so wirkt die Abstofsung der Bewegung entgegen, ebenso bei Entfernung der Drähte die durch den gleichgerichteten Induktionsstrom erzeugte Anziehung. Wird der Magnetstab *NS* (Fig. 281) von obenher in die Spirale gesteckt, so wirkt der erzeugte Induktionsstrom auf die entgegengesetzten Molekularströme des Magnetstabes abstofsend u. s. w.

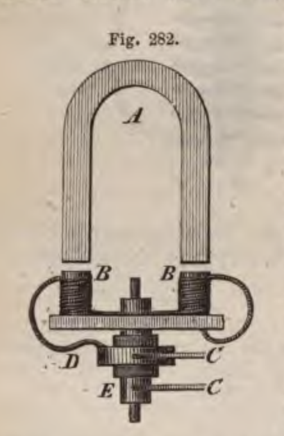
Wenn man umgekehrt die Drahtspirale über den Magnetstab, wie über ihre Axe, hinwegschiebt, so entsteht in der Spirale, wenn sie sich über dem ersten Pol des Magnets befindet, ein Annäherungsstrom (§ 330), welcher bei der Weiterschiebung der Spirale schwächer wird und über den Indifferenzpunkt des Magnets hinaus als Entfernungsstrom die entgegengesetzte Richtung erhält.

Durch die Entstehung magnetoelektrischer Induktionsströme erklärt sich die dämpfende Wirkung, welche eine Kupferscheibe auf die Schwingungen einer über derselben schwebenden Magnetnadel ausübt, und durch welche Arago (1825) zur Entdeckung des von ihm sogenannten Rotationsmagnetismus geführt wurde. Wird eine Kupferscheibe unter einer in horizontaler Ebene frei beweglichen Magnetnadel in Rotation versetzt, so erfährt die Magnetnadel eine Ablenkung im Sinne der Rotation und wird bei hinreichend schneller Rotation endlich ganz mit im Kreise herumgeführt. Umgekehrt kann eine kreisrunde, auf einer Spitze schwebende Kupferscheibe dadurch in Rotation versetzt werden, dafs man unter derselben einen Hufeisenmagnet mit aufwärts gekehrten Polen schnell rotieren läfst. Mit anderen Metallen als Kupfer gelingt der Versuch ebenfalls, nur sind die Wirkungen um so schwächer, je geringer das Leitungsvermögen der Metalle (§ 319).

Die Bewegung eines zwischen den Polen eines Elektromagnets an einem Faden aufgehängten und in schnelle Umdrehung versetzten Kupferwürfels wird plötzlich gehemmt, sobald der Magnetismus durch Schliefsung des Stromes erregt wird.

§ 332. Magnetoelektrische Induktionsapparate. Die zur Erzeugung möglichst intensiver Induktionsströme dienenden Induktionsapparate können in magnetoelektrische und elektromagnetische eingeteilt werden, je nachdem man sich der Stahlmagnete, oder der Elektromagnete zur Erzeugung der Induktionswirkungen bedient. Der magnetoelektrische Induktionsapparat (Stöhrer, 1844, Fig. 282) besteht im wesentlichen aus einem kräftigen, gewöhnlich aus mehreren Lamellen gebildeten Hufeisenmagnet *A*, vor dessen Polen ein Anker *B* von weichem Eisen mittelst einer Kurbel in schnelle Rotation versetzt werden kann. Der Anker besteht aus zwei durch ein Querstück verbundenen Eisencylindern, welche mit Induktionsspiralen umgeben sind. Indem die Schenkel des Ankers, bei der Rotation vor den Polen des Stahlmagnets, abwechselnd entgegengesetzte Polarität annehmen, werden bei jeder Umdrehung in den Drahtspiralen zwei Induktionsströme von abwechselnd entgegengesetzter Richtung erzeugt. Die Enden der Drahtspiralen stehen mit zwei auf der Rotationsaxe befindlichen, gegen einander isolierten Metallringen *D*, *E* in Verbindung. Von diesen aus können die Ströme mittelst zweier auf denselben schleifenden Federn *C* weiter geleitet werden.

Fig. 282.



Zur Erzeugung kräftiger, physiologischer Wirkungen (§ 334) ist es erforderlich, daſs dem Induktionsstrom bis zum Augenblick seiner stärksten Entwickelung eine gute metallische Leitung dargeboten werde. Indem diese plötzlich unterbrochen wird, findet der durch die Unterbrechung erzeugte Extrastrom (s. § 333) eine Leitung durch den menschlichen Körper und bewirkt eine kräftige Erschütterung. Die Unterbrechung der metallischen Leitung im geeigneten Zeitpunkt kann dadurch bewerkstelligt werden, daſs einer der Metallringe *D*, auf welchen die Metallfedern schleifen, an der passenden Stelle durch ein nichtleitendes Stück Holz oder Kautschuk unterbrochen ist. Für viele Versuche ist es wünschenswert, den Induktionsströmen, welche in den Spiralen in abwechselnd entgegengesetzter Richtung laufen, gleiche Richtung zu geben. Dies wird am einfachsten durch die von Stöhrer angegebene Kommutatorvorrichtung erreicht, deren Beschreibung hier aus Mangel an Raum nicht gegeben werden kann.

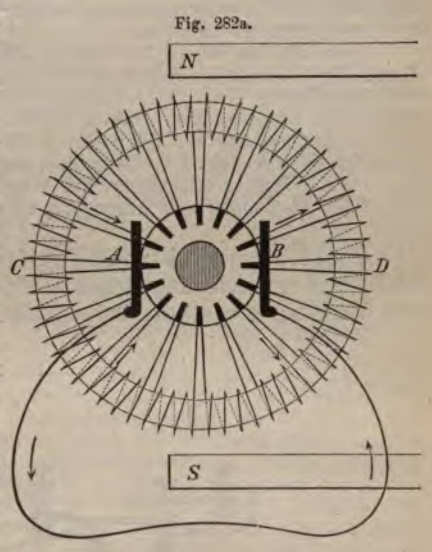
Es ist vielfach der Versuch gemacht worden, die durch magnetoelektrische Induktionsapparate erzielten Wirkungen der Anziehung zu mechanischen Zwecken nutzbar zu machen. Dabei haben sich jedoch als Übelstände geltend gemacht, daſs die in diesen Apparaten zur Anwendung kommenden Stahlmagnete, auch wenn mehrere derselben zu einem gröſseren magnetischen Magazin (§ 295) vereinigt werden, zur Erzeugung stärkerer Ströme, wie sie zur Leistung gröſserer mechanischer Arbeit erforderlich sind, nicht ausreichen, daſs die Stahlmagnete bald einen Teil ihrer Wirkung einbüſsen, und daſs auch die Herstellung derartiger Maschinen zu kostspielig ist.

Diese Übelstände der älteren magnetoelektrischen Induktionsmaschinen sind meist bei neueren Konstruktionen solcher Maschinen durch Gramme (1871) und v. Hefner-Alteneck (1872) vermieden worden (§ 332a). Bei diesen Maschinen sind die Stahlmagnete beseitigt worden, und zwar durch das von Siemens (1866) zur Darstellung magnetoelektrischer Maschinen eingeführte, sogenannte dynamoelektrische Prinzip, welches eine früher ungeahnte Steigerung der Stromstärke dieser Maschinen gestattet. Dieses Prinzip besteht in folgendem. Der magnetische Rückstand (§ 321) eines weichen Eisenkerns dient dazu, einen elektrischen Strom in einer beweglichen Spirale zu induzieren; dieser Strom wird durch eine um den weichen Eisenkern gewundene Spirale zurückgeleitet, wodurch dessen Magnetismus

verstärkt wird. Es werden dadurch stärkere Ströme induziert und fortgesetzt die Wirkung erhöht, bis der Eisenkern zur Sättigung magnetisiert ist. Alsdann wird der Strom bei grofser Intensität konstant.

§ 332a. Der Grammesche Ring. Bei den Grammeschen Maschinen (§ 332) sind die mit Induktionsspiralen versehenen, rotierenden Eisencylinder ersetzt durch einen Eisenring, der von Kupferspiralen umgeben ist (Fig. 282a) und zwischen den Polen *N* und *S* eines Elektromagnets rotiert. Die Spiralen sind unter einander durch Vermittelung von Kupferstreifen in leitende Verbindung gebracht, welche ein koncentrisches, der Nabe eines auf der Axe befestigten Rades vergleichbares Mittelstück bilden, der Axe parallel laufen und von einander und der Axe isoliert sind. An ihm schleifen, und zwar an den von den Magnetpolen gleichweit entfernten Spiralen, die beiden Drahtbürsten *A* und *B*, von denen die Leitungsdrähte ausgehen.

Fig. 282a.



Schon 1860 hatte Pacinotti einen solchen Ring beschrieben; jedoch hat Gramme 1871 den Ring zuerst erfolgreich zur Anwendung gebracht, nachdem er ihn wohl auch selbständig gefunden hatte.

Der Eisenring gleicht unter der Einwirkung der beiden Magnetpole *N* und *S* zwei Hufeisenmagneten, die mit den gleichnamigen Polen zusammenstofsen, und zwar die Südpole bei *N*, die Nordpole bei *S*, während *C* und *D* als die Indifferenzstellen zu bezeichnen sind. Bei der Drehung um die Axe behalten diese Doppelpole ihre Lage, relativ zu *N* und *S*, bei und man kann sich vorstellen, als bleibe der Eisenring unbeweglich und trete ein allmähliches Hinwegschieben der sämtlichen Spiralen über ihn ein. Es erreicht darum der in ihnen induzierte Strom (§ 331) zweimal ein Maximum von entgegengesetzter Richtung, nämlich in der Nähe von *N* und *S*, und zweimal ein Minimum, an den Indifferenzstellen *C* und *D*, wo zugleich ein Wechsel in der Stromrichtung eintritt. Findet die Drehung in der Richtung *C—N—D—S*, im Sinne der Zeiger einer Uhr, statt, so überwiegen in der oberen Hälfte *CND* links die Entfernungsströme, rechts die Annäherungsströme, und umgekehrt in der unteren Hälfte *DSC* links die Annäherungs-, rechts die Entfernungsströme, und ergiebt sich demnach im ganzen in der oberen Hälfte ein Strom in der Richtung *D—N—C*, in der unteren in der entgegengesetzten Richtung *D—S—C*, darum im Leitungsdraht ein kontinuierlicher Strom von *A* nach *B*.

Weil der Grammesche Ring bei der Drehung fortgesetzt an anderen Stellen magnetisch wird und den Magnetismus wieder verliert, tritt eine starke Erwärmung desselben ein; dieselbe hat sich dadurch verringern lassen, dafs man den massiven Eisenring durch ein Bündel von Eisendrähten ersetzt hat, welche dem Wechsel des Magnetismus weniger Widerstand entgegensetzen. Noch mehr aber ist dieser Erwärmung in den v. Hefner-Alteneckschen Maschinen dadurch vorgebeugt worden, dafs statt des Ringes ein Hohlcylinder aus weichem Eisen angewandt wird, welcher als Kern von einer Trommel aus dünnem Messingblech umgeben ist. Um diese Trommel sind der Länge nach verschiedene Stränge Kupferdraht gewickelt, deren Enden in eigentümlicher Weise an der Stirnfläche der Trommel verbunden sind, so dafs auch hier zwei Schleifbürsten als Elektroden dienen. Die Trommel befindet sich zwischen den Polen zweier Reihen von

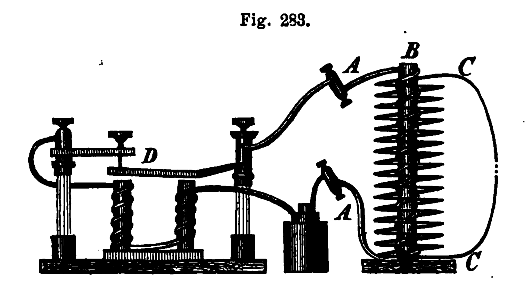
kräftigen Hufeisenmagneten, deren gleichnamige Pole einander gegenüberstehen und durch cylindrische Eisenstücke verbunden sind. Durch diese Doppelreihe entgegengesetzter Pole wird der Kern stark transversal-magnetisch und werden bei der Drehung stärkere Ströme induziert als durch die Grammeschen Maschinen.

Zur elektrischen Kraftübertragung wird die Stromerzeugungsmaschine mit einer zweiten dynamischen Maschine leitend verbunden. In dieser wird durch den intensiven, elektrischen Strom ein Cylinder mit solcher Stärke in Rotation versetzt, daſs weiterhin, vermittelst eines Triebwerkes, jeder beliebige mechanische Nutzeffekt erzielt werden kann. Es ist jedoch dabei zu bemerken, daſs durch die Rotation der Armatur zwischen den ein sogenanntes Kraftfeld bildenden Magnetpolen ein elektrischer Strom hervorgerufen wird, dessen Richtung entgegengesetzt ist der des elektrischen Stromes, welcher in der zweiten Maschine durch die elektrische Übertragung der in Betrieb gesetzten Maschine erzeugt wird. Weil nun diese beiden entgegengesetzt gerichteten Ströme dieselbe Leitung durchflieſsen, so wird der Betriebsstrom durch den induzierten Strom teilweise aufgehoben, und es ist als Arbeitsleistung der zweiten Maschine höchstens die Hälfte der ursprünglichen Betriebskraft zu erreichen. Während der Elektricitätsausstellung in München (1882) wurde im Glaspalast vermittelst der Telegraphenleitung durch eine 57 km entfernte Dampfmaschine eine Wasserpumpe von etwa 2 Pferdekräften in Betrieb erhalten.

Siemens hat schon 1879 einen kleinen Wagen auf leitenden Stahlschienen durch den elektrischen Strom zur Beförderung von Personen in Thätigkeit gesetzt und im Sommer 1881 in Lichterfelde bei Berlin eine elektrische Eisenbahn von 2,5 km Länge eröffnet, deren Betrieb zurückzuführen ist auf eine etwa 500 m vom Ausgangspunkt der Bahn durch eine Dampfmaschine in rasche Umdrehung versetzte dynamoelektrische Maschine, während eine zweite dynamische Maschine, für den Beobachter unsichtbar, am Wagen angebracht ist. (Über die Anwendung derartiger Maschinen zur Erzeugung elektrischen Lichtes vergl. § 336.)

§ 333. Der elektromagnetische Induktionsapparat (Fig. 283) ist folgendermaſsen eingerichtet. Eine Spirale mit einer mäſsigen Anzahl von Windungen starken, besponnenen Kupferdrahtes *A* enthält in ihrem

Fig. 283.



Innern ein Bündel dünner, weicher Eisendrähte *B*, welche zweckmäſsig durch Firnis von einander isoliert sind. Diese Spirale, welche die primäre oder induzierende Spirale genannt wird, ist umgeben von einer sekundären oder Induktionsspirale *C* aus sehr zahlreichen und sorgfältig isolierten Windungen eines sehr langen, dünnen Drahtes. Von der Anzahl dieser Windungen*) und der Vollkommenheit ihrer Isolierung wird vorzugsweise der Grad der Wirksamkeit des Apparates bedingt. Endlich ist ein wesentlicher Teil des Apparates der in den Strom der primären Spirale eingeschaltete Selbstunterbrecher *D* (§ 323), welcher den induzierenden Strom in kurzen Zeitintervallen öffnet und schlieſst, wodurch

*) Fig. 283 sind absichtlich nur wenige Windungen gezeichnet.

der Eisenkern der Spirale abwechselnd magnetisiert und entmagnetisiert wird, und in der Induktionsspirale Induktionsströme von abwechselnd entgegengesetzter Richtung entstehen.

Auch ohne Vorhandensein des Eisenkerns würden durch Öffnen und Schliefsen des Hauptstromes in der sekundären Spirale abwechselnd entgegengesetzte Induktionsströme erzeugt werden. Die magnetoelektrischen Induktionsströme, welche durch Entstehen und Verschwinden des Magnetismus im Eisenkern hervorgerufen werden, übertreffen aber an Intensität bei weitem die durch den Hauptstrom allein erzeugten Induktionsströme. Man wählt ein Drahtbündel anstatt eines massiven Eisenkernes, weil dünne Drähte den Magnetismus viel schneller annehmen und wieder verlieren als eine massive Eisenmasse und deshalb kräftigere Induktionsströme erzeugen.

Wie der Strom der primären Spirale und der entstehende und verschwindende Magnetismus des Eisenkerns auf die Windungen der sekundären Spirale induzierend wirken, so entsteht auch in den Windungen der Hauptspirale selbst im Augenblick des Öffnens und Schliefsens der Kette ein Induktionsstrom, welcher Extrastrom genannt wird. Der Schliefsungsextrastrom ist dem induzierenden Strom entgegengesetzt, er schwächt daher seine Intensität im Augenblick der Schliefsung, oder bewirkt, dafs derselbe nicht plötzlich, sondern erst innerhalb eines gewissen, allerdings sehr kurzen Zeitraumes zu seiner vollen Stärke anwachsen kann. Der Öffnungsextrastrom umgekehrt ist dem Hauptstrom gleich gerichtet, er verlängert daher seine Dauer beim Öffnen der Kette, oder bewirkt, dafs die Stromstärke nicht plötzlich, sondern erst innerhalb einer kurzen Zeit auf Null herabsinkt. Beide Extraströme sind der Entwickelung des eigentlichen Induktionsstromes in der sekundären Spirale schädlich, da dessen Intensität wesentlich von der Geschwindigkeit des Entstehens und Verschwindens des induzierenden Stromes bedingt wird. Es mufs jedoch bemerkt werden, dafs der Schliefsungsstrom dieser schwächenden Wirkung in viel höherem Grade unterworfen ist, als der Öffnungsstrom. Der Schliefsungsextrastrom findet nämlich in der Hauptspirale eine vollkommen geschlossene Leitung, kann also vollständig zur Entwickelung kommen, während beim Öffnen der Kette der Extrastrom nur so lange andauern kann, als der Öffnungsfunke, welcher an der Unterbrechungsstelle des Hauptstromes entsteht. An der Beschaffenheit dieses Funkens kann man den Einflufs des Extrastromes erkennen. Derselbe erscheint nämlich sehr viel stärker und massiger, wenn eine mit einem Eisenkern versehene Drahtspirale in die Strombahn eingeschlossen ist, als ohne dieselbe, obgleich im letzteren Fall die Stromstärke infolge des geringen Widerstandes gröfser ist. — Wegen der kürzeren Dauer des Öffnungsextrastromes ist auch der Öffnungsinduktionsstrom kürzer, aber weit intensiver als der Schliefsungsinduktionsstrom. Um die Intensität des Öffnungsstromes noch mehr zu verstärken, sucht man die Dauer des Unterbrechungsfunkens im Hauptstrom möglichst zu verringern. Dies geschieht am besten durch den Fizeauschen Kondensator (1853). Dieser besteht aus zwei durch Wachstaffet getrennten Stanniolblättern von grofser Oberfläche, welche mit den beiden Teilen des Stromunterbrechers, zwischen denen die Unterbrechung stattfindet, in leitender Verbindung stehen. Es wird dadurch bewirkt, dafs die entgegengesetzten Elektricitäten des Extrastromes, welche sich im Öffnungsfunken auszugleichen streben, sich auf den Stanniolblättern des Kondensators gegenseitig binden, wodurch ihre Spannung an der Unterbrechungsstelle vermindert und die Dauer des Unterbrechungsfunkens verkürzt wird.

§ 334. Wirkungen der Induktionsströme. Durch Induktionsströme können im allgemeinen alle Wirkungen hervorgebracht werden, welche den galvanischen Strömen zukommen, wie Ablenkung der Magnetnadel, Magnetisierung von weichem Eisen und Stahl, Glühen und Schmelzen von Drähten, Lichterscheinungen, chemische Zersetzungen, physiologische Wirkungen. Ihren besonderen Charakter aber erhalten die Induktionsströme einerseits durch ihre kurze Dauer, andererseits durch ihre grofse Intensität. In dieser doppelten Beziehung bilden dieselben gewissermafsen ein Mittelglied zwischen dem galvanischen Strom und dem Entladungsstrom der Leydener Batterie. Namentlich sind die beschriebenen Induktions-

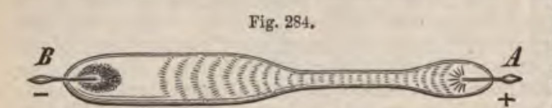
apparate wegen der schnellen Aufeinanderfolge diskontinuierlicher Ströme zur Erzeugung starker, physiologischer Wirkungen (vergl. §§ 273, 283) auf den tierischen und menschlichen Körper geeignet, welche vielfach zu Heilzwecken benutzt werden. — Sind die Drahtenden der Induktionsspirale in gut leitender Verbindung, so gleichen sich die durch den Induktionsstrom getrennten Elektricitäten ohne weiteres in der geschlossenen Spirale aus. Ist dagegen die Leitung zwischen den Drahtenden durch eine Luftstrecke unterbrochen, so erlangen, bei großer Länge der Induktionsspirale, die auf den Drahtenden angesammelten, entgegengesetzten Elektricitäten eine hinreichende Spannung, um den Zwischenraum in Form eines Induktionsfunkens zu überspringen, ja sogar Nichtleiter, wie z. B. Glasplatten von beträchtlicher Dicke, zu durchbrechen.

Am Induktionsfunken sind zwei Teile zu unterscheiden, der eigentliche Funke, der als hell leuchtender, bei größerer Länge zickzackförmig gebrochener, scharf begrenzter Lichtstreif von einem zum andern Poldraht übergeht und am meisten der Funkenentladung der Elektrisiermaschine entspricht, und die diesen Funken umgebende, rötlich gefärbte Lichthülle oder Aureole, an welche hauptsächlich die erwärmenden und zündenden Wirkungen des Induktionsfunkens gebunden sind. Bläst man einen Luftstrom auf den Funken, so folgt die Aureole seiner Einwirkung und wird seitwärts abgelenkt, während der eigentliche Funke nicht beeinflußt wird. In der Aureole scheint gleichsam eine Leitung des elektrischen Stromes durch die Luft stattzufinden, während der Funke eine gewaltsame Durchbrechung derselben bildet. Verbindet man die Drahtenden, zwischen denen der Induktionsfunke übergeht, mit den Belegungen einer Leydener Flasche, so verschwindet die Aureole, und die Funken werden kürzer, aber massiger und sind mit stärkerem Geräusch verbunden. — Beim Übergehen der Induktionsfunken erwärmt sich besonders stark der negative Poldraht. Dünner Eisendraht wird leicht bis zum Glühen und Verbrennen erhitzt.

Rühmkorff (1851) u. a. haben Induktionsapparate von außerordentlicher Wirkung konstruiert, welche bei einer Länge des Induktionsdrahtes von 60 km Funken von 30—40 cm Länge erzeugten. (Um mittelst der Spannung an den Polen einer galvanischen Kette einen Luftraum von 0,2 mm zu überspringen, brauchte Gassiot eine Säule von mehr als 3000 Elementen).

Von vorzüglicher Schönheit sind die Lichterscheinungen, welche beim Durchgang des Induktionsstromes durch sehr verdünnte Gase und Dämpfe erzeugt werden. Die Gase zeigen im verdünnten Zustand ein sehr viel größeres Leitungsvermögen, als unter dem Druck der Atmosphäre; der absolut luftleere Raum dagegen vermag die elektrische Entladung nicht zu leiten. Am schönsten zeigen sich die Entladungserscheinungen des Induktionsapparats in den sogenannten Geißler'schen Röhren, d. i. Glasröhren von verschiedener Gestalt, welche mit sehr verdünnten Gasen oder Dämpfen gefüllt, an beiden Enden A und B zugeschmolzen und zur Zuleitung des Stromes mit eingeschmolzenen Platindrähten versehen sind. Nur der Öffnungsinduktionsstrom vermag, infolge seiner größeren Intensität, den Widerstand des Luftraumes zu überwinden. Die beiden Pole unterscheiden sich durch die an ihnen stattfindenden Lichterscheinungen. Der negative Poldraht B nämlich erscheint ganz von einem Lichtmantel umhüllt, und das in der Regel bläuliche Licht erstreckt sich am negativen Pol durch die ganze Weite der Röhre. Am positiven Pol dagegen geht das in der Regel mehr rötliche Licht von einem Punkt an der Spitze des Poldrahtes in Form eines Büschels aus. Der größte Teil der Röhre erscheint von Licht erfüllt, welches aber in der Regel nicht gleichförmig zusammenhängend ist, sondern aus einer Reihenfolge abwechselnd heller und dunkler Schichten besteht, die namentlich bei Gegenwart gewisser Dämpfe (von ätherischen Ölen, Alkohol, Holzgeist u. dergl.) deutlich hervortreten. In weiteren Röhren erscheinen die hellen Schichten uhrglasförmig gekrümmt, so daß sie sämtlich die Konvexität ihrer Krümmung dem negativen Ende der Röhre zukehren. Zwischen dem ge-

Fig. 284.



schichteten Licht und dem bläulichen Licht, welches den negativen Poldraht umhüllt, ist in der Regel ein dunkler Zwischenraum bemerkbar. Das elektrische Licht der Geifslerschen Röhren ist sehr reich an chemisch wirksamen und Fluorescenz erzeugenden, ultravioletten Strahlen (s. §§ 152 und 153), durch welche in dem Glase der Röhren schöne Fluorescenzerscheinungen hervorgerufen werden. Mit dem Prisma analysiert zeigt das Spektrum des elektrischen Lichts gewisse helle, glänzende Linien, welche je nach der chemischen Beschaffenheit der in den Röhren enthaltenen Gase oder Dämpfe verschieden sind, und aus denen man schliefsen mufs, dafs das Licht in der That von den materiellen Teilchen dieser Stoffe ausgesendet wird (vergl. § 149).

Eine sehr interessante Anwendung der Wirkungen der Induktionsströme ist von Graham Bell (1877) durch das Telephon oder den Fernsprecher gemacht worden. Ein runder Stahlstab *S* (Fig. 284a) von 12 cm Länge und 1 cm Dicke ist magnetisiert und an dem einen Ende mit einem kurzen Cylinder *R* aus weichem Eisen armiert, welcher den Kern einer Induktionsrolle bildet; er ist in einer Holzbüchse eingeschlossen, welche ihrerseits aus zwei Teilen besteht, dem mit einer runden Schallöffnung versehenen Deckel *D* und der eigentlichen Büchse *B*, zwischen denen ein rundes Eisenblech *P* am äufseren Rande festgeklemmt ist. Der Mitte des Bleches steht der auf dem Magnet befestigte Eisenkern mit seiner Drahtspirale nahe gegenüber. Die Drahtenden sind an Klemmschrauben befestigt, welche zugleich die Verbindung herstellen mit den beiden Leitungsdrähten *L* zur anderen Station, wo ein ganz gleicher Apparat zur Aufnahme und Wiedergabe der Depesche dient.

Fig. 284a.



Tritt durch die Schallöffnung ein Schall in den Apparat, etwa dadurch, dafs in ihrer Nähe mit deutlicher Betonung gesprochen oder gesungen wird, oder von einem beliebigen musikalischen Instrument Töne ausgehen, so gerät die Eisenplatte *P* in Schwingungen, und weil sie sich dabei bald dem Eisenkern nähert, bald von ihm entfernt, so wird auch der Magnetismus dieses Kernes bald verstärkt, bald geschwächt, und werden demnach in der ihn umgebenden Induktionsrolle Induktionsströme erzeugt, welche durch die Leitungsdrähte auf den zeichenempfangenden Apparat übertragen werden, hier umgekehrt vermittelst der Induktionsrolle den Magnetismus des Eisenkerns verändern, in der Eisenplatte schwingende Bewegungen veranlassen und endlich in einem der Schallöffnung genäherten Ohr einen gleichen Schall, wie auf der zeichengebenden Station, zur Geltung bringen. Besonders überraschend und nur durch Molekularbewegung zu erklären ist dabei, dafs durch die aufserordentlich kleinen Schwingungen, in welche ein Eisenblech durch Schallwellen in Bewegung versetzt wird, Induktionsströme von hinreichender Stärke erzeugt werden, so dafs in dem weit entfernten Eisenblech des zweiten Telephons Schwingungen von gleicher Wirkung entstehen.

Der Fernsprecher kommt bei der Post unter Benutzung von Doppelleitungen zur Verbindung von Stationen bis zu Entfernungen von über 100 km (zwischen Berlin und Magdeburg, 178 km) zur Anwendung. Die Fernsprechlinie Brüssel-Paris (1887) hat eine Länge von 320 km; bei derselben wird ein Leitungsdraht von 3 mm Dicke, von welchem ein Kilometer 63 kg wiegt, aus Kupfer und Phosphorbronze angewendet. Ein erster Anfang zur Lösung der Aufgabe, Töne zu telegraphieren, war bereits von Ph. Reis in Frankfurt a. M. (1861) gemacht worden, welcher konstante Batterieströme zur Übertragung von Molekularbewegung benutzte.

Der Erfindung des Telephons ist (1878) die des Mikrophons von Hughes gefolgt, vermittelst dessen durch Molekularbewegung Schwingungen von kleinster Amplitude telephonisch bemerkbar werden, welches also zur Wahrnehmung sehr leiser Geräusche dient, wie das Mikroskop zur Wahrnehmung sehr kleiner Objekte. Ebenso ermöglicht durch Übertragung von Molekularbewegung der Phonograph von Edison (1877) beliebige Töne, z. B. der menschlichen Stimme, derartig auf einem Stanniolstreifen zu fixieren, dafs Gesprochenes oder Gesungenes, solange der Streifen auf der Walze ungeändert bleibt, in seiner ursprünglichen Klangfarbe und Höhe hörbar gemacht werden kann.

C. Wärme- und Lichtentwickelung durch galvanische Ströme, Erzeugung elektrischer Ströme durch Wärme.

§ 335. **Erwärmung und Schmelzung von Metalldrähten.** Ein von einem elektrischen Strom durchflossener Metalldraht wird erwärmt und zwar um so stärker, je gröfser die Stromintensität, je dünner der Draht und je schlechter leitend das Metall ist, aus welchem er besteht. Nach einem von Joule aufgestellten Gesetz ist die während der Zeiteinheit entwickelte Wärmemenge dem Widerstand des Drahtes und dem Quadrat der Stromstärke direkt proportional (vergl. § 282).

Bei Versuchen über das Glühen und Schmelzen von Metalldrähten ist es zweckmäfsig, Ketten aus einer geringen Anzahl von Elementen, aber mit möglichst grofser Plattenoberfläche anzuwenden (§ 318).

Drähte aus leicht schmelzbaren oder leicht oxydierbaren Metallen werden durch starke Ströme leicht bis zum Schmelzen oder Verbrennen erhitzt. Selbst dünne und nicht zu lange Platindrähte werden wegen des geringen specifischen Leitungsvermögens dieses Metalls (§ 319) leicht geschmolzen. Man benutzt die Erhitzung dünner Drähte durch den elektrischen Strom zur Zündung von Minen durch Patronen, welche dazu auf geeignete Weise vorgerichtet und mit den isolierten Leitungsdrähten einer galvanischen Batterie in Verbindung gesetzt werden. Die Funken des Induktionsapparates (§ 334) sind neuerdings mit Vorteil zu demselben Zweck benutzt worden. Auch in flüssigen Leitern wird durch den Strom eine ihrem Widerstand proportionale Wärmemenge erzeugt.

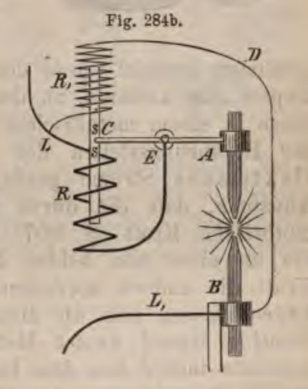
§ 336. **Unterbrechungsfunke; Davyscher Lichtbogen, elektrisches Kohlenlicht.** Bei Unterbrechung des metallischen Schliessungsbogens einer galvanischen Kette zeigt sich an der Trennungsstelle ein Funke, welcher besonders lebhaft ist, wenn in den Stromkreis Drahtspiralen eingeschaltet sind, in denen magnetisierbare Eisenkerne stecken (vergl. § 333). Um dagegen einen Schliefsungsfunken zu erhalten, bedarf es, wegen der geringen Spannung der freien Elektricität an den Polen der offenen Kette, einer sehr kräftigen Batterie von mehreren Hundert Elementen. Hat man jedoch die Poldrähte einer Kette von etwa 20—30 Bunsenschen Elementen bis zur Berührung genähert, so darf man dieselben um eine gewisse geringe Strecke von einander entfernen, ohne die Stromleitung zu unterbrechen. Die durch die intensive Erhitzung an der Unterbrechungsstelle verflüchtigten Metallteilchen bilden dann einen die Stromleitung vermittelnden, glänzenden Lichtbogen zwischen den beiden Poldrähten, welcher der Davysche Lichtbogen genannt wird. Besonders glänzend erscheint derselbe, wenn bei einer Kette von 50—60 Elementen anstelle der metallischen Poldrähte Kohlenspitzen angewendet werden, die dabei zum hellsten Weifsglühen erhitzt werden und nebst dem sie verbindenden Lichtbogen ein Licht ausstrahlen, welches an Intensität dem Sonnenlicht vergleichbar ist.

Eine praktische Anwendung hat das elektrische Kohlenlicht vorzugsweise auf Leuchttürmen gefunden. Die Kohlenspitzen können im Brennpunkt eines parabolischen Reflektors aufgestellt werden, durch welchen die Lichtstrahlen nach der gewünschten Richtung reflektiert werden. Da die Kohlenspitzen, besonders die positive, durch die Hitze des Lichtbogens und besonders durch eine

eigentümliche, verflüchtigende Wirkung des Stromes selbst ziemlich schnell abgenutzt werden, so mufs durch eine geeignete Vorrichtung dafür gesorgt werden, die Kohlenspitzen in unveränderlicher Entfernung zu erhalten, was durch einen selbstthätigen Regulator erreicht werden kann, der durch einen vom Strom erregten Elektromagnet in Thätigkeit gesetzt wird.

Zur Erzeugung des elektrischen Lichtes, welches seit einigen Jahren dem Gaslicht bei Beleuchtung von öffentlichen Strafsen und Plätzen, Fabrikräumen, Kaufhallen u. s. w. Konkurrenz zu machen beginnt, werden magnetoelektrische Maschinen neuerer Konstruktion (§ 332) angewendet. Sollte die elektrische Beleuchtung mit der Gasbeleuchtung erfolgreich konkurrieren, so mufste vor allem die Aufgabe gelöst werden, mehrere elektrische Lampen an verschiedenen Stellen derselben Stromleitung einzuschalten und zwar in einer derartigen Unabhängigkeit von einander, dafs nicht jede durch den Lichtbogen einer Lampe veranlafste Stromschwankung auch im Licht der übrigen Lampen Störungen zur Folge hatte, oder dafs nicht durch das Verlöschen einer Lampe das Weiterbrennen der übrigen gefährdet wurde. Dieses Problem wurde 1879 gelöst und zwar dadurch, dafs durch eine Stromverzweigung (§ 319a) die Lampen gewissermafsen von einander isoliert und von der Hauptleitung möglichst unabhängig gemacht wurden. Vor allem ist hier die von v. Hefner-Alteneck in die Praxis eingeführte Differentiallampe zu nennen. In der schematischen Figur 284b ist die Stromverzweigung, sowie der Mechanismus, durch den die Kohlenspitzen in passender Entfernung von einander gehalten werden, dargestellt.

Fig. 284b.



CA ist ein um *E* drehbarer Hebel, an dessen Enden bezüglich das Eisenstäbchen *ss* und der obere Kohlenhalter *A* angebracht sind. Der untere Kohlenhalter *B* ist anderweitig befestigt. Das Eisenstäbchen ist unterhalb durch eine Rolle *R* dickeren Drahtes, oberhalb durch eine Rolle R_1 dünneren Drahtes, die zu gröfserem Leitungswiderstand aus mehr Umwindungen besteht, umschlossen. Bei *L* findet eine Teilung des elektrischen Stromes in die beiden Zweige LR_1D und *LRE* statt, welche sich, wenn die Kohlenspitzen durch den Lichtbogen in Leitung versetzt sind, beim Austreten aus der Lampe bei L_1 zu weiterer Leitung nach der nächsten Lampe hin vereinigen.

Sind die Kohlenspitzen zunächst von einander getrennt, so geht der Strom allein durch die dünnere Rolle R_1, und diese zieht den Eisenstab in sich hinauf; dadurch aber wird das andere Ende *A* des Hebels gesenkt, bis die Kohlenstäbe vermittelst einer Ausschaltung zur Berührung kommen. Jetzt geht der gröfsere Teil des Stromes vermittelst der dickeren Rolle *R* durch die Kohlenstäbe, und diese entzünden sich an der Berührungsstelle, gleichzeitig aber wird durch *R* der Eisenstab nach unten gezogen und dadurch die Kohlenstäbe wieder von einander entfernt, infolgedessen der Widerstand des Lichtbogens vermehrt und mit diesem die anziehende Wirkung des andern Stromzweiges in R_1, bis bei einem bestimmten Widerstande des Lichtbogens die von *R* und R_1 auf *ss* ausgeübten Anziehungen sich das Gleichgewicht halten.

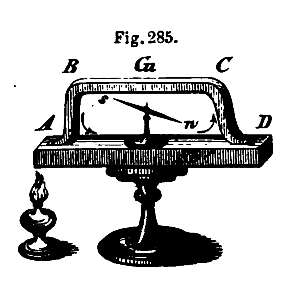
Selbst die feuerbeständigsten Stoffe können im Davyschen Lichtbogen (1821) geschmolzen und verflüchtigt werden, indem man dieselben mit der positiven Elektrode in Berührung bringt. Aufser der Erhitzung, die von dem grofsen Leitungswiderstand des Lichtbogens herrührt (§ 335), findet in demselben eine Überführung materieller Teilchen vom positiven zum negativen Pol statt, weshalb ersterer stets eine schnellere Abnutzung erleidet. In verdünnter Luft erreicht der Lichtbogen eine viel beträchtlichere Länge, als in der freien Atmosphäre.

Mittelst des Prismas untersucht, zeigt das Licht des Davyschen Bogens helle Linien, welche von der Beschaffenheit der Metalle oder sonstigen Substanzen abhängen, zwischen denen die Entladung stattfindet, und von den glühenden Dämpfen dieser Substanzen herrühren. Besonders reich ist das elektrische Licht an chemisch wirksamen (ultravioletten) Strahlen (§ 152).

Über die Lichterscheinungen bei Entladung des Induktionsstromes in verdünnten Gasen und Dämpfen siehe oben § 334.

§ 337. Thermoelektrische Ströme. Oben (§ 308) ist gezeigt worden, daſs eine geschlossene Kette aus zwei oder mehreren Metallen oder anderen Elektricitätsleitern, die das Gesetz der elektrischen Spannungsreihe befolgen, im allgemeinen keinen galvanischen Strom erzeugen kann, sondern daſs zum Zustandekommen eines solchen die Mitwirkung der sogenannten Leiter zweiter Klasse erforderlich ist. Seebeck entdeckte jedoch (1821), daſs wenn man in einer solchen aus zwei Metallen, z. B. Kupfer und Antimon, zusammengelöteten Kette *ABCD* (Fig. 285) die eine von beiden Lötstellen, z. B. *A*, erwärmt, während die andere kalt bleibt, in der Kette ein Strom entsteht, welcher eine Magnetnadel abzulenken und andere Wirkungen elektrischer Ströme hervorzubringen vermag. Die Stärke des Stromes wächst mit der Temperaturdifferenz der beiden Lötstellen. Übrigens ist Intensität und Richtung des Stromes von der Natur der beiden Metalle abhängig. Im oben angeführten Beispiel würde der positive Strom an der warmen Lötstelle vom Kupfer zum Antimon, an der kalten also vom Antimon zum Kupfer gehen. Diese in einem metallischen Schlieſsungskreis durch ungleiche Erwärmung der Berührungsstellen der Metalle erzeugten Ströme werden thermoelektrische Ströme genannt. Ihre Entstehung erklärt sich durch die Annahme, daſs die durch Berührung zweier Metalle erzeugte, elektromotorische Kraft (§ 307) von der Temperatur abhängig ist, so daſs die an einer von beiden Berührungsstellen wirksame, elektromotorische Kraft die andere überwiegt. Hinsichtlich ihres thermoelektrischen Verhaltens lassen sich die Metalle in eine Reihe ordnen, so daſs bei Kombination irgend zweier Metalle der positive Strom an der wärmeren Lötstelle immer von dem in der Reihe voranstehenden zu dem folgenden Metall übergeht, und der Strom für gleiche Temperaturdifferenzen um so stärker ist, je weiter beide Metalle in der Reihe von einander entfernt sind. Die Reihe ist folgende:

Fig. 285.



+			
Wismut	Quecksilber	Zinn	Cadmium
Nickel	Platin	Blei	Eisen
Kobalt	Gold	Zink	Antimon.
Palladium	Kupfer	Silber	—

Übrigens sind der Härtungsgrad der Metalle, ihre krystallinische Beschaffenheit, sowie kleine Beimengungen fremder Metalle von groſsem Einfluſs auf ihr thermoelektrisches Verhalten. So können z. B. weicher, ausgeglühter und hartgezogener Kupferdraht zu einer thermoelektrischen Kette vereinigt werden. Eine Legierung von 2 Teilen Antimon mit 1 Teil Zinn zeigt noch negativeres Verhalten als das reine Antimon. Markus wendet als positives Metall eine Legierung von 10 T. Kupfer, 6 T. Zink, 6 T. Kobalt, als negatives 12 T. Antimon, 5 T. Zink und 1 T. Wismut an. Bunsen und Becquerel haben gezeigt, daſs gewisse in der Natur vorkommende Schwefelmetalle, namentlich Kupferkies, in thermoelektrischer Hinsicht viel positiver sind als Wismut.

Die Noëschen thermoelektrischen Elemente (1871) bestehen aus an einander gelöteten, 7 mm dicken und 27 mm langen Stäbchen von verschiedenen Metalllegierungen. Erwärmt werden dieselben an dem einen Ende durch Wärmeleitung vermittelst eines Kupferstäbchens, dagegen an dem andern Ende abgekühlt

durch Kupferblech, welches der atmosphärischen Luft eine grofse Oberfläche darbietet. Zwanzig solcher Elemente geben, hinter einander geschaltet, etwa die elektromotorische Kraft eines Bunsenschen Elements (§ 311), zugleich aber auch einen inneren Widerstand von ungefähr drei solchen Elementen.

§ 338. **Thermoelektrische Säule.** Die Intensität der thermoelektrischen Ströme kann verstärkt werden, indem man mehrere Elemente zu einer thermoelektrischen Säule vereinigt. Besonders wichtig ist die Form, welche Nobili und Melloni (1830) der thermoelektrischen Säule behufs ihrer Untersuchung über die Gesetze der Wärmestrahlung (§§ 235—238) gegeben haben, und welche in Verbindung mit einem empfindlichen Galvanometer (§ 317) den Thermomultiplikator bildet. Eine Reihe von Wismut- und Antimonstäbchen ist, wie in Fig. 286 angedeutet, zickzackförmig zusammengelötet, so dafs die Lötstellen abwechselnd auf der einen und auf der anderen Seite der Säule liegen. Eine gröfsere Zahl solcher Elemente ist in Form eines Würfels verbunden, indem die Zwischenräume zwischen den einzelnen Stäbchen zum Schutz und zur Isolierung mit Harzmasse ausgegossen sind, und das Ganze ist in eine Messingfassung eingeschlossen. Die Enden der Kette stehen mit den Klemmschrauben *C*, *D* in Verbindung, und von ihnen führen die Leitungsdrähte nach dem Galvanometer. Wird nun eine der beiden gegenüberstehenden Flächen *A*, *B* der Thermosäule durch Wärmestrahlen stärker erwärmt, als die andere, so entsteht ein thermoelektrischer Strom, welcher die Galvanometernadel ablenkt. Zur besseren Aufnahme der Wärmestrahlen sind die Seitenflächen *A* und *B* mit Kienrufs geschwärzt (vergl. § 235).

Fig. 286.

Peltier hat (1834) entdeckt, dafs wie durch ungleiche Erwärmung der Lötstellen zwischen zwei Metallen, z. B. Wismut und Antimon, ein elektrischer Strom erregt wird, so umgekehrt, wenn der Strom einer galvanischen Kette durch die Verbindungsstelle beider Metalle geleitet wird, eine entsprechende Wärmewirkung eintritt. Es findet nämlich beim Übergang des positiven Stromes in der Richtung vom Antimon zum Wismut eine Erwärmung, dagegen beim Übergang in der Richtung vom Wismut zum Antimon eine Abkühlung der Lötstelle statt. Im ersteren Fall wird also Wärme erzeugt, im letzteren dagegen wird Wärme verbraucht (§ 344).

D. Chemische Wirkungen des galvanischen Stromes.

§ 339. **Elektrolyse, Wasserzersetzung, Voltameter.** Leitet man den Strom einer aus mehreren Elementen gebildeten, galvanischen Kette durch Wasser, welches, um es besser leitend zu machen (§ 320), mit etwas Schwefelsäure versetzt worden ist, so beobachtet man an den in das Wasser tauchenden metallischen Leitungsdrähten oder Elektroden eine Gasentwickelung. Das Wasser wird nämlich durch den galvanischen Strom in seine chemischen Elementarbestandteile, Wasserstoff-, und Sauerstoffgas, zerlegt und zwar scheidet sich Wasserstoffgas am negativen, Sauerstoffgas am positiven Poldraht aus. Man nennt den Vorgang der chemischen Zersetzung einer Flüssigkeit durch den galvanischen Strom Elektrolyse, die durch die Wirkung des Stromes sich zersetzenden Körper heifsen Elektrolyten. Die in der Regel metallischen Leiter, durch welche der Strom in die Flüssigkeit geleitet wird, werden Elektroden genannt, und

zwar die positive Anode und die negative Kathode. Die an den Elektroden ausgeschiedenen Bestandteile heifsen Ionen (richtiger Ionten) und zwar der am positiven Pol abgeschiedene der elektronegative Bestandteil oder das Anion, der am negativen Pol abgeschiedene der elektropositive Bestandteil oder das Kation. Bei der Zersetzung des Wassers ist also das Anion Sauerstoff, das Kation Wasserstoff.

Man wählt als Elektroden am besten Platinplatten, wenigstens mufs die Anode aus einem edlen Metall bestehen, da sich sonst der Sauerstoff nicht gasförmig abscheidet, sondern sich mit dem Metall der Elektrode zu Oxyd verbindet, welches sich in der Säure auflöst. Will man beide Gase von einander getrennt auffangen, so leitet man die Elektroden am besten von unten in das mit verdünnter Säure gefüllte Gefäfs *A* (Fig. 287) und stülpt über dieselben die oben zugeschmolzenen und vorher ebenfalls mit Säure gefüllten Glasröhrchen *H*, *O*. Die von den Elektroden aufsteigenden Gasbläschen sammeln sich dann in diesen Glasröhren an, und man beobachtet, dafs die abgeschiedenen Volumina beider Gase in demselben Verhältnis stehen, in welchem sie in Wasser vereinigt sind, nämlich 2 Vol. Wasserstoffgas auf 1 Vol. Sauerstoffgas (§ 18). Werden beide Gase gemeinschaftlich aufgefangen, so erhält man Knallgas. Die Menge des in einer bestimmten Zeit abgeschiedenen Gases ist der Stromstärke proportional, von der Gestalt und Gröfse der Elektroden aber unabhängig. Leitet man also denselben Strom durch mehrere hintereinander eingeschaltete Wasserzersetzungsapparate, so werden in allen gleiche Gasvolumina abgeschieden. Die Menge des in einer gewissen Zeit abgeschiedenen Gases kann daher zur Messung der Stromstärke dienen. Ein zu diesem Zweck vorgerichteter Apparat heifst Voltameter (Jacobi, 1839). Um den Leitungswiderstand möglichst zu verringern, giebt man den Elektroden zweckmäfsig die Gestalt von zwei einander nahe gegenübergestellten Platinplatten *A* (Fig. 288). Das weithalsige Gefäfs *B* ist bis nahe an den Hals mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt. Durch den luftdicht schliefsenden Stöpsel gehen zwei Drähte, an welchen die Platinplatten befestigt sind, und eine gebogene Glasröhre *C*, durch welche die Gase entweichen und in einer graduierten Glocke *D* aufgefangen werden können.

Fig. 287.

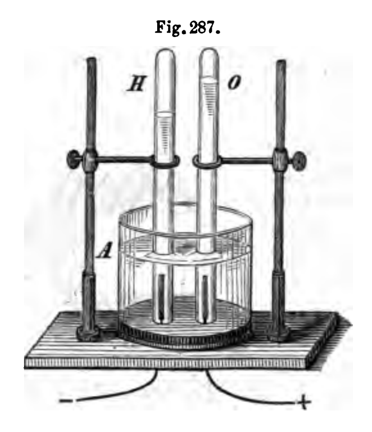


Fig. 288.



Die Zerlegung des Wassers durch die Voltasche Säule wurde zuerst im Jahre 1800 von Nicholson und Carlisle beobachtet. — Der Sauerstoff scheidet sich bei der Elektrolyse nicht als gewöhnlicher Sauerstoff, sondern teilweise in derjenigen Modifikation aus, welche von Schönbein den Namen Ozon erhalten hat

(§ 273) und durch einen eigentümlichen Geruch, sowie durch lebhafter oxydierende Eigenschaften ausgezeichnet ist. Geschieht die Zersetzung bei niedriger Temperatur, so verbindet sich leicht ein Teil des Sauerstoffs mit dem Wasser zu Wasserstoffsuperoxyd ($H_2O + O = H_2O_2$). Infolgedessen ist das abgeschiedene Sauerstoffvolumen oft etwas kleiner als die Hälfte des Wasserstoffvolumens.

Nach Grothufs (1805) kann man sich den Vorgang der Elektrolyse auf folgende Weise erklären. In jedem Wassermolekül sind die darin enthaltenen Wasserstoff- und Sauerstoffatome durch gegenseitige Berührung entgegengesetzt elektrisch, nämlich die Wasserstoffatome besitzen $+E$, die Sauerstoffatome $-E$. Durch die von den Elektroden auf die zunächst befindlichen Moleküle ausgeübte elektrische Anziehung und Abstofsung werden diese zunächst so geordnet, dafs sie ihre positive (H-)Seite der negativen, ihre negative (O-)Seite der positiven Elektrode zukehren. Indem sich die anziehende Wirkung von Molekül zu Molekül fortpflanzt, werden sämtliche zwischen den Elektroden befindlichen Moleküle in der Weise, wie es in Fig. 289 angedeutet ist, in Reihen geordnet. Ist die elektrische Anziehung von seiten der Elektroden stark genug, um die chemische Anziehung der Bestandteile eines Moleküls zu überwinden, so wird an der Anode das erste Sauerstoffatom, an der Kathode das letzte Wasserstoffatom abgeschieden, während gleichzeitig alle dazwischen liegenden Moleküle durch gegenseitige Zersetzung ihre Bestandteile austauschen, wie dies durch die darüber geschriebenen Buchstaben angedeutet ist, worauf sich die Moleküle durch die fortdauernde Anziehung der Elektroden wieder in der ursprünglichen Weise ordnen u. s. f., solange die Kette geschlossen bleibt.

Fig. 289.

§ 340. Zerlegung anderer binärer Verbindungen, elektrolytisches Gesetz von Faraday. Wie das Wasser, so werden die meisten anderen binären, chemischen Verbindungen zerlegt, wenn sie im flüssigen oder gelösten Zustande der Wirkung des Stromes ausgesetzt werden, ja es scheint, dafs flüssige Verbindungen überhaupt den Strom nur zu leiten vermögen, indem sie von ihm zersetzt werden. Aus Oxyden, Chloriden, Bromiden, Sulfiden wird O, Cl, Br, S als elektronegativer Bestandteil an der Anode, dagegen der Wasserstoff oder das Metall, welches mit diesen Grundstoffen verbunden ist, als elektropositiver Bestandteil an der Kathode abgeschieden. Faraday fand (1834), dafs die Gewichtsmengen der durch denselben Strom aus verschiedenen Elektrolyten ausgeschiedenen Bestandteile im Verhältnis ihrer chemischen Verbindungs- oder Atomgewichte stehen, oder dafs gleiche Atomgewichte der verschiedenen Verbindungen zersetzt werden.

Leitet man z. B. denselben Strom durch drei hinter einander eingeschaltete Zersetzungszellen, von denen die erste Chlorwasserstoffsäure, die zweite verdünnte Schwefelsäure, die dritte geschmolzenes Chlorsilber enthält, so werden in gleicher Zeit in der ersten Zelle 1 Gew. H und 35,5 Gew. Cl, in der zweiten Zelle 1 Gew. H und 8 Gew. O, in der dritten 108 Gew. Ag und 35,5 Gew. Cl ausgeschieden (§ 16).

Mit Hilfe der galvanischen Kette gelang es Davy (1808) zuerst, die Metalle der Alkalien und Erden (Kalium, Natrium, Calcium u. s. w.) aus ihren Verbindungen auszuscheiden. Zur Abscheidung des Kaliums schmilzt man kaustisches Kali oder Chlorkalium in einem Platintiegel, der mit dem positiven Pol der Kette in Verbindung steht und taucht den negativen Poldraht in die geschmolzene Verbindung. An diesem scheiden sich dann metallische Kügelchen von Kalium ab, die beim Herausziehen des Poldrahtes an der Luft mit violetter Flamme verbrennen. (Davy wendete zu diesem Versuch eine Säule von 100 Plattenpaaren an.) Leichter gelingt der Versuch, wenn man in eine Aushöhlung eines feuchten Stückes Kali- oder Natronhydrat, das mit dem positiven Pol verbunden ist, eine kleine Quantität Quecksilber bringt und in dieses den negativen Poldraht taucht. Das abgeschiedene

Alkalimetall amalgamiert sich mit dem Quecksilber, welches dadurch zu einer schwammigen Masse anschwillt. Durch Abdestillieren des Quecksilbers kann aus dem Amalgam das reine Metall gewonnen werden.

§ 341. Elektrolyse der Sauerstoffsalze. Sekundäre Ionen. Leitet man den elektrischen Strom durch eine gesättigte Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd (Kupfervitriol, $Cu\,SO_4$), so wird an der negativen Elektrode metallisches Kupfer, an der positiven dagegen Sauerstoff und Schwefelsäure ausgeschieden. Man kann sich also die Zersetzung so vorstellen, als werde die Verbindung $CuSO_4$ in Cu und SO_4 zerlegt, wobei aber letzterer Bestandteil (Daniells Oxysulfion) sogleich in $SO_3 + O$ zerfällt. Bestehen beide Elektroden aus Kupfer, so wird an der negativen Elektrode Kupfer ausgeschieden, welches an derselben haftet und ihr Gewicht vermehrt; an der positiven Elektrode dagegen löst sich eine gleiche Kupfermenge auf, indem sie sich mit $O + SO_3$ zu Kupfervitriol verbindet, so daſs gleichsam eine Überführung des Kupfers von der positiven zur negativen Elektrode stattfindet und die Zusammensetzung der Lösung immer unverändert bleibt. — Auf ähnliche Weise können Silber, Gold und andere Metalle aus ihren Lösungen gefällt werden (§ 342).

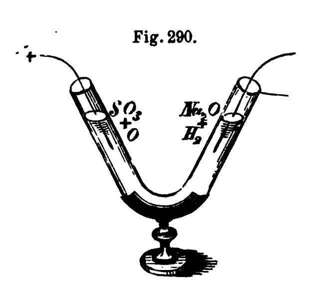


Fig. 290.

Unter gewissen Umständen können, anstatt der direkt durch den Strom abgeschiedenen Bestandteile, sekundäre Zersetzungsprodukte als Ionen auftreten. Elektrolysiert man z. B. eine Lösung von neutralem schwefelsauren Natron (Glaubersalz $Na_2\,SO_4$), welche in einer U-förmig gebogenen Glasröhre (Fig. 290) enthalten ist, so entwickelt sich an der Anode Sauerstoffgas, an der Kathode Wasserstoffgas. Hat man zuvor die Lösung durch Lackmustinktur violett gefärbt, so wird dieselbe auf der Seite der positiven Elektrode gerötet, auf der der negativen gebläut; die neutrale Lösung ist also am positiven Pol sauer, am negativen alkalisch geworden (§§ 19, 20). An ersterem haben sich nämlich, wie beim vorigen Versuch, Sauerstoff und Schwefelsäure abgeschieden, an letzterem hat das sich ausscheidende Natrium sofort unter Wasserstoffentwickelung das Wasser zerlegt, und das gebildete Natron hat sich in der Flüssigkeit aufgelöst.

Aus einer Lösung von Bleioxyd in Kalilauge scheidet sich am negativen Pol metallisches Blei ab, der am positiven Pol abgeschiedene Sauerstoff aber verbindet sich sofort mit überschüssigem Bleioxyd zu Bleisuperoxyd, welches sich auf der Anode niederschlägt. Wird diese durch ein blank poliertes Metallblech (am besten Neusilber) gebildet, welchem die Kathode in Form eines spitzen Drahtes gegenübersteht, so erfolgt der Niederschlag in einer dünnen, durchsichtigen Schicht, welche von der Mitte nach den Rändern hin an Dicke abnimmt und aus optischen Gründen (§ 180) lebhafte Farbenringe zeigt, welche die Nobilischen Ringe (1826) genannt werden und die umgekehrte Farbenfolge zeigen wie die Newtonschen Ringe, bei welchen die durchsichtige Schicht von der Mitte nach den Rändern an Dicke zunimmt. — Ähnliche Färbungen können durch Mangansuperoxyd u. s. w. erzeugt werden (Galvanochromie).

§ 342. Galvanoplastik; galvanische Vergoldung und Versilberung. Auf der galvanischen Abscheidung des Kupfers an der negativen Elektrode (§ 341) beruht die von Jacobi (in St. Petersburg 1838) erfundene Galvanoplastik. Der Kupferniederschlag läſst sich nämlich,

wenn er langsam und gleichmäfsig erfolgt ist, in zusammenhängender Form von der Elektrode, auf welcher er sich gebildet hat, ablösen und giebt deren Gestalt auf das genaueste wieder.

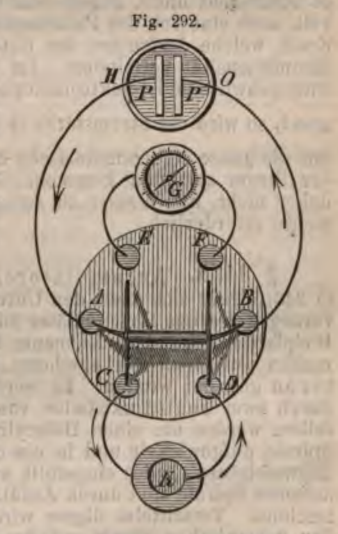
Um eine galvanoplastische Nachbildung einer Münze, Medaille, eines Kunstwerkes u. s. w. zu erhalten, verschafft man sich einen Abdruck oder Abgufs des zu kopierenden Gegenstandes in Gips, Wachs, Stearin, Guttapercha, oder einem anderen geeigneten Material, dessen Oberfläche durch einen Überzug von feingeschlämmtem Graphit leitend gemacht wird, und benutzt diesen als negative Elektrode. Die Fällung des Kupfers kann entweder in der Kette selbst, oder aufser der Kette in einer besonderen Zersetzungszelle geschehen. Im ersteren Fall bedient man sich folgender Vorrichtung. In einem weiten Glasgefäfs *A* (Fig. 291) ist eine poröse Thonzelle *B* aufgehängt. Diese enthält verdünnte Schwefelsäure, während der äufsere Raum mit gesättigter Kupfervitriollösung gefüllt ist, welcher, um dieselbe stets koncentriert zu erhalten, noch überschüssige Krystalle des Salzes hinzugefügt sind. Die zu kopierende Form *C* ist durch einen mit nichtleitendem Firnis überzogenen Kupferdraht mit dem Zinkblock *Z* in Verbindung gesetzt, welcher in der Thonzelle enthalten ist. Das Ganze stellt also eine galvanische Kette, ähnlich der Daniellschen (§ 311) dar, in welcher der positive Strom vom Zink zur Form *C* übergeht, deren leitenden Überzug das negative Metall vertritt. Auf der Form wird daher Kupfer niedergeschlagen, während das Zink sich durch den ausgeschiedenen Sauerstoff oxydiert und auflöst.

Fig. 291.

Bei Abformung gröfserer Objekte und namentlich im Fabrikbetrieb ist es vorteilhafter, die Fällung des Kupfers in einer besonderen Zersetzungszelle vorzunehmen, in welcher eine Kupferplatte als Anode, die nachzubildende Form als Kathode dient. In demselben Mafse wie das Kupfer an der Kathode ausgefällt wird, löst sich dasselbe an der Anode, so dafs die Lösung immer neutral und koncentriert erhalten wird, während man gleichzeitig die Regulierung der Stromstärke besser als bei der Fällung in der Kette in der Gewalt hat.

Ganz analog ist das Verfahren bei der galvanischen Versilberung und Vergoldung. Zur Versilberung bedient man sich am besten einer Auflösung von Cyansilber in Cyankalium, in welche der zu versilbernde, vorher sehr sorgfältig gereinigte Metallgegenstand als Kathode gebracht wird, während als Anode ein Silberblech dient. Zur Vergoldung dient eine Lösung von Cyangold oder Goldchlorid.

Fig. 292.



§ 343. **Polarisationsstrom. Sekundäre Elemente.** Leitet man den Strom einer Kette *K* (Fig. 292) mittelst zweier Platinelektroden *P*, *P* durch verdünnte Schwefelsäure und verbindet man dann, nachdem der Strom der Kette unterbrochen ist, die beiden Platinelektroden mit einem Galvanometer, so zeigt dieses einen Strom an, welcher in der Flüssigkeit dem ursprünglichen Strom entgegengesetzt gerichtet ist, also von der Kathode zur Anode geht*). Dieser Strom heifst **Polarisationsstrom** oder

*) Die Unterbrechung geschieht durch Umlegen der Wippe *AB* aus den Näpfchen *C* und *D* in die Näpfchen *E* und *F*, welche sämtlich zur besseren Leitung Quecksilber enthalten. Der neue Strom geht alsdann durch das Galvanometer in der Richtung *EAPPBF*.

sekundärer Strom, während der ursprüngliche Strom der polarisierende genannt wird. Der Polarisationsstrom findet seine Erklärung darin, dafs infolge der vorangegangenen Elektrolyse die Anode und Kathode beziehungsweise mit einer Sauerstoff- und Wasserstoffschicht bekleidet sind, und dafs das mit Wasserstoff bekleidete Platin durch Berührung mit der Flüssigkeit stärker positiv, das mit Sauerstoff bekleidete stärker negativ erregt wird. Die beiden Platinplatten verhalten sich gegen einander gleichsam wie eine Sauerstoff- und eine Wasserstoffplatte; sie bilden als Stromquelle des sekundären Stromes ein sogenanntes sekundäres Element. Da Wasserstoff sich gegen Sauerstoff elektropositiv verhält, so geht der positive Strom durch die Flüssigkeit vom Wasserstoff zum Sauerstoff. — Da durch die Wirkung des Polarisationsstromes an der mit Sauerstoff bekleideten Platinplatte Wasserstoff und an der Wasserstoffplatte Sauerstoff ausgeschieden wird, so vereinigen sich beide in kurzer Zeit wieder zu Wasser. Die Polarisationsströme sind daher nur von vorübergehender Dauer.

Dafs der Grund des Polarisationsstromes in den die Platinplatten bekleidenden Gasschichten liegt, hat Grove nachgewiesen, indem er solche Ströme auf rein chemischem Wege erzeugte. Er brachte Paare von Platinplatten unter Glocken, welche mit Wasserstoff und Sauerstoff gefüllt waren. Das Platin besitzt die Eigenschaft, durch Molekularanziehung eine Schicht des umgebenden Gases auf seiner Oberfläche zu verdichten (§ 107). Bringt man dann zwei solche mit H und O überzogene Platten in verdünnte Schwefelsäure, und verbindet man dieselben durch einen Galvanometerdraht, so zeigt die Ablenkung der Magnetnadel einen Polarisationsstrom an. Aus mehreren solchen Plattenpaaren setzte Grove (1843) eine Gasbatterie zusammen.

Ähnliche Polarisationserscheinungen treten bei jedem elektrolytischen Prozesse ein. Wird in einen galvanischen Strom eine Zersetzungszelle eingeschaltet, so verursacht diese, aufser dem hinzukommenden Leitungswiderstand der Flüssigkeit, auch eine von der Polarisation der Elektroden herrührende, elektromotorische Kraft, welche derjenigen der Kette stets entgegengesetzt gerichtet ist, mithin die Stromintensität vermindert. Ist e die elektromotorische Kraft der Kette, p die entgegenwirkende, elektromotorische Kraft der Polarisation, w der Gesamtwiderstand, so wird die Stromstärke (§ 318) $i = \frac{e-p}{w}$. Ist die Polarisation hinreichend, um die ganze elektromotorische Kraft der Kette aufzuheben, so kann kein dauernder Strom zustande kommen. Eine Daniellsche oder Grovesche Zelle genügt daher nicht, um Wasser zu zersetzen, vielmehr sind dazu mindestens zwei Elemente erforderlich.

§ 343a. Accumulatoren. Zur Herstellung eines sekundären Elementes (§ 343) eignet sich nach den Untersuchungen von Planté (1859) von den Metallen vorzugsweise das Blei. Später (bis 1879) ist es demselben Forscher gelungen, aus Bleiplatten sekundäre Elemente herzustellen, in denen die Elektricität gewissermafsen aufgespeichert erscheint, und welche darum elektrische Accumulatoren genannt werden. Es werden zwei Bleiplatten auf einander gelegt, getrennt durch zwei Kautschukbänder von ungefähr 1 cm Breite und 0,5 cm Dicke; dieselben werden um einen Holzcylinder, der dann wieder beseitigt wird, zu einer Spirale aufgewickelt und in ein cylindrisches Gefäfs gestellt, in welches verdünnte Schwefelsäure (1 : 10) eingefüllt wird. Der Anfang der inneren und das Ende der äufseren Spirale sind durch Ansätze von längeren Streifen als Elektroden gekennzeichnet. Vermittelst dieser wird das so vorbereitete sekundäre Element durch den galvanischen Strom geladen. Die Schwefelsäure zersetzt sich in Sauerstoff und Wasserstoff, und die eine der beiden Bleiplatten, die positive Elektrode, wird vom Sauerstoff angegriffen und in die sehr sauerstoffreiche Verbindung Bleisuperoxyd (PbO_2) verwandelt, während die andere Platte, die negative Elektrode, an der sich Wasserstoff abscheidet, zu metallischem Blei reduziert wird. Diese bekommt demnach eine graue, körnige Oberfläche, jene bedeckt sich mit einem braunen Überzug. Das auf diese Weise geladene Element behält die Ladung mehrere

Tage hindurch; setzt man aber die beiden Bleiplatten in leitende Verbindung, so erhält man einen starken sekundären Strom.

Platten, welche aus der Säure herausgehoben werden, behalten ihre Kraft auf beliebig lange Dauer. Die Ladung eines Plantéschen Elementes wird wesentlich erleichtert durch ein Verfahren von Faure, der die Bleiplatten, ehe sie aufgerollt werden, erst mit einer Schicht Mennige überzieht. Die Ladung wird alsdann schneller und in gröfserer Menge aufgenommen.

§ 344. Chemische Vorgänge in der Kette, Theorie der konstanten Ketten. Wie in einer Zersetzungszelle, so findet stets auch in der Kette selbst ein elektrolytischer Prozefs statt. In den nicht konstanten Ketten wird durch die dabei eintretende Polarisation die Stromstärke bald bis auf einen kleinen Bruchteil ihrer ursprünglichen Gröfse vermindert (§ 309). In der Voltaschen Kupfer-Zinkkette bekleidet sich das Kupfer mit einer Wasserstoffschicht, während das Zink sich durch den ausgeschiedenen Sauerstoff oxydiert und auflöst. Diese Polarisation des negativen Metalls durch Wasserstoff wird in den konstanten Ketten (§ 311) zum gröfsten Teil vermieden. In der Daniellschen Kette scheidet sich auf dem Kupfer anstelle des Wasserstoffs durch Zerlegung des Kupfervitriols metallisches Kupfer ab (§ 341); bei der Bunsenschen und Groveschen Kette wird die Ausscheidung des Wasserstoffs durch die oxydierende Wirkung der Salpetersäure verhindert, welche dadurch zu salpetriger Säure reduziert wird.

Eine besondere, polarisierende Wirkung übt die koncentrierte Salpetersäure auf das Eisen aus, indem sie dasselbe in den sogenannten passiven Zustand versetzt. Das Eisen bekleidet sich nämlich durch Einwirkung der Säure mit einer unlöslichen Oxydschicht, wodurch es eine ganz andere Stellung in der Spannungsreihe erhält und sich wie ein stark negatives Metall verhält. Darauf beruht die Wirksamkeit der Zink-Eisen- und Eisen-Eisenkette (vergl. § 311).

Becquerels Säure-Alkalikette besteht aus zwei Platinplatten, von welchen die eine in Salpetersäure, die andere in Kalilösung taucht, und die dadurch entgegengesetzt polarisiert sind.

In jeder geschlossenen Kette findet ein fortdauernder, chemischer Prozefs, insbesondere bei den üblichen Ketten eine Oxydation des Zinks und Vereinigung desselben mit der Schwefelsäure zu schwefelsaurem Zinkoxyd statt. Dieser Zinkverbrauch dient als Arbeitsquelle für alle durch die Kette hervorgebrachten Wirkungen in demselben Sinne, wie der Verbrauch an Brennmaterial für die Dampfmaschine (vergl. § 241). Durch Auflösung eines Kilogramms Zink in Schwefelsäure kann eine gewisse Wärmemenge erzeugt werden. Geschieht die Auflösung in der Kette, so wird dabei der Schliefsungsdraht der Kette erwärmt, oder es kann durch elektromagnetische Anziehung mechanische Arbeit geleistet werden (§ 323). Umsichtig angestellte Versuche haben nachgewiesen, dafs die durch Auflösung des Zinks erzeugte Wärme genau um den Betrag der im Schliefsungsdraht erzeugten, oder zur Leistung mechanischer Arbeit verbrauchten Wärme vermindert erscheint.

Schaltet man in den Schliefsungsbogen eine Zersetzungszelle ein, in welcher z. B. Wasser in seine Bestandteile zerlegt wird, so wird zur Zerlegung des Wassers Arbeit verbraucht, welche bei der Wiedervereinigung des Wasserstoffs und Sauerstoffs als Wärme wiedergewonnen werden kann. Dieser Arbeitsverbrauch giebt sich durch die verminderte, elektromotorische Kraft der Kette kund.

In diesem Sinne kann der in der Kette stattfindende chemische Prozefs als die Quelle der elektromotorischen Kraft der Kette angesehen werden. Bei der thermoelektrischen Kette (§ 337) dient in gleichem Sinne die Wärme als Quelle der elektromotorischen Kraft, indem an der wärmeren von beiden Lötstellen durch den Strom mehr Wärme absorbiert, als an der kälteren erzeugt wird (§ 338).

E. Physiologische Wirkungen des galvanischen Stromes und tierische Elektricität.

§ 345. Der physiologischen Wirkungen elektrischer Ströme ist bereits bei Besprechung der einzelnen Gattungen von Strömen Erwähnung gethan (§§ 273, 283, 290, 304, 309, 332, 334), so dafs hier nur noch übrigbleibt, die wesentlichen Ergebnisse zusammenzufassen. Es sind hauptsächlich die Nerven, welche unmittelbar durch den elektrischen Strom gereizt werden, wobei sich die Reizung jedes Nerven in der ihm eigentümlichen Weise äufsert, so dafs z. B. die Reizung des Sehnerven eine Lichtempfindung, die des Hörnerven eine Schallempfindung, die der Zungennerven einen eigentümlichen Geschmack, die der Hautnerven einen örtlichen Schmerz, die Reizung eines Bewegungsnerven aber eine Zuckung, oder bei schneller Wiederholung eine krampfhafte Zusammenziehung des Muskels zur Folge hat, in welchem sich die Fasern des Bewegungsnerven verbreiten.

Wiewohl auch ein konstanter galvanischer Strom von hinreichender Stärke eine Wirkung auf den menschlichen und tierischen Organismus ausübt, die sich hauptsächlich auf die Empfindungsnerven erstreckt, so äufsern sich dagegen die Wirkungen auf die Bewegungsnerven hauptsächlich im Augenblick des Entstehens und des Verschwindens des Stromes, oder bei schnellem Wechsel der Stromstärke. Es sind deshalb die plötzlichen, sehr kurze Zeit andauernden Entladungsströme der Leydener Batterie und die diskontinuierlichen Ströme des Induktionsapparats hauptsächlich zur Erzeugung heftiger Erschütterungen geeignet.

Die elektrische Reizung der Nerven vermag selbst nach dem Tode, namentlich bei kaltblütigen Tieren, noch Muskelzuckungen zu veranlassen, und die Zuckungen des Froschschenkels haben, wie oben (§ 304) gezeigt, die Entdeckung der galvanischen Elektricität herbeigeführt. Nach der Entdeckung der Voltaschen Säule waren die Versuche von Galvani und Alex. v. Humboldt, die Erregung von Elektricität im tierischen Organismus nachzuweisen, in Vergessenheit geraten, bis Nobili mit Hilfe des Multiplikators zeigte, dafs allerdings in den Muskeln und Nerven des Froschschenkels eine fortdauernde, elektrische Strömung stattfindet. Die Gesetze dieser Strömungen sind in neuerer Zeit, insbesondere von du Bois-Reymond, auf das genaueste erforscht und ihr enger Zusammenhang mit dem Prinzip der Nerventhätigkeit im lebenden Organismus unzweifelhaft nachgewiesen worden. Wir müssen jedoch darauf verzichten, auf dieses dem Zweck des vorliegenden Grundrisses zu fern liegende Gebiet näher einzugehen.

§ 346. Elektrische Fische. Mehrere Gattungen von Fischen besitzen die merkwürdige Fähigkeit, elektrische Schläge hervorzubringen, deren sie sich als Angriffs- und Verteidigungswaffe bedienen. Es sind dies insbesondere der im Mittelmeer vorkommende Zitterrochen (Torpedo narke), der im Nil und Senegal lebende Zitterwels (Malapterurus electricus) und der in den süfsen Gewässern des tropischen Amerika ein-

heimische Zitteraal (Gymnotus electricus L.). Dieselben erteilen die elektrischen Schläge willkürlich mittelst eines besonderen, nervenreichen, elektrischen Organs, welches übrigens bei den verschiedenen Gattungen verschiedenen Bau zeigt. Beim Zitteraal erstreckt sich dasselbe fast durch die ganze Länge des Körpers, vom Kopf bis zum Schwanz; beim Zitterrochen liegt es zu beiden Seiten des eiförmigen Körpers und besteht aus zahlreichen, neben einander stehenden, röhrenförmigen Zellen, deren jede eine grofse Zahl von Querscheidewänden, oder auf einander geschichteten Blättchen enthält. In jedes dieser Blättchen läuft ein Zweig des elektrischen Nerven. Der Entladungsschlag ist dem einer Leydener Flasche vergleichbar, man vermag mittelst desselben Funken, chemische Zersetzungen u. s. w. hervorzubringen. Die Fische vermögen mehrere solche Schläge nach einander in kurzen Zwischenräumen zu erteilen, wobei sich aber ihre Kraft allmählich erschöpft, so dafs zur Wiederherstellung derselben eine Ruhezeit erforderlich ist. Die Zitterfische selbst sind gegen die Wirkungen elektrischer Schläge von mäfsiger Stärke unempfindlich.

Elemente
der
Astronomie und mathematischen Geographie.

Erster Abschnitt.

Axenumdrehung der Erde.

§ 347. Anblick des Himmels; Horizont. Der Himmel stellt sich dem Beobachter als ein (abgeflachtes) halbkugelförmiges Gewölbe dar, welches mit seiner kreisförmigen Grundfläche auf der Erde zu ruhen scheint. Denkt man sich das Himmelsgewölbe nach unten zur vollen Himmelskugel erweitert, so nennt man den höchsten und tiefsten Punkt derselben bezüglich Zenith und Nadir. Die gemeinschaftliche Grundfläche der sichtbaren und unsichtbaren Hälfte der Himmelskugel heifst der Horizont (ὁρίζειν, begrenzen) oder Gesichtskreis. Der Horizont ist also derjenige gröfste Kreis der Himmelskugel, welcher senkrecht von der durch den Beobachtungspunkt als Mittelpunkt gelegten Vertikalen durchschnitten wird, also gleichweit vom Zenith und Nadir entfernt ist. Unterschieden von diesem, genauer als wahrer oder geometrischer Horizont bezeichneten, ist der scheinbare Horizont, der durch die zufällige Gestalt der Erdoberfläche bestimmt wird.

Der scheinbare Horizont ist ebenso abhängig von der Erhebung des Beobachtungspunktes über der Erde. Als wirklicher Kreis würde er sich nur darstellen, wenn die Erde eine wahre Kugelgestalt hätte, und der Standpunkt etwa auf dem freien, unbewegten Meere angenommen würde. Der wahre Horizont dagegen ist unabhängig von der Höhe des Beobachtungspunktes. Denkt man sich durch den Mittelpunkt der Erde parallel zur Tangentialebene der Erde am Fufspunkt des Beobachters eine Ebene gelegt, so wird durch diese und die Tangentialebene, wenn man beide bis zur Region der Fixsterne (§ 398) ausgedehnt denkt, weil gegen die Dimensionen der Himmelskugel die der Erde als verschwindend klein zu erachten sind, auf der Himmelskugel eine Zone von unendlich kleiner Breite, d. h. derselbe Durchschnittskreis bestimmt, der wahre Horizont. Weiterhin ist der wahre Horizont kurzweg als Horizont bezeichnet.

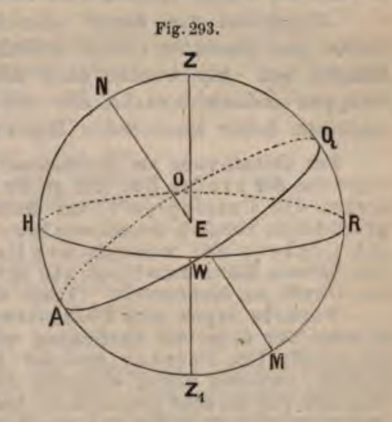
In der Nacht zeigt sich der Himmel mit einer grofsen Anzahl von Gestirnen bedeckt, unter denen sich, abgesehen vom Monde, die Fixsterne durch ihr scharfes, funkelndes Licht von den in ruhigem, matterem

Glanz leuchtenden Planeten (πλανᾶσθαι, herumschweifen) unterscheiden lassen. Bei Tage werden die Sterne dem unbewaffneten Auge durch das von der Atmosphäre reflektierte Sonnenlicht verdunkelt.

Bei totalen Sonnenfinsternissen werden die helleren Gestirne sichtbar; ebenso lassen sich dieselben auch bei Tage durch ein Fernrohr auffinden.

§ 348. Scheinbare tägliche Drehung der Himmelskugel. Eine kurze Beobachtung genügt zur Wahrnehmung, daſs sich der ganze Himmel um eine gegen den Horizont *HR* (Fig. 293) geneigte Axe *NM*, die sogenannte Himmels- oder Weltaxe, dreht, so daſs einzig die Schnittpunkte dieser Axe mit der Himmelskugel unbeweglich bleiben, die beiden Himmelspole, unterschieden als Nordpol *N* und Südpol *M*. Die Bewegung der Gestirne nämlich erfolgt von Osten nach Westen auf parallelen, zur Himmelsaxe senkrechten Kreisen mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit, vermöge deren sie in jeder Stunde einen Bogen von ungefähr 15 Grad beschreiben (§ 354). Ein groſser Teil der Sterne geht dabei am Osthimmel auf und am Westhimmel unter.

Fig. 293.



Zur genaueren Feststellung dieser Bewegung nennt man den Vertikalkreis durch die Weltaxe den Mittagskreis oder Meridian des Ortes und die Schnittpunkte des Meridians mit dem Horizont den Nordpunkt *H* und den Südpunkt *R*, von denen auf dem Horizont gleichweit entfernt der Ostpunkt *O* und der Westpunkt *W* liegen. Den Meridian erreichen die Gestirne im höchsten und niedrigsten Punkt ihrer Bahn, also zum Teil in der Mitte der Zeit zwischen ihrem Auf- und Niedergang, die Sonne selbst um Mittag. Der Himmelsäquator *AQ* ist derjenige gröſste Kreis der Himmelskugel, welcher durch die Himmelsaxe senkrecht durchschnitten wird. Er geht durch den Ost- und den Westpunkt und wird in diesen Punkten durch den Horizont halbiert. Er teilt die Himmelskugel in zwei Hälften, welche als nördliche und südliche Halbkugel des Himmels unterschieden werden. Die Lage von Punkten am Himmel läſst sich nunmehr bestimmen, indem man sich durch die beiden Pole ein System von Kreisen gelegt denkt, die Himmelsmeridiane, welche den Äquator senkrecht durchschneiden und senkrecht zur Himmelsaxe ein zweites System von Kreisen, welche sämtlich dem Äquator parallel sind und Parallelkreise genannt werden (§ 351).

Die scheinbare Drehung der Himmelskugel ist (§ 352) eine Folge der täglichen Axenumdrehung der Erde. Erdaxe und Weltaxe fallen darum zusammen, ebenso der Äquator der Erde und der Himmelsäquator, sowie auch die Erdmeridiane erweitert mit den Himmelsmeridianen übereinkommen (§ 363).

§ 349. Cirkumpolarsterne; Sternbilder. Die scheinbare tägliche Bewegung der Sterne erfolgt in Parallelkreisen (§ 348), deren höchster und niedrigster Punkt auf dem Meridian des Beobachters liegen und bezüglich

als ihr oberer und unterer Kulminationspunkt bezeichnet werden, und die verschiedenen Himmelsmeridiane sind als ebensoviele Durchmesser dieser Bahnen anzusehen. Sterne, deren unterer Kulminationspunkt oberhalb des Horizontes liegt, welche also niemals untergehen, heifsen Cirkumpolarsterne. Für den äufsersten dieser Sterne ist der untere Kulminationspunkt der Nordpunkt (§ 348). Den Bogen, welchen die Gestirne oberhalb des Horizontes beschreiben, nennt man ihren Tagbogen. Der Tagbogen eines Gestirns im Äquator ist demnach ein Halbkreis, der eines Cirkumpolarsternes ein voller Kreis. Sterne, deren Bahnen unterhalb des Horizontes liegen, bleiben dem Beschauer unsichtbar.

Abgesehen von dieser scheinbaren Bewegung in Parallelkreisen behalten die Fixsterne (vergl. jedoch § 404) ihre gegenseitige Stellung am Himmel bei. Sie werden nach dieser ihrer unveränderlichen Stellung in Gruppen zusammengefafst, die sogenannten Sternbilder, welche sich nach einzelnen heller leuchtenden Repräsentanten leicht unterscheiden lassen.

Zur Orientierung am Nordhimmel dienen in der mittleren Breite von 50° vorzugsweise der grofse Bär (der grofse Wagen), der kleine Bär mit dem Polarstern, die Cassiopeja*), auf deren einer, dem Kopf des grofsen Bären zugewendeten, ziemlich sternarmen Seite die Giraffe und auf deren anderer Seite sich Cepheus und weiterhin der Drache befinden, der mit seinem Schweife den kleinen Bären umschlingt und sich zwischen diesem und dem grofsen Bären, der Giraffe zu, hinerstreckt. (Vergl. die Sternkarten.)

Nunmehr liegen, vom Polarstern aus gerechnet, jenseits der Cassiopeja, in etwa der doppelten Entfernung wie diese, das Sternbild Andromeda, über die Giraffe hin Perseus und der Fuhrmann mit dem Stern erster Gröfse Capella, zwischen beiden weiterhin die Plejaden und Hyaden (mit Aldebaran) und zum Teil bis über den Äquator hinaus der Orion (mit α Orionis [Beteigeuze] und Rigel), noch tiefer der grofse Hund (mit dem Sirius). Weiter kommen zwischen dem Fuhrmann und dem Kopf des grofsen Bären das Sternbild der Zwillinge (Kastor und Pollux) und nahe am Äquator Procyon; ferner jenseits des Kopfes des grofsen Bären der kleine und der grofse Löwe (mit Regulus) und weiterhin jenseits des Schwanzes des grofsen Bären die Jagdhunde und am Äquator die Jungfrau (mit Spica); das Sternbild Bootes (mit Arcturus) liegt in der etwa dreifachen Verlängerung des kleinen Bären über den Schweif des Drachen hinaus, dann jenseits des Kopfes des Drachen erst die nördliche Krone (über den Äquator hinaus der Skorpion [mit Antares]), und dann die Leier (mit Wega), (darüber hinaus am Äquator der Adler [mit Atair]), endlich zwischen der Leier und Andromeda der Schwan (mit Deneb) und 30° südlich vom Äquator der südliche Fisch (mit Fomalhaut).

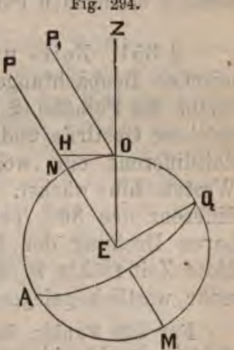
Aus der oberen und unteren Kulmination eines Gestirns läfst sich die Polhöhe (§ 350) des Beobachtungsortes bestimmen, ferner die Lage des Meridians. Das Meridianfernrohr ist nur im Meridian beweglich und dient demnach zur Bestimmung der Kulminationszeit der Gestirne und, bei Beobachtung der Sonne, des wahren Mittags (§ 359).

§ 350. Gestalt und Dimensionen der Erde; Polhöhe. Wenn sich ein Beobachter auf demselben Meridian von Süden nach Norden bewegt, so erhebt sich nach Zurücklegung einer Strecke von 15 geographischen Meilen (111 km) der Nordpol um einen Grad und verringert sich demnach um ebensoviel die Neigung des Äquators. Die umgekehrte Erscheinung

*) Der grofse Bär ist charakterisiert durch sieben hellere Sterne, von denen sich vier als Eckpunkte eines länglichen Vierecks, die drei übrigen nahezu in der Verlängerung einer Seite desselben darstellen, die Cassiopeja durch fünf hellere Sterne, welche beinahe die Figur des Buchstabens W bilden. Die gerade Linie durch die beiden äufsersten Sterne des Vierecks im grofsen Bären, etwa um das Sechsfache verlängert, führt auf den Polarstern, und dieser liegt wieder ziemlich in der Mitte einer geraden Linie, welche die Mitte des grofsen Bären mit der Cassiopeja verbindet.

tritt bei der Bewegung nach Süden hin ein, bis am Äquator der Erde selbst der Nordpol mit dem Nordpunkt (§ 348) zusammenfällt, und der Äquator ein Vertikalkreis wird. Entsprechende Erscheinungen machen sich auf der Südhälfte der Erde geltend. Allgemein findet sich, daſs die Erhebung des Pols über den Horizont, die Polhöhe, übereinkommt mit der geographischen Breite des Ortes, und darum ist die Bestimmung der Polhöhe von so hoher Bedeutung für die geographische Ortsbestimmung (§ 364).

Fig. 294.



In Fig. 294 ist $OP_1 \parallel MN$, folglich $\sphericalangle ZOP_1 = OEN$ und als deren Komplementwinkel die Polhöhe P_1OH gleich der geographischen Breite OEQ.

Aus der Übereinstimmung der geographischen Breite mit der Polhöhe und der gleichen Länge der Meridiangrade läſst sich ein Schluſs auf die Kugelgestalt der Erde machen. Bestätigt wird dieser Schluſs durch die überall auf der Erde beobachtete Kreisform des Horizontes (§ 347), durch die bekannte Erscheinung, daſs man von entfernten hohen Gegenständen beim Annähern zuerst die oberen Teile am Horizont auftauchen sieht, durch Umsegelungen der Erde, durch den kreisförmigen Schatten der Erde bei Mondfinsternissen (§ 384) und endlich durch die Beobachtung der Kugelform an anderen Himmelskörpern, im besonderen an der Sonne, am Monde und an den gröſseren Planeten. Gradmessungen der Erde, durch Bouguer und La Condamine in den Jahren 1736—1744 in Peru ausgeführt und durch spätere Messungen an anderen Teilen der Erdoberfläche bestätigt, haben ergeben, daſs die Meridiangrade mit der geographischen Breite zunehmen, daſs also die Erde an den Polen abgeplattet ist. Auf dasselbe Resultat war bereits Newton durch theoretische Untersuchungen geführt worden.

Die erste annähernd richtige Bestimmung der Dimensionen der Erde rührt von Eratosthenes (276—195 v. Chr.) her, der aus der Höhendifferenz der Sonne zur Zeit der Sonnenwende in Alexandrien und Syene (Assuan), die etwa $^1/_{50}$ des Kreisumfanges beträgt, während er die Entfernung beider Orte auf 5000 Stadien schätzte, den Umfang eines Erdmeridians auf 250000 Stadien (46400 km) berechnete. Im Jahre 1617 wurde zuerst von Snellius zur Messung der Länge eines Bogens auf der Erde die Triangulation angewandt. Genauere Gradmessungen sind später 1669 von Picard und Cassini in Frankreich ausgeführt worden; als Resultat derselben ergab sich (fälschlich), daſs ein Meridiangrad im südlichen Frankreich gröſser sei als im nördlichen, woraus auf die Form der Erde als eines verlängerten Ellipsoids geschlossen werden muſste. Nach den genauesten Berechnungen Bessels beträgt die Länge des Äquatorialhalbmessers der Erde 6377,4 km, die des Polarhalbmessers 6356,08 km, ihr Unterschied 21,32 km. Als die Abplattung der Erde bezeichnet man den Unterschied der beiden Halbmesser dividiert durch den Äquatorialhalbmesser; dieselbe ist nach den Besselschen Berechnungen gleich $\frac{1}{299,1528}$ (§ 56). — Die Längeneinheit, das Meter, ist ursprünglich als der zehnmillionste Teil eines Meridianquadranten der Erde bestimmt worden. Dieser Bestimmung würden Meridiane vom Halbmesser 6365,5 km zugehören, wenn man dieselben als kreisförmig annehmen wollte.

Daſs die Erde genau genommen auch nicht die Form eines Umdrehungsellipsoids (Sphäroids) besitzt, hat sich erst durch Längengradmessungen (§ 351) ergeben. Diese wurden zuerst 1811 in Frankreich unternommen und 10 Jahre später von Brest bis Straſsburg durchgeführt; sie erfuhren einen neuen Aufschwung, seitdem die Telegraphie den geodätischen Messungen dienstbar gemacht

werden konnte. Die umfassendste Gradmessung ist 1857 von W. Struwe ins Leben gerufen, 1861 durch den General Baeyer († 1885) zu einer mitteleuropäischen und endlich 1864 in einer von fast allen beteiligten Staaten beschickten Generalkonferenz zu einer europäischen erweitert worden. Bei dieser werden aufser astronomischen und geodätischen Arbeiten auch Nivellements ausgeführt, die Nullpunkte der einzelnen Länder (vergl. § 95) mit einander verbunden, sowie die in den wichtigsten Seehäfen bestehenden Pegel in das Nivellierungsnetz aufgenommen; endlich werden auch, weil die Intensität der Schwerkraft mit der Gestalt der Erde in innigem Zusammenhang steht (§ 63), an möglichst vielen, astronomisch bestimmten Punkten Pendelbeobachtungen angestellt.

§ 351. Zeit- und Längenunterschiede. Wählt man zu astronomischen Beobachtungen verschiedene Punkte desselben Parallelkreises, so bleibt die Polhöhe (§ 350) dieselbe, dagegen ändert sich die Kulminationszeit der Gestirne und im besonderen auch die der Sonne, es tritt also eine Zeitdifferenz ein, welche mit zunehmender Entfernung von Osten nach Westen hin wächst. Für jeden Längengrad (§ 364) beträgt die Zeitdifferenz den 360. Teil eines Tages, d. h. 4 Minuten, weil bei der scheinbaren Drehung der Himmelskugel um ihre Axe ein Gestirn gerade um diese Zeit früher in den Meridian gelangt, als für einen um einen Grad mehr westlich gelegenen Punkt der Erde.

Für alle Punkte der Erde, welche sich nur in der geographischen Breite, nicht in der Länge, unterscheiden, kommt derselbe Stern zu gleicher Zeit, aber in verschiedener Höhe in den Meridian; dagegen für alle Punkte gleicher Breite, welche sich also nur in der Länge unterscheiden, gelangt derselbe Stern in gleicher Höhe, aber zu verschiedener Zeit in den Meridian. Darum dienen gute Chronometer zur Bestimmung der geographischen Länge (vergl. § 355), während durch Fernrohre, welche zur Beobachtung der Höhe der Gestirne dienen, die geographische Breite eines Ortes festgestellt wird (§ 350).

§ 352. Axenumdrehung der Erde. Die bisher betrachtete Bewegung der Himmelskugel ist jahrtausendelang als solche aufgefafst worden, und es hat langer Forschungen und eines schweren Kampfes gegen Vorurteile bedurft, ehe sich die Überzeugung Geltung verschafft hat, dafs die tägliche Umdrehung des Himmels nur eine scheinbare ist, also auf Täuschung beruht und nur die Folge ist einer Bewegung der Erde um ihre Axe, welche in der Richtung von West nach Ost innerhalb eines Tages erfolgt. Obschon der Sprachgebrauch selbst, nach welchem man immer noch die Gestirne auf- und untergehen, die Sonne ihren täglichen Lauf am Himmel beschreiben läfst u. s. w., der Klarlegung dieser Thatsache widerstreitet, so lassen sich, abgesehen vor allem davon, dafs die besprochene tägliche Bewegung der Himmelskugel durch Annahme der Axenumdrehung der Erde als mit den einfachsten Mitteln bewerkstelligt erscheint, für diese Axenumdrehung folgende Gründe vorzugsweise hervorheben:

1. Das Massenverhältnis der Erde und der meisten Himmelskörper, z. B. zur Sonne wie 1 : 324 439 (§ 370).

2. Alle Himmelskörper, wie verschieden ihre Entfernung von der Erde sein mag, legen ihren scheinbaren Lauf um die Erde in der gleichen Zeit von 24 Stunden zurück.

3. Die Analogie mit den an anderen Himmelskörpern, vorzugsweise an den Planeten und an der Sonne selbst (§ 372), beobachteten Rotationsbewegungen.

4. Die Abplattung der Erde an den Polen, dargethan durch die Abnahme der Schwerkraft von den Polen zum Äquator (§ 350).

Der Astronom Richer mufste im Jahre 1672 sein in Paris reguliertes Sekundenpendel nahezu um 2,8 mm verkürzen, als er mit demselben in Cayenne Beobachtungen anstellte, weil es in 24 Stunden um 148 Sekunden zu spät ging, während er nach seiner Rückkehr nach Paris die frühere Pendellänge wiederherzustellen hatte (vergl. § 63).

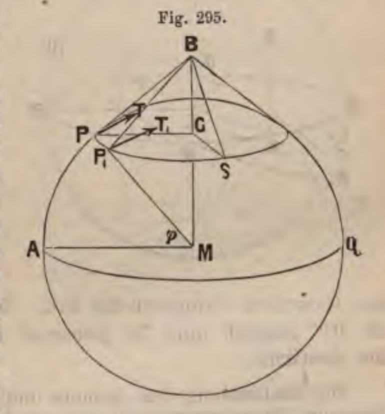
5. Die Luftströmungen in der Erdatmosphäre, im besonderen die Passat- und Gegenpassatströmungen (§ 252).

6. Die östliche Abweichung von der vertikalen Richtung eines aus grofser Höhe fallenden Körpers. Vermöge der vermehrten Schwungkraft, welche ein Punkt in gröfserer Erhebung über der Erdoberfläche, z. B. an der Spitze eines Turmes, verglichen mit einem Punkt am Fufs desselben, besitzt, ergiebt sich für den ersteren eine gröfsere horizontale Drehungskomponente in der Richtung der Axenumdrehung, d. h. von Westen nach Osten, so dafs ein von der Spitze herabfallender Körper in dieser Richtung der Drehung eines Punktes am Fufs voraneilen mufs.

Schon von Newton ist 1679 diese Abweichung vorausgesagt worden, bestätigt wurde sie durch Versuche von Reich in Freiberg, bei denen sich für eine Fallhöhe von 158,5 m und die Beschleunigung der Erdschwere $g = 9{,}811$ m, in der geogr. Breite 50° 57′ eine östliche Abweichung von 28 mm ergab, während die Theorie eine solche von 27,5 mm erforderte. Aufser der östlichen zeigt ein fallender Körper auch eine, wenn auch nur sehr geringe, südliche Abweichung von der vertikalen Richtung.

7. Der Foucaultsche Pendelversuch. Ein möglichst frei aufgehängtes Pendel zeigt im Sinne der scheinbaren täglichen Drehungsrichtung der Himmelskugel eine Drehung seiner Schwingungsebene. Die Schwingungsebene eines Pendels nämlich, auf welches andere Kräfte als die Schwere nicht einwirken, mufs in der That unveränderlich bleiben; darum ändert sich ihr Winkel mit allen auf der sich unter ihr drehenden Erde fest gegebenen Richtungen und zwar in der Weise, dafs an jedem Pol diese Richtungsänderung in 24 Stunden 360°, also in einer Stunde 15° beträgt, während am Äquator dieselbe sich auf Null reduziert. An einem Aufhängungspunkt in der Breite φ dreht sich die Schwingungsebene in einer Stunde um den Winkel $15^0 . \sin \varphi$.

Fig. 295.



Es sei APQ (Fig. 295) ein Erdmeridian, $AMP = \varphi$ die geographische Breite des Aufhängungspunktes P. In einem sehr kleinen Zeitraum beschreibe, vermöge der Axendrehung der Erde, der Punkt P das Element PP_1 des Parallelkreises, das als geradlinig angesehen werden mag. Schwingt das Pendel anfänglich in der durch die Tangente PT dargestellten Richtung, so ist wegen der Unveränderlichkeit der Richtung der Schwingungsebene durch $P_1T_1 \parallel PT$ die Schwingungsrichtung in P_1 dargestellt; die Richtungen der Meridiane dagegen in P und P_1 sind die der Tangenten PB und P_1B. Im ganzen wird von PB ein Kegelmantel beschrieben, das Element PBP_1 ist als eben anzusehen, und weil in seiner Ebene die parallelen Linien PT und P_1T_1 enthalten sind, so ist Winkel $PBP_1 = BP_1T_1 - BPT$, also wird durch diesen Winkel die scheinbare Richtungsabweichung der Schwingungsebene in P_1 dargestellt.

Allmählich setzt sich im Laufe der Zeit aus den Bogenelementen PP_1 der Bogen PS, aus den Flächenelementen PBP_1 das Mantelstück PBS zusammen; während also infolge der Axenumdrehung der Erde der Aufhängungspunkt P den Bogen PS beschreibt, summieren sich die scheinbaren Abweichungen der Schwingungsebene des Pendels zu einem Winkel, welcher sich durch Applanierung des Mantelstückes PBS ergiebt. Es sei dieser Winkel durch γ_1, PCS aber durch γ bezeichnet, so verhält sich γ_1 zu γ, wie der Kreisausschnitt PCS zu dem Mantelstück PBS, d. h. wie cos BPC zu 1, und weil BPC das Komplement der Breite ist, so ist:

$$\gamma_1 = \gamma \,.\, \sin \varphi.$$

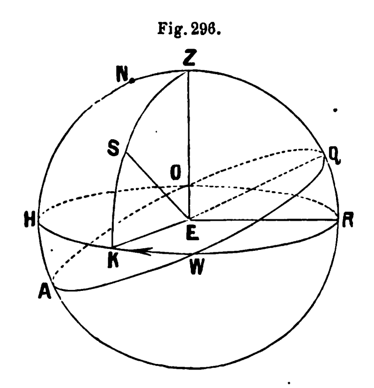
Foucault hat seine Versuche öffentlich zuerst 1851 im Pariser Observatorium und später im Pantheon, die letzteren mit einem 62 Meter langen Pendel, angestellt.

In der Breite von Berlin, d. h. für $\varphi = 52^0\ 30'$, dreht sich die Schwingungsebene eines Pendels in 24 Stunden um $285^0\ 30'$, also in einer Stunde um $11^0\ 54'$.

Die Zeit der Axenumdrehung der Erde kann als unveränderlich angesehen werden; wenigstens hat Laplace den Schluſs gemacht, daſs sich diese Zeit seit Hipparch, d. h. seit 2000 Jahren, nicht um den hundertsten Teil einer Sekunde geändert hat. Aus neueren Berechnungen jedoch über den hindernden Einfluſs der durch Sonne und Mond bewirkten abwechselnden Bildung von Ebbe und Flut (§ 388) hat sich ergeben, daſs die Erde sich vor 10000 Million Jahren etwa doppelt so schnell um ihre Axe gedreht haben mag als jetzt.

§ 353. Das Horizontalsystem, Azimut und Höhenwinkel. Die Bestimmung der Lage eines Punktes am Himmel geschieht ähnlich wie die eines Punktes in der Ebene, nämlich durch rechtwinklige Koordinaten, welche ihrem jedesmaligen Zweck entsprechend gewählt werden. Handelt es sich um die Feststellung der augenblicklichen Lage eines Gestirns S bei einer Beobachtung, so bedient man sich des Horizontalsystems. Zu Grunde liegt demselben der Horizont HR des Ortes, entsprechend der Abscissenaxe, und die Höhe SK des Gestirns über dem Horizont, gemessen auf dem zugehörigen Vertikalkreise, als Ordinate; diese Koordinaten heiſsen Azimut und Höhenwinkel. Als Anfangspunkt für das Azimut gilt der Südpunkt R, und von diesem aus rechnet man das Azimut über Westen, Norden und Osten von 0^0 bis 360^0, so daſs also das Azimut RK angiebt, wieviel Grade nach Westen hin von seiner höchsten Stellung im Meridian des Beobachtungsortes das Gestirn vorgerückt ist. Der Höhenwinkel $SK = h$ wird von 0^0 bis 90^0 gezählt und ist jedesmal das Komplement der Zenithdistanz SZ des Gestirns.

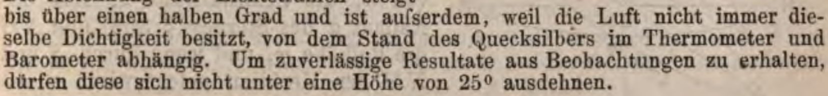
Fig. 296.



Zur Bestimmung des Azimuts und des Höhenwinkels dient vorzugsweise ein Fernrohr (ein sogenanntes Universalinstrument), dessen Stellung zugleich auf einem horizontalen und auf einem vertikalen genau graduierten Kreise abgelesen werden kann; der nach dem Nullpunkt des horizontalen Kreises gerichtete Radius liegt im Meridian des Beobachtungsortes. — Das einfachste Instrument zu einer Höhenbestimmung ist der von Hadley (1731), (von Newton wohl schon 1700) erfundene Sextant, durch welchen man das Gestirn S selbst und sein Bild in einem horizontalen Spiegel, einem künstlichen Horizont, der sich am zweckmäſsigsten durch Quecksilber herstellen läſst, zur Deckung bringt.

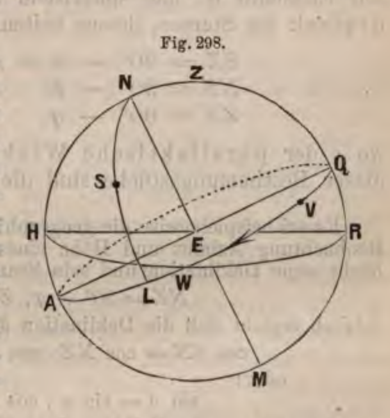
Der Winkel $S_1OT = SAT = b$ (Fig. 297), unter welchem die beiden (unendlich entfernten) Punkte S und T von O aus erscheinen, ist doppelt so grofs als der Winkel $\gamma = LAM$, um welchen der Spiegel A (die Alhidade) gedreht ist; LA und MA sind Einfallslote für die verschiedenen Stellungen des Spiegels. In der That ist, wenn man den Winkel $BAS = a$ setzt, Winkel $BAT = a + b$, $BAL = \frac{a}{2}$, $MAT = \frac{a+b}{2}$, folglich LAM oder $\gamma = \frac{b}{2}$.

Fig. 297.

Zur Feststellung der durch Beobachtungen am Himmel gewonnenen Resultate hat man die durch die Brechung der Lichtstrahlen in der Atmosphäre veranlafste Ablenkung derselben von ihrem geradlinigen Wege in Betracht zu ziehen, also eine Korrektion wegen der atmosphärischen Strahlenbrechung zu machen, welche um so gröfser ist, je flacher gegen den Horizont die Lichtstrahlen in die Atmosphäre eintreten. Die Ablenkung der Lichtstrahlen steigt

bis über einen halben Grad und ist aufserdem, weil die Luft nicht immer dieselbe Dichtigkeit besitzt, von dem Stand des Quecksilbers im Thermometer und Barometer abhängig. Um zuverlässige Resultate aus Beobachtungen zu erhalten, dürfen diese sich nicht unter eine Höhe von 25° ausdehnen.

§ 354. **Das Äquatorialsystem, Rektascension und Deklination.** Um die gegenseitige Stellung der Gestirne zu einander zu bestimmen, also vorzugsweise auch um ihre Lage auf einer Sternkarte festzustellen, dient das **Äquatorialsystem**. Als Fundamentalkreis tritt hier (Fig. 298) der Himmelsäquator AQ auf, und auf diesen wird der Ort eines Gestirns S bezogen, einmal durch seine Entfernung vom Äquator SL, die **Deklination** δ, welche auf dem durch das Gestirn gehenden Meridian nördlich und südlich von 0° bis 90° gezählt wird, und ferner durch den Abstand dieses Meridians von einem bestimmten Punkt des Äquators, dem Frühlingstagundnachtgleichenpunkt V (§ 356), durch die **Rektascension** VL (genauer $VQAL) = \alpha$, welche von Westen durch Süden nach Osten, also entgegengesetzt der durch die Pfeilspitze angedeuteten scheinbaren Drehung der Himmelskugel, gerechnet wird von 0° bis 360°.

Fig. 298.

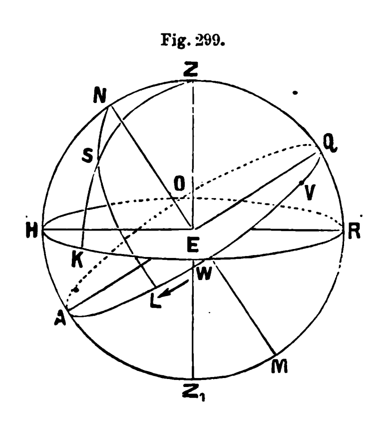


Die Rektascension α eines Gestirns giebt an, um wieviel Grade bei der scheinbaren Umdrehung der Himmelskugel dasselbe hinter dem Äquinoktialpunkte V zurück ist, oder wenn man die Gradanzahl in Zeit überträgt, indem jeden 15 Grad, 15 Bogenminuten, 15 Bogensekunden bezüglich eine Stunde, eine Zeitminute, eine Zeitsekunde entspricht (§ 348), um wieviel Zeit das betreffende Gestirn später kulminiert als der Punkt V. Um diese Übertragung von Bogenmafs in Zeitmafs zu erübrigen, wird in der Regel die Rektascension von vornherein in Zeitmafs ausgedrückt.

Von der Rektascension wohl zu unterscheiden ist der **Stundenwinkel** eines Gestirns, durch welchen die Gröfse der Drehung der Himmelskugel oder die Zeit ausgedrückt wird, welche verflossen ist seit seiner oberen Kulmination, so dafs der Stundenwinkel mit jeder Stunde um 15^0 wächst, während die Rektascension unverändert dieselbe bleibt.

§ 355. **Das Polardreieck.** Die Elemente des Horizontal- und des Äquatorialsystems vereinigt dienen zur Beantwortung vieler Fragen, welche vorzugsweise die Bestimmung der Zeit betreffen, und von denen einzelne hervorgehoben werden mögen. In Fig. 299 sei die Himmelskugel dargestellt und zwar sei HR der Horizont, Z das Zenith, AQ der Äquator und N der Nordpol, so sind (§ 348) R, W, H, O bezüglich der Süd-, West-, Nord-, Ostpunkt; legt man jetzt durch S, den Ort eines beliebigen Sternes, den Vertikalkreis ZSK, so ist SK der Höhenwinkel h und SZ, das Komplement von h, die Zenithdistanz z, RK das Azimut a des Sternes (§ 353) und NH die Polhöhe φ, und wenn durch S und NM der Meridian gelegt wird, so ist SL die nördliche Deklination δ und VL (genauer $VQOAL$) die Rektascension α (§ 354), endlich der Winkel QNL, auf dem Äquator durch den Bogen QL gemessen, der Stundenwinkel τ.

Fig. 299.



Von besonderer Bedeutung für den Zusammenhang der eben erwähnten Elemente ist das sphärische Dreieck NSZ, das sogenannte **Polardreieck** des Sternes, dessen Seiten und Winkel, wie folgt, darzustellen sind:

$$SZ = 90^0 - h = z, \qquad SNZ = \tau,$$
$$NS = 90^0 - \delta, \qquad NZS = 180^0 - a,$$
$$ZN = 90^0 - \varphi, \qquad ZSN = \varepsilon,$$

wo ε der **parallaktische Winkel** des Sternes heifst. Aus jeden drei dieser Bestimmungsstücke sind die übrigen leicht zu berechnen.

Es sei beispielsweise die geographische Breite eines Ortes φ und bei einmaliger Beobachtung Azimut und Höhe eines Sternes bekannt, so ist durch Rechnung leicht seine Deklination und sein Stundenwinkel zu bestimmen. Gegeben sind:

$$NZ = 90^0 - \varphi,\ Z = 180^0 - a,\ SZ = z,$$

folglich ergiebt sich die Deklination δ aus der Gleichung:

$$\cos SN = \cos NZ \,.\, \cos SZ + \sin NZ \,.\, \sin SZ \,.\, \cos Z$$

oder:

$$\sin \delta = \sin \varphi \,.\, \cos z - \cos \varphi \,.\, \sin z \,.\, \cos a.$$

Oder ist aus der Polhöhe eines Ortes, der Deklination und dem Höhenwinkel eines Sternes sein Stundenwinkel zu finden, so ergiebt sich:

$$\operatorname{tg}\frac{\tau}{2} = \pm \sqrt{\frac{\sin(s-\varphi) \,.\, \sin(s-\delta)}{\cos s \,.\, \cos(s-z)}},$$

wo beide Zeichen in Betracht kommen können, weil der Stundenwinkel τ bis 360^0 gezählt wird (§ 354), und $s = \frac{\varphi + \delta + z}{2}$ zu setzen ist. Ist die Sonne das be-

obachtete Gestirn, so ergiebt sich als Resultat der Stundenwinkel der Sonne, d. h. die wahre Sonnenzeit (§ 359). Darum wird die Beobachtung der Höhe der Sonne von grofser Bedeutung für die Zeit- und Längenbestimmung, zumal auf offener See, durch Vergleichung mit einem guten Chronometer, welches etwa die mittlere Zeit eines seiner Länge nach bekannten Hafenplatzes zeigt.

Zweiter Abschnitt.

Bewegung der Erde um die Sonne.

§ 356. Scheinbare jährliche Bewegung der Sonne. Gleichzeitig oder nahezu gleichzeitig mit der Sonne kulminieren zu jeder Zeit des Jahres bestimmte Fixsterne, unter denen sich während der Zeit der unteren Kulmination der Sonne, d. h. um Mitternacht, die Cirkumpolarsterne (§ 349) der Beobachtung nicht entziehen. Bei dieser Beobachtung findet sich, dafs die um Mitternacht kulminierenden Sterne in den auf einander folgenden Nächten vorrücken und zwar in der Weise, dafs im Laufe eines Jahres nach und nach jeder Teil des Fixsternhimmels seine untere (sowie auch obere) Kulmination um Mitternacht erreicht. Das Gleiche gilt für die Sonne: während aber auf diese bezogen der Fixsternhimmel von Osten nach Westen vorzurücken scheint, bleibt die Sonne selbst scheinbar am Himmel zurück, oder macht an diesem alljährlich in der Richtung von Westen nach Osten, also entgegengesetzt der scheinbaren täglichen Drehung der Himmelskugel, einen Umlauf. Dabei ändern sich zugleich von Tage zu Tage der Höhenwinkel der Sonne, im besonderen ihre Mittagshöhe (§ 353) und die Punkte ihres Auf- und Unterganges. Wenn man nunmehr die verschiedenen Stellungen der Sonne in eine Sternkarte, oder besser auf einen Himmelsglobus einträgt, so zeigt sich, dafs die Sonne während eines Jahres einen gröfsten Kreis am Himmel beschreibt, die Ekliptik (ἐκλειπτικὸς κύκλος), welcher gegen den Äquator die ungefähre Neigung von $23^1/_2{}^0$ hat. Befindet sich die Sonne in einem der beiden Schnittpunkte von Äquator und Ekliptik, so beträgt ihr Tagbogen (§ 349) 180^0, sind also Tag und Nacht einander gleich: diese Schnittpunkte heifsen darum auch der Frühlings- und Herbst-Tagundnachtgleichenpunkt (Äquinoktialpunkte ♌ und ♑, vergl. die Anm.). Während des Sommers befindet sich die Sonne auf der nördlichen Hälfte der Himmelskugel und zwar in ihrer gröfsten Entfernung, nämlich $23^1/_2{}^0$ vom Äquator zur Sommersonnenwende am 21. Juni, während sie die entgegengesetzte tiefste Stelle am Südhimmel am 21. Dezember im Wintersonnenwendepunkt einnimmt (§ 366). Vom Frühlings-Äquinoktium aus kommt sie dabei im Laufe eines Jahres nach einander in die zwölf Sternbilder des Tierkreises oder Zodiakus:

Widder,	Stier,	Zwillinge, —
Krebs,	Löwe,	Jungfrau, —
Wage,	Skorpion,	Schütze, —
Steinbock,	Wassermann,	Fische,

deren jedes 30^0 des Tierkreises umfafst.

Die Schiefe der Ekliptik schwankt zwischen gewissen Grenzen in Perioden, welche viele Jahrtausende umfassen, im Jahre 1880 war sie (nach Struve und Peters) 23° 27′ 16,5″ und gegenwärtig wird sie jährlich um $^1/_2$ Sekunde kleiner. Nach den Untersuchungen von Lagrange hat die Schiefe der Ekliptik im Jahre 29400 v. Chr. ein Maximum von 27° 31′, 14400 v. Chr. ein Minimum von 21° 20′, 2000 v. Chr. ein neues Maximum von 23° 53′ erreicht. Im Jahre 6600 n. Chr. wird ein neues Minimum von 22° 54′ eintreten. — Die Zeichen des Tierkreises (vergl. § 361, Fig. 301),

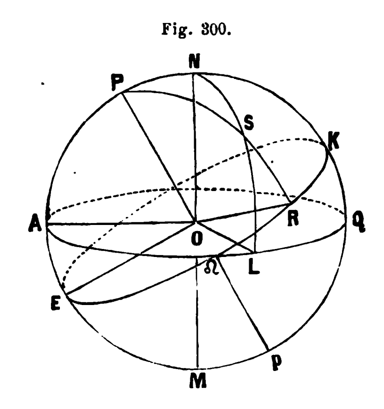
(Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces)

deren Namen sich auch in der geographischen Bestimmung der Grenzkreise der heifsen Zone, der Wendekreise des Krebses und des Steinbocks (§ 367), geltend machen, sind wohl zu unterscheiden von den gleichnamigen Sternbildern des Tierkreises, welche je um ein Zeichen voraus sind, so dafs jetzt der Frühlingsnachtgleichenpunkt ☊ am Anfange des Sternbildes der Fische liegt (vergl. § 358 und die Sternkarte).

Anmerkung. Die Zeichen für die Frühlings- und Herbstnachtgleichen sind eigentlich ♈ (Widder) und ♎ (Wage), weil zu Frühlings- und Herbstanfang die Sonne sich bezüglich im Sternbilde des Widders und der Wage befindet. Hier jedoch sind für diese Punkte der Ekliptik absichtlich, um die Übersicht zu erleichtern, die Zeichen ☊ und ☋ gewählt worden, welche allgemeiner bezüglich den auf- und absteigenden Knoten bedeuten, Knoten als Durchschnitte der auf die Himmelskugel übertragenen Bahn eines Himmelskörpers mit einer bestimmten Fundamentalebene, hier der scheinbaren Bahn der Sonne in der Ekliptik mit der Äquatorialebene. Das Zeichen ☊ für das Frühlingsäquinoktium charakterisiert als aufsteigender Knoten alsdann zugleich den Durchgang der Sonne durch den Äquator von Süden nach Norden, das Zeichen ☋, absteigender Knoten, für das Herbstäquinoktium den Durchgang durch den Äquator in der Richtung von Norden nach Süden.

§ 357. Das ekliptische System, Länge und Breite. Die Ekliptik dient als Fundamentalkreis zur Ortsbestimmung eines Punktes am Himmel, zumal bei Untersuchungen über die Bewegung der Planeten, nach einem neuen Koordinatensystem (vergl. §§ 353 und 354). Man denkt sich (Fig. 300) in der Mitte O der Ekliptik EK eine senkrechte Axe errichtet, deren Schnittpunkte mit der Himmelskugel, P und p, der nördliche und südliche Pol der Ekliptik heifsen, und nennt dann den Abstand eines Gestirns S von der Ekliptik SR seine nördliche oder südliche Breite, und den Abstand des durch das Gestirn und die Axe der Ekliptik gelegten Kreises PSR von ☊, auf der Ekliptik gemessen, R☊, die Länge des Gestirns, die letztere gemessen in der Richtung von Westen über Süden nach Osten von 0° bis 360°.

Fig. 300.



Die astronomische Breite der Sonne ist stets gleich Null, wenn man von einer Schwankung zwischen ± 1,25″ absieht, welche daher kommt, dafs sich Erde und Mond um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt bewegen, wodurch der Erdmittelpunkt abwechselnd über und unter die Ekliptik zu liegen kommt; die Länge der Sonne ist im April zwischen 10° bis 40°, im Mai zwischen 40° bis 70° u. s. w., im März zwischen 340° und 10° (vergl. die Sternkarte).

Die Wechselbeziehung des ekliptischen und des Äquatorialsystems (§ 354) wird aus Fig. 300 klar, wo AQ den Äquator, NM die Weltaxe,

EK die Ekliptik, P und p den nördlichen und südlichen Pol der Ekliptik bedeuten, also $PN = KQ = i$ die Schiefe der Ekliptik. Ist S wieder das Gestirn, so ist $SR = \beta$ die Breite und $R\Omega = \lambda$ die Länge, ferner $SL = \delta$ die Deklination, $L\Omega = \alpha$ die Rektascension und demnach in $\triangle$ PNS:

$$PN = i, \qquad NPS = 90^0 - \lambda,$$
$$NS = 90^0 - \delta, \qquad PNS = AOL = 90^0 + \alpha.$$
$$PS = 90^0 - \beta,$$

§ 358. Siderisches und tropisches Sonnenjahr. Um ihren scheinbaren jährlichen Umlauf am Fixsternhimmel zu vollenden, braucht die Sonne 365 Tage $6^h\ 9^m\ 10^s = 365{,}2564$ Tage; dieser Zeitraum, welcher also erforderlich ist, damit die Sonne die frühere Stellung unter den Fixsternen wiedererreicht, oder damit derselbe Fixstern zu derselben Zeit denselben Meridian erreicht, also etwa um Mitternacht kulminiert (§ 356), ist ein siderisches Sonnenjahr. Davon zu unterscheiden ist die Zeit, welche verfliefst zwischen zwei auf einander folgenden Frühlingsäquinoktien, d. h. zwischen zwei aufsteigenden Durchgängen der Sonne durch den Äquator, welcher Zeitraum tropisches Sonnenjahr genannt wird. Die ungleiche Dauer des siderischen und tropischen Sonnenjahres ist daraus zu erklären, dafs die Äquinoktialpunkte nicht feste Punkte der Ekliptik sind, sondern auf dieser sich langsam rückwärts bewegen. Diese Rückwärtsbewegung erfolgt in der Richtung von Osten nach Westen, also im Sinne der scheinbaren täglichen Bewegung des Himmels, bringt also alljährlich die Sonne den Sternen scheinbar voraus und wird darum als Präcession der Nachtgleichen bezeichnet. Dieselbe beträgt im Jahre 50,21 Bogensekunden, welche die Sonne in etwa 20 Minuten durchläuft. Um diese Zeit also ist das tropische Sonnenjahr kürzer als das siderische. Genauer ist die Dauer des tropischen Sonnenjahres:

$$365 \text{ Tage } 5^h\ 48^m\ 49{,}5^s = 365{,}24224 \text{ Tage.}$$

Infolge der Präcession der Nachtgleichen wird durch jeden Äquinoktialpunkt die ganze Ekliptik in einer Periode von 25 868 Jahren durchlaufen und findet eine fortwährende, allmähliche Zunahme der Länge der Gestirne statt (§ 357); es erklärt sich daraus auch das in § 356 erwähnte Vorrücken der Sternbilder des Tierkreises, welches entsprechend dem Zeitraum von ungefähr 2000 Jahren, seitdem diese Sternbilder festgestellt worden sind, mehr als den zwölften Teil der Ekliptik, d. h. mehr als 30^0 beträgt. Mit der Präcession der Nachtgleichen steht ferner in unmittelbarer Verbindung eine allmähliche Änderung in der gegenseitigen Lage der Erd- oder Himmelsaxe und der Axe der Ekliptik, welche als Nutation der Erdaxe benannt wird und im wesentlichen darin besteht, dafs, während die Erdaxe infolge der Präcession um die Axe der Ekliptik in 25 868 Jahren unter dem Winkel i, der Schiefe der Ekliptik, einen Kegelmantel beschreibt (§ 64), der Nordpol des Äquators dabei infolge der Nutation nicht immer auf der Peripherie eines Kreises bleibt, sondern sich dem Mittelpunkt desselben bald nähert, bald von ihm entfernt, sowie auch die Präcession nicht gleichmäfsig fortschreitet. Bei genauerer Bestimmung bewegt sich der Pol des Äquators auf einer kleinen Ellipse, deren scheinbare Halbaxen $0{,}15'$ und $0{,}11'$ betragen, während der Mittelpunkt dieser Ellipse um den Pol der Ekliptik einen Kreis mit dem scheinbaren Radius i beschreibt.

§ 359. Sonnen- und Sterntag, Sonnenzeit, Zeitgleichung. Mit Frühlingsanfang, am 21. März, steht die Sonne im Äquinoktialpunkt, geht also gleichzeitig mit diesem durch den Meridian; am folgenden Tage ist sie bereits um nahezu einen Grad auf der Ekliptik von Westen nach Osten weitergerückt, also der Ω ihr ziemlich um 4 Minuten voraus, so

dafs die Sonne 4 Minuten später durch den Meridian geht als der ♈, und so beträgt die Verspätung des Durchganges der Sonne durch den Meridian täglich etwa 4 Minuten. Die Zeitdauer zwischen zwei aufeinander folgenden Kulminationen eines Fixsternes wird ein Sterntag genannt, die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Kulminationen der Sonne ein wahrer Sonnentag. Der letztere ist demnach um etwa 4 Minuten länger als der erstere.

Die Astronomen pflegen nach Sternzeit zu rechnen und jeden Sterntag mit dem Moment der Kulmination des Äquinoktialpunktes zu beginnen, so dafs die Rektascension eines Sternes (§ 354) unmittelbar seine Kulminationszeit angiebt. Bei der Unveränderlichkeit der Axenumdrehung der Erde (§ 352) ist auch der Sterntag von unveränderlicher Länge; dagegen ist die Dauer eines wahren Sonnentages innerhalb gewisser Grenzen veränderlich, einmal weil dieselbe abhängig ist von dem mit ungleichförmiger Geschwindigkeit erfolgenden Fortrücken der Sonne auf der Ekliptik (§ 362) und ferner, weil diese Bewegung der Sonne nicht auf dem Äquator selbst, sondern auf der zu ihm schief gelegenen Ebene der Ekliptik stattfindet. Beispielsweise ist am 21. Dezember der wahre Sonnentag $^1/_2$ Minute länger, am 21. September um ebensoviel kürzer als bei seiner mittleren Länge. Diese Differenzen auszugleichen, rechnet man im bürgerlichen Leben nicht nach wahren, sondern nach sogenannten mittleren Sonnentagen. Man denkt sich nämlich eine mittlere Sonne, welche auf dem Äquator mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortrückt, so dafs sie ihren ganzen Umlauf in derselben Zeit zurücklegt wie die wahre Sonne auf der Ekliptik, zwischen zwei auf einander folgenden Frühlingsäquinoktien, d. h. innerhalb eines tropischen Jahres. Die mittlere Dauer eines Sonnentages ist dann die Zeit zwischen zwei auf einander folgenden Kulminationen der mittleren Sonne. Der Unterschied zwischen der Kulminationszeit der mittleren und der wahren Sonne heifst die Zeitgleichung.

Tabelle der Zeitgleichungen.

Januar	1 . .	3,8	Minuten	Juli	10 . .	4,9	Minuten
	11 . .	8,2	„		20 . .	5,9	„
	21 . .	11,6	„		30 . .	6,1	„
	31 . .	13,7	„	August	9 . .	5,2	„
Februar	10 . .	14,6	„		19 . .	3,4	„
	20 . .	14,0	„		29 . .	0,8	„
März	2 . .	12,4	„	September	8 . .	— 2,3	„
	12 . .	10,0	„		18 . .	— 5,8	„
	22 . .	7,1	„		28 . .	— 9,3	„
April	1 . .	4,0	„	Oktober	8 . .	— 12,6	„
	11 . .	1,1	„		18 . .	— 14,7	„
	21 . .	— 1,6	„		28 . .	— 16,1	„
Mai	1 . .	— 3,1	„	November	7 . .	— 16,2	„
	11 . .	— 3,9	„		17 . .	— 14,9	„
	21 . .	— 3,8	„		27 . .	— 12,2	„
	31 . .	— 2,8	„	Dezember	7 . .	— 8,4	„
Juni	10 . .	— 1,1	„		17 . .	— 3,7	„
	20 . .	1,0	„		27 . .	1,2	„
	30 . .	3,1	„				

Man hat diese Zeiten in Minuten zu der durch eine Sonnenuhr angezeigten, oder aus der Sonnenhöhe berechneten (§ 355) wahren Sonnenzeit zu addieren, um die mittlere Sonnenzeit zu erhalten.

Das tropische Sonnenjahr hat 365,24224 mittlere Sonnentage und 366,24224 Sterntage, also ist die Dauer eines Sterntages $23^h\ 56^m\ 4^s$ mittlere Sonnenzeit.

§ 360. Kalender. Die Länge eines mittleren Sonnentages (§ 359) steht zu der Zeitdauer des tropischen Jahres in einem irrationalen Verhältnis, so dafs die Feststellung der bürgerlichen Zeitrechnung, welche nach ganzen Tagen und vollen Jahren geschehen mufs, nicht ohne Schwierigkeiten ist. Durch Julius Cäsar wurde auf Anweisung des Sosigenes, eines bedeutenden Astronomen von Alexandrien, dem Überschufs des tropischen Jahres von 0,24224 über eine volle Tageszahl dadurch Rechnung getragen, dafs jedes vierte Jahr einen Tag mehr als 365 Tage enthalten sollte. Dadurch wurde aber ein Fehler begangen von jährlich 0,25 — 0,24224 = 0,00776 Tagen, der also in 100 Jahren sich auf einen Überschufs von 0,776, d. h. ziemlich $^3/_4$ Tagen beläuft. Es sind demnach in 400 Jahren nach dem Julianischen Kalender, der gegenwärtig noch von der griechischen Kirche festgehalten wird, 3 Tage zu viel gerechnet. Um diesem Übelstande abzuhelfen, ist durch den von Papst Gregor XIII. im Jahre 1581 eingeführten Gregorianischen Kalender die Änderung getroffen worden, dafs innerhalb jeder vier Jahrhunderte drei Schalttage ausfallen, nämlich nur diejenigen Vielfachen von hundert Jahren Schaltjahre sein sollten, welche selbst sich durch 4 teilen lassen. Der nunmehr noch übrigbleibende Fehler beläuft sich erst in 4000 Jahren auf nahezu einen Tag, der dann wieder ausfallen mufs.

Die alten Ägypter zählten das Jahr zu 365 Tagen, die Griechen und die Römer vor Cäsar rechneten nach Mondjahren von je 354 Tagen, welche nach Bedürfnis zu Sonnenjahren mit bestimmten Jahreszeiten ergänzt wurden, bis sich die Verwirrung nicht mehr schien lösen zu lassen, und im Jahre 45 v. Chr. der Julianische Kalender eingeführt wurde. Cäsar sah sich gezwungen, dem Jahre 46 nicht weniger als 67 Tage zuzufügen, so dafs dieses Jahr annus confusionis genannt wurde. Dagegen mufste Gregor XIII. 1582 zehn Tage fortlassen, so dafs dem 4. Oktober sofort der 15. folgte. Der Gregorianische Kalender ist nur allmählich eingeführt worden, im protestantischen Deutschland erst 1700, in England 1752. Den Russen sind wir gegenwärtig im Datum um 12 Tage voraus.

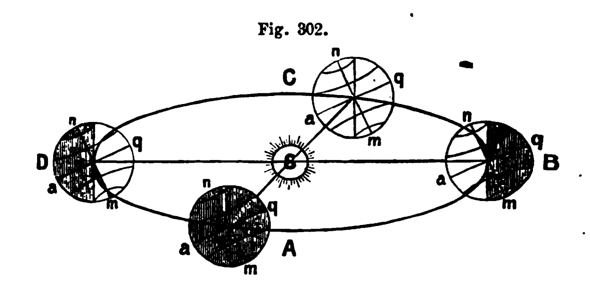
Fig. 301.



§ 361. Bewegung der Erde um die Sonne. Wie die tägliche Drehung der Himmelskugel nur eine scheinbare ist (§ 352), so ist auch die jährliche Bewegung der Sonne in der Ekliptik nur das Resultat einer Täuschung. Die Erde bewegt sich, wie Kopernikus (Nikolaus Kopernikus geboren 19. Februar 1473 zu Thorn, gestorben 11. Juni 1543 zu Frauenburg) gezeigt hat, gleich den übrigen Planeten, in einer kreisähnlichen Ellipse (vergl. § 379) um die Sonne als Centralkörper und zwar in der Richtung von Westen durch Süden nach Osten. Ein auf der Erde befindlicher Beobachter glaubt die Sonne an derjenigen Stelle der Ekliptik zu sehen, welche diametral entgegengesetzt ist derjenigen, die er selbst einnimmt, und während er mit der Erde die Ekliptik in der Richtung *ABCD* durchläuft (Fig. 301), meint er, dafs die Sonne nach und nach die Stellungen *C*, *D*, *A*, *B* einnimmt, d. h. die Ekliptik in gleicher Richtung zurücklegt.

Die Schiefe der Ekliptik läfst sich aus der Neigung der Erdaxe gegen die Ebene der Erdbahn erklären. Die Fig. 302 verdeutlicht in einer perspektivischen Ansicht der Erdbahn die Stellung der Erde zur Sonne *S* während der vier Jahreszeiten. In *A* und *C*, zur Zeit der Äquinoktien, steht die Sonne senkrecht über dem Äquator, in *B* und *D*, zur Zeit der Sonnenwende, nördlich, bezüglich südlich vom Äquator. Wie

Fig. 302.



die verschiedenen Jahreszeiten auf der Erde mit diesen Stellungen zusammenhängen, bleibt einer späteren Darstellung (§ 366) überlassen.

Es liegt nahe, an einen mechanischen Zusammenhang zwischen der Rotation der Erde um ihre Axe und ihrer fortschreitenden Bewegung im Weltenraume zu denken, insofern jeder sich um seine Axe drehende Körper, wenn diese Axe selbst nicht befestigt ist, sich räumlich fortbewegt. Weshalb aber diese Bewegung der Erde um die Sonne stattfindet, ist erst mit der Aufstellung des Newtonschen Gravitationsgesetzes (§ 387) klar geworden.

§ 362. Elliptische Gestalt der Erdbahn; ungleichförmige Geschwindigkeit der Erde. Bei genauerer Beobachtung findet sich, dafs die Sonne zu verschiedenen Zeiten des Jahres eine verschiedene Gröfse zeigt; ihr Durchmesser nämlich erscheint Anfang Januar unter seinem gröfsten Sehwinkel 32′ 35″, Anfang Juli dagegen unter seinem kleinsten Sehwinkel 31′ 30″. Macht man aus dieser Beobachtung einen Schlufs auf verschiedene Abstände der Sonne, so befindet sich, in Bestätigung des Kepplerschen Gesetzes von der Bewegung der Planeten in einer Ellipse, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht (§ 379), die Erde am 1. Januar in ihrer Sonnennähe, im Perihelium, am 2. Juli in ihrer Sonnenferne, im Aphelium. Ihre Entfernungen von der Sonne verhalten sich zu diesen Zeitpunkten nahezu umgekehrt wie die zugehörigen Sehwinkel, d. h. wie 29 : 30. Auch ergiebt sich für die Sonne bei ihrer scheinbaren Bewegung um die Erde eine verschiedene Geschwindigkeit, und zwar ist dieselbe im Perihel am gröfsten, täglich etwa 61′, im Aphel am kleinsten, täglich etwa 57′, in ihrer Bahn auf der Ekliptik. Diese scheinbaren Geschwindigkeiten der Sonne verhalten sich nahezu wie die Quadrate von 30 und 29, sind also nicht blofs eine Folge der verschiedenen Entfernung der Erde von der Sonne, sondern es ergiebt sich daraus, dafs zu diesen Terminen auch die Geschwindigkeit selbst eine andere ist und zwar, dafs die Geschwindigkeit der Erde zur Zeit des Perihels sich zu ihrer Geschwindigkeit zur Zeit des Aphels umgekehrt wie die jedesmaligen Entfernungen der Erde von der Sonne, d. h. wie 30 : 29 verhält. Und dieses

Gesetz bewährt sich für die ganze Umlaufsbewegung der Erde um die Sonne.

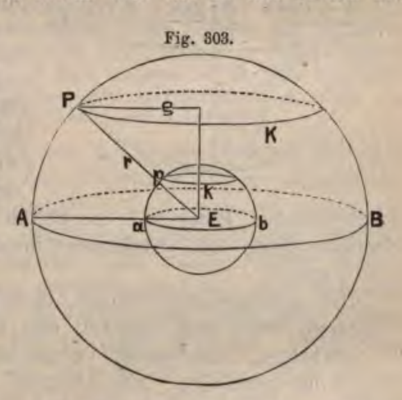
Dafs mit abnehmender Entfernung von der Sonne die Geschwindigkeit der Erde, welche durchschnittlich für die Sekunde 29,5 km oder 4 geographische Meilen beträgt, zunimmt, dient zur Bestätigung des sogenannten Flächensatzes (§ 379), nämlich dafs bei der Bewegung der Planeten um die Sonne vom Radius vector in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume bestrichen werden. Ferner stimmt mit der Beobachtung, dafs wir im Januar der Sonne näher sind als im Juli, die bekannte Erfahrung überein, dafs auf der südlichen Halbkugel der Erde, im besonderen in Australien, wo der Januar in den Sommer, der Juli in den Winter fällt, der Sommer heifser, der Winter kälter ist als auf der nördlichen Halbkugel.

Dritter Abschnitt.

Mathematische Geographie.

§ 363. Übertragung astronomischer Ortsbestimmungen auf die Erde. Äquator, Pole, Parallelkreise, Meridiane der Erde. Denkt man sich die Erde und den Himmel als zwei koncentrische Kugeln, welcher Vorstellung sich am besten die scheinbare Drehung der Himmelskugel um die Erde anpafst, so lassen sich die in den ersten Abschnitten an der Himmelskugel besprochenen Punkte und Kreise unmittelbar auf die Erde übertragen, indem man jedem Punkt P am Himmel denjenigen Punkt p der Erde entsprechen läfst, in welchem die Verbindungslinie von P mit dem Mittelpunkt E der Erde deren Oberfläche durchschneidet. Es gehört dann ebenso zu jeder Linie am Himmel eine ähnliche Linie auf der ihr zugewendeten Seite der Erde, also zu jedem Himmelskreise K ein Kreis k auf der Erde und im besonderen zu jedem gröfsten Kugelkreise AB am Himmel ein gröfster Kugelkreis ab der Erde.

Fig. 303.



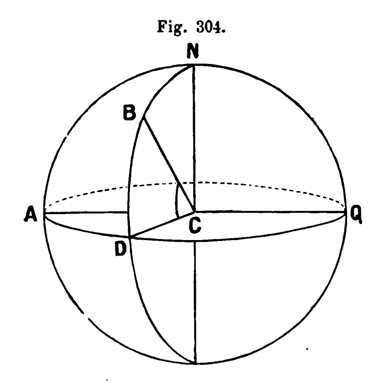
Zur Bezeichnung derjenigen Punkte und Kreise, welche auf der Erdkugel den am Himmel bestimmten Punkten und Kreisen entsprechen, dienen grofsenteils auch dieselben Namen. Die Erdaxe ist ein Teil der Himmelsaxe, ihre Schnittpunkte mit der Oberfläche der Erde sind die beiden Pole, der Nordpol und der Südpol der Erde. Demnach ist auch die Ebene durch die Himmelsaxe zugleich eine Ebene durch die Erdaxe, und es entsprechen den Himmelsmeridianen die Erdmeridiane als Kreise durch einen beliebigen Punkt auf der Erde und die Erdaxe.

Ebenso ergiebt der Himmelsäquator als Durchschnitt mit der Erde den **Erdäquator**, so dafs auch dieser als derjenige gröfste Kreis der Erde zu bezeichnen ist, welcher überall gleiche Entfernung von den beiden Polen hat und darum die sämtlichen Erdmeridiane senkrecht durchschneidet. Der Äquator teilt die Erde in die **nördliche** und **südliche Halbkugel**, und als **Parallelkreise** bezeichnet man auch auf der Erde alle dem Äquator parallelen Kreise. Der Abstand jedes Parallelkreises vom Äquator wird durch den zwischen ihnen liegenden Bogen der Meridiane gemessen, so dafs also jedem Parallelkreise auf der Erde ein Kreis von bestimmter Deklination (§ 354) am Himmel zugehört.

Bezeichnet man den Bogen eines Meridians zwischen einem Parallelkreis und dem Äquator oder den zugehörigen Centriwinkel des Meridians durch φ und den Erdradius durch r, so ist der Radius ϱ des Parallelkreises $\varrho = r \cos \varphi$, und demnach ebenso ein Grad des Parallelkreises gleich einem Äquatorialgrade, 111,3 km, multipliziert mit $\cos \varphi$, also z. B. für $\varphi = 60^0$ nur 55,65 km u. s. w.

§ 364. **Geographische Breite und Länge.** Zur Ortsbestimmung eines Punktes B auf der Erdkugel dienen dieselben Elemente, welche beim Äquatorialsystem (§ 354) zur Anwendung kommen, nämlich der Äquator AQ als Fundamentalkreis und auf ihn bezogen die Entfernung des Punktes, gemessen durch den Bogen BD des ihm zugehörigen Meridians in Graden ausgedrückt, oder der entsprechende Centriwinkel BCD des Meridians, die **geographische Breite**, und ferner die **geographische Länge**, d. i. der Äquatorialbogen AD zwischen dem Meridian des Ortes und einem bestimmten Anfangsmeridian, oder der Winkel ACD, welchen diese beiden Meridiane mit einander bilden. Als Anfangsmeridian NA wird entweder der durch eine bestimmte Sternwarte, wie Greenwich, Paris u. s. w. gewählt oder, damit alle Orte Europas auf derselben Seite des Anfangsmeridians liegen, der Meridian durch die Insel **Ferro**.

Fig. 304.



Die geographische Breite, entsprechend der Deklination im Äquatorialsystem, wird vom Äquator aus nach Norden und Süden von 0^0 bis 90^0 gerechnet und werden demnach Orte **nördlicher** und **südlicher Breite** unterschieden. Die geographische Länge, entsprechend der Rektascension der Gestirne, rechnet man vom Anfangsmeridian **östlich** und **westlich** von 0^0 bis 180^0.

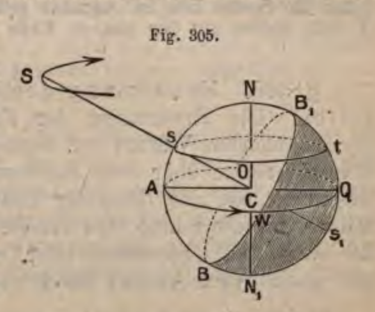
Weil alle Orte auf demselben Parallelkreise (§ 363) dieselbe geographische Breite haben und umgekehrt, bei gleicher Breite demselben Parallelkreise zugehören, so ergiebt sich der Breitenunterschied zweier Orte, auch wenn sie verschiedene Länge besitzen, wenn sie zugleich auf derselben, nämlich der nördlichen oder der südlichen Erdhälfte liegen, durch Subtraktion, wenn sie dagegen verschiedenen Erdhälften angehören, durch Addition ihrer entsprechenden Breiten. Das Analoge gilt bei Bestimmung des Längenunterschiedes zweier Orte, je nachdem sie auf derselben durch den Anfangsmeridian bestimmten Erdhälfte liegen, oder auf verschiedenen Erdhälften. Dafs die geographische Breite mit der Polhöhe eines Ortes übereinkommt, ist bereits in § 350 zum Austrag gekommen, ebenso

in § 351, durch welche Mittel die geographische Länge eines Ortes bestimmt wird. Ein Verzeichnis der Länge und Breite einiger Sternwarten folgt am Schlufs.

§ 365. **Beleuchtung der Erde durch die Sonne; die Tageszeiten.** Die Wirkung der Licht- und Wärmestrahlen der Sonne auf die Erde verteilt sich in eigentümlicher Weise über deren ganze Oberfläche, vermöge der doppelten Bewegung der Erde um ihre Axe und um die Sonne.

Durch die bei der grofsen Entfernung der Sonne von der Erde (§ 370) als parallel anzunehmenden Sonnenstrahlen wird jederzeit die eine Hälfte der Erde beleuchtet, während die andere, der Sonne abgewendete Seite dunkel bleibt. Demnach ist stets auf der einen Hälfte der Erde Tag, auf der anderen Nacht. Dabei ergiebt sich als der Mittelpunkt der erleuchteten Erdfläche der dem Mittelpunkt S der Sonne entsprechende Punkt s auf der Erde (§ 363), für welchen die Sonne momentan im Zenith steht. An diesem Punkt s, sowie an allen Punkten desselben Meridians NAN_1 ist alsdann Mittag (meridies), weil für alle diese Punkte die Sonne sich im Meridian und zwar in der oberen Kulmination befindet (§ 351). Auf gleiche Weise ergiebt sich, dafs an dem zweiten Schnittpunkte s_1 der Centrale SC mit der Erdoberfläche und demnach in allen Punkten des zugehörigen Meridians NQN_1 Mitternacht ist, weil für alle diese Punkte die Sonne sich in ihrer unteren Kulmination befindet.

Fig. 305.



In den Punkten B und B_1 der Meridiane durch s und s_1, welche an der Grenze der von der Sonne beschienenen Erdhälfte liegen, bietet sich dabei die eigentümliche Erscheinung dar, dafs die Sonne in B um Mittag, in B_1 um Mitternacht im Horizont steht; sie hat dabei in B ihre höchste, in B_1 ihre niedrigste Stellung erreicht. In B_1 also ist das Phänomen der Mitternachtssonne eingetreten, während in B selbst um Mittag die Nacht nicht aufhört.

Es finde nunmehr in der Richtung von AWQ die Drehung der Erde um ihre Axe NN_1 statt, so scheint sich die Sonne in der entgegengesetzten Richtung, nämlich AOQ, zu bewegen und zwar auf einem bestimmten Parallelkreise zum Äquator, ihrem Tagbogen (§ 349), welchem auf der Erde der Parallelkreis st entspricht. Alle Punkte dieses Kreises, d. h. von gleicher Breite wie s, haben demnach im Laufe der folgenden 24 Stunden die Sonne nach einander im Zenith und zwar nach Verlauf von je einer Stunde im Vorschreiten von 15 Grad (§ 351). Denkt man sich also von dem Meridian NsN_1 aus nach Osten und Westen die je um 15° in der Länge sich unterscheidenden Meridiankreise gelegt, so nehmen dieselben nach Westen hin alle diejenigen Punkte der Erde auf, in denen der Mittag später als in den Punkten des Kreises NsN_1 und zwar bezüglich nach Verlauf von 1, 2, 3 .... 12 Stunden eintritt, während in den nach Osten gelegenen Meridianen der Reihe nach der Mittag um 1, 2, 3 ... 12 Stunden früher eingetreten ist*). Für die Punkte BOB_1 der Schatten-

*) Eine Änderung des Datums tritt nur bei dem 180° östlich oder westlich von Greenwich gelegenen Meridian (Datumsgrenze) ein, der fast ganz in die Südsee, östlich von Asien und Australien fällt, so dafs Schiffe, je nachdem sie diesen Meridian nach Osten oder nach Westen hin passieren, einen Tag zurück- oder einen Tag vorzudatieren haben.

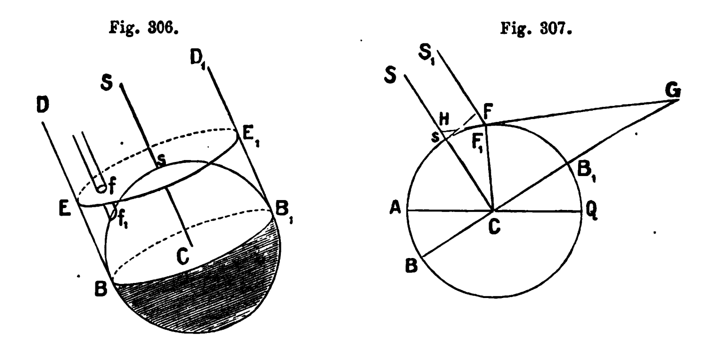
grenze BOB_1W findet bei der Stellung der Sonne in S Sonnenaufgang, für die Punkte der anderen Hälfte BWB_1 Sonnenuntergang statt.

Weil SC senkrecht auf der Ebene der Schattengrenze BOB_1W, und NC senkrecht auf der Ebene des Äquators $AOQW$, so ist der Durchschnitt beider Ebenen, OW, senkrecht auf der Ebene SCN, der anfänglichen Meridianebene; folglich ist für die Punkte des durch W gehenden Meridians die Vormittagszeit 6 Uhr (Morgen) und für die Punkte des durch O gehenden Meridians die Nachmittagszeit 6 Uhr (Abend). Ebenso läfst sich durch eine einfache Rechnung die Zeit des Sonnenaufganges und Sonnenunterganges für jeden Punkt der Schattengrenze BWB_1 bestimmen.

Bei der in Fig. 305 gewählten Stellung der Sonne nördlich vom Äquator ist für alle Punkte der Nordhälfte der Erde der Tagbogen der Sonne gröfser als 180°, für alle Punkte der Südhälfte kleiner als 180°, d. h. auf der nördlichen Halbkugel sind die Tage länger, auf der südlichen kürzer als die Nächte. Das Entgegengesetzte tritt ein bei einer Stellung der Sonne südlich vom Äquator. Nur wenn die Sonne sich im Äquator selbst befindet, d. h. zur Zeit der Äquinoktien (§ 356), haben auf der ganzen Erde Tag und Nacht gleiche Länge.

§ 366. **Erwärmung der Erde durch die Sonne; die Jahreszeiten.** Die Erwärmung der Erde ist fast ausschliefslich ein Resultat der strahlenden Wärme der Sonne und findet demnach nur statt, solange sich die Sonne über dem Horizont befindet, also am Tage, ist dann aber wesentlich von der Höhe der Sonne abhängig und zwar am stärksten am Mittag, wo die Sonne ihre gröfste Höhe erreicht, am schwächsten zur Zeit des Auf- und Unterganges der Sonne. In der Nacht erleidet die Erde nur einen Wärmeverlust durch die Ausstrahlung in den Weltenraum.

Die Erde wird durch die parallel einfallenden Sonnenstrahlen (§ 365) jederzeit (Fig. 306) von einem ganzen Strahlencylinder DBB_1D_1 getroffen. Denkt



man sich nunmehr in s, dem Schnittpunkt der Axe dieses Cylinders mit der Erdfläche, die Tangentialebene an die letztere gelegt, so erleiden gleiche Flächenstücke dieser Ebene durch die Sonne gleiche Erleuchtung und gleiche Erwärmung. Es seien auf dem Durchschnittskreis EE_1 der Tangentialebene mit dem Strahlencylinder Flächenstücke f von gleichem Inhalt verzeichnet und die auf dieselben auffallenden Strahlencylinder bis zur Erdoberfläche erweitert, so erhalten auch die durch sie auf der Erde begrenzten Flächenstücke f_1, obschon im allgemeinen von verschiedener Gröfse, gleichviel Licht und Wärme, wenn von der verschiedenen Wirkung der Licht- und Wärmestrahlen bei verschiedenen Entfernungen der einzelnen Punkte der Erde von der Sonne abgesehen wird. Nunmehr mögen die Flächenstücke f so klein angenommen werden, dafs die zugehörigen Flächenstücke f_1 als eben anzusehen sind, so findet zwischen f und f_1, wenn α der Winkel ist der

Tangentialebenen in s und F_1 (Fig. 307, in welcher f und f_1 bezüglich durch F und F_1 ersetzt sind), die bekannte Beziehung statt $f = f_1 \cos\alpha$, woraus sich

$$f_1 = \frac{f}{\cos\alpha}$$

ergiebt. Der Winkel α ist $= F_1GC = F_1Cs$. Wenn man also die Wärmemenge, welche das Flächenstück f der Tangentialebene, die von den Sonnenstrahlen senkrecht getroffen wird, in einer Sekunde von der Sonne erhält, durch W bezeichnet, so erhält das Flächenstück $f_1 = \frac{f}{\cos\alpha}$, welches um den Bogen $sF_1 = \alpha$ von s entfernt ist, die gleich grofse Wärmemenge, folglich ein Flächenstück f in der gleichen Entfernung die Wärmemenge $W \cos\alpha$, oder wenn man durch β den Winkel S_1F_1H bezeichnet, unter welchem die Sonnenstrahlen das Flächenstück f_1 erreichen, und welcher den Winkel α zu 90° ergänzt, d. h. wenn β der Höhenwinkel der Sonne ist, so erhält f_1 in einer Sekunde die Wärmemenge:

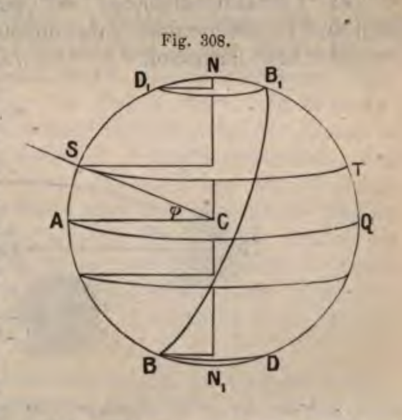
$$W \sin\beta,$$

also: gleiche Flächenstücke auf der Erde erhalten bei gleichem Einfallswinkel der Sonnenstrahlen in gleicher Zeit gleichviel Wärme von der Sonne; und

bei verschiedenen Einfallswinkeln sind die gleichen Flächenstücken auf der Erde erteilten Wärmemengen proportional dem Sinus des Höhenwinkels der Sonne.

Während sich die Erde um ihre Axe NN_1 dreht (Fig. 308), d. h. im Zeitraum eines vollen Tages, beschreibt der Punkt S, für den sich die Sonne im Zenith befindet, und dessen Breite etwa φ sein möge, den Parallelkreis ST, haben also nach und nach alle Punkte der Breite φ am Mittag die stärkste Erwärmung. Dem entsprechend empfängt auch die nördliche Hälfte der Erde, welcher der Parallelkreis ST angehört, innerhalb 24 Stunden mehr Licht und Wärme von der Sonne, als die Südhälfte, welche um mehr als die Breite φ vom Zenithstande der Sonne entfernt ist. Durch den Punkt B_1, für den um Mitternacht die Sonne nicht unterging (§ 365), wird bei der Umdrehung der Erde der Parallelkreis B_1D_1 beschrieben, für welchen das Gleiche stattfindet, so dafs also für die ganze Zone B_1ND_1 die Sonne nicht unter den Horizont sinkt, während auf der entgegengesetzten Zone BN_1D in 24 Stunden die Nacht nicht aufhört. Die gleichen Erscheinungen treten ein, abgesehen von der Parallelverschiebung der Kreise ST, B_1D_1 und BD, solange sich die Sonne nördlich vom Äquator befindet. Im ganzen empfängt alsdann der Norden mehr Licht und Wärme von der Sonne als der Süden, und es herrscht infolgedessen nördlich vom Äquator, wo die Tagbogen der Sonne mehr als 180° betragen, die warme Jahreszeit, der Sommer, dagegen südlich vom Äquator, wo die Tage kürzer sind als die Nächte, die kalte Jahreszeit, der Winter. In vollkommen entgegengesetzter Art macht sich der Einflufs der Sonne auf die Erde geltend, solange sie ihre Stellung südlich vom Äquator behauptet, indem dadurch auf der Nordhälfte der Erde der Winter, auf der Südhälfte der Sommer bedingt wird. Nur beim Übergang der Sonne vom Nordhimmel zum Südhimmel und umgekehrt, d. h. wenn

Fig. 308.



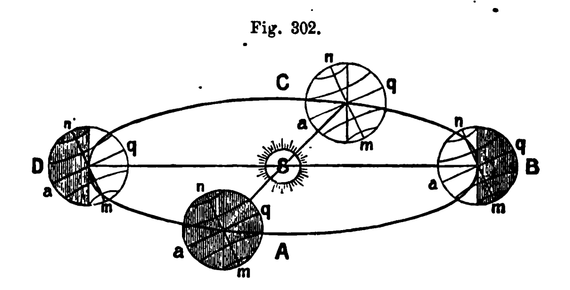
sich die Sonne im Äquator befindet, also zur Zeit der Äquinoktien, verteilen sich Licht und Wärme gleichmäſsig auf beide Hälften der Erde, beginnt also mit dem Frühling für die eine Erdhälfte die warme, für die andere Hälfte mit dem Herbst die kalte Jahreszeit.

Die Sonne geht am 21. März und am 23. September durch den Äquator, während sie am 21. Juni und am 21. Dezember ihren weitesten Abstand, nämlich $23^1/_2$ Grad bezüglich nördlich und südlich vom Äquator erreicht. Vom Frühlingsäquinoktium an also nehmen im Norden die Tage zu, bis sie am 21. Juni ihre gröſste Länge erreichen. Alsdann kehrt die Sonne wieder zum Äquator zurück — daher der Name Sonnenwende oder Solstitium — nehmen also die Nächte im Norden zu, bis mit der Herbst-Tagundnachtgleiche der Norden die längeren Nächte, der Süden die längeren Tage bekommt. Vom 21. Dezember an endlich, d. h. mit der Wintersonnenwende des Nordens, wo im Norden der kürzeste, im Süden der längste Tag eingetreten ist, gleichen sich allmählich, mit der Rückkehr der Sonne zum Äquator, Tag und Nacht in ihrer Zeitdauer, und demnach auch die Jahreszeiten in ihrem Gegensatz, wieder aus.

Auf der Nordhälfte der Erde dauert gegenwärtig der Frühling 92 Tage 21^h, der Sommer 93 Tage 14^h, der Herbst 89 Tage 17^h, der Winter 89 Tage 2^h. Die verschiedene Länge der Jahreszeiten ist eine Folge davon, daſs sich die Erde Anfang Januar im Perihel, Anfang Juli im Aphel befindet (§ 362), also in ihrer Umlaufsbewegung um die Sonne im Herbst und Winter eine gröſsere Geschwindigkeit besitzt, als im Frühling und Sommer; hierzu kommt noch, daſs die Verbindungslinie der beiden Äquinoktien, welche zugleich durch den Mittelpunkt der Sonne, d. h. durch den dem Perihel zunächst gelegenen Brennpunkt (§ 379) der Erdbahn geht, diese in zwei ungleiche Stücke teilt, von denen das der Sonne zunächst gelegene, von der Erde im Winterhalbjahr ihrer Nordhälfte durchlaufene, das kürzere ist. Wegen der Präcession der Nachtgleichen (§ 358) tritt alljährlich eine kleine Änderung in der Länge der Jahreszeiten ein.

Zur Veranschaulichung der gewonnenen Resultate dient auch die Fig. 302, in welcher der Jahresumlauf der Erde um die Sonne in perspektivischer Lage dargestellt ist. A, B, C, D sind die vier Stellungen der

Fig. 302.



Erde am Beginn der einzelnen Jahreszeiten, nm die unveränderte Stellung der Erdaxe, um welche die tägliche Umdrehung der Erde stattfindet. Am 21. März (A) und am 23. September (C) hat die Sonne ihre Stellung im Äquator, d. h. im Zenith über dem Erdäquator; die Projektion der Erdaxe auf die Ekliptik wird eine Tangente der Erdbahn. Licht und Wärme verteilen sich gleichmäſsig über beide Hälften der Erde. Der Erleuchtungskreis geht durch die beiden Pole n und m der Erde und steht demnach senkrecht auf dem Äquator. Beide Erdhälften befinden sich in der Zwischenzeit zwischen Sommer und Winter und zwar in A die Nordhälfte im Frühling, die Südhälfte im Herbst, dagegen in C die Nordhälfte im Herbst, die Südhälfte im Frühling. Am 21. Juni (B) wendet die Erde der Sonne ihre nördliche, am 21. Dezember (D) ihre südliche Halbkugel

zu: in beiden Stellungen haben die Projektionen der Erdaxe auf die Ekliptik die Richtung eines Radius der Erdbahn. In der Stellung *B* hat der Breitenkreis $23^1/_2{}^0$ die Sonne um Mittag im Zenith und erstreckt sich der Erleuchtungskreis bis zur Breite $66^1/_2{}^0$. Die Nordhälfte der Erde hat längere Tage und kürzere Nächte als die Südhälfte; auf der ersteren herrscht also die wärmere, auf der letzteren die kältere Jahreszeit. Umgekehrt verhält es sich bei der Stellung *D* am 21. Dezember, wo im Norden der Winter, im Süden der Sommer beginnt.

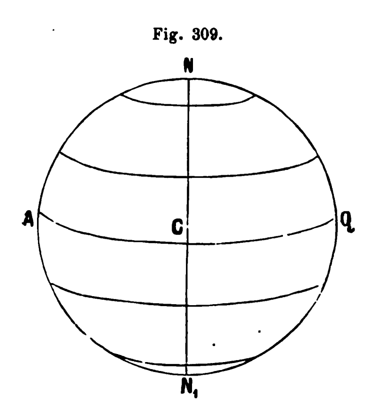
§ 367. Die Wendekreise und Polarkreise. Zwischen den Gegensätzen, welche der Norden und der Süden der Erde in Beziehung auf die Jahreszeiten darstellen, nämlich dafs gleichzeitig mit dem nördlichen Sommer der südliche Winter eintritt, zu seinem Höhepunkt wächst und wieder endigt und umgekehrt, bildet die Äquatorialgegend insofern die Vermittelung, als hier, wo die Unterschiede in der Dauer des Tages und der Nacht fortfallen, auch nicht mehr ein halbjähriger Sommer und ein halbjähriger Winter eintritt. Weil nämlich am Äquator die Sonne zur Zeit der Äquinoktien um Mittag im Zenith steht, dagegen zur Zeit der Sonnenwende die gröfste Abweichung ($23^1/_2{}^0$) vom Äquator, also die Höhe $66^1/_2{}^0$ besitzt, so sind hier der 21. März und der 23. September die heifsesten, der 21. Juni und der 21. Dezember dagegen die am wenigsten heifsen Tage. Anstelle des Sommers und Winters treten in den Äquatorialgegenden die Regenzeiten. Vom Äquator aber bis zur Breite der Sonnenwende nähern sich einander mehr und mehr diejenigen beiden Tage des Jahres, an denen die Sonne um Mittag im Zenith steht, und macht sich darum durch Koncentration der Wärme allmählich mehr ein heifser Hochsommer geltend. Man nennt die Parallelkreise in der Breite $23^1/_2{}^0$ auf beiden Seiten des Äquators, oberhalb deren die Sonnenwende stattfindet, also die Sonne einmal im Jahre im Zenith steht, die Wendekreise (circuli tropici) und zwar, entsprechend der Stellung der Sonne in der Ekliptik zur Zeit der Sommer- und der Wintersonnenwende, den nördlichen den Wendekreis des Krebses, den südlichen den Wendekreis des Steinbocks. Ebenso bezeichnet man mit besonderen Namen, nämlich der Polarkreise, diejenigen Parallelkreise, durch welche die nördlichsten und südlichsten Teile der Erde abgegrenzt werden, an denen die Sonne mindestens einmal im Jahre nicht auf- und nicht untergeht, und unterscheidet den nördlichen und den südlichen Polarkreis. Beiden kommt eine Breite von $66^1/_2{}^0$ zu (§ 365).

Der Unterschied der Jahreszeiten ist durch die Schiefe der Ekliptik bedingt. Fiele die Ekliptik mit dem Äquator zusammen, d. h. hätte die Erdaxe zur Ebene ihrer Bahn um die Sonne eine senkrechte Lage, so würde der Tagbogen der Sonne das ganze Jahr unverändert 180^0 betragen, Tag und Nacht also würden auf der ganzen Erde von gleicher Dauer sein, und ebenso würde überall die Sonne täglich im Ostpunkt aufgehen und im Westpunkt untergehen und um Mittag dieselbe Höhe, das Komplement der geographischen Breite, erreichen. Demnach würde sowohl die Erleuchtung als die Erwärmung der Erde durch die Sonne während des ganzen Jahres keine Änderung erfahren. Die Äquatorialgegenden würden unerträglich von der Hitze, die Polargegenden von der Kälte zu leiden haben. — Wenn dagegen die Schiefe der Ekliptik 90^0 betrüge, d. h. der Äquator der Erde auf der Ebene ihrer Bahn senkrecht stände, oder die Erdaxe in die Ebene ihrer Bahn fiele, so würde an den Polen der heifseste Hochsommer herrschen, weil die Sonne zur Sommersonnenwende den ganzen Tag über im Zenith stehen würde; am Äquator dagegen würde die Sonne zur Zeit der Solstitien den ganzen Tag über bezüglich am Nord- oder am Südpunkt feststehen

so dafs also wie zur Zeit der Nachtgleichen zweimal im Jahre Sommer, so auch zweimal im Jahre Winter sein würde.

§ 368. Die fünf Zonen. Nach der verschiedenen Erwärmung durch die Sonne unterscheidet man auf der Erde fünf durch Parallelkreise gegen einander abgegrenzte Zonen. Die gröfste Erwärmung im Laufe des Jahres erfolgt zwischen den Wendekreisen (§ 367), wo die Sonne mindestens einmal im Jahre im Zenith steht und ihre Mittagshöhe am Äquator nicht unter $66^1/_2{}^0$, an den Wendekreisen nicht unter 43^0 sinkt. Man nennt darum den Äquatorialgürtel zwischen den Wendekreisen, der eine Breite von 47^0 besitzt, die heifse Zone, bisweilen auch den Tropengürtel. Im Gegensatz hierzu heifsen die durch die Polarkreise abgegrenzten, die beiden Pole bis zur Breite $66^1/_2{}^0$ umgebenden Teile der Erdoberfläche, auf denen die Sonne mindestens einmal im Jahre (im Sommer) nicht untergeht und (im Winter) nicht aufgeht, und auch am längsten Tage die Mittagshöhe 47^0 (an den Polen nur $23^1/_2{}^0$) nicht übersteigt, die kalten Zonen, oder die nördliche und die südliche Polarzone. Die Sonne geht in einzelnen Gegenden der kalten Zone im Hochsommer mehrere Tage, ja Wochen oder Monate nicht unter, ihre Strahlen jedoch treffen die Erde unter einem so spitzen Winkel, dafs sie nur eine geringe Wärmewirkung äufsern (§ 366), während in den langen, ebenfalls selbst Monate hindurch andauernden Winternächten der Erdoberfläche durch Ausstrahlung in den Weltenraum sehr viel Wärme verloren geht.

Fig. 309.



Zwischen der kalten und heifsen Zone, also eingeschlossen von den Breitegraden $66^1/_2{}^0$ und $23^1/_2{}^0$, liegen auf beiden Erdhälften die gemäfsigten Zonen. In ihnen erreicht selbst um Mittag die Sonne niemals das Zenith des Beobachters; es wechseln innerhalb jeder 24 Stunden Tag und Nacht mit um so gröfserem Spielraum in der Verschiedenheit ihrer Länge, je gröfser die geographische Breite eines Ortes ist. Sommer und Winter sind durch die länger andauernden, vermittelnden Jahreszeiten Frühling und Herbst getrennt.

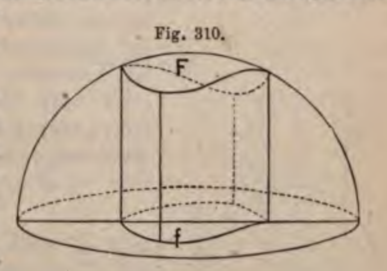
Von den 512 Million Quadratkilometern, welche die Erdoberfläche beträgt, kommen etwa 204 Million auf die heifse Zone, 264 Million auf die beiden gemäfsigten und 44 Million auf die beiden kalten Zonen. — Während an den Wendekreisen der längste Tag und demnach auch die längste Nacht 13 Stunden 28 Minuten betragen, nimmt von den Polarkreisen, d. h. von der Breite $66^1/_2{}^0$ an, die Dauer des längsten Tages schnell zu, so dafs dieselbe von der Breite 67^0 18′ an schon mehr als einen Monat beträgt. Es ist dabei vorausgesetzt, dafs Anfang und Ende des Tages von dem Hindurchgehen des Mittelpunktes der Sonne durch den Horizont aus gerechnet werden, während in Wirklichkeit die Sonnenstrahlen noch von bedeutender Leuchtkraft sind, wenn bereits mehr als die Hälfte der Sonnenscheibe sich unterhalb des Horizontes befindet; aufserdem wird auch die Sonnenscheibe selbst durch die in der Nähe des Horizontes vorzugsweise stark wirkende atmosphärische Strahlenbrechung (§ 353) gehoben, so dafs für alle Punkte der Erde die Tageslänge einen Zuwachs erhält, der in den höheren Breiten mehrere Stunden betragen kann. — Die Temperaturdifferenz im Sommer und Winter wird mit abnehmender geographischer Breite geringer: so beträgt der

Unterschied zwischen der mittleren Temperatur des heifsesten und des kältesten Monats für

Jakutsk . . .	Breite	62° 2′	63,5° C.
München . . .	„	48° 9′	19,5° C.
Palermo . . .	„	38° 7′	13,9° C.
Mexiko . . .	„	19°26′	7,9° C.
Quito	„	0°14′	1,7° C.

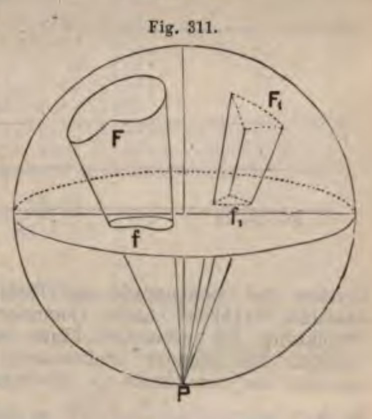
§ 369. Kartenprojektionen. Ein genaues Bild der Oberfläche der Erde oder der Himmelskugel ist einzig auf einem Erd- oder Himmelsglobus darzustellen: durch eine ebene Zeichnung, eine Erd- oder Himmelskarte, läfst sich immer nur ein mehr oder weniger verzerrtes Bild geben, weil kein Teil einer Kugelfläche — von der Abplattung der Erde wird ganz abgesehen — auf eine Ebene ausgebreitet oder projiziert werden kann, ohne gröfsere oder geringere Ausdehnung oder Zusammenziehung einzelner Teile. Zur praktischen Anwendung bei Zeichnung von geographischen oder Sternkarten gelangen vorzugsweise drei Projektionssysteme, das orthographische, das stereographische und die Mercatorprojektion.

Fig. 310.



1. Bei der orthographischen Projektion (Fig. 310) wird jeder Punkt der Halbkugel auf ihre Grundebene senkrecht projiziert, so dafs durch die Karte die Halbkugel dargestellt wird, wie sie einem in sehr grofser (unendlicher) Entfernung über der Grundebene befindlichen Auge erscheinen würde. Es werden dabei nur die mittleren Teile der Halbkugel in ziemlich unveränderter Form abgebildet, die seitlich gelegenen aber erleiden grofse Verzerrungen, so dafs sich die orthographische Projektion nur zur Darstellung kleiner Teile der Kugel eignet.

Fig. 311.



2. Die stereographische Projektion ist von diesem Mangel im ganzen frei. Um eine Figur F (Fig. 311) von einer Halbkugel auf deren Grundebene zu übertragen, denkt man sich die Halbkugel zur vollen Kugel erweitert und den tiefsten Punkt P der Erweiterung, d. i. den untern Pol der Grundebene, mit sämtlichen Punkten von F verbunden, so sind die Schnittpunkte der Verbindungslinien ebensoviele Punkte der zu entwerfenden Karte. Diese selbst stellt also das Bild der Figur F dar, wie diese einem in P befindlichen Auge erscheint. Als Vorteile der stereographischen Projektion sind hervorzuheben, dafs im allgemeinen Kreise der Halbkugel auch Kreise in der Zeichnung werden, und dafs sehr kleine Dreiecke der Halbkugel in ähnliche Dreiecke auf die Zeichnung übertragen werden, so dafs die gezeichnete Figur der zu projizierenden in den kleinsten Teilen ähnlich ist. Während bei der orthographischen Projektion die seitlichen

Figuren, in Vergleich mit den der Mitte näher gelegenen, sich in der Zeichnung sehr verengt darstellen, erscheinen dieselben bei der stereographischen dagegen sehr erweitert.

3. Durch die Mercatorprojektion (Gerhard Mercator, † 1594), erfährt die Kugel eine Darstellung; wie sie von keinem Punkt aus gesehen werden kann. Anstelle der Parallelkreise und der Meridiane treten zwei Systeme paralleler, einander senkrecht durchschneidender gerader Linien. Man legt (zu angenäherter Konstruktion) etwa den Äquator als eine gerade Linie (Abscissenaxe) zu Grunde, errichtet auf ihm in gleichen Abständen die Meridiane als Lote (Ordinaten) und trägt die Parallelkreise als Linien parallel zum Äquator ein, in Abständen von diesem, welche gleich sind den Tangenten der zugehörigen Breite an einem Kreise, dessen Umfang dem Äquator gleich ist. Oder man denkt sich an die darzustellende Kugel — und um eine ganze Kugelfläche darzustellen, ist die Mercatorprojektion vorzugsweise geeignet — eine Cylinderfläche gelegt, welche die Kugel im Äquator berührt, und den Mittelpunkt der Kugel mit den Punkten der zu projizierenden Figur F verbunden, so durchschneiden die Verbindungslinien, über die Kugelfläche hinaus verlängert, die Cylinderfläche in ebensovielen Punkten einer neuen Figur, welche auf die Ebene ausgebreitet die Mercatorprojektion darstellt. Auf der Karte erscheinen dabei die Polargegenden sehr ausgedehnt (Fig. 312).

Fig. 312.

Die oben angegebene Konstruktion ist, wie bemerkt, nur angenähert richtig. In der That sind die Ordinaten in der Art zu reduzieren, daſs an jeder entsprechenden Stelle Breiten- und Längengrade und Ordinaten- und Abscissengrade auf der Projektion dasselbe Verhältnis haben. Demnach ist auch hier, wie bei der stereographischen Projektion, die gezeichnete Figur der zu projizierenden in den kleinsten Teilen ähnlich. Bei genauer Bestimmung durch analytische Mittel ergiebt sich, daſs anstelle der der Breite φ zukommenden Ordinate $y = r \,.\, \mathrm{tg}\varphi$ die Ordinate $y_1 = r \,.\, \log \mathrm{nat}\, \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$ zu setzen ist, wo r den Radius der Erde bedeutet. Diese Ordinaten stimmen für kleine Werte von φ fast ganz überein und zeigen erst für höhere Breiten gröſsere Unterschiede. Es hat nämlich die Differenz $\frac{y - y_1}{r}$ für $\varphi = 20^0, 40^0, 60^0, 80^0$ bezüglich die Werte 0,01, 0,08, 0,41, 3,23.

Auſser bei Darstellung der ganzen Erdoberfläche wird die Mercatorprojektion auch bei Schiffskarten den übrigen Projektionsmethoden vorgezogen, weil die Linie, in welcher sich ein Schiff in demselben Windstriche bewegt, die sogenannte loxodromische Linie, mit allen Meridianen denselben Winkel bildet, also bei der Mercatorprojektion eine gerade Linie wird. Die meiste Anwendung findet im übrigen die stereographische Projektion; dieser Projektion hat sich schon Claudius Ptolemäus (um 120 n. Chr.) in seiner Geographie bedient.

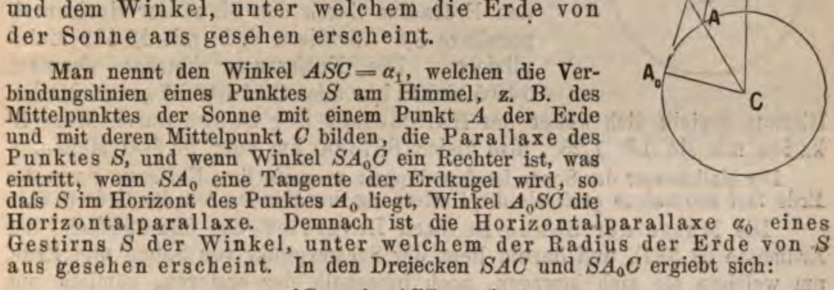
Vierter Abschnitt.

Das Sonnensystem.

A. Die Sonne.

§ 370. Abstand der Sonne von der Erde, Gröfse der Sonne. Die Sonne erscheint, von der Erde aus gesehen, als eine in blendendem Licht strahlende, kreisförmige Scheibe, deren mittlerer Durchmesser (§ 362) 32′ 2,5″ beträgt. Aus der Ortsveränderung gewisser dunklen Flecke auf ihr, von denen in § 372 genauer die Rede sein wird, läfst sich auf eine Axenumdrehung der Sonne schliefsen; weil aber trotzdem die Sonne unveränderlich die Kreisform zeigt, so mufs sie die Gestalt einer Kugel ohne merkliche Abplattung besitzen. Um aus ihrem scheinbaren Durchmesser auf ihre Gröfse schliefsen zu können, mufs ihre Entfernung von der Erde bekannt sein. Diese aber selbst ergiebt sich (angenähert) aus der Gröfse der Erde und dem Winkel, unter welchem die Erde von der Sonne aus gesehen erscheint.

Fig. 313.



Man nennt den Winkel $ASC = \alpha_1$, welchen die Verbindungslinien eines Punktes S am Himmel, z. B. des Mittelpunktes der Sonne mit einem Punkt A der Erde und mit deren Mittelpunkt C bilden, die Parallaxe des Punktes S, und wenn Winkel SA_0C ein Rechter ist, was eintritt, wenn SA_0 eine Tangente der Erdkugel wird, so dafs S im Horizont des Punktes A_0 liegt, Winkel A_0SC die Horizontalparallaxe. Demnach ist die Horizontalparallaxe α_0 eines Gestirns S der Winkel, unter welchem der Radius der Erde von S aus gesehen erscheint. In den Dreiecken SAC und SA_0C ergiebt sich:

$$\frac{AC}{SC} = \frac{\sin ASC}{\sin SAC} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin ZAS}$$

und:

$$\frac{A_0C}{SC} = \sin A_0SC = \sin \alpha_0,$$

folglich:

$$1. \quad \sin \alpha_0 = \frac{\sin \alpha_1}{\sin ZAS},$$

wo Winkel ZAS die Zenithdistanz des Gestirnes im Beobachtungspunkt A ist.

Aus den Parallaxen α_1 und β_1 eines Gestirns S für zwei Stationen A und B desselben Meridians die Horizontalparallaxe des Gestirns zu berechnen. Von A und B aus gesehen projiziert sich S auf die Himmelskugel bezüglich in den Punkten a und b (Fig. 314); demnach erscheint S von A und B aus um den Bogen ab auf der Himmelskugel verschoben. In A und B sei gleichzeitig, etwa um Mitternacht, die Höhe des Gestirns S beobachtet worden (§ 353), (die Sonnenhöhe etwa um Mittag) und demnach die Zenithdistanzen α_2 und β_2 gefunden worden. Nunmehr ist:

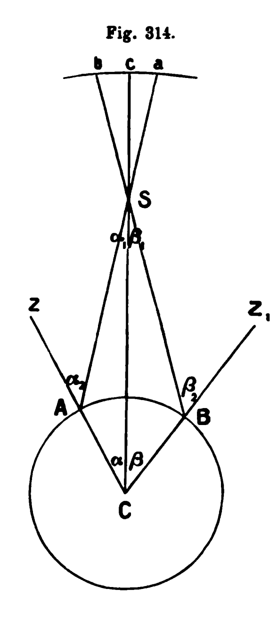
$$\alpha_1 = \alpha_2 - \alpha \text{ und } \beta_1 = \beta_2 - \beta,$$

folglich:

$$\alpha_1 + \beta_1 = \alpha_2 + \beta_2 - (\alpha + \beta),$$

wo $\alpha + \beta$ aus der geographischen Breite der Orte A und B leicht zu bestimmen ist, z. B. wenn diese Orte auf verschiedenen Halbkugeln liegen, gleich der Summe ihrer Breiten, also bekannt ist. Darum ist auch $\alpha_1 + \beta_1$ als bekannt anzusehen. Es ergiebt sich aber:

Fig. 314.



$$\frac{CA}{CS} = \frac{CB}{CS} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin(\alpha + \alpha_1)} = \frac{\sin \beta_1}{\sin(\beta + \beta_1)} = \frac{\sin \alpha_1 + \sin \beta_1}{\sin(\alpha + \alpha_1) + \sin(\beta + \beta_1)}$$

und angenähert, weil α_1 und β_1 für die Gestirne, auch für die Sonne, sehr kleine Winkel sind, also $\sin \alpha_1$ und $\sin \beta_1$ sich durch α_1 und β_1 ersetzen lassen, und $\alpha + \alpha_1 = \alpha_2$, $\beta + \beta_1 = \beta_2$ sind:

$$2. \quad \frac{CA}{CS} = \frac{\alpha_1 + \beta_1}{\sin \alpha_2 + \sin \beta_2} = \sin \alpha_0 \quad \text{(Gl. 1).}$$

Liegen die Stationen A und B nicht genau auf demselben Meridian, so kann man doch leicht die Zenithdistanzen α_2 und β_2 von S mit Berücksichtigung ihrer Veränderung infolge der Längendifferenz beider Orte auf dieselbe Zeit reduzieren.

Durch ein derartiges Verfahren ist die Horizontalparallaxe der Sonne angenähert gefunden und später durch andere indirekte Methoden (§ 376) auf den Wert 8,8″ genauer bestimmt worden. Die Entfernung der Erde von der Sonne ergiebt sich jetzt, indem man den Erdradius durch den Sinus der Horizontalparallaxe 8,8″ dividiert, d. h. mit 23 439 multipliziert. Die Entfernung beträgt demnach 149 500 000 km oder 20 140 000 geogr. Meilen. Hieraus ergiebt sich weiter der Halbmesser der Sonne durch Multiplikation mit sin 16′ 1,25″, also gleich 697 000 km oder 93 900 Meilen.

Der Halbmesser der Sonne ist fast doppelt so groſs, ihre Entfernung von der Erde fast 400 mal so groſs als die Entfernung des Mondes von der Erde (§ 381).

Die Masse der Sonne ist (nach Leverrier) das 324 439 fache der Erdmasse (§ 387), und darum liegt der Schwerpunkt von Sonne und Erde, um welchen sie sich bewegen, noch innerhalb der ersteren, nämlich nur etwa 460 km oder 62 geogr. Meilen vom Mittelpunkt derselben entfernt. Das Volumen der Sonne ist etwa 1,3 Million mal gröſser als das der Erde und ihre mittlere Dichtigkeit darum nur 0,249 oder fast ein Viertel der Dichtigkeit der Erde, folglich, da sich die letztere aus den Beobachtungen von Reich und Cavendish (§ 58) gleich 5,6 ergeben hat, ist die Sonne durchschnittlich nur 1,4 so dicht als das Wasser.

Der Wert der Horizontalparallaxe der Sonne 8,8″ ist wahrscheinlich bis auf 0,05″ genau: diesem Winkel aber entspricht eine Änderung für den Sonnenabstand von etwa 70000 km und für den Sonnenhalbmesser von etwa 4000 km, und darum sind die obigen Werte in der abgerundeten Form dargestellt. (Die Zahl 324 439 für die Sonnenmasse ist dem Annuaire pour l'an 1882 entnommen). Die Entfernung der Sonne ist so groſs, daſs eine Kanonenkugel etwa 10 Jahre brauchen würde, um die Sonne mit gleich bleibender Geschwindigkeit (500 m) zu erreichen, das Licht 8 Min., obschon es 300000 km in der Sekunde zurücklegt. Die Sonne ist 6 Million mal gröſser als der Mond; denkt man sich die Sonne in zwei Hälften geteilt und in jeder Hälfte eine möglichst groſse Hohlkugel, so würde in einer solchen Hohlkugel, die Erde in deren Mitte angenommen, der Mond nahezu frei seinen Umlauf um die Erde machen können, obschon er 382000 km von der Erde entfernt ist. In ihrem Volumen übertrifft die Sonne die Planeten in so hohem Grade, daſs alle Planetenkugeln zusammengenommen noch nicht den 560ten Teil der Sonnenkugel an Raum einnehmen. Ein frei fallender Körper würde auf der

Sonne eine mehr als 27mal gröfsere Beschleunigung erhalten als auf der Erde, also innerhalb der ersten Sekunde die Geschwindigkeit 267 m erlangen; ebenso würde auch das Gewicht eines Körpers an der Sonnenoberfläche 27 mal gröfser sein, als das eines Körpers von gleicher Masse auf der Erde.

§ 371. **Physische Beschaffenheit der Sonne.** Die Erscheinungen, welche sich bei sorgfältigen, jahrelang fortgesetzten Beobachtungen auf der Oberfläche der Sonne kundgegeben haben, sind in neuerer Zeit die Quelle reicher Entdeckungen geworden. Die Sonne ist für die Erde und ihre Bewohner die vorzüglichste Licht- und Wärmequelle. Die Intensität des Sonnenlichtes ist (§ 132) gleich der von 60000 Stearinkerzen in 1 Meter Entfernung und 600000 mal stärker als die des Vollmondes. Die Wärmestrahlen, welche die Erde von der Sonne erhält, und ohne welche organisches Leben auf der Erde nicht möglich sein würde, sind hinreichend, um jährlich eine die Erde in der Dicke von 30 m umgebende Eisschicht zu schmelzen (§ 240), und doch gelangt von den Strahlen der Sonne nur der 2160 millionste Teil auf die Erde. Die prismatische Zerlegung des Sonnenlichtes hat jedes Bedenken beseitigt in betreff der Annahme, dafs die Sonne ein feurig flüssiger Körper ist, oder wenigstens, dafs ihre Oberfläche sich als eine feurige Dampfatmosphäre darstellt. Ja seitdem von Kirchhoff der Zusammenhang nachgewiesen ist zwischen den beim Verbrennen gewisser Metalle im Spektrum sich zeigenden, hellen Linien und den dem Sonnenspektrum charakteristischen, dunklen Fraunhoferschen Linien, gilt es als eine feststehende Thatsache, dafs in der den lichtaussendenden Sonnenkörper umhüllenden, glühenden Dampfschicht Natrium, Eisen, Calcium, Mangan, Nickel in gasförmigem Zustande enthalten sind.

Von Frankland ist beobachtet worden, dafs Wasserstoff in Sauerstoff bei hohem Druck brennend mit hellem Licht leuchtet und ein kontinuierliches Spektrum liefert, während das Wasserstoffspektrum unter gewöhnlichen Umständen aus drei scharf begrenzten hellen Linien besteht (§ 149). Demnach hat Zöllner als wahrscheinlich dargestellt, dafs die sichtbare Oberfläche der Sonnenscheibe durch eine Wasserstoffatmosphäre gebildet wird, deren Spektrum durch gesteigerten Druck kontinuierlich geworden ist.

Fig. 315.



Weitere Entdeckungen haben sich an eine während der kurzen Dauer einer totalen Sonnenfinsternis (§ 383) hervortretende Erscheinung angeschlossen. Nämlich die die Sonne ganz verdeckende, dunkle Mondscheibe erscheint alsdann von einem hellen Strahlenkranz (corona) umgeben, und aufserdem zeigen sich an einzelnen Stellen Hervorragungen (Protuberanzen) von eigentümlichem matteren, rosenfarbenen Licht, welche sich Tausende von Meilen über die Oberfläche der Sonne hinaus erstrecken. (Vgl. Fig. 315, in welcher die totale Sonnenfinsternis vom 28. Juli 1851 dargestellt ist). Bald nach der totalen Sonnenfinsternis vom 18. August 1868 gelang es dem französischen Physiker Janssen, die Protuberanzen auch

an der nicht verdunkelten Sonne aufzufinden, und seitdem hat man dieses Phänomen, welches sich in ebenso häufigem Wechsel von Form und Gröfse, sowie an den verschiedensten Stellen der Sonnenoberfläche wiederholt, beobachtet. Durch die Spektralanalyse hat sich herausgestellt, dafs sich in den Protuberanzen Eruptionen von glühenden Gasen, vorzugsweise von Wasserstoffgas, darstellen, ja dafs die ganze Sonne von einer glühenden Hülle solcher Gase, welche Chromosphäre genannt wird, umgeben ist. Nach Berechnungen von Zöllner ergiebt sich als die mittlere Temperatur der Sonnenatmosphäre 27000° C. und als die Temperatur im Innern der Sonne etwa 70000° C., ferner dafs im Innern der Räume, aus denen die Protuberanzen hervorbrechen, ein Druck von über 4 Mill. Atmosphären herrscht.

Gleiche Ansprüche mit Janssen hat auf die Priorität der Entdeckung, dafs sich die Protuberanzen jederzeit beobachten lassen, der englische Physiker Lockyer, der die Grundidee dazu schon 1866 gefafst hatte, und dessen Bericht über eine am 22. Oktober 1868 gelungene Beobachtung gleichzeitig mit dem aus Guntoor eingetroffenen Janssenschen Bericht in Paris zur Veröffentlichung gelangte. Man hat Protuberanzen beobachtet, welche sich bis über 10 Min. über den Sonnenrand hinaus, also bis zu einer Höhe von fast $^1/_3$ des Sonnendurchmessers und auf 25° bis 30° des Umfangs der Sonnenscheibe erstreckt haben, und dabei brauchte eine solche Flammenwelle, um bis zur Höhe von 2 Min. aufzuwirbeln, nur zwei bis drei Sekunden Zeit.

Man hat die Frage aufgeworfen, ob die Sonne auf irgend eine Weise Ersatz erfährt für den ungeheuren Verlust an Wärme, den sie fortwährend durch ihre Ausstrahlung in den Weltenraum erleidet, da doch ihre Wärmewirkung auf die Erde seit Jahrhunderten ungeändert geblieben ist, und glaubt diesen Ersatz zu finden in der Entwickelung neuer Wärme, welche durch das Hineinfallen von Meteormassen in den Sonnenkörper bedingt ist. Derartige Massen (§ 393) erreichen, der Berechnung nach, die Sonne mit einer Geschwindigkeit von 400—600 km, mit dem Verlust dieser ungeheuren Geschwindigkeit beim Eintreten in die Sonne wird lebendige Kraft frei, welche, in Wärme übergeführt, der stürzenden Masse eine Temperaturerhöhung von etwa 50 Mill. Graden C. oder der millionfachen Masse die Erhöhung von etwa 50° C. erteilt, die specifische Wärme der Masse gleich der des Wassers vorausgesetzt, während die des Eisens z. B. in der That nur $^1/_9$ so grofs ist. Aufserdem hat Helmholtz darauf hingewiesen, dafs, wenn die Sonnenoberfläche durch ihre Wärmeausstrahlung wirklich erkaltet, sich der Sonnenkörper von aufsenher zusammenzieht und demnach auf die inneren Teile ein erhöhter Druck ausgeübt wird, der eine erneute Wärmeentwickelung zur Folge hat; es genüge eine Zusammenziehung des Sonnenkörpers um wenige Meter im Durchmesser während eines Jahres, um den gesamten Wärmeverbrauch innerhalb dieser Zeit zu decken. Wenn aber in der That der Sonnendurchmesser innerhalb der letzten zwei Jahrhunderte, seitdem er genauer beobachtet worden ist, sogar um 700 km abgenommen haben sollte, so würde sich ihr scheinbarer Durchmesser doch nur um eine Sekunde vermindert haben, d. h. um eine Gröfse, über welche die besten Beobachtungsinstrumente noch jetzt im Zweifel lassen.

§ 372. Sonnenflecke, Rotationszeit der Sonne. Bald nach Erfindung des Fernrohrs sind auf der Sonnenscheibe (von Fabricius schon 1611) dunklere Flecke bemerkt worden, welche, im allgemeinen von sehr veränderlicher Natur, eine fortschreitende Bewegung von Ost nach West zeigen, zum Teil auch, nachdem sie am Westrande verschwunden sind, von neuem als am Ostrande wiederkehrend beobachtet werden. Man hat daraus einen Schlufs auf die regelmäfsige Umdrehung der Sonne um eine in ihrer Richtung unveränderliche Axe gemacht, und die Dauer dieser Umdrehung ist neuerdings von Spörer auf 25 Tage 5^h 58^m, sowie die Neigung des Sonnenäquators und der Ekliptik zu 6° 57′ bestimmt worden. Gröfsere Sonnenflecke, die selbst dem blofsen Auge sichtbar sind, über-

treffen an Ausdehnung die Oberfläche der Erde; nur wenige überdauern eine oder mehrere Umdrehungen der Sonne, sie verschwinden nach und nach spurlos und werden durch andere, neu entstehende wieder ersetzt. Bisweilen ist die Sonne ganz fleckenfrei. Man hat für die Zu- und Abnahme in ihrer Zahl und Gröfse eine sehr ausgesprochene Periodicität von 11,1 Jahren beobachtet, nämlich für die Zunahme durchschnittlich 3,7 Jahre, für die Abnahme 7,4 Jahre. In der Nähe der Sonnenflecke zeigen sich oft Stellen, die durch ein helleres Licht vor den übrigen Teilen der Sonnenoberfläche hervortreten und Sonnenfackeln genannt werden. Dieselben sind gewöhnlich von beträchtlichen Protuberanzen begleitet und vielleicht mit diesen zu identifizieren, so dafs die Protuberanzen am Sonnenrande erscheinende Fackeln sind.

Fig. 316.



22. Sept. 1870.

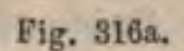


Fig. 316a.



19. Sept.

Fig. 316b.



20. Sept.

Fig. 316c.



21. Sept.

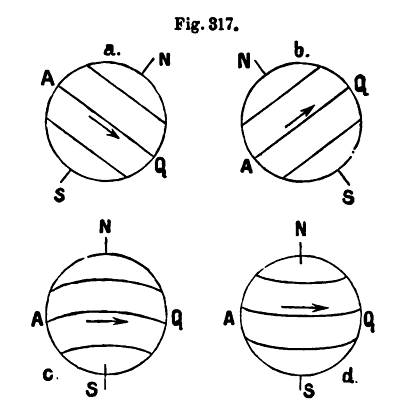
In Fig. 316 ist die Sonne dargestellt, wie sie sich dem bewaffneten Auge am 22. Sept. 1870 gezeigt hat; das allmähliche Vorrücken der Fleckengruppe auf der linken Seite, während der vorhergehenden Tage ist in den Figuren 316a—c zur Anschauung gebracht.

Die Sonnenflecke sind keineswegs ganz dunkel; vielmehr hat Zöllner gefunden, dafs sie noch 4000mal soviel Licht ausstrahlen, als gleich grofse Flächen des Vollmondes. Um ihre wahre Farbe zu erkennen, erzeugte Busolt, mittelst

eines sechsfüſsigen Fernrohrs, ein Sonnenbild auf einer weiſsen Fläche; er fand auf diese Weise die Sonnenscheibe selbst farblos, aber durchweg hellviolett gesprenkelt und die Flecke von dunkelvioletter Farbe. Bei genauer Beobachtung zeigen die Sonnenflecke einen dunkleren Kern, der von einem weniger dunklen Hof, der sogenannten Pènumbra, umgeben ist. Nach Zöllner sind die Sonnenflecke Schlackenmassen zu vergleichen, welche auf der feurig flüssigen Sonnenoberfläche schwimmen. Über ihnen bilden sich dann, wegen der durch sie verminderten Ausstrahlung der Wärme, wolkenartige Verdichtungen der Sonnenatmosphäre, durch welche hindurch die Schlackeninseln als Kerne erscheinen; die Wolken selbst stellen sich als Penumbra für einen oder mehrere Kerne dar. Nach Lockyer ist die Sonnenkugel von einer Atmosphäre umgeben, in der sich die schwereren Gase unten, die leichteren oben befinden. Durch die an der Oberfläche erfolgende Abkühlung sinken die kälteren Massen nach unten und erzeugen so die Sonnenflecke. Gleichzeitig erfolgen Strömungen heiſser Massen nach oben, die zum Teil die äuſsere Hülle durchbrechen und in Form von Protuberanzen emporgeschleudert werden.

Weil die Sonnenflecke eine eigene Bewegung zeigen, die vorzugsweise in der Nähe des Sonnenäquators als übereinstimmend und in höheren heliographischen Breiten als entgegengesetzt der Rotationsbewegung beobachtet wird, und vermöge deren sich im allgemeinen die Sonnenflecke vom Äquator entfernen, so ist die genauere Bestimmung der Umdrehungszeit der Sonne um ihre Axe sehr schwierig und in der That auch erst aus langjährigen Beobachtungen hervorgegangen. Im allgemeinen vergehen etwa 27 Tage zwischen den auf einander folgenden Zeiten des Hervortretens eines länger andauernden Sonnenfleckes am Ostrande, oder seines Verschwindens am Westrande der Sonne; weil nun während dieser Zeit die Erde selbst um ungefähr 27° in der Ekliptik vorgerückt ist, muſs die Sonne selbst 27° mehr als eine volle Umdrehung gemacht haben. Man erhält also die wahre Umdrehungszeit der Sonne angenähert aus der Proportion

Fig. 317.



$$x : 27 \text{ Tage} = 360^0 : 387^0$$

woraus:

$$x = 25 \text{ Tage}.$$

Die Unveränderlichkeit der Axenrichtung der Sonne ergiebt sich aus den verschiedenen Formen, in denen sich die scheinbaren Bahnen der Sonnenflecke darstellen, wie aus den Figuren 317 hervorgeht. Am 4. Juni (a) und am 6. Dezember (b) befindet sich die Erde in den Schnittpunkten der Äquatorialebene der Sonne mit der Erdbahn, am 5. März (c) und am 3. September (d) in der Projektionsebene der Sonnenaxe auf die Ekliptik.

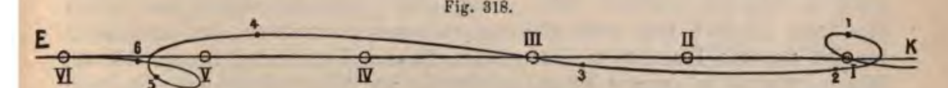
B. Die Planeten.

§ 373. Scheinbare Bewegung der Planeten. Die Planeten zeichnen sich unter den Gestirnen durch ihr ruhiges, zum Teil auch matteres Licht aus und dadurch, daſs sie, wenigstens alle, die mit bloſsem Auge sichtbar sind, sich in guten Fernröhren scheibenförmig zeigen, zum Teil auch mit Phasen, welche denen des Mondes gleichen; ferner verändern sie, in auf einander folgenden Nächten beobachtet, mehr oder weniger schnell ihre Lage zu den anderen Gestirnen. Als hell leuchtend sind zu bezeichnen die Planeten Venus, Mars, Jupiter und in matterem Lichte Saturn, dem unbewaffneten Auge aber nur selten sichtbar Merkur, teleskopisch (nahezu) Uranus, Neptun, Ceres, Pallas und die übrigen sogenannten Asteroiden.

Die scheinbare Bewegung der Planeten ist weit unregelmäfsiger als die der Sonne und des Mondes. Im allgemeinen findet sie zwar ebenfalls in der Hauptrichtung von Westen nach Osten statt und, abgesehen von der Bewegung der Asteroiden, in nahen Grenzen auf beiden Seiten der Ekliptik; während jedoch die scheinbare Bewegung der Sonne und die wirkliche Bewegung des Mondes ziemlich gleichförmig ist, bewegen sich die Planeten bald schneller, bald langsamer bis zum Stillstande, so dafs sie ihre Stelle am Fixsternhimmel eine Zeit lang gar nicht zu verändern scheinen; fernerhin bewegen sie sich selbst rückwärts, also von Osten nach Westen, mit wachsender Geschwindigkeit, welche sich wieder verringert, bis ein neuer Stillstand eintritt zur Vermittelung ihres Überganges in die anfängliche Richtung von W. nach O. Die vorwärts schreitende, rechtläufige (direkte) Bewegung überwiegt dabei weit die rückläufige (retrograde). Regelmäfsig scheinen bei dieser Bewegung nur die Durchgänge durch die Ekliptik zu sein, welche auch hier als Knoten der Bahn (vergl. § 356) bezeichnet werden. Die Zeit nämlich zwischen zwei auf einander folgenden Durchgängen durch denselben Knoten, den aufsteigenden (☊) oder den absteigenden (☋), ist immer dieselbe, der Planet mag sich rechtläufig oder rückläufig, beschleunigt oder verzögert bewegen. Gleichzeitig mit ihrer Unregelmäfsigkeit in der Bewegung läfst sich auch eine grofse Verschiedenheit in ihrem scheinbaren Durchmesser beobachten, welcher z. B. beim Mars (§ 380) zwischen 4″ und 22″ schwankt; es findet sich dabei das Gesetz bestätigt, dafs die Planeten bei der schnellsten rechtläufigen Bewegung am kleinsten, bei der schnellsten rückläufigen Bewegung am gröfsten erscheinen.

In Fig. 318 ist die scheinbare Bewegung eines Planeten 1, 2, 3, . . (des Merkur vom 1. März (1) bis 1. August (6) 1875, von Monat zu Monat) zugleich mit der der Sonne I, II, III, . . dargestellt. Die Ekliptik *EK* ist als Fundamentallinie geradlinig angenommen, und auf ihr bewegt sich die Sonne nahezu mit gleichförmiger

Fig. 318.



Geschwindigkeit, während der Planet in seinem scheinbaren Lauf, 1, 2, 3, . ., da er die Strecken 12, 23, 34, 45 . ., bezüglich in gleichen Zeiten zurücklegt, eine sehr ungleichförmige Geschwindigkeit besitzt. Von 2 bis 4, sowie von jenseits 5 und über 6 hinaus, bewegt sich der Planet in gleicher Richtung mit der Sonne, also rechtläufig und schneller wie diese, dagegen in den Schleifen, in der Nähe von 1 und 5, der Richtung der Sonne entgegengesetzt von Osten nach Westen, also rückläufig, mit Stillstandspunkten zwischen 1 und 2 und zwischen 5 und 6, in denen er die Sonne mit gleicher Geschwindigkeit (§ 376) zu begleiten scheint. Zugleich ist er zwischen 3 und 4 von der Westseite der Sonne auf deren Ostseite übergegangen und zwischen 5 und 6 wieder auf die Westseite zurückgekehrt. In den Stellungen 1 und 5 zeigt der Planet seinen gröfsten, in der Stellung zwischen 3 und 4 seinen kleinsten Durchmesser.

§ 374. Centralbewegung um die Sonne. Die Planeten haben eine ähnliche Beziehung wie die Erde zur Sonne, als ihrem Centrum der Bewegung und ihrer gemeinschaftlichen Licht- und Wärmequelle. So unregelmäfsig ihre Bewegung von der Erde aus erscheint (§ 373), so zeigt sich in allem Wechsel der Geschwindigkeit und Richtung vollkommene Regelmäfsigkeit, wenn ihre Bewegung auf die Sonne bezogen wird. Die Planeten bewegen sich sämtlich in der Nähe der Ekliptik, von welcher

sie, abgesehen von einzelnen Asteroiden, nur wenige Grade abweichen, Merkur und Venus sind sogar als unwandelbare Begleiter der Sonne zu bezeichnen, indem ihre Entfernung von der Sonne stets viel kleiner, als die der Erde ist. Die Planeten Merkur und Venus nähern sich der Sonne in rechtläufiger Bewegung (§ 373), also von Westen, verschwinden dann in den Strahlen der Sonne, um später der Sonne voraus, also nach Osten hin, wieder zum Vorschein zu kommen; die übrigen Planeten dagegen werden von der Sonne überholt. Ihre Parallaxe (§ 370) ist alsdann um vieles kleiner als die der Sonne: sie sind darum entweder in rechtläufiger Bewegung hinter der Sonne herumgegangen oder von ihr überholt worden, haben sich mit ihr in der (oberen) Konjunktion befunden. Die beiden Planeten Merkur und Venus wechseln auch während ihrer rückläufigen Bewegung ihre Stellung zur Sonne von Osten nach Westen und, wie sich aus ihrer alsdann gröfseren Parallaxe schliefsen, oder auch bisweilen an ihrem wirklichen Vorübergange vor der Sonnenscheibe, ihrem Durchgange durch die Sonne (§ 376), beobachten läfst, mit einer indessen erfolgten Stellung zwischen Sonne und Erde, welche als untere Konjunktion bezeichnet wird. Diese beiden Planeten heifsen darum die unteren Planeten. Die übrigen Planeten, welche im Verlauf ihrer rückläufigen Bewegung um Mitternacht kulminieren, so dafs sie von der Erde aus sich auf der der Sonne entgegengesetzten Seite, in Opposition zur Sonne befinden, heifsen dagegen die oberen Planeten. Ihre Stillstandspunkte erreichen sämtliche Planeten in bestimmten Winkelabständen von der Sonne (§ 376).

Alle Planeten leuchten mit polarisiertem Licht (§ 182), d. h. wie Körper, welche nur die von einem anderen Körper empfangenen Lichtstrahlen reflektieren, und dafs ihre gemeinschaftliche Lichtquelle die Sonne ist, ergiebt sich einmal daraus, dafs ihr Licht mit wachsender Entfernung von dieser immer matter wird, so dafs schon der Uranus zu den teleskopischen Planeten gezählt wird, dann aber auch besonders aus ihrem Spektrum (§ 150) und weil sich an einzelnen von ihnen, im besonderen an den unteren Planeten und am Mars, Phasen beobachten lassen, wie am Monde, welche in genaue Übereinstimmung zu ihrer jedesmaligen Stellung zur Sonne zu bringen sind (§ 376). Jupiter und Saturn haben auch eigenes Licht

Durch ein gutes Fernrohr beobachtet, erscheinen die Planeten zum Teil als glänzende Scheiben, an denen sich bei fortgesetzter Beobachtung Veränderungen zeigen, welche auf ihre Kugelform und eine Axenumdrehung schliefsen lassen. Ihre Abstände von der Erde sind viel gröfser, als die des Mondes, durch den sie bedeckt (okkultiert) werden können, meist auch gröfser als die Entfernung der Sonne; auch verändern sich diese Abstände fortwährend, mit periodischer Zu- und Abnahme und scheinbar ohne Zusammenhang mit ihrer Bewegung relativ zur Erde, dagegen in vollkommener Übereinstimmung mit ihren jeweiligen Winkelabständen von der Sonne. Auch die gleichen Zeitintervalle zwischen ihren Durchgängen durch die Ekliptik (§ 373) gestatten sofort eine einfache Erklärung, sobald für die Planeten eine elliptische Bahn um die Sonne als den einen Brennpunkt angenommen wird, deren Ebene die Ekliptik in einer festen Linie, der Knotenlinie, durchschneidet.

§ 375. Die unteren Planeten. Merkur und Venus sind in ihrer Bewegung am Himmel dadurch charakterisiert, dafs ihre Abweichung von der Sonne eine bestimmte Grenze innehält, welche für den Merkur 29°, für die Venus 47° nicht überschreitet; je nachdem sie dabei ihre Stellung west-

lich oder östlich von der Sonne einnehmen, erscheinen sie als **Morgen-** oder **Abendsterne.** Der Merkur bleibt dabei wegen seiner grofsen Nähe an der Sonne meist in ihren Strahlen verborgen und ist darum dem unbewaffneten Auge nur äufserst selten und immer nur sehr kurze Zeit sichtbar. Im übrigen stimmt seine Bewegung um die Sonne mit der der Venus, welche ausschliefslich als Morgen- und Abendstern benannt wird, überein.

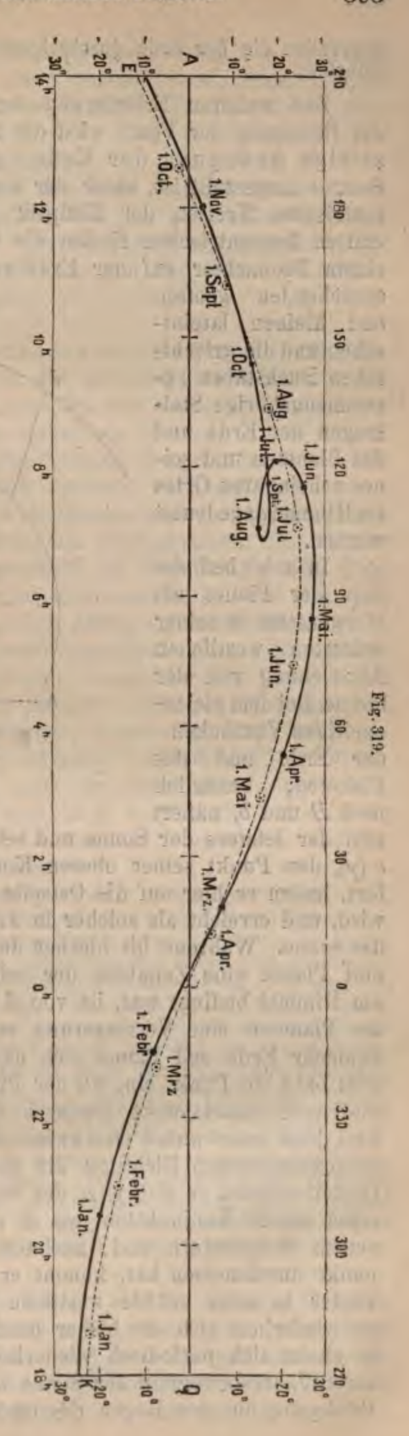


Fig. 319.

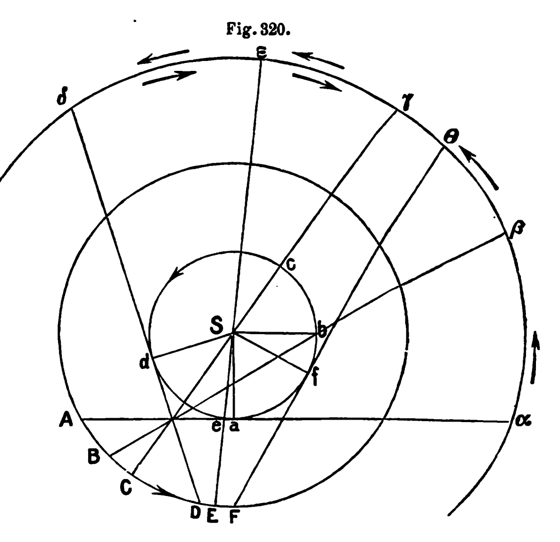
In Figur 319 ist der **scheinbare Gang der Venus** von Anfang Januar bis Mitte November 1876 dargestellt und zugleich für jeden Monatsanfang die Stellung der Sonne in der Ekliptik zur Vergleichung verzeichnet. Die Venus befindet sich bald südlich, bald nördlich von der Ekliptik. Sie legt bis Mitte Juni fast den halben Äquator (genauer 170 Grad) in der Richtung von Westen nach Osten zurück, geht dann vom 21. Juni bis zum 5. August rückwärts, so dafs sich ihre Rektascension um 18° verringert, und nachdem sie so in ihrer Bahn eine Schleife gemacht hat, wendet sie sich von neuem nach Osten hin der ihr indessen vorausgeeilten Sonne zu. Die erste Hälfte des Jahres (bis zum 14. Juli) ist sie Abendstern, die übrige Zeit Morgenstern; am 5. Mai hat sie ihre gröfste östliche und am 23. September ihre gröfste westliche Abweichung von der Sonne (bezüglich 45° 32′ und 46° 8′); endlich sei noch hinzugefügt, dafs sie ihren gröfsten Glanz als Abendstern am 8. Juni, als Morgenstern am 18. August zeigt.

Zur Erklärung dieser scheinbar unregelmäfsigen Bewegung beziehe man die Bahn der Venus auf die Ekliptik. Die Venus hat zuletzt am 9. November 1875 im absteigenden Knoten (§ 373) die Ekliptik durchschnitten, befindet sich also Anfang Januar 1876 notwendig südlich derselben, am 1. März geht sie dann aufsteigend, am 21. Juni wieder absteigend und endlich am 11. Oktober von neuem aufsteigend durch die Ekliptik. Die Zwischenzeit zwischen je zwei dieser aufsteigenden und absteigenden Knoten beträgt genau 224,7 Tage (vergl. § 378). Die gleiche Zeit verfliefst zwischen dem 5. Januar und dem 17. August, wo die Venus ihre gröfste südliche, und zwischen dem 26. April und 6. Dezember, wo sie ihre gröfste nördliche heliocentrische Breite (von je 3° 23,5′) erreicht. Die Venus bewegt sich also in einer Bahn, welche in regelmäfsigen Zeit-

intervallen die der Erde durchschneidet und zu dieser eine bestimmte Neigung beibehält.

Zur weiteren Erläuterung der Rechtläufigkeit und Rückläufigkeit in der Bewegung der Venus wird die Fig. 320 dienen, in welcher die gleichzeitige Bewegung der Erde und eines unteren Planeten um die Sonne dargestellt ist, unter der Annahme, dafs beide Bewegungen in koncentrischen Kreisen der Ekliptik stattfinden. Zugleich sind auf einem dritten koncentrischen Kreise die Örter verzeichnet, in denen der Planet einem Beobachter auf der Erde erscheint: es sind dabei durch die entsprechenden grofsen und kleinen lateinischen und die griechischen Buchstaben zusammengehörige Stellungen der Erde und des Planeten und seines scheinbaren Ortes am Himmel angedeutet worden.

Fig. 320.



In a (α) befindet sich der Planet als Morgenstern in seiner weitesten westlichen Abweichung von der Sonne. Bei dem gleichzeitigen Vorrücken der Erde und des Planeten, bezüglich nach B und b, nähert sich der letztere der Sonne und setzt diese (rechtläufige) Bewegung über c (γ), den Punkt seiner oberen Konjunktion, wo er am kleinsten erscheint, fort, indem er hier auf die Ostseite der Sonne hinübertritt, also Abendstern wird, und erreicht als solcher in d (δ) seine gröfste östliche Abweichung von der Sonne. Während bis hierher durch das gleichzeitige Vorrücken von Erde und Planet eine Zunahme der scheinbaren Geschwindigkeit des letzteren am Himmel bedingt war, ist von d an das Resultat der weiteren Bewegung des Planeten eine Verringerung seiner scheinbaren Geschwindigkeit, weil nunmehr Erde und Planet sich nach derselben Seite hin bewegen, und es tritt bald ein Punkt ein, wo der Planet stillzustehen scheint (§ 376); durch diesen Stillstandspunkt hindurch wird der Planet scheinbar rückläufig, weil jetzt seine wahre Geschwindigkeit in der dem Fortschreiten der Sonne entgegengesetzten Richtung die der Erde überwiegt. Bei weiterem Vorrücken scheint er sich jetzt der Sonne rasch zu nähern, geht in e (ε) durch seine untere Konjunktion, wo er am gröfsten erscheint, wird alsdann von neuem Morgenstern und, nachdem er zum zweiten Mal einen Stillstandspunkt durchmessen hat, kommt er mit rechtläufiger Bewegung in f (Θ) wieder in seine gröfste westliche Abweichung von der Sonne. Von hier ab wiederholt sich die bisher beschriebene Bewegung, die also im ganzen in einem sich periodisch wiederholenden Vorschreiten im Sinn der scheinbaren Jahresbewegung der Sonne um eine Bogenlänge $\alpha\delta$ und nachherigen Rückgang um den Bogen $\delta\Theta$ besteht.

Die Winkel $aAS = dDS = fFS = \alpha$ geben die gröfste Abweichung des Planeten von der Sonne an. Aus ihrer genauen Beobachtung gewinnt man ein neues Mittel, angenähert den Abstand des Planeten von der Sonne zu berechnen. Es ergiebt sich:

$$aS = AS . \sin \alpha,$$

also wenn man die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne gleich 20 Millionen Meilen annimmt, für den Merkur, d. h. $\alpha = 29^0$, $aS = 9096000$ Meilen, und für die Venus, d. h. $\alpha = 47^0$, $aS = 14853000$ Meilen. In der That ist die mittlere Entfernung des Merkur von der Sonne 8 Million Meilen, die der Venus 15 Million Meilen.

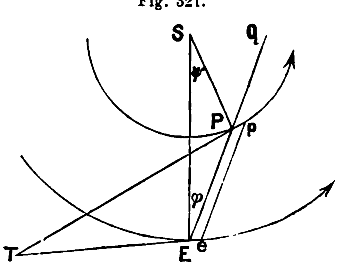
§ 376. Umlaufszeiten, Stillstandspunkte, Phasen, Durchgänge der unteren Planeten. Unter der siderischen Umlaufszeit (vergl. § 358) eines Planeten versteht man die Zeit zwischen je zwei auf einander folgenden Durchgängen durch denselben Knoten. Diese Durchgangszeiten sind unabhängig von der gegenseitigen Neigung der Ebene der Planetenbahn zur Ekliptik, weil sie weder verkürzt noch verlängert durch die Perspektive in Punkten der Ekliptik stattfinden, und mit beträchtlicher Genauigkeit zu beobachten. Die siderischen Umlaufszeiten des Merkur und der Venus betragen bezüglich angenähert 88 Tage und $224^2/_3$ Tage (genauer § 378). Diese Umlaufszeiten sind sehr verschieden von den synodischen Umlaufszeiten, d. h. von den Zeiten zwischen den auf einander folgenden gröfsten östlichen oder westlichen Abweichungen oder gleichartigen (oberen oder unteren) Konjunktionen, welche für den Merkur und die Venus bezüglich 116 und 584 Tage dauern. Demnach sind auch die Geschwindigkeiten der drei Planeten Merkur, Venus und Erde sehr verschieden, nämlich in einer Stunde bezüglich 176000, 128700 und 109500 km, während ihre Winkelgeschwindigkeiten sich bezüglich wie 25 : 10 : 6 verhalten. Bei der unteren Konjunktion also, in E, e (Fig. 320), lassen die unteren Planeten die Erde hinter sich, ist demnach, von dieser aus beobachtet, ihre Bewegung rückläufig (§ 375).

Um den Augenblick zu bestimmen, wo der Planet durch die Ekliptik geht, hat man zu der Zeit, wo er sich in ihrer Nähe befindet, täglich seine Rektascension und Deklination (§ 354) zu beobachten und daraus durch Rechnung die Länge und Breite des Planeten abzuleiten (§ 357). Ergeben sich dabei zwei Zeiten, an denen er auf entgegengesetzten Seiten der Ekliptik gestanden hat, so wird aus ihnen und der täglichen Änderung der Breite, welche ziemlich gleichförmig stattfindet, durch eine einfache Proportion die Zeit berechnet, wo die Breite verschwindet, also der Planet durch die Ekliptik geht. Bei den unteren Planeten, besonders bei dem Merkur, ist die Neigung der Bahn zur Ekliptik (§ 378) grofs genug, um dieses Verfahren zu rechtfertigen. — Dafs die synodischen Umlaufszeiten der Planeten viel länger als die siderischen Umlaufszeiten sind, ergiebt sich leicht aus Fig. 320. Während nämlich der Planet von der ersten gröfsten westlichen Abweichung in a bis zur nächsten in f gelangt, hat er aufser dem vollen Umlauf $abcda$ noch den Bogen af zurückgelegt. Die tropische Umlaufszeit der Planeten ist, wie bei der Erde, die Zeit zwischen zwei auf einander folgenden Durchgängen durch den Äquinoktialpunkt (§ 358); dieselbe ist für die unteren Planeten nur wenig, bezüglich um eine Minute und 8 Minuten, kürzer als die siderische Umlaufszeit.

Bestimmung der Stillstandspunkte. In den Punkten d und f (Fig. 320), bezüglich der gröfsten östlichen und westlichen Abweichung des Planeten, ist seine scheinbare Bewegung rechtläufig, nämlich das Resultat der alleinigen Bewegung der Erde, in dem dazwischen liegenden Punkt e der unteren Konjunktion rückläufig: darum müssen notwendig

zwischen d und e, sowie e und f, **Stillstandspunkte eintreten.** Ist P (Fig. 321) ein solcher Punkt, so wird, wenn Pp und Ee gleichzeitig zurückgelegte Bahnelemente des Planeten P und der Erde E sind, $PE \parallel pe$ sein.

Fig. 321.



Werden durch V und v bezüglich die Geschwindigkeiten und durch R und r die Radien der als kreisförmig vorausgesetzten Bahnen von E und P bezeichnet, so ergiebt sich:

$$\frac{V}{v} = \frac{Ee}{Pp} = \frac{ET}{PT} = \frac{\sin TPE}{\sin TEP} = \frac{\cos SPQ}{\cos SEP}$$
$$= \frac{\cos(\varphi + \psi)}{\cos \varphi};$$

und:

$$\frac{R}{r} = \frac{\sin(\varphi + \psi)}{\sin \varphi};$$

es seien die als bekannt vorauszusetzenden Verhältnisse der Radien $\frac{R}{r} = m$ und $\frac{V}{v} = n$, zwischen denen übrigens die Gleichung $mn^2 = 1$ besteht, so hat man zur Bestimmung der Winkel φ und ψ die beiden Gleichungen

$$\sin(\varphi + \psi) = m \sin \varphi \text{ und } \cos(\varphi + \psi) = n \cos \varphi,$$

aus denen sich sofort durch Elimination des Winkels ψ ergiebt:

$$1 = m^2 \sin \varphi^2 + n^2 \cos \varphi^2,$$

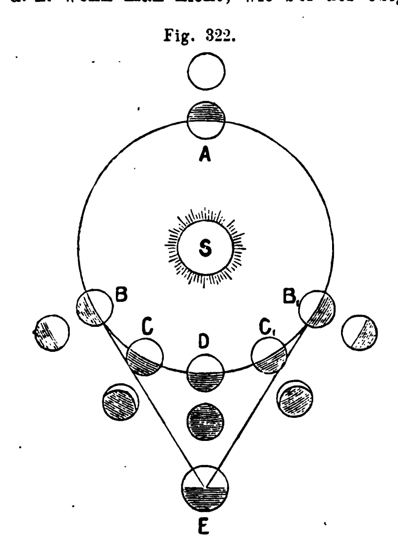
$$\text{d. h. } \sin \varphi^2 = \frac{1 - n^2}{m^2 - n^2},$$

oder auch:

$$\cos \psi = \frac{1 + mn}{m + n}.$$

Für Merkur und Erde ist für mittlere Werte $m = 2{,}5$, $n = 0{,}625$, folglich $\cos \psi = 0{,}82$, $\sin \varphi = \sqrt{0{,}104}$, d. h. $\psi = 34^0\,55'$ und $\varphi = 18^0\,49'$. **In der That**, d. h. wenn man nicht, wie bei der obigen Herleitung, die **Bahn der Planeten** als kreisförmig annimmt, liegen die Stillstandspunkte des Merkur zwischen 15° und 20°, die der Venus in nahezu 29° Abweichung von der Sonne. — Der Merkur ist ungefähr 22 Tage rückläufig, die Venus etwa 42 Tage.

Fig. 322.



Die **Phasen der unteren Planeten** sind sofort aus der beistehenden Fig. 322 zu entnehmen. Die Planeten erscheinen voll bei ihrer oberen Konjunktion (in A), zur Hälfte erleuchtet bei ihrer gröfsten Abweichung von der Sonne (in B), sichelförmig bei einer Stellung wie in C, endlich ganz verdunkelt bei ihrer unteren Konjunktion (in D). Zu bemerken ist dabei die eigentümliche Veränderlichkeit der Venus in Bezug ihrer Helligkeit, welche zugleich von ihrer scheinbaren Gröfse abhängig ist und darum ihr Maximum während ihrer rechtläufigen Bewegung für die Abweichung 40° von der Sonne erreicht.

Die **Durchgänge** (§ 374) der Venus finden selten statt, nämlich in den ungleichen, aber regelmäfsig wiederkehrenden Zwischenräumen von

8 Jahren, $105^1/_2$ Jahren, dann wieder 8 und $121^1/_2$ Jahren, so daſs im ganzen alle 243 Jahre vier Durchgänge stattfinden. Der letzte Durchgang hat am 6. Dezember 1882 stattgefunden, nach einer 8jährigen Pause, und der nächste ist erst am 7. Juni 2004 zu erwarten. Diese Durchgänge sind von hoher Bedeutung, weil mit ihrer Beobachtung das genaueste Mittel zur Bestimmung der Entfernung der Sonne gewonnen wird. Die Durchgänge des Merkur treten häufiger ein, nämlich gewöhnlich alle 13, 13, 13, 7 Jahre, eigentlich jedoch mit einer Periode von 217 Jahren; der letzte in Deutschland sichtbare Durchgang des Merkur hat am 6. Mai 1878 stattgefunden, nächstdem sind solche Durchgänge zu erwarten am 9. Mai 1891 und am 10. November 1894. Dieselben sind, wegen der gröſseren Nähe des Merkur an der Sonne, zur Bestimmung der Sonnenparallaxe von geringerer Bedeutung.

Aus den Durchgängen der Venus im Juni der Jahre 1761 und 1769, zu deren Beobachtung zuerst Expeditionen ausgerüstet worden sind, nachdem Halley schon 1677 auf ihre Wichtigkeit für astronomische Zwecke aufmerksam gemacht hatte, hat Encke für die Sonnenparallaxe den Wert 8,57″ berechnet, aus dem für die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne 20682000 geographische Meilen folgt. Für den Venusdurchgang vom 8. Dezember 1874 waren mehr als 60 Stationen über Asien und Neuholland, sowie den Groſsen und den Indischen Ocean hin, unter denen fünf vom Deutschen Reich, eingerichtet. Die Beobachtungen, zu denen das erste Mal auch die Photographie dienstbar gemacht worden ist, sind gröſstenteils wohl gelungen, besonders die heliometrischen Messungen. Von dem noch zu errechnenden Resultat erwartet man eine Erhöhung der Sonnenparallaxe. Zunächst hat Airy Berechnungen über die Beobachtungen des Durchganges von 1874 veröffentlicht, denen er allerdings von den 29 englischen Expeditionen nur drei zu Grunde legte. Danach ergiebt sich als Mittelwert der Sonnenparallaxe 8,76″ und demnach die Entfernung der Sonne von der Erde gleich 20236500 geogr. Meilen. Auch zur Beobachtung des Venusdurchganges am 6./12. 1882, dessen Anfang in Deutschland sichtbar gewesen ist, sind mehrfache Expeditionen ausgerüstet worden, vom Deutschen Reich je zwei nach Nordamerika und nach Südamerika, von deren letzteren die nach Punta Arenas von Prof. Auwers (Berlin) geleitet worden ist. Das Phänomen hat einen für die Beobachtung meist günstigen Verlauf genommen.

Von Newcomb in Washington sind die Durchgänge des Merkur für das nächste Jahrhundert, wie folgt, bestimmt worden:

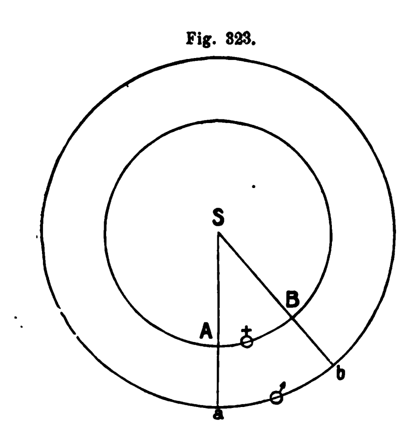
1907 Nov. 14.	1927 Nov. 9.	1957 Mai 5.	1973 Nov. 9.	1999 Nov. 15.
1914 Nov. 7.	1940 Nov. 11.	1960 Nov. 7.	1986 Nov. 12.	
1924 Mai 7.	1953 Nov. 14.	1970 Mai 8.	1993 Nov. 5.	

§ 377. **Die oberen Planeten.** Die Bahnen derselben umschlieſsen die der Erde, was einmal daraus folgt, daſs die oberen Planeten sich auch in Opposition zur Sonne befinden, d. h. um Mitternacht kulminieren können, dann auch daraus, daſs sie niemals auch nur halbmondförmig erscheinen, ja gröſstenteils überhaupt Phasen an sich nicht beobachten lassen. Nur beim Mars ist noch im Fall seiner gröſsten Abweichung von der Sonne, wenn er sich in Quadratur mit derselben befindet (ihre Längendifferenz 90° beträgt), der Schatten einigermaſsen sichtbar. Um die Umlaufszeit der oberen Planeten zu bestimmen, ist die Methode der Beobachtung ihrer Durchgänge durch die Ekliptik (§ 376) darum nicht zweckentsprechend, weil die Bahnen dieser Planeten, der gröſseren wenigstens, sämtlich eine sehr geringe Neigung gegen die Ekliptik haben (§ 378). Zu einem genaueren Resultat gelangt man, indem man durch Beobachtungen in auf einander folgenden Nächten den Augenblick der Opposition zur Sonne zu bestimmen sucht, d. h. wenn der Längenunterschied zwischen Sonne und Planet 180° beträgt. Die Zeitdifferenz zwischen zwei auf einander folgenden

Oppositionen würde genau die synodische Periode (§ **376**) des Planeten sein, wenn die Bahn der Erde und des Planeten koncentrische Kreise und ihre Bewegungen gleichförmig wären. Um nunmehr eine mittlere synodische Periode zu erhalten, nimmt man das Mittel aus einer grofsen Anzahl unter den verschiedensten Umständen beobachteter Oppositionen. Man kann dabei auf Beobachtungen seit nahezu 2000 Jahren Bezug nehmen, weil die Alten die Oppositionen der ihnen bekannten Planeten mit grofser Sorgfalt beobachtet und mit ausreichender Genauigkeit registriert haben. Aus der synodischen Periode ergiebt sich dann die siderische durch eine einfache Berechnung.

Die siderische Periode, d. i. die Zeit zwischen zwei auf einander folgenden Durchgängen durch die Ekliptik, ist auch bei den oberen Planeten kleiner als die synodische Periode, weil die Erde, während der Planet von einer Opposition zur nächsten gelangt, selbst einen gewissen, durch die Beobachtung der neuen Opposition festzustellenden Bogen α der Ekliptik in gleicher Richtung zurückgelegt hat. Aus einem Beispiel wird hervorgehen, wie man aus der synodischen Periode die siderische berechnen kann (Fig. 323). Der Mars hat eine mittlere synodische Periode von 780 Tagen und zeigt von einer Opposition zur anderen einen Längenunterschied von ungefähr 48° 44′ oder in Teilen der Ekliptik ausgedrückt αE, wo $\alpha = \frac{731}{5400}$; in derselben Zeit hat die Erde zweimal ihren Umlauf um die Sonne und den gleichen Bogen αE, im ganzen also $2E + \alpha E = (2 + \alpha) E$ zurückgelegt. Bezeichnet man also die Winkelgeschwindigkeiten der Erde und des Mars, bezüglich durch ε und μ, so ergiebt sich:

Fig. 323.

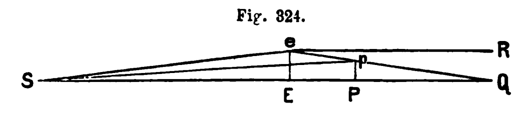


$$\mu : \varepsilon = 1 + \alpha : 2 + \alpha.$$

Nunmehr verhalten sich die siderischen Perioden zweier Planeten, die Zeiten, in denen sie gleiche Räume, die Ekliptik, zurücklegen, umgekehrt wie ihre Geschwindigkeiten, also wird, weil das siderische Jahr der Erde 365,256 Tage enthält (§ 358), die siderische Periode des Mars $= \frac{2 + \alpha}{1 + \alpha} . 365,256 = 686,963$ Tagen.

Die oberen Planeten sind in ihrer scheinbaren Bewegung am Himmel um die Zeit ihrer Opposition rückläufig. Ihre Winkelgeschwindigkeit während dieser Zeit läfst sich leicht durch wiederholte Beobachtung von Tag zu Tag feststellen, und wenn man dann ihre siderische Periode als bekannt annehmen kann, so läfst sich ein Schlufs machen auf ihre Entfernung von der Sonne, verglichen mit der der Erde. In der That, ist Ee (Fig. 324) ein Element der Erdbahn und Pp das entsprechende Element der Bahn eines oberen Planeten um die Zeit seiner Opposition, so dafs die Sonne S, E und P in einer geraden Linie liegen, so sind die Winkel ESe und PSp gegeben. Ist $eR \parallel SQ$, so ist $\measuredangle eQS = QeR$ die Rückläufigkeitsgeschwindigkeit des Planeten, also ebenfalls bekannt; weil nunmehr auch Ee bekannt ist, läfst sich aus dem rechtwinkligen $\triangle\ eEQ$ leicht EQ finden, folglich auch durch Hinzufügung von ES die Seite SQ und demnach im $\triangle\ SQp$ die Seite Sp, d. h. die Entfernung des Planeten von der Sonne. Auch hier wird sich ein einigermafsen sicheres Resultat erst aus wiederholten Beobachtungen von Oppositionen errechnen lassen.

Fig. 324.



Die Bestimmung der Massen der Planeten s. § 387.

§ 378. Elemente des Planetensystems. In der folgenden Tafel*) sind für die Planeten zusammengestellt:

(A) Mittlerer Abstand von der Sonne.
(B) Mittlere siderische Periode in mittleren Sonnentagen.
(C) Durchmesser in Kilometern.
(D) Excentricität in Teilen der grofsen Halbaxe der Bahn.
(E) Neigung der Bahn gegen die Ekliptik.
(F) Dauer der Rotation in Sternzeit:

	A	B	C	D	E	F
Merkur ☿	0,3871	87,969	4 760	0,2056	7° 0′ 8″	24h 0m 50s
Venus ♀	0,7233	224,701	12 740	0,0068	3° 23′ 35″	23h 21m 22s
Erde ♁	1	365,256	12 755	0,0168		23h 56m 4s
Mars ♂	1,5237	686,980	6 735	0,0933	1° 51′ 2″	24h 37m 23s
⚶ Vesta	2,3616	1325,601		0,0884	7° 7′ 54″	
⚵ Juno	2,6683	1591,988		0,2579	13° 1′ 23″	
⚳ Ceres	2,7673	1681,414		0,0763	10° 37′ 10″	
⚴ Pallas	2,7716	1685,337		0,2385	34° 41′ 31″	
Jupiter ♃	5,2028	4332,588	141 100	0,0483	1° 18′ 41″	9h 55m 37s
Saturn ♄	9,5389	10759,236	118 600	0,0561	2° 29′ 40″	10h 14m 24s
Uranus ♅	19,1833	30688,390	49 300	0,0463	0° 46′ 20″	
Neptun ♆	30,0551	60181,113	48 400	0,0090	1° 47′ 2″	

Zur Erläuterung der in der Kolumne D zusammengestellten Excentricitäten diene folgende Bemerkung. Ist a die halbe grofse, b die halbe kleine Axe der Planetenbahn und e die Excentricität, d. i. die Entfernung des Mittelpunktes der Bahn von einem Brennpunkt, so ergiebt sich aus den Eigenschaften der Ellipse die Gleichung:

$$a^2 - b^2 = e^2,$$

folglich:

$$b^2 = a^2 - e^2 = a^2\left(1 - \left(\frac{e}{a}\right)^2\right)$$

und wenn man: $\frac{e}{a} = \varepsilon$ setzt,

$$b^2 = a^2(1 - \varepsilon^2);$$

in der Kolumne D sind die Werte von $\varepsilon = \frac{e}{a}$ gegeben, es ist also beispielsweise für den Merkur $\varepsilon = 0{,}2056$, $a = 0{,}3871$, folglich $b = a\sqrt{1 - \varepsilon^2} = 0{,}3788$.

Ganz ohne Gesetz und Ordnung, wenigstens in den beiden ersten Kolumnen, ist diese Zusammenstellung nicht; jedoch war es dem Scharfsinn Kepplers vorbehalten, den inneren Zusammenhang dieser Elemente dahin zu bestimmen, dafs die Quadrate der Umlaufszeiten (B) sich wie die Kuben der mittleren Abstände von der Sonne (A) verhalten.

Keppler fand dieses Gesetz aus der genauen Vergleichung der Elemente des Mars, nach den sehr genauen Berechnungen von Tycho Brahe, mit denen der Erde. In der That ist:

*) Vergl. Annuaire pour l'an 1882.

log B ♂ = 2,8369439, log B ♄ = 2,5625977;
doppelte Differenz = 0,5486924;
log A ♂ = 0,1828974, log A ♄ = 0;
dreifache Differenz = 0,5486922.

Setzt man die Entfernung des Merkur von der Sonne gleich 4, so ergiebt sich für die Entfernung der Planeten (A) von der Sonne annähernd:

Merkur	$= 4 + 0 . 3$;	Asteroiden	$= 4 + 8 . 3$;
Venus	$= 4 + 1 . 3$;	Jupiter	$= 4 + 16 . 3$;
Erde	$= 4 + 2 . 3$;	Saturn	$= 4 + 32 . 3$;
Mars	$= 4 + 4 . 3$;	Uranus	$= 4 + 64 . 3$;

eine einfache Reihe, welcher sich aber der Neptun, für dessen Abstand von der Sonne sich in der That $4 + 102 . 3$ ergiebt, nicht mehr einfügen läfst.

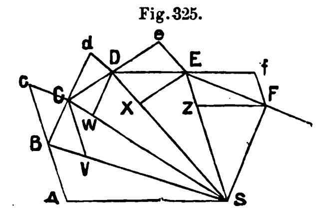
Um für jede Zeit die Lage eines Planeten angeben zu können, mufs noch seine Epoche, d. h. die (heliocentrische) Länge desjenigen Punktes seiner Bahn bekannt sein, an dem er sich zu irgend einer bestimmten Zeit befunden hat. In der folgenden Tafel sind aufser dieser Epoche G, bezogen auf das mittlere Äquinoktium am 1. Jan. 1880, mittags 12 Uhr, mittlerer Berliner Zeit, noch die Länge des Perihels H und die Länge des aufsteigenden Knotens I für dieselbe Zeit zusammengestellt:

	G	H	I
Merkur	167° 18′ 18″	75° 35′ 11″	46° 54′ 28″
Venus	160° 28′ 3″	129° 51′ 58″	75° 36′ 19″
Erde	100° 29′ 11″	100° 52′ 13″	
Mars	65° 54′ 22″	333° 51′ 1″	48° 37′ 53″
Jupiter	350° 51′ 58″	12° 23′ 56″	99° 14′ 28″
Saturn	21° 52′ 46″	90° 40′ 56″	112° 37′ 6″
Uranus	157° 23′ 37″	168° 40′ 14″	73° 23′ 25″
Neptun	41° 3′ 22″	43° 43′ 4″	30° 27′ 24″

§ 379. Die Kepplerschen Gesetze. (Joh. Keppler, geboren 17. Dez. 1571 zu Magstatt bei Weil in Württemberg, gest. 5. Nov. 1630 zu Regensburg.)

Das erste Gesetz. Die Planeten bewegen sich um die Sonne in ebenen Kurven, so dafs ihre Verbindungslinien mit der Sonne, die Radii vectores, in gleichen Zeiten gleiche Flächen beschreiben (Flächensatz).

Fig. 325.



Dieses Gesetz — Radius vector verrit aream (Keppler) — ist eine unmittelbare Folge davon, dafs die Planeten in ihrer Bahn durch eine Centralkraft gelenkt werden, deren Sitz der Mittelpunkt der Sonne ist. Unter der Voraussetzung, dafs die Centralkraft stofsweise und in gleichen Zeitmomenten wirkt, seien (Fig. 325) ASB, BSC, CSD ... die in den einzelnen Momenten beschriebenen Flächenräume, so hat man (vergl. § 57b):

$$\triangle\, ASB = BSC (= BSc);$$
$$\triangle\, BSC = CSD (= CSd);$$
$$\triangle\, CSD = DSE (= DSe) \text{ u. s. w.}$$

Das zweite Gesetz. Die Planetenbahnen sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt sich die Sonne befindet. Dasselbe ist eine Folgerung der besonderen Wirkung der Gravitation (§ 387), nämlich dafs die Massenanziehungen sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen verhalten. (Sect. III der Philos. nat. principia mathematica von Newton).

Bewegt sich ein Massenpunkt auf einer Ellipse infolge einer von einem Brennpunkt ausgehenden Anziehung, so kann man zur Herleitung des Anziehungsgesetzes von folgender Betrachtung ausgehen (Kindel, 1884).

Wenn die Geschwindigkeit des frei beweglichen Massenpunktes P in krummliniger Bahn konstant ist, so ist die Kraft in jedem Augenblick zu seiner Bewegungsrichtung senkrecht. Ist dagegen die Geschwindigkeit veränderlich, so ist die Kraft schief gegen die Bewegungsrichtung; ihre tangentiale Komponente bewirkt ausschliefslich die Geschwindigkeitsänderung, ihre normale Komponente ist von dieser unabhängig, vielmehr nur durch die Gröfse der augenblicklichen Geschwindigkeit bestimmt. Wenn also beliebig viele Punkte dieselbe Kurve durchlaufen, und wenn in einem gewissen Punkt P derselben die Geschwindigkeiten sämtlich übereinstimmen, so liegen die Endpunkte derjenigen geraden Linien, durch welche die Kräfte dargestellt werden, in einer geraden Linie, welche zur Tangente in P parallel ist.

Es mag sich nunmehr der Punkt frei auf einem Kreise mit dem Radius a bewegen und S der Mittelpunkt der Anziehung sein (Fig. 325a), so wird die nach S gerichtete Kraft φ in jedem Punkt P der Bahn, in welchem die Geschwindigkeit v ist, zu der Centralkraft γ, durch welche die Geschwindigkeit v auf dem Kreise bedingt wird, und für welche in § 55 der Ausdruck $\frac{v^2}{a}$ gegeben ist, verhalten wie $PC : a$, wenn $MC \perp PM$, d. h. parallel der Tangente PK ist, man hat also:

Fig. 325a.

$$\varphi : \frac{v^2}{a} = PC : a.$$

Bezeichnet T die Umlaufszeit und ist p das von S auf PK gefällte Lot, so ist wegen des Flächensatzes:

$$a^2\pi = \frac{1}{2} vp . T,$$

woraus:

$$\varphi = \frac{v^2}{a^2} . PC = \frac{4a^2\pi^2}{T^2} . \frac{PC}{p^2},$$

und weil, der Figur entsprechend,

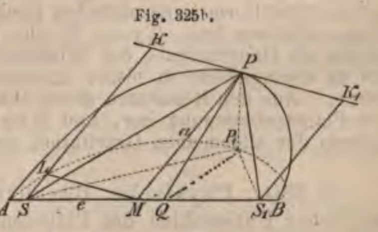
$$PC : a = r : p,$$

so erhält man endlich:

$$\text{I.} \qquad \varphi = \frac{4a^3\pi^2 . r}{T^2 . p^3}.$$

Hieraus ergiebt sich sofort die Lösung der die Bewegung auf einer Ellipse um einen Brennpunkt als Attraktionscentrum betreffenden Aufgabe. Projiziert man nämlich die Figur auf eine Ebene, welche die des Kreises längs MS unter dem Winkel α schneidet, der bestimmt ist durch die Gleichung $\sin\alpha = \frac{e}{a}$, wo $e = MS$ und a die halbe grofse Axe der Ellipse AP_1B wird Fig. 325b, vergl. § 57a, 4), so ist die für die Bewegung des Punktes P_1 auf

Fig. 325b.



AP_1B erforderliche Kraft φ_1 ebenfalls nach S gerichtet und durch die Proportion

$$\varphi_1 : \varphi = r_1 : r$$

bestimmt, wo $SP_1 = r_1$, die Projektion von $SP = r$ ist. Es ist aber in § 57a bewiesen worden, daſs $SK = SP_1$, d. h. $p = r_1$ ist, folglich ergiebt sich

$$\text{II.} \qquad \varphi_1 = \frac{r_1 \varphi}{r} = \frac{4a^3\pi^2}{T^2} \cdot \frac{1}{r_1^2},$$

d. h., daſs die Anziehung umgekehrt proportional ist dem Quadrat der Entfernung. Zugleich ist damit der Beweis geführt für:

Das dritte Gesetz. Die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten verhalten sich wie die Kuben ihrer Entfernungen von der Sonne (§ 378), aus welchem hervorgeht, daſs die Anziehung der Sonne auf alle Planeten dieselbe ist. Denn sind T_1 und T_2 die Umlaufszeiten zweier Planeten, a_1 und a_2 die halben groſsen Axen ihrer Bahnen, und A_1 und A_2 die auf die Einheit des Abstandes reduzierten Anziehungen der Sonne, so hat man nach Gleichung II:

$$A_1 = \frac{4a_1{}^3\pi^2}{T_1{}^2} \text{ und } A_2 = \frac{4a_2{}^3\pi^2}{T_2{}^2};$$

wenn also durch Beobachtung festgestellt ist, daſs $T_1{}^2 : T_2{}^2 = a_1{}^3 : a_2{}^3$, so ergiebt sich

$$A_1 = A_2,$$

d. h., daſs die Sonne auf beide Planeten die gleiche Anziehung ausübt.

Die ältesten Astronomen gründeten ihre Weltbetrachtung auf die Annahme, daſs die Erde in der Mitte des Weltraumes eine feste Stellung einnehme, und die Bewegung der sämtlichen Himmelskörper in Kreisen stattfinde. Um die Mitte des zweiten Jahrhunderts unserer Zeitrechnung suchte Claudius Ptolemäus das Unregelmäſsige in der Planetenbewegung zu erklären durch die Einführung koncentrischer Kreise oder Sphären, in denen sich der Mond, die Sonne und die Planeten — die Sonne auf einer Sphäre zwischen Venus und Mars — selbständig bewegen und weiterhin die Fixsterne befestigt sein sollten, während die Erde in ihrem Mittelpunkt still stehe; alle diese Sphären seien durch eine äuſserste Sphäre, das Primum mobile, umschlossen, durch welche die inneren Sphären gemeinschaftlich an jedem Tage von Ost nach West um die Erde herumgeführt werden. Die Ungleichheit in der Geschwindigkeit der Himmelskörper wurde auf die Annahme einer excentrischen Kreisbewegung zurückgeführt, und die bald rechtläufige, bald rückläufige Bewegung der Planeten dadurch erklärt, daſs sich die Planeten nicht unmittelbar in Kreisen um die Erde bewegen, wie Mond und Sonne, sondern in Epicykloiden, d. h. in Kreisen um Mittelpunkte, welche selbst wieder einen Kreis um die Erde beschreiben. Daſs dabei die beiden unteren Planeten fortdauernd in der Nähe der Sonne bleiben, wurde dahin erläutert, daſs die Mittelpunkte der ihnen zugehörigen Kreise die Verbindungslinie des Mittelpunktes der Sonne mit dem der Erde nicht verlassen. Das Ptolemäische System findet sich in dem Hauptwerk des Ptolemäus dargestellt, der „Μεγάλη σύνταξις τῆς ἀστρονομίας", aus welcher die arabischen Übersetzer im 9. Jahrh. durch Verstümmelung und Hinzufügung des arabischen Artikels den Namen „Almagest" gebildet haben, der auch gegenwärtig noch bekannter ist als der Originaltitel. — Erst im Kopernikanischen System wurde die Sonne als der Centralkörper des Planetensystems festgestellt und dadurch, daſs die Erde in die Reihe der Planeten eingefügt wurde, eine Erklärung der Ungleichheiten in der Planetenbewegung gegeben. Die Form koncentrischer Kreise jedoch hielt Kopernikus noch für die Planetenbahnen fest. Tycho Brahe, ein Gegner des Kopernikanischen Systems, suchte die Hauptaufgabe der Wissenschaft in möglichst genauen Beobachtungen, die er vorzugsweise in bisher unübertroffener Ausdauer auf den Mars koncentrierte. Aus den Resultaten dieser Beobachtungen leitete Keppler seine Gesetze der Planetenbewegung her, und Newton endlich führte diese Gesetze auf sein Princip der allgemeinen Gravitation zurück (§ 387).

§ 380. Physische Beschreibung der Planeten. Ein hauptsächlicher Unterschied der Planeten wird durch die verschiedene Intensität ihrer Beleuchtung durch die Sonne bedingt; so ist die Wirkung des

Sonnenlichtes auf dem Merkur nahezu siebenmal so grofs als auf der Erde, auf dieser 900mal gröfser als auf dem Neptun. Ebenso wirkt die Schwerkraft auf dem Jupiter $2\frac{1}{2}$ mal mehr als auf der Erde, auf dem Mars nur halb so sehr u. s. w.

Vom Merkur ist wegen seiner hellen Beleuchtung durch die Sonne, und weil er nur in der Dämmerung beobachtet werden kann, wenig mehr zu sehen, als dafs er rund ist und deutliche Phasen zeigt; sein scheinbarer Durchmesser variiert zwischen 5″ und 12″.

Während der totalen Sonnenfinsternis am 29. Juli 1878 hat der amerikanische Astronom Watson in Wyoming, wenn seine Beobachtung nicht auf einer Täuschung beruht, einen bisher nicht gesehenen Stern vierter Gröfse in dem Abstand von nur 2° von der Sonne wahrgenommen, welcher ein neuer, zwischen Merkur und Sonne befindlicher Planet sein kann und identisch mit dem Planeten Vulkan, auf welchen Leverrier aus seinen auf die Durchgänge des Merkur durch die Sonne bezüglichen Berechnungen glaubte schliefsen zu dürfen.

Auch bei der Venus glänzt der erleuchtete Teil zu hell, um Genaueres erkennen zu lassen, obschon dieser Planet von allen der Erde am nächsten kommt, bis auf $5\frac{1}{4}$ Mill. Meilen (39 Mill. Kilometer), und sein scheinbarer Durchmesser bis zu 62″ wächst. Das blendende Licht der Venussichel verliert sich allmählich zum nicht erleuchteten Teile hin, woraus man auf eine Atmosphäre der Venus einen Schlufs gemacht hat; wahrscheinlich ist die Venus oft auch von einer Wolkenschicht umhüllt.

Auf dem Mars, welcher sich dem blofsen Auge durch sein entschieden rotes Licht kenntlich macht, sieht man mit dem Fernrohr deutlich unterschieden, was Festland und Meer sein mag. Das erstere charakterisiert sich durch eine rötliche, das letztere durch eine grünliche Färbung. An den Polen erscheint der Mars schwach abgeplattet; auch zeigen sich dort zwei weifsliche Flecke, wie Schnee glänzend, welche abwechselnd an Gröfse ab- und zunehmen und deren Ausdehnung sich nach dem Stande der Sonne richtet, wie die der Schneedecken in den Polargegenden der Erde. Sein scheinbarer Durchmesser schwankt zwischen 4″ und 22″. Im Jahre 1877 sind zwei Satelliten des Mars entdeckt worden (§ 386).

Die Parallaxe des Mars ist zur Zeit seiner Opposition ungefähr 25″. Newcomb in Washington hat aus mehrfachen Beobachtungen der im Jahre 1862 unter besonders günstigen Umständen eingetretenen Opposition des Mars den Wert 8,85″ für die Sonnenparallaxe gefunden und daraus die Entfernung der Sonne auf 20 035 000 Meilen bestimmt.

Der Jupiter, 1300mal so grofs als die Erde, ist durch seine vier Monde charakterisiert (§ 386), welche sich um ihn in derselben Richtung bewegen, wie der Mond um die Erde. Er zeigt eine starke Abplattung, insofern sein Polardurchmesser um $\frac{1}{14}$ kleiner ist als der Äquatorialdurchmesser. Auf seiner Scheibe lassen sich gewisse dunklere Streifen beobachten, auch dunklere veränderliche Flecke, aus deren Beobachtung sich die Umdrehungszeit 9 St. 55 Min. um eine zur Richtung der Streifen senkrechte Axe ergiebt (Cassini, 1663). Vielleicht existieren die Streifen in der Atmosphäre des Jupiter als Teile eines klaren Himmels, durch welche hindurch man den Kernkörper selbst sieht, und giebt es auf dem Jupiter ähnliche atmosphärische Strömungen, wie die Passatwinde. Der scheinbare Durchmesser des Jupiter variiert zwischen 30″ und 49″.

Dafs der Jupiter, trotz seiner grofsen Entfernung von der Sonne in so hellem Lichte strahlt, ist wohl ein Beweis dafür, dafs er eine stark reflektierende Atmosphäre besitzt, und dafs auf ihm noch eine eigene Lichtentwickelung stattfindet.

Auch rote Flecke sind wiederholt auf dem Jupiter beobachtet worden, so besonders 1878 und in den folgenden Jahren ein großer roter Fleck auf der Südhälfte dieses Planeten, durch den eine neue Bestimmung der Rotationszeit des Jupiter ($9^h\ 55^m\ 19{,}6^s$) ermöglicht worden ist. Prof. H. C. Vogel hat 1873 auf der Sternwarte zu Bothkamp aus einer Reihe spektralanalytischer Untersuchungen den Schluſs gemacht, daſs der Jupiter, wie auch andere Planeten, eine mit Wasserdampf gesättigte Atmosphäre hat. Nach Dr. Lohse (1878) ist der Kern des Planeten noch sehr heiſs und sind auf ihm häufige vulkanische Ausbrüche höchst wahrscheinlich. Durch die bei solchen Eruptionen emporgeschleuderten, glühenden Gase und Dämpfe wird die Wolkendecke des Jupiter durchbrochen, und weil diese Massen von geringerer Rotationsgeschwindigkeit sind als der Jupiter, so bildet sich in der Rotationsrichtung ein dunkler Streifen, der bei längerer Dauer der Eruption eine Ausdehnung um den ganzen Planeten gewinnen kann. Wenn die solche Streifen bildenden, glühenden Dämpfe eigenes Licht ausstrahlen, lassen sich rötliche und rotgelbe Färbungen beobachten.

Fig. 326.

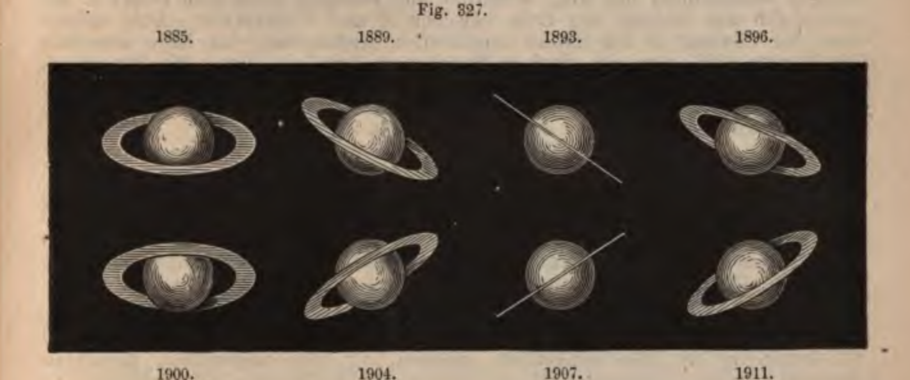


Am auffallendsten ist die Erscheinung des Saturn (Fig. 326), der etwa 1000mal so groſs ist als die Erde, und dessen mittlerer Durchmesser 18″ groſs erscheint; nämlich auſser acht Monden, von denen die meisten aber nur mit ausgezeichneten Teleskopen sichtbar sind, zeigt er einen koncentrisch geteilten flachen Ring (Huygens, 1656), dessen äuſserster Durchmesser über 282 000 Kilometer beträgt, während der Äquatorialdurchmesser des Saturn nur wenig über 126 000 Kilometer groſs ist; die Dicke des Ringes beläuft sich nicht über 400 Kilometer. Der Ring wirft Schatten auf den Saturn und dieser auf den Ring. Auſserdem lassen sich auch auf dem Saturn Streifen beobachten, welche einander und der Äquatorialebene parallel verlaufen und auf eine Axenumdrehung des Saturn schlieſsen lassen, die nach der neuesten Feststellung von Hall in Washington (1877) in 10 St. 14 Min. 23,8 Sek. (mittl. Fehler 2,3″) erfolgt. Die Drehungsaxe und ebenso der Ring behalten fortdauernd nahezu dieselbe Richtung im Weltenraum; die Neigung des Ringes gegen die Ekliptik beträgt etwa 28° 10′ 17″ und schneidet dieselbe in einer Linie, welche mit der Äquinoktiallinie (1881) den Winkel 167° 56′ bildet (die Länge des Knotens wächst jährlich um 46,5″).

Geht der Saturn durch einen seiner Ringknoten (in *C*, Fig. 327a), d. h. hat er die Länge 167° 56′, oder 347° 56′, so durchschneidet die Ebene seines Ringes die Sonne und wird von dieser darum nur die Kante des Ringes beleuchtet. Wenn alsdann auch die Erde sich zufällig in der Knotenlinie *CS* befindet (in *F*, Fig. 327a), was also zur Zeit der Opposition des Saturn stattfindet, welche vorzugsweise günstig zu seiner Beobachtung ist, so kann der Ring nur als eine glänzende, gerade Linie (vergl. Fig. 327, 1893 und 1907) erscheinen, wenn er überhaupt sichtbar ist. In der That jedoch bleibt der Ring alsdann, auſser für Fernrohre von gröſster Öffnung, ganz unsichtbar, wie John Herschel am 29. April 1833 bestätigt hat, obschon er sich zur Beobachtung eines Reflektors von 18 Zoll (46 cm) Öffnung und 20 Fuſs (6,1 m) Fokallänge bediente. Der Ring verschwindet ebenfalls, so oft die Erde durch die Ebene des Ringes, d. h. durch eine Schnittlinie dieser Ebene mit der Ekliptik hindurchgeht. Ein solcher Durchgang kann, wie eine einfache Betrachtung zeigt (vergl. die Anm.), nur in der Nähe der

Ringknoten des Saturn erfolgen und tritt alsdann **mindestens einmal** ein, kann sich jedoch auch **zwei-** und **dreimal** ereignen. Zu anderen Zeiten wird man den Ring bald von der Nordseite, bald von der Südseite sehen (Fig. 327). Entsprechend der siderischen Umlaufszeit des Saturn beträgt auch die periodische Wiederkehr der verschiedenen Ringgestalten etwa 30 Jahre. Das Gleichgewicht des Ringes wird erhalten durch seine Rotation in seiner Ebene in etwa 10 St. 32 Min., welche Zeit nach dem Gravitationsgesetz (§ 379) der Umlaufszeit eines Mondes in der mittleren Entfernung der Breite des Ringes vom Saturn gleichkommt. Wahrscheinlich hat der Ring mehr als eine koncentrische Teilung.

Fig. 327.



Anmerkung. Das Verschwinden des Saturnringes. Weil die Ebene des Ringes bei ihrer Fortbewegung sich selbst parallel bleibt, gilt dasselbe für ihre Schnittlinie mit der Ekliptik. In Fig. 327a sei S die Sonne, $ABCD$ ein Teil der Saturnbahn, welcher den Ringknoten C einschliefst, $EFGH$ die Bahn der Erde, CS die Knotenlinie, BE und DG (Tangenten der Erdbahn) und JK sämtlich parallel CS, und durch die Pfeile die Bewegungsrichtung beider Planeten angedeutet. Da sich die Schnittlinie der Ringebene mit der Ekliptik in paralleler Richtung fortbewegt, so kann die Erde durch dieselbe nur hindurchgehen, also ein Verschwinden des Ringes nur eintreten, solange sich der Saturn auf der Bahnstrecke BD befindet. Dieser Bogen BD ist nur von beschränkter Ausdehnung; denn aus dem Verhältnis der Radien der Saturn- und der Erdbahn (9,54 : 1, § 377) ergiebt sich Winkel $CSB = CSD = 6^0\,1'$, d. h. $BSD = 12^0\,2'$. Den Bogen BD durchläuft der Saturn ungefähr in 359,46 Tagen, d. h. in einer nur um 5,8 Tage geringeren Zeit, als die Erde zu ihrem Umlauf um die Sonne bedarf. Weil nun die Erde in beiden Hälften, EFG und GHE, ihrer Bahn durch eine Schnittlinie der Ringebene mit der Ekliptik hindurchgehen kann, so muſs während dieser Zeit mindestens ein Durchgang, d. h. ein **Verschwinden des Ringes** stattfinden.

Fig. 327a.

Um jetzt zu zeigen, daſs auch ein wiederholtes Verschwinden auf der Bahnstrecke BD des Saturn möglich ist, sei durch $Eb = Ga$ die Länge eines von der Erde in 5,8 Tagen durchlaufenen Bogens dargestellt. Wenn dann in dem Augenblick, wo der Saturn in B anlangt, sich die Erde in a befindet, so wird sie bei ihrer Weiterbewegung die ihr entgegenkommende Schnittlinie der Ringebene in einem Punkt des Quadranten HE erreichen, etwa in K und dann für die ganze folgende Strecke $KEFG$ sich, mit

bezug auf die Richtung des Saturn, hinter der Ringebene desselben befinden, bis sie die Schnittlinie, also auch den Ring, nochmals in G einholt, d. i. in dem Augenblick, wo der Saturn den Bogen BD verläfst: für diese Annahme also tritt ein zweimaliges Verschwinden des Ringes ein.

Befindet sich die Erde beim Eintritt des Saturn in B in irgend einem Punkt des Bogens aHE, so wird sie, wie vorhin, zwischen H und E durch die Ringebene gehen und sie alsdann nochmals in einem Punkt des Halbkreises EFG überholen und endlich ihr ein drittes Mal in einem Punkt des Quadranten GH begegnen, so dafs also der Ring dreimal verschwindet. Dasselbe tritt ein, wenn die Stellung B des Saturn mit der Stellung E der Erde zusammenfällt; dagegen verschwindet der Ring wiederum nur zweimal, wenn dem Punkt B der Saturnbahn eine Stellung der Erde zwischen E und b entspricht. Dafs endlich einer der Stellung B des Saturn zugehörigen Anfangslage der Erde innerhalb des Bogens bFG nur ein einziger Durchgang der Erde durch die Ringebene, d. h. ein einmaliges Verschwinden des Ringes entspricht, nämlich im Halbkreise GHE, ist sofort daraus zu entnehmen, dafs auf dem ganzen Bogen bFG die Erde der Ringebene des Saturn voraus ist.

Der Uranus ist nur teleskopisch zu beobachten; er zeigt weder einen Ring, noch Streifen oder Flecke, hat etwa 4″ im Durchmesser und ist 82 mal so grofs wie die Erde. Begleitet ist er von vier Monden, welche sich rückläufig bewegen, und deren Bahnen fast rechtwinklig die Bahn des Uranus durchschneiden.

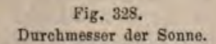
Der Neptun ist zu weit entfernt und seit seiner Entdeckung (1846) zu ungünstig für Beobachtungen gelegen, so dafs eigentliche Resultate derselben noch zu erwarten sind. Er besitzt mindestens einen Mond.

Die Asteroiden. Die gröfsere Lücke zwischen Mars und Jupiter wird durch eine Menge kleiner Planeten ausgefüllt, von denen bisher mehr als zweihundert beobachtet worden sind. Alle sind teleskopisch und nur an Vesta und Pallas ist eine Scheibe entdeckt worden. Aus photometrischen Vergleichungen dürfte den gröfseren Asteroiden ein Durchmesser zukommen, der für Ceres auf 343, für Vesta auf 318, für Pallas auf 266, für Juno auf 189 km sich belaufen kann. Ihre Bahnen sind stark excentrisch, und stark gegen die Ekliptik geneigt. Man hat die Hypothese aufgestellt, dafs die Asteroiden die Trümmer eines gröfseren Planeten sind.

Von den gröfseren Planeten ist Uranus 1781 von W. Herschel entdeckt worden, Neptun 1846 durch Berechnung von Unregelmäfsigkeiten im Gange des Uranus von Leverrier († 1877) an einer bestimmten Stelle am Himmel vermutet und von Galle aufgefunden worden. Von den Asteroiden sind Ceres 1801 von Piazzi in Palermo, Juno 1804 von Harding in Göttingen, Pallas und Vesta 1802 und 1807 von Olbers in Bremen entdeckt worden, weiter nach einem längeren Zwischenraum Asträa 1845, Hebe 1847 von Henke in Driesen u. s. w., bis Ende 1886 der 264. der Gruppe zwischen Mars und Jupiter.

Von den Absorptionsstreifen des Sonnenspektrums (§ 371) gehört ein Teil der Erdatmosphäre zu, und es hat sich nachweisen lassen, dafs mehrere dieser atmosphärischen Linien vom Wasserdampf der Luft herrühren, während andere auf ein zusammengesetztes permanentes Gas, vielleicht Kohlensäure, hindeuten. Im Spektrum der Venus erscheinen die Fraunhoferschen Linien unverändert, in dem des Mars dagegen und des Jupiter zeigen sich die Absorptionsstreifen der Erdatmosphäre sehr verstärkt, so dafs beiden Planeten vielleicht eine Atmosphäre, ähnlich der der Erde, zukommt; aufserdem aber enthält das Spektrum des Mars noch starke Absorptionsstreifen im Blau und das des Jupiter im Rot. Das Spektrum des Saturn ist dem des Jupiter sehr ähnlich; auch in den Spektren des Uranus und des Neptun finden sich starke Streifen und mögen immerhin die vier äufsersten Planeten noch schwach selbständig leuchten.

Die Figur 328 soll zur Verdeutlichung der gegenseitigen Beziehungen in der Gröfse der Planeten, der Dimensionen der Sonne und der Bahn des Mondes um die Erde dienen.


Fig. 328.
Durchmesser der Sonne.



C. Die Nebenplaneten.

a. Der Mond.

§ 381. Bahn und Gröfse des Mondes. Die Bewegung des Mondes am Fixsternhimmel findet, übereinstimmend mit der scheinbaren Jahresbewegung der Sonne, in einer der scheinbaren täglichen Bewegung der Gestirne entgegengesetzten Richtung statt, jedoch mit gröfserer Schnelligkeit, und zwar mit einer mittleren siderischen Periode von 27 Tagen 7 St. 43^m $11{,}5^s$ für den ganzen Umlauf um die Erde. Der Mond beschreibt dabei mit nicht ganz gleichförmiger Geschwindigkeit eine nahezu kreisförmige Bahn, wie daraus hervorgeht, dafs der scheinbare Durchmesser des Vollmondes kaum veränderlich ist. Den Abstand des Mondes von der Erde findet man, wie den der Sonne (§ 370), durch Berechnung der Horizontalparallaxe, deren mittlerer Wert sich gleich 57′ 19,9″ ergiebt, oder durch sogenannte Okkultationen, von denen später (§ 383) die Rede sein wird. Die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde ergiebt sich aus seiner Parallaxe als das 60,273fache des Erdradius, d. h. gleich 384 436 Kilometer (51 808 geogr. Meilen), ist also nur wenig gröfser als die Hälfte des Sonnenhalbmessers.

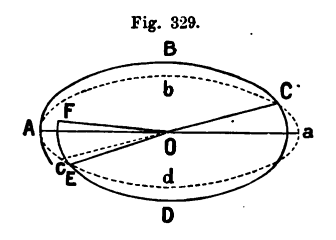
Der mittlere Durchmesser des Mondes, vom Mittelpunkt der Erde aus gesehen, beträgt 31′ 5″; er variiert zwischen 29′ und 34′: sein wahrer Durchmesser ist darum das 0,2729fache des Erddurchmessers, d. h. gleich 3481 Kilometer (468 geogr. Meilen), sein Inhalt also 0,0203 oder $^1/_{49}$ des Inhaltes der Erde.

Die Bahn des Mondes ist eine Ellipse, deren Excentricität 0,05491 der grofsen Halbaxe beträgt (§ 378), und hat zur Ekliptik eine Neigung von 5° 8′ 48″; der eine Brennpunkt der elliptischen Mondbahn ist der Mittelpunkt der Erde. Diejenigen Punkte, in denen der Mond der Erde am nächsten kommt, oder von ihr am weitesten entfernt ist, heifsen Perigäum, bezüglich Apogäum, ihre Verbindungslinie die Linie der Apsiden. Die Knoten der Mondbahn weichen von Monat zu Monat auf der Ekliptik zurück und zwar täglich um 3′ 10,64″, in einem Jahre etwas über 19°; die Periode dieser rückläufigen Bewegung der Knoten ist ungefähr 18,6 Jahre.

In Fig. 329 bedeutet *Abad* die Ekliptik und *ABCDEF* einen eine ganze siderische Umlaufszeit umfassenden Teil der Mondbahn, und zwar *A* den aufsteigenden Knoten; läge die Bahn in einer Ebene, welche durch *O* ginge, so

würde *a* der absteigende Knoten sein. Dieser Knoten tritt aber bereits im Punkt *C* ein, so dafs ∡ *AOC* < 2 *R* ist; ebenso ist der Winkel bis zum nächsten aufsteigenden Knoten *COE* < 2 *R*, und demnach wird der siderische Umlauf von *A* aus erst in *F*, nördlich von der Ekliptik abgeschlossen sein. Bei dieser Bewegung kann der Mond allmählich jeden Punkt des Himmels bedecken, welcher innerhalb einer Zone von 10° 18′ Breite liegt, die Ekliptik als Mittellinie gerechnet. Trotzdem ist seine veränderte Stellung bei einem Umlauf nur wenig bemerklich; denn wenn der Mond, wie zwischen *A* und *F*, die ganze Ekliptik in der Länge durchmessen hat, so beträgt sein Breitenunterschied durchschnittlich doch nur 8′.

Fig. 329.

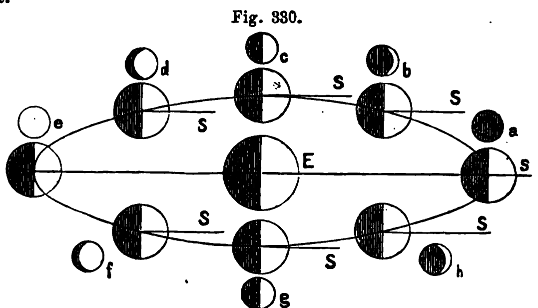


Auch die grofse Axe der elliptischen Mondbahn, die **Apsidenlinie**, ändert ihre Richtung im Raume alljährlich um etwa 41°, bei jedem Umlauf um die Erde um ungefähr 3°, und zwar schreitet das Perigäum rechtläufig vor und macht einen ganzen Umlauf am Himmel in 8 Jahren 310 Tagen und 14 St. mittlerer Sonnenzeit.

Gleichzeitig rücken also auch die Axen der elliptischen Mondbahn in ihrer Ebene immer weiter vor, und es zeigt darum diese Ebene im ganzen eine schwankende Bewegung, so dafs die Berechnung der jedesmaligen Stellung des Mondes nicht einfach ist.

§ 382. **Die Mondphasen; synodische Periode des Mondes.** Der Mond erhält sein Licht von der Sonne und, weil seine Entfernung von dieser 400mal so grofs ist als von der Erde, in fast paralleler Richtung der Strahlen, so daſs er stets zur Hälfte von der Sonne beleuchtet erscheint. Je nach seiner verschiedenen Stellung zur Erde bietet er dieser einen mehr oder weniger beleuchteten Teil seiner Oberfläche dar, und er zeigt darum verschiedene Phasen, die ohne besondere Erläuterung aus der Fig. 330 klar werden, in der die Mondbahn in perspektivischer Ansicht dargestellt ist.

Fig. 330.



Die **Mondmonate** werden durch die regelmäfsig wiederkehrenden Mondphasen bestimmt; sie dauern von Neumond zu Neumond, d. h. von jeder Konjunktion des Mondes mit der Sonne bis zur nächstfolgenden. Diese **synodische Periode** des Mondes (vergl. § 376) ist wegen der scheinbaren Bewegung der Sonne gröfser als die siderische (§ 381), nämlich 29 Tage 12^h 44^m $2{,}9^s$. Man findet aus ihr durch dasselbe Verfahren die siderische Periode, wie früher (§ 377) aus der synodischen Umlaufszeit eines oberen Planeten die siderische Umlaufszeit und umgekehrt.

Nennt man den Überschufs der synodischen über die siderische Periode des Mondes, in Teilen der Ekliptik ausgedrückt, *α*, so dafs der Bogen *α* von der

Sonne in derselben Zeit zurückgelegt wird, als die ganze Ekliptik, d. i. 1 vermehrt um α, vom Monde, so hat man, wenn man weiter die scheinbare Geschwindigkeit der Sonne $\frac{360}{365,24224} = 0,98565$ durch σ, die des Mondes $\frac{360}{27,32166} = 13,1764$ durch μ bezeichnet:

$$\sigma : \mu = \alpha : 1 + \alpha,$$

woraus: $$\alpha = \frac{\sigma}{\mu - \sigma} = 0,080852 = 29,1067^0,$$

welche von dem Monde in $\frac{29,1067}{13,1764} = 2,209$ Tagen zurückgelegt werden; um diese Zeit also, d. i. um 2 Tage $5^h\ 1^m$, ist die siderische Periode des Mondes kleiner als die synodische.

§ 383. **Okkultation der Gestirne; Sonnenfinsternis.** Eine **Okkultation** eines Sternes durch den Mond tritt ein, sobald der Mond zwischen den Stern und die Erde tritt. Eigentümlich ist dabei das plötzliche Verschwinden oder Wiedererscheinen des Gestirns, je nachdem dasselbe von dem Monde verdeckt wird, oder die Bedeckung aufhört, zumal wenn ein solches Ereignis am dunklen Rande der Mondscheibe zu beobachten ist.

Derartige Sternbedeckungen sind von Bedeutung für die Längenbestimmung eines Ortes, sowie für die Bestimmung der Parallaxe des Mondes, und es werden aus diesem Grunde für die Hauptsternwarten die Okkultationen der helleren Fixsterne auf Jahre vorausberechnet.

Eine Okkultation der Sonne durch den Mond, auch wenn sie nur teilweise stattfindet, wird als **Sonnenfinsternis** bezeichnet. Eine solche tritt demnach ein, sobald im Moment der gröfsten Nähe von Mond und Sonne der vom Mittelpunkt der Erde aus berechnete, sogenannte **geocentrische** Abstand ihrer Mittelpunkte kleiner ist, als die Summe ihrer Radien und der Horizontalparallaxe des Mondes, welche Summe höchstens den Wert $1^0\ 34'\ 27''$ erreicht. Die parallaktische Zugabe ist durch die Gröfse der Erde bedingt.

Fig. 331.

Im sphärischen Dreieck *SNM* (Fig. 331) sei *S* der Mittelpunkt der Sonne, *M* der des Mondes, *SN* die Ekliptik, *MN* ein Teil der Mondbahn, *N* der Knoten. Für den kleinsten Abstand *MS* des Mondes von der Sonne ist bei der Berührung der um die Horizontalparallaxe des Mondes erweiterten Scheibe des Mondes mit der Sonnenscheibe Winkel *SMN* ein rechter, folglich *SN* leicht zu berechnen; wenn $SM = 1^0\ 34'\ 27''$ und $\measuredangle\ MNS = 5^0\ 8'\ 48''$ (§ 381) gegeben sind:

$$\sin SN = \frac{\sin SM}{\sin SNM},$$

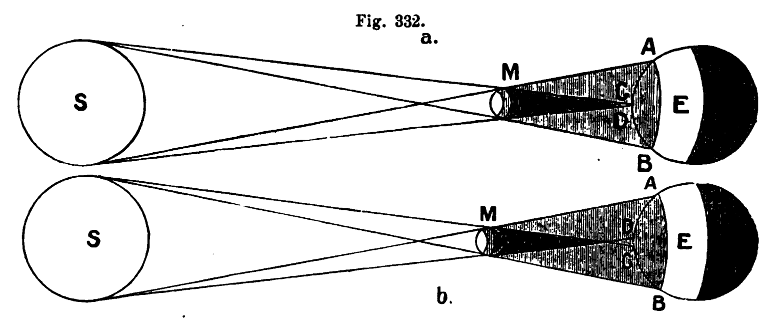
d. i.: $$SN = 17^0\ 50'.$$

Wenn also im Augenblick des Neumondes der Knoten des Mondes dem Mittelpunkt der Sonne näher liegt als $17^0\ 50'$, so kann auf eine, irgendwo auf der Erde zu beobachtende Sonnenfinsternis geschlossen werden. Man hat also die Sonnen- und Mondtafeln zu Rate zu ziehen, um die Lage des Knotens und die genauen (scheinbaren) Halbmesser der Sonne und des Mondes kennen zu lernen, ferner die Lokalparallaxe und die Vergröfserung des Monddurchmessers, wie sie durch die nähere Stellung des Beobachters, verglichen mit der im Mittelpunkt der Erde, bedingt wird.

Die Sonnenfinsternis wird central genannt für diejenigen Orte der Erde, an denen während der Finsternis die Mittelpunkte von Mond und Sonne sich einen Augenblick decken, ringförmig, wenn die Mondscheibe von der Sonnenscheibe umhüllt wird, total, wenn die letztere von der ersteren ganz bedeckt wird, partial für alle Orte, für welche ein seitlicher Teil der Sonnenscheibe unverdeckt bleibt, d. h. welche nur im Halbschatten des Mondes liegen.

Die Figuren 332a und 332b werden dazu dienen, eine totale und eine ringförmige Sonnenfinsternis zu verdeutlichen: auf der Mittelzone *CD* ist die Finsternis bezüglich total (a) oder ringförmig (b), auf der Aufsenzone, begrenzt durch die

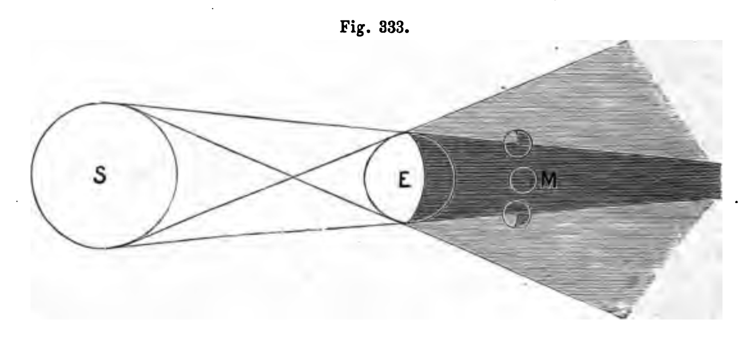
Fig. 332.



Kreise *AB* und *CD*, partial, im gemeinsamen Mittelpunkt dieser Kreise central. Die gröfste Ausdehnung wird eine totale Sonnenfinsternis erreichen, wenn sich die Erde *E* im Aphel, der Mond *M* im Perigäum befindet, eine ringförmige Sonnenfinsternis, wenn sich die Erde im Perihel, der Mond im Apogäum befindet. Über die Lichterscheinungen bei totalen Sonnenfinsternissen s. § 371.

§ 384. Mondfinsternis. Periodicität der Finsternisse. Wie bei der Stellung von Sonne, Mond und Erde im Fall der Konjunktion (Fig. 332) eine Sonnenfinsternis eintreten kann, so ermöglicht sich bei der Stellung dieser drei Körper in der Reihenfolge Sonne, Erde, Mond, d. h. im Fall der Opposition (Fig. 333), eine Mondfinsternis, ein teilweiser oder

Fig. 333.



totaler Durchgang des Mondes durch den Schatten der Erde. Dabei ist der Eintritt des Mondes in den Halbschatten der Erde nicht wahrzunehmen; dagegen ist die Erde so grofs, dafs ihr Schattenkegel weit über den Mond hinausreichen kann, so dafs hier eine gegenseitige Stellung wie in Fig. 332b, durch welche eine ringförmige Sonnenfinsternis bedingt war, nicht möglich ist. Auch die Mondfinsternisse werden in totale und partielle unterschieden.

Die Sonne geht (rechtläufig) den Gestirnen täglich um 0,98565° voraus (§ 382), während die Mondknoten (§ 381) täglich um 3′ 10,64″ = 0,05295° hinter den Gestirnen, folglich um 1,0386° hinter der Sonne zurückbleiben, also weil 360 : 1,0386 = 346,62, haben nach Verlauf von 346,62 Tagen die Mondknoten wieder dieselbe Stellung zur Sonne. Das 19fache dieser Periode beträgt 6585,78 Tage; eigentümlicherweise machen 223 mittlere synodische Umläufe des Mondes (§ 382) 6585,32 Tage aus; der Unterschied also der mittleren Lage des Knotens beim Beginn und nach Verlauf von 223 Mondumläufen ist fast unmerklich, und darum ist diese Zeit eine Periode für alle Verfinsterungen, d. h. sowohl die Sonnen- als die Mondfinsternisse kehren periodisch in 18 Jahren und 10 Tagen wieder. Man rechnet auf diese Zeit 29 Mond- und 41 Sonnenfinsternisse. Diese Periode ist bereits den Chaldäern bekannt gewesen.

Bei einer totalen Mondfinsternis treten interessante Lichterscheinungen an der verdunkelten Scheibe des Mondes hervor; dieselbe zeigt nämlich ein bläulichgrünliches Licht, welches bei schneller Veränderung durch die Zwischenfarben des Spektrums Gelb und Orange zu glühendem Rot übergeht, so dafs man mit dem Fernrohr selbst Flecke auf der Mondscheibe erkennen kann. Als Grund dieser Erscheinungen ist die Brechung der Sonnenstrahlen in der Erdatmosphäre anzusehen, und die Farbenübergänge erscheinen nur dann deutlich, wenn diejenigen Schichten der Erdatmosphäre, durch welche das Sonnenlicht nach dem verfinsterten Monde hin gebrochen wird, klar sind.

Anfang, Dauer und Gröfse einer Mondfinsternis sind leichter zu berechnen, als bei einer Sonnenfinsternis, weil sie unabhängig sind von der Lage des Beobachtungsortes auf der Erde. Die Spitze des Kernschattenkegels liegt immer in der Ekliptik, und man braucht nur die Lage des Mondes zur Zeit des Vollmondes aus den Mondtafeln zu entnehmen und dann zu berechnen, in welchen Momenten vor und nach dem Vollmond der Abstand des Mittelpunktes des Mondes von der Axe des Schattenkegels gleich ist der Summe der Halbmesser des Mondes und des Kernschattens, um Beginn und Ende der Mondfinsternis festzustellen. Eine Mondfinsternis, d. h. ein Eintreten des Mondes in den Kernschatten, findet nicht statt, wenn zur Zeit des Vollmondes der Abstand des Mittelpunktes der Sonne von einem Knoten der Mondbahn gröfser ist als 11° 21′.

§ 385. Physische Beschaffenheit des Mondes, Axenumdrehung, Libration. Der Mond gewährt dem Beschauer, abgesehen von der Veränderlichkeit seiner Beleuchtung durch die Sonne, durch die seine verschiedenen Phasen veranlafst werden, immer fast genau denselben Anblick. Im besonderen zeigt er Flecke, welche stets dieselbe Stelle behaupten und sich teleskopisch als Berge und Thäler darstellen, deren Schatten einzig nach dem Stande der sie beleuchtenden Sonne sich verlängern oder verkürzen. Man hat wiederholt photographische Ansichten des Mondes aufgenommen und seit Jahren, bei übrigens gleichen Phasen, keine Veränderung bemerkt. Weil demnach der Mond stets dieselbe Seite der Erde zukehrt, mufs er sich in derselben Zeit, als er seinen Umlauf um die Erde vollendet, einmal um seine Axe drehen.

Bei genauerer Bestimmung hat sich ergeben, dafs die Umdrehung in einer Ebene erfolgt, welche unter dem Winkel 1° 30′ 11″ gegen die Ekliptik geneigt ist, und in einer Zeit, welche mit der siderischen Umlaufszeit (§ 381) übereinkommt. Während aber die Bewegung des Mondes um die Erde nicht gleichförmig ist, ergiebt sich bei seiner Axenumdrehung eine unveränderliche Winkelgeschwindigkeit; darum schwanken die Schnittpunkte der Centrale von Erde und Mond mit der Oberfläche des letzteren einigermafsen auf dieser hin und her, und weil aufserdem

die Umdrehungsaxe des Mondes nicht ganz senkrecht auf seiner Bahn steht, so kommt während der einen Hälfte des siderischen Umlaufes der Nordpol, während der anderen der Südpol des Mondes ein wenig zum Vorschein. Diese Erscheinung heifst Libration des Mondes.

Die konvexe, äufsere Grenze des beleuchteten Mondes ist kreisrund und fast glatt, die Schattengrenze aber sehr rauh, weil die in ihrer Nähe gelegenen Erhebungen der Mondoberfläche, die zum Teil als einzelne Berge, zum Teil als ganze Gebirge, besonders Ringgebirge mit kraterförmigen Vertiefungen, erscheinen und eine Höhe bis über 7200 m erreichen, also höher wie der Chimboraço sind, infolge der für sie untergehenden Sonne lange Schatten werfen. Beim Vollmond ist kein Schatten zu sehen. Auf der uns zugewendeten Seite besitzt der Mond keine Spur von Wolken, oder von einer Atmosphäre, wie aus den plötzlichen Okkultationen der Gestirne (§ 383), den Lichterscheinungen bei einer totalen Sonnenfinsternis (§ 371) und den vollkommen schwarzen Schatten der Mondberge zu schliefsen ist, und was sich auch durch Spektraluntersuchungen bestätigt hat. Infolgedessen mufs die Oberfläche des Mondes vorzugsweise stark von der Sonne erwärmt werden; trotzdem ist die eigene Wärme des Mondes sehr gering, weil auch die Wärmeausstrahlung in den Weltenraum kein Hindernis erfährt. Eigenes Licht besitzt der Mond nicht; der matte Lichtschein, durch welchen sich der dunkle Teil des Mondes, nahe vor oder nach dem Neumond, noch sichtbar macht, ist nur eine Folge der Reflexion des Lichtes der Erde, die alsdann dem Monde in voller Beleuchtung gegenübersteht.

Es existieren genaue Mondkarten schon von Hevel und Cassini, neuerdings von Beer und Mädler und in grofsem Mafsstabe ausgeführte Karten einzelner Mondlandschaften von Schmidt in Athen. Die Lohrmannsche Karte giebt ein mit gröfster Sorgfalt entworfenes Bild der Mondoberfläche (Mafsstab 1 : 3566400) aus den Jahren 1822—36. Julius Schmidt in Athen († 1884) hat die Beobachtung gemacht, dafs seit 1866 an einer bestimmten Stelle des Mondes ein Krater seine Gestalt verändert hat. Nach einer Untersuchung von Huggins zeigten die Sterne Sirius, Arkturus u. a. mehr Einflufs auf einen empfindlichen Thermomultiplikator als der Vollmond, bei dem sich nur ein unsicherer Ausschlag der Magnetnadel ergab.

b. Die Trabanten der übrigen Planeten.

§ 386. Die Monde des Jupiter, des Saturn, des Uranus und des Mars. Dieselben entsprechen in ihren Bewegungen den Kepplerschen Gesetzen und stellen insofern mit ihrem Centralkörper im kleinen ein Abbild des Sonnensystems dar, im besonderen die vier Monde des Jupiter, welche sich schon durch Fernrohre von mäfsiger Vergröfserung beobachten lassen. Sie bewegen sich von West nach Ost, also rechtläufig, in Ebenen, welche nahezu mit der des Äquators des Jupiter zusammenfallen und, weil dieser selbst nur um 3° 5′ 30″ gegen die Ebene der Jupiterbahn geneigt ist, wenig von der Ekliptik verschieden sind. Darum scheinen sie sich nahezu geradlinig zu bewegen. Sie haben derartige Abstände vom Jupiter, dafs die drei inneren bei jedem Umlauf um diesen total verfinstert werden, und diese regelmäfsig wiederkehrenden Verfinsterungen haben (Olaf Römer 1675) auf die Entdeckung der Geschwindigkeit des Lichtes geführt (§ 133) und lassen sich zur Bestimmung der geographischen Länge verwerten.

In Jupiterhalbmessern ausgedrückt sind die Abstände seiner Satelliten vom Jupiter:

6,05; 9,62; 15,35; 27;

ihre Umlaufszeiten in Tagen:

1,769; 3,551; 7,155; 16,689;

ihre Durchmesser in Kilometern:

3925; 3525; 5758; 4927.

Während von den acht Saturnmonden die Bahnen der inneren fast in die Ebene des Ringes fallen, ist die des siebenten um 21° (Mädler) gegen diese geneigt. Die Umlaufsperiode des dritten Saturntrabanten ist doppelt so grofs als die des ersten, und ebenso die des vierten das Doppelte der Periode des zweiten, ja sogar 494 Umläufe des ersten Mondes, 340 des zweiten, 247 des dritten, 170 des vierten betragen sämtlich 465 Tage 18 St. Von den vier mit Sicherheit (1874—1875 von Newcomb in Washington) beobachteten Monden des Uranus ist zu bemerken, dafs ihre Bahnebenen fast senkrecht zur Ekliptik stehen (78° 58′), und ihre Bewegung rückläufig ist; ihre Umlaufszeiten betragen $2^1/_2$, 4, 9, $13^1/_2$ Tage. Sie gelten als besonders schwierige Objekte für die Beobachtung. Ein Trabant des Neptun ist bereits 1846 von Lassell aufgefunden worden (Umlaufszeit 5,877 Tage).

Im August 1877 sind von Hall in Washington zwei Satelliten des Mars, Phobos und Deimos, entdeckt worden, welche bezüglich nur einen Abstand von 9350 und 23400 Kilometer vom Mars haben, deren Umlaufszeit $7^h\ 38{,}5^m$ und $30^h\ 14^m$ beträgt, während ihr Durchmesser nur 9 und 10,5 km grofs ist. Aufserdem hat Hall für den schwächsten Trabanten des Saturn, den Hyperion, eine Umlaufszeit von 21,3 Tagen und die Neigung seiner Bahn gegen die Ringebene gleich 7° 3,8′ gefunden. Zu diesen Entdeckungen hat ein Fernrohr von 68,6 cm Objektivöffnung verholfen.

§ 387. Gravitationsgesetz. Masse der Himmelskörper. Durch die genauere Bestimmung der Bewegung des Mondes um die Erde und der Dimensionen des Erdkörpers selbst ist Newton zur Feststellung eines Gesetzes gelangt, welches nicht allein die elliptische Mondbahn und die Bewegung aller Satelliten um ihren Centralplaneten, sowie die der Planeten selbst um die Sonne als die Wirkungen einer und derselben Naturkraft darstellt, sondern auch weit über die Grenzen des Sonnensystems hinaus die Bahnen der Kometen (§ 390) und der Doppelsterne (§ 403) regelt, und welches ebenso zur Erklärung der Gesetze der Bewegung und des Gleichgewichtes der Naturkörper überhaupt dient. Dieses Gesetz, bekannt unter dem Namen des Gesetzes der allgemeinen Massenanziehung oder Gravitation, lautet (§ 58):

Alle Teile der Materie ziehen einander an mit einer Kraft, welche den anziehenden Massen direkt, den Quadraten der Entfernung umgekehrt proportional ist.

Newton hat ferner bewiesen, dafs, wenn die anziehenden Körper Kugeln sind von gleichmäfsiger Dichtigkeit, oder welche aus koncentrischen Schichten von gleicher Dichtigkeit bestehen (Princip. lib. I, propos. 75. 76), die Anziehung dieselbe ist, als wenn ihre ganze Masse im Mittelpunkt vereinigt wäre, und dadurch die unmittelbare Anwendung des Gravitationsgesetzes auf die Himmelskörper ermöglicht. Eine solche wurde denn auch in der Zurückführung der Bewegung der Planeten und Satelliten um ihren Centralkörper auf das gleiche Anziehungsgesetz gemacht und ebenso in der Bestimmung der Masse der Himmelskörper und der Fallbeschleunigung auf ihrer Oberfläche.

Bezeichnet man die Massen zweier als kugelförmig angenommenen Himmelskörper durch m und m_1, die Entfernung ihrer Mittelpunkte durch r, so ist ihre gegenseitige Anziehung, dem Gravitationsgesetz entsprechend:

$$f \cdot \frac{m m_1}{r^2},$$

wo f ein konstanter Faktor ist; die durch diese Anziehung bewirkte Beschleuni-

gung für die Masse m ist gleich $f.\frac{m_1}{r^2}$, für die Masse m_1 gleich $f\frac{m}{r^2}$, also unabhängig von der Masse des beschleunigten Körpers. Wird die Beschleunigung, welche ein Himmelskörper, wie die Erde, auf einen Körper an ihrer Oberfläche ausübt, durch γ bezeichnet, der Radius des betreffenden Himmelskörpers durch ϱ und seine Masse durch m, so hat man also:

$$\gamma = h.\frac{m}{\varrho^2},$$

wo h wiederum einen konstanten Wert besitzt. Newton hat gezeigt, dafs diese Beschleunigung sich bis auf die Bewegung der Himmelskörper um ihren Centralkörper ausdehnt, so dafs sich also, wenn M die Masse der Sonne, R die Entfernung ihres Mittelpunktes von dem eines Planeten und G die Fallbeschleunigung infolge der Anziehung der Sonne bedeuten, ergiebt:

$$G = h.\frac{M}{R^2}$$

und ebenso, wenn m die Masse eines anderen Centralkörpers, r die Entfernung seines Mittelpunktes von dem eines Trabanten und g die Beschleunigung des Falles auf ersterem bezeichnen:

$$g = h.\frac{m}{r^2}.$$

Andererseits ergiebt sich aus den Umlaufszeiten T und t, bezüglich des Planeten um die Sonne und des Trabanten um seinen Centralplaneten (§ 55):

$$G = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \text{ und } g = \frac{4\pi^2 r}{t^2},$$

folglich:

$$\frac{M}{m} = \frac{R^3 t^2}{r^3 T^2}.$$

Ist $M = m$, findet also die Bewegung um denselben Centralkörper statt, so wird $R^3 t^2 = r^3 T^2$, d. h. $T^2 : t^2 = R^3 : r^3$, entsprechend dem dritten Kepplerschen Gesetz (§ 379). Um nunmehr das Massenverhältnis der Sonne und der Erde zu bestimmen, vergleiche man die siderische Umlaufszeit der Erde, 365,2564 Tage (§ 358), mit der des Mondes 27,32166 Tage (§ 381), und die Entfernungen der Sonne und des Mondes von der Erde, welche bezüglich das 23439- und 59,965fache des Erdradius betragen; man erhält daraus:

$$M = 334550\ m;$$

als genauerer Wert ergiebt sich, wenn man die Abweichung der Bahn der Erde und des Mondes von der Kreisform sowie die Abplattung der Erde nicht vernachlässigt, $M = 324439\ m$ (§ 370). Ebenso läfst sich aus der Vergleichung der Umlaufszeit des äufsersten Jupitertrabanten (§ 386) mit der des Mondes die Masse des Jupiter bestimmen, bezogen auf die der Erde, $= 309\ m$, ferner die Masse des Saturn $= 92\ m$ und die Masse des Uranus $= 13{,}5\ m$.

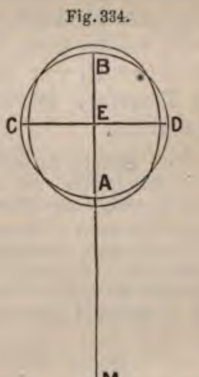
Die Masse derjenigen Planeten, welche keine Satelliten haben, ist durch die Störungen bestimmt worden, welche sie in ihrer Bewegung durch die anderen Planeten erleiden, oder selbst auf diese ausüben, die des Mondes unter anderem durch die Erscheinung der Ebbe und Flut (§ 388), endlich die Dichtigkeit der Erde selbst durch Versuche mittelst der Drehwage (§ 58). Als Mittelwert derselben hat sich 5,6 ergeben und daraus sind, weil die Dichtigkeit proportional der Masse und umgekehrt proportional dem Volumen ist, hergeleitet worden die Werte für die mittlere Dichtigkeit der Sonne = 1,3, des Merkur = 6,6, der Venus = 4,5, des Mars = 4,0, des Jupiter = 1,36, des Saturn = 0,72, des Uranus = 1,31.

Isaak Newton (geb 25. Dez. 1642, gest. 20. März 1727) versuchte bereits in den Jahren 1665 und 1666 die Gröfse der Anziehungskraft der Erde auf den Mond aus den damals bekannten Dimensionen der Erde zu bestimmen. Er fand dieselbe um ein Sechsteil gröfser, als sie sich aus der Umlaufsbewegung des Mondes ergiebt. Im Jahre 1682, wo er mit den Ergebnissen der indessen erfolgten genaueren Gradmessung von Picard (§ 350) bekannt wurde, nahm er seine Berechnung wieder auf und fand diese nunmehr in vollkommener Übereinstimmung mit seinem Gravitationsgesetz. Das Manuskript seines berühmten Werkes „Philosophiae naturalis principia mathematica“ überreichte er der königlichen Societät am 28. April 1686. In diesem Werke führte er auch die Präcession der Nacht-

gleichen (§ 358) auf die ungleiche Anziehung zurück, welche Sonne und Mond auf die Erde vermöge der Abplattung der letzteren ausüben, und stellte ebenso als eine Folge dieser Anziehung die Erscheinung der Flut und Ebbe dar.

§ 388. Flut und Ebbe. In eigentümlichem Zusammenhange mit der Umlaufsbewegung des Mondes um die Erde und der scheinbaren, jährlichen Bewegung der Sonne stehen die regelmäfsigen, periodisch wiederkehrenden Schwankungen in der Höhe des Meeresniveaus, welche täglich zweimal erfolgen und in einem abwechselnden Emporsteigen und Sinken der Meeresoberfläche bestehen, Erscheinungen, welche unter dem Namen von Flut und Ebbe bekannt sind. Die genauere Zeit zwischen zwei auf einander folgenden Fluten beträgt $12^h\ 25^m\ 14^s$, also eine halbe scheinbare, tägliche Umlaufszeit des Mondes (§ 382), und es zeigt sich bei sorgfältigerer Beobachtung, dafs der Mond bei seiner, infolge der Axenumdrehung der Erde erfolgenden, scheinbaren Bewegung um die Erde, von einer doppelten Flutwelle des Meeres begleitet wird, von denen die eine sich auf der dem Monde zugekehrten, die zweite auf der ihm abgewendeten Seite der Erde erhebt. Eine zweite doppelte Flutwelle, jedoch von viel geringerer Höhe, folgt in gleichzeitiger Konjunktion und Opposition der Sonne mit einer Periode, die mit dem tropischen Sonnenjahr (§ 358) übereinkommt. Die Erhebung dieser Fluten ist aufserdem abhängig von dem jedesmaligen Abstande des Mondes und der Sonne von der Erde, also bezüglich am gröfsten zur Zeit des Perigäums und des Perihels. Durch Vereinigung beider Flutwellen, also während des Neumondes und während des Vollmondes, steigt das Meer in der Springflut am höchsten empor, dagegen tritt während des ersten und letzten Mondviertels die Flut nur in geringer Höhe auf. Sechs Stunden nach der Flut tritt die Ebbe ein.

Fig. 334.



In Fig. 334 bedeutet der Kreis *ADBC* einen durch den Mittelpunkt *M* des Mondes gelegten Centralschnitt der Erde. Die Anziehung des Mondes wirkt am stärksten auf den ihm zunächst liegenden Punkt *A*, für den er im Zenith steht, am wenigsten auf den entgegengesetzten Punkt *B* der Erde, mit mittlerer Intensität aber auf alle in gleichem Abstande von *A* und *B* gelegenen Punkte, wie *C* und *D*. Infolge dieser verschieden starken Anziehung wird die bewegliche Wasserhülle der Erde, das Meer, in *A* emporgehoben, während in *B*, weil der mittlere Erdkörper selbst der stärkeren Anziehung des Mondes Folge leistet, das Meer zurückbleibt, so dafs also zugleich in *A* und *B* eine Flutwelle entsteht; in der mittleren Region *CD* dagegen tritt vielmehr, infolge des Emporsteigens der Wasserwellen in *A* und *B*, eine Erniedrigung des Meeresniveaus, die Ebbe, ein.

Änderungen in dem regelmäfsigen Verlauf von Flut und Ebbe werden, abgesehen von dem Einflufs der Stürme, besonders durch die Trägheit des aufsteigenden Wassers und durch die zufälligen Konfigurationen des festen Landes bedingt, so dafs die Zeit des Eintretens der Flut oft selbst für benachbarte Häfen sehr verschieden sein kann; dieselbe bleibt aber für einen und denselben Hafen ebenso konstant, wie auf der hohen See. Von der letzten Kulmination des Mondes an gerechnet, tritt z. B. die Flut ein in Hamburg nach 5 Stunden, in Amsterdam nach 3 Stunden, in Ostende nach 20 Minuten, in Calais nach 11 Stunden 45 M., in London nach 2 Stunden 45 M., in Cherbourg nach 7 Stunden 45 M., in Lissabon nach 4 Stunden u. s. w. In den französischen Häfen erreichen die Fluten ihre gröfste Erhebung erst $1^1/_2$ Tage nach dem Mondwechsel. Zur Bestimmung der jedesmaligen Höhe der Flut hat Laplace (geb. 1749, † 1827), dem

wir überhaupt die eingehendsten Untersuchungen über Ebbe und Flut verdanken, leicht zu handhabende Formeln gegeben. — Aus der Stellung des Mondes in der Nähe der Ekliptik und demnach auch des Äquators läfst sich erklären, dafs die Fluten in den Tropenländern höher sein müssen, als in gröfseren geographischen Breiten. In Ostindien und an den Küsten des tropischen Amerika erreicht darum die Flut eine grofse Höhe. Oft machen sich aber auch Lokalursachen geltend, so dafs z. B. im Hafen von St. Malo die Flut oft bis zu 16 Meter emporsteigt. Dagegen ist in der Nordsee die Bewegung des Meeres infolge von Flut und Ebbe geringer und an der nördlichen Küste von Norwegen ganz unbemerkbar, ebenso in kleineren oder ringsum eingeschlossenen Meeren.

D. Die Kometen.

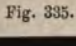
§ 389. Erscheinungsform der Kometen. Als charakteristisch für die Kometen (κομήτης, Haarstern) ist hervorzuheben ihre aufserordentliche Erscheinung am Himmel, ihr schneller und der Bewegung der übrigen Himmelskörper scheinbar nicht entsprechender Verlauf, ihre zum Teil als ungeheuer grofs zu erachtende Ausdehnung und die bisweilen schnellen Veränderungen, welche an ihnen zu beobachten sind. Ihrer eigentlichen Natur nach sind sie meist noch als rätselhaft zu bezeichnen, und erst neuerdings ist für sie ein teilweiser Zusammenhang mit den Sternschnuppenschwärmen (§ 395) dargethan worden, und verdankt man der Spektralanalyse einzelnes zur Aufklärung ihrer Natur.

Die Kometen bestehen meist aus einer grofsen, mehr oder weniger leuchtenden, nicht scharf begrenzten, nebelhaften Lichtmasse, dem Kopf, von dem aus sich — jedoch nur bei den helleren Kometen, während die teleskopischen nur als eine rundliche Nebelhülle erscheinen — in der Regel ein schwächer leuchtender, mehr oder weniger langer, gegen das Ende sich verbreiternder Schweif, in der Richtung des über den Kopf hinaus verlängerten, von der Sonne aus gezogenen Radius vector, erstreckt. Abweichungen von dieser Regel zeigen die mehrfach geschweiften Kometen und Kometen, deren Schweif der Bewegungsrichtung entgegengesetzt gekrümmt ist.

Ihre gröfste Ausdehnung scheinen die Schweife kurz nach ihrem Durchgange durch das Perihel zu besitzen; besonders lang war der Schweif des Kometen von 1843, der sich am Himmel über 65° erstreckte, nämlich 30 Mill. Meilen. Ob die Veränderungen, welche die Schweife oft darbieten, immer innere sind, oder sich auf Rotationen zurückführen lassen, ist eine noch zu entscheidende Frage. Der Komet von 1744 zeigte sechs durchschnittlich 4 Grad breite, 30 bis 40 Grad lange Schweife, die durch vollkommen nebelfreie Räume getrennt waren; der Komet von 1824 hatte zwei Schweife, die einen Winkel von 160° zeigten.

Der Kopf eines Kometen, die Nebelhülle mit dem Kern, besteht im allgemeinen aus einer parabolisch geformten Nebelmasse von sehr veränderlicher Gröfse; beim Enckeschen Kometen (§ 392) z. B. ist in der Entfernung 1,7 r von der Sonne, wo r die Entfernung der Erde von der Sonne bedeutet, der Durchmesser des Kometen gleich 25000 Meilen, für 0,9 r gleich 16000 Meilen, für 0,5 r gleich 9000 Meilen beobachtet worden. Die Nebelhülle besteht meist aus einer Anzahl heller Zonen mit dunkleren Zwischenräumen; auch der Kern ist meist im Umrifs unbestimmt, nur selten scheibenförmig. Selbst Sterne von sehr geringer Helligkeit bleiben nahe beim Kern, und selbst wenn sie innerhalb desselben stehen, sichtbar, während sie schon hinter mäfsigem Rauche verschwinden. In Fig. 335 ist der Komet von 1819 dargestellt, der nicht sowohl durch

seine Gröfse, als durch seine deutliche Sichtbarkeit für das unbewaffnete Auge ausgezeichnet war.


Fig. 335.



Das Spektrum des Brorsenschen Kometen von 1868 zeigte drei Streifen, deren mittelster am hellsten war. Dieser Beobachtung zufolge dürfte der Komet aus glühenden, also selbstleuchtenden Gasmassen bestehen und haben nur einzelne Teile desselben, vorzugsweise der Schweif, reflektiertes Sonnenlicht gezeigt. Das Spektrum des Kometen II vom Jahre 1868, ebenso des Gouldschen Kometen von 1881, fand Huggins nahe übereinstimmend mit dem des Kohlenwasserstoffs, das sich ergiebt, wenn man den Induktionsfunken durch ölbildendes Gas schlagen läfst.

Die Zahl der astronomisch beobachteten Kometen ist ziemlich grofs (600—700); derartige Beobachtungen sind in alten Zeiten freilich nur höchst mangelhaft ausgeführt worden, datieren jedoch wegen der Bedeutung, welche der Aberglaube den Kometen beilegte, bis mehrere Jahrhunderte vor unserer Zeitrechnung zurück. Bei der totalen Sonnenfinsternis vom 17. Mai 1882 wurde ein Komet entdeckt, der in der Nähe der verdunkelten Sonne für das blofse Auge sichtbar war.

§ 390. Bewegung der Kometen. Die scheinbare Bewegung der Kometen ist höchst mannigfach; oft sind sie nur wenige Tage sichtbar, oft monatelang, bald bewegen sie sich sehr langsam, bald ungemein schnell, so dafs beispielsweise der Komet von 1472 an einem Tage einen Bogen von 40° am Himmel beschrieb. Einige Kometen sind rechtläufig, andere rückläufig, auch schneiden sie im allgemeinen die Ekliptik unter sehr verschiedenen Winkeln. Bei genauerer Untersuchung jedoch gehorchen sie alle dem Newtonschen Attraktionsgesetz (§ 387), indem sie Kegelschnitte beschreiben, in deren einem Brennpunkt sich die Sonne befindet. Ihre Elemente jedoch (§ 378) ergeben zum Teil eine elliptische, zum Teil eine hyperbolische, meist eine parabolische Bahn, welche dem Flächensatz (§ 379) entsprechend, in der Nähe der Sonne mit gröfserer Geschwindigkeit zurückgelegt wird.

Schiaparelli in Mailand hat für den im August sichtbaren Sternschnuppenschwarm (§ 395) eine parabolische Bahn gefunden, welche merkwürdig mit der des dritten Kometen von 1862 übereinstimmt, nämlich:

	Sternschnuppen vom 10. August.	III. Komet 1862.
Durchgang durch das Perihel	Juli 23,62 mittl. Zeit von Mailand	Aug. 22,9.
Länge des Perihels	343° 38′	344° 41′
Länge des aufsteigenden Knotens .	138° 16′	137° 27′
Neigung zur Ekliptik	63° 3′	66° 25′
Periheldistanz	0,9643	0,9626
Umlaufszeit	105 Jahre (?)	123,4 Jahre (?)
Bewegung	rückläufig	rückläufig.

Ebenso fand später Leverrier für den Novemberschwarm bei Annahme einer 33jährigen Umlaufszeit eine Übereinstimmung mit dem I. Kometen von 1866. Vielleicht hat man sich die Kometen zum Teil vorzustellen als dichte Sternschnuppenschwärme, und das Phänomen eines Sternschnuppenregens giebt dann ein Bild, wie sich das Zusammentreffen der Erde mit einem Kometen gestaltet (vergl. § 392, 3).

§ 391. Masse der Kometen. Bei einer grofsen räumlichen Ausdehnung der Kometen ist ihre Masse als sehr gering zu erachten und darum von keinem mefsbaren Einflufs auf die Planetenbewegung. Dagegen sind die Kometen in ihrer eigenen Bewegung sehr dem störenden Einflufs der gröfseren Planeten unterworfen. In der Nähe der Sonne finden zum Teil Ausscheidungen statt und entwickeln sich besonders die Schweife aufserordentlich. Jedenfalls sind die Kometen fortdauernden Veränderungen unterworfen, sie zeigen zum Teil, wie der Donatische Komet von 1858, gasförmige Strömungserscheinungen am Kopfe; ja sie teilen sich sogar vollständig, und am Bielaschen Kometen ist selbst beobachtet worden, dafs er zuerst in zwei getrennte Kometen zerfiel und endlich sich in einen Sternschnuppenschwarm auflöste (§ 392).

Der Einflufs der gröfseren Planeten auf die Kometen ist so bedeutend, dafs Kirkwood die Ansicht aufgestellt hat, die Kometen, welche sich gegenwärtig in elliptischen Bahnen bewegen, verdankten diese Periodicität einer Störung durch Planeten, dafs also den Kometen ein kosmischer Ursprung zugeschrieben werden müfste. In der That haben 70 Prozent dieser Kometen eine direkte Bewegung; bei 12 derselben fallen die Aphelien nahezu mit der Entfernung des Jupiter von der Sonne zusammen, bei zwei mit der des Saturn, bei drei mit der des Uranus und bei sechs mit der des Neptun.

§ 392. Beschreibung einzelner Kometen. Nur eine kleine Anzahl von Kometen ist wissenschaftlich untersucht, in ihrer Bahn bestimmt und dadurch der Himmelskunde gewonnen worden. Man unterscheidet Kometen, deren periodische Wiederkehr durch Beobachtung festgestellt ist, die sich also in elliptischen Bahnen um die Sonne bewegen, und andere, deren Bahn als parabolisch oder selbst als hyperbolisch zu betrachten ist. Zu den ersteren gehört als vorzugsweise interessant:

1) Der Halleysche Komet, der erste Komet, dessen Wiederkehr vorherbestimmt worden ist, und zwar von Halley (geb. 1656, † 1742) bei Vergleichung der Elemente der Kometen von 1682, 1607 und 1531. Halley stellte seine Rückkehr auf Ende 1758 oder Anfang 1759 in Aussicht, und in der That wurde, zum Triumph der Wissenschaft, der Komet den 25. Dezember 1758 wiedergesehen, von neuem auch 1835. Seine mittlere Umlaufszeit ist 76 Jahre 2 Monate; 1835 erschien er als Stern erster Gröfse, mit einem 20^0 langen Schweife. In seinem Perihel ist er nur halb so weit von der Sonne entfernt als die Erde, dagegen im Aphel nahezu doppelt so weit als der Uranus; sein gröfster Abstand von der Sonne nämlich beträgt 35,4 r, sein kleinster 0,6 r, wenn r den Radius der Erdbahn bezeichnet. Seine Bewegung ist rückläufig.

2) Der Enckesche Komet. Die Umlaufszeit dieses bereits 1786 beobachteten, nur teleskopischen Kometen wurde von Encke auf 3,3 Jahre bestimmt. Sein Aphelium liegt noch diesseits der Jupiterbahn. Man hat an ihm eine allmähliche Verkürzung der Umlaufszeit wahrgenommen, die sich in neun Umlaufsperioden fast auf einen Tag beläuft und nach Olbers durch den Widerstand eines den Weltenraum erfüllenden Mediums zu erklären wäre. Neuerdings jedoch ist die Genauigkeit dieser Beobachtung angezweifelt worden.

3) Der Bielasche Komet ist ebenfalls nicht mit blofsem Auge sichtbar. Seine Periodicität wurde von Biela zu Josephstadt erkannt und seine Umlaufszeit auf 6,7 Jahre bestimmt. 1845 hat man seine Teilung in zwei Kometen beobachtet, welche beide 1852, jedoch bereits 350000 Meilen von einander entfernt, wiederkehrten; 1859 konnten sie ihrer Lage wegen nicht beobachtet werden; 1865/66 sind sie vergeblich gesucht worden. Endlich am 27. Nov. der Jahre 1872 und 1885, wo die Erde einen derselben passierte, ereignete sich ein glänzender Sternschnuppenfall.

Veranlafst durch ein Telegramm von Klinkerfues in Göttingen, welcher aus diesem Sternschnuppenfall den Schlufs machte, dafs der Bielasche Komet gleichzeitig auf der Südhälfte der Erde bei dem Stern Θ Centauri aufgefunden werden möchte, beobachtete in der That Pogson, Direktor der Sternwarte in Madras, Anfang Dezember 1872, den Kometen an der betreffenden Stelle des Himmels.

Der grofse Komet von 1843 hatte eine Schweiflänge von 60°. Kopf und Kern waren von ausgezeichnetem Glanz. Er war selbst am Tage sichtbar, wie der Mond bei Tage als eine weifse Wolke; ausgezeichnet war dieser Komet durch sein geringes Perihel, nämlich nur $^1/_7$ des Sonnenradius, so dafs im Perihel der scheinbare Durchmesser der Sonne für ihn 121° betrug, also der Komet unter eine 47000mal gröfsere Licht- und Wärmewirkung der Sonne gelangte als die Erde, allerdings mit der grofsen Geschwindigkeit von 78 Meilen in einer Sekunde; seine Periode ist 376 Jahre.

Für den Kometen I 1850 hat man eine Umlaufszeit von 28800 Jahren berechnet; der Donatische Komet von 1858 und der von 1861 ergeben parabolische Elemente; zu denen mit hyperbolischer Bahn gehört der Komet VI von 1863. Die Bahn des Coggiaschen Kometen von 1874 ist von Tietjen als elliptisch gefunden worden, seine Umlaufszeit etwa 9000 Jahre; in der Zeit vom 3. bis zum 5. Juli wuchs seine Schweiflänge von 1 Million bis über 5 Million Meilen.

E. Die Meteorite.

§ 393. Meteorsteine oder Aerolithe. Zu den Meteoriten werden gerechnet die mit Getöse zerplatzenden und auf die Erde herabstürzenden Meteorsteine, die Feuerkugeln, welche sich langsamer am Himmel bewegen, und die mit fixsternartigem Glanz nur einen kurzen Moment leuchtenden, meist in parabolischen Kurven sich bewegenden Sternschnuppen. Über die ersteren hat man darum die meiste Kunde gewinnen können, weil sie als Mineralien sich chemisch genau untersuchen lassen; sie sind kosmischen Ursprungs, sehr verschieden in ihrer chemischen Zusammensetzung, bestehen jedoch, soviele bisher gefunden worden sind, aus Grundstoffen, welche sich auch sonst auf der Erde vorfinden; trotzdem sind sie als ganz verschieden von tellurischen Gebilden zu erachten.

Die Meteorsteine enthalten meist einen starken Prozentsatz Kieselsäure und Magnesia, sowie Eisenoxyd und selbst metallisches Eisen, Nickeloxyd, Thonerde u. s. w. Nach ihrem gröfseren oder geringeren Eisengehalt unterscheidet man Eisenmeteorite und Steinmeteorite. In der Regel sind sie überzogen von einer meist schwarzen Rinde und im Innern oft von weifslicher Farbe und von feinen Adern durchsetzt. (Widmannstättsche Figuren.)

Sie sind zum Teil als geschweifte Feuerkugeln beobachtet worden, welche mit Getöse zerspringen und mit ihren Bruchstücken weite Strecken bedecken. So sammelte man 1860 bei New-Concord (Ohio) 30 Bruchstücke eines mit mehrfacher Detonation zerplatzten Meteorits, im Gesamtgewicht von 350 kg, das gröfste Stück 51,5 kg schwer, und fand als

Bestandteile: Kieselsäure 51,25, Eisenoxydul 25,2, Magnesia 8,87, Thonerde 5,325, Calciumoxyd 0,785, Eisen 8,8, Nickel 2,36, Schwefel 1,18, Spuren von Chrom und Phosphor, Wasser 0,035.

Man hat geglaubt die beiden Ambosse, von denen Jupiter (Ilias XV, 19) spricht, als Meteorite deuten zu dürfen. Der schwarze Stein in der Kaaba zu Mekka ist nach der Untersuchung von Burton ein Meteorstein, von wahrscheinlich sehr hohem Alter. Im Jahre 1492 fiel ein grofser Meteorstein zu Ensisheim, von dem ein Fragment in der Kirche aufgehängt ist; 1511 fielen, nach Cardanis Mitteilung, während einer Sonnenfinsternis zu Croma gegen 1200 Steine, von denen einer 130 kg wog; 1870 sind von Nordenskjöld in Grönland grofse Eisenmeteorite gefunden worden, von 25000, 10000, 5000 kg Gewicht. Man hat Verzeichnisse von über 300 Meteoriten mit Angabe des Datums ihres Falles angefertigt. — Über einen grofsen Meteorsteinfall, der am 3. Februar 1882 bei Mócs in Siebenbürgen stattfand, liegt ein ausführlicherer Bericht von Herrn A. Koch vor. Nach diesem ist der Meteorstein wahrscheinlich schon an der nordwestlichen Grenze von Ungarn in die Atmosphäre hineingefahren, dann als Feuerkugel in südöstlicher Richtung weitergeflogen, bis er bei Mócs seine Geschwindigkeit ganz verlor und in unzählige Stücke zerstreut auf die Erde niederfiel. Das Zerstreuungsgebiet dieser Bruchstücke hat eine Breite von 3 km und eine Länge von 15 km. Die Anzahl der niedergefallenen Steine wird auf 2000, ihr Gesamtgewicht auf 245 kg geschätzt. Anfangs, also am nordwestlichen Ende, waren die Steine am dichtesten gefallen, selbst aber viel kleiner, als am südöstlichen Ende, wo die gröfsten Stücke, welche ihre Geschwindigkeit länger bewahrt hatten, mehr getrennt gefunden wurden.

Haidinger hat über die Licht-, Wärme- und Schallerscheinungen beim Fallen von Meteorsteinen folgende Theorie aufgestellt: Durch ein Bruchstück oder eine Gruppe von Bruchstücken wird die Atmosphäre der Erde mit einer kosmischen Geschwindigkeit (bis mehrere Meilen in einer Sekunde) getroffen, welcher dieselbe selbst in grofser Höhe einen bedeutenden Widerstand entgegensetzt. Während sich infolge desselben die Geschwindigkeit verringert, werden durch das Zusammendrücken der Luft Wärme und Licht entwickelt, der Meteorit rotiert und erhält eine Schmelzrinde. Die durch Pressung vor dem seine Geschwindigkeit verlierenden Meteorit erzeugte, heifse Luftschicht fliefst zugleich mit abfliegenden, glühenden Schlackenteilchen nach allen Seiten ab und ballt sich hinter dem Meteorit zu einer Feuermasse (§ 394) zusammen. Der Stillstand des Meteors ist das Ende seiner kosmischen Bahn, Licht- und Wärmeentwickelung hören auf; der leere Raum im Innern der Feuerkugel wird plötzlich unter gewaltiger Schallentwickelung ausgefüllt; der innere, kalte Kern des Meteors gleicht sich mit der Hitze der äufseren Rinde aus; der Meteorit fällt als ein der Erde angehöriger, schwerer Körper zur Erde nieder, um so wärmer, aus je besser die Wärme leitendem Material er besteht.

Die Annahme, dafs die Meteorsteine Eruptionsprodukte von Mondvulkanen seien, ist kaum festzuhalten; nach Poisson nämlich gehört eine Anfangsgeschwindigkeit von über 2000 m dazu, um einen Körper aus dem Attraktionsgebiet des Mondes in das der Erde zu schleudern, und wollte man für den Meteorit eine Geschwindigkeit von 35 km annehmen, so würde er in elliptischer oder parabolischer Bahn die Erde umkreisen.

§ 394. Feuerkugeln. Man bezeichnet Meteore, welche specifisch vielleicht nicht von den Aerolithen verschieden sind (§ 393), als Feuerkugeln, wenn sie ohne Explosion wieder zu verschwinden scheinen; dieselben sind oft von bedeutender Gröfse und zeigen nicht selten eine einen Kern umgebende Dunsthülle; ihre Farbe ist selten rein weifs, oft hellblau, rötlich, gelb oder grün. Sie ziehen bei ihrer Bewegung am Himmel in der Regel einen mehr oder minder glänzenden Schweif hinter sich her,

der meist konisch gestaltet ist, jedoch auch fächerförmig beobachtet worden ist. Ihre Höhe ist meist nach vielen Meilen zu berechnen.

Einer Feuerkugel, welche am 3. Dezember 1861 über einen grofsen Teil von Mitteldeutschland hinwegzog, legte Heis eine Lichtstärke von 68 Millionen Gasflammen bei; Halley hat eine Feuerkugel beobachtet, für welche er einen Durchmesser von 2,4 km und eine Höhe von 400 km berechnete, ebenso Petit eine von 3,5 km Durchmesser und 670 km Höhe. Man hat Feuerkugeln registriert, deren Schweife 60 km lang waren, und andere, deren Schweife eine ganze Stunde lang sichtbar blieben. Auch von Feuerkugeln hat man Verzeichnisse angefertigt; im Jahre 1850 allein sind deren 65 beobachtet worden, und zwar waren 4 derselben von Detonationen begleitet.

§ 395. Sternschnuppen. Wohl nur relativ in ihrer Gröfse von den Feuerkugeln verschieden, erscheinen die Sternschnuppen, welche sich als solche durch einen sehr schmalen, linienartigen Schweif charakterisieren und an Helligkeit höchstens etwa der Venus gleichkommen, sporadisch zu allen Zeiten des Jahres ziemlich zahlreich, im Maximum vielleicht gegen drei Uhr morgens. Ihre mittlere Geschwindigkeit, verglichen mit der der Erde (§ 362) als Einheit, ist etwa 1,447; die Punkte am Himmel, von denen aus sie zu kommen scheinen, die sogenannten Radiationspunkte der Sternschnuppen, sind zu verschiedenen Zeiten des Jahres verschieden, ebenso die Farbe der Sternschnuppen. Ihre Höhe beträgt meistens 70—80 Kilometer.

Man unterscheidet die sporadischen Sternschnuppen von den periodisch wiederkehrenden. Julius Schmidt in Athen giebt für die Häufigkeit der ersteren als Jahresmittel 4—5 stündlich an, nämlich für die Mitternachtsstunde im

Januar	3,6;	Februar	3,6;	März	2,7;	April	3,7;
Mai	3,8;	Juni	3,2;	Juli	7,0;	August	8,2;
September	6,8;	Oktober	9,1;	November	9,5;	Dezember	7,2.

Coulvier-Gravier, ein französischer Forscher, hat nach vieljährigen Beobachtungen festgestellt, dafs die Zahl der sporadischen Sternschnuppen mit steigender Nacht wächst und gegen Morgen wieder abnimmt. Nach seiner Statistik fallen durchschnittlich abends zwischen 6 und 7 Uhr 6, gegen 10 Uhr 8, um Mitternacht 10, um 1 Uhr 12, um 3 Uhr 16—17, um 4 Uhr 14, um 6 Uhr morgens etwa 12. Zu erklären ist diese Erscheinung durch die kosmische Bewegung der Erde, bei welcher ihr am meisten voran liegender Teil, d. h. wo der Morgen eben anbricht, von den sich ziemlich gleichmäfsig im Weltenraum verteilenden, sporadischen Sternschnuppen notwendig die meisten aufnehmen mufs.

Man rechnet 75,8 Proz. der Sternschnuppen als weifs; 15,9 Proz. als gelb; 5,7 Proz. als rot; 2,6 Proz. als grün.

Die periodische Wiederkehr gröfserer Sternschnuppenschwärme ist im Anfang dieses Jahrhunderts erkannt worden und zwar zuerst für den Sternschnuppenfall vom 10. bis 12. August, für den Novemberschwarm wohl erst seit dem 12. bis 13. November 1833. Aus dem plötzlichen Erscheinen einer grofsen Menge von Sternschnuppen, während kurz vorher oder nachher das stündliche Mittel kaum übertroffen wird, wie besonders beim Novemberphänomen, läfst sich auf eine wolkenartige Anhäufung von Sternschnuppen schliefsen.

Die gröfste Bedeutung hat durch Alexander von Humboldts Beobachtung der Novemberfall von 1799 erlangt, der über ganz Nordamerika, von den Äquatorialgegenden bis Grönland, sichtbar war und einen wahren Sternschnuppenregen

bildete. In ungeahnter Grofsartigkeit wiederholte sich dies Phänomen im November 1833, wo auf einem Flächenraum von 4 Mill. Quadratkilometer zwischen 9 Uhr abends und 7 Uhr morgens etwa eine halbe Million Sternschnuppen gefallen sein mögen, die meisten mit dem Punkt 150° *AR* und + 21° Dekl. im Sternbild des Löwen als Radiationspunkt. In gleicher Pracht trat das Phänomen im November 1866 auf, wo in Berlin allein auf einer Zone der Himmelskugel von 30° um den Polarstern gezählt wurden:

um $1^h 30^m$	jede Minute	15	Sternschnuppen
$1^h 40^m$	„ „	25	„
$1^h 50^m$	„ „	43	„
2^h	„ „	55	„
$2^h 10^m$	„ „	48	„
$2^h 20^m$	„ „	35	„
$2^h 30^m$	„ „	17	„

woraus sich als Dichtigkeitsmafs des Schwarmes um $1^1/_2$, 2, $2^1/_2$ Uhr bezüglich 156, 108, 170 km herausstellen. Die meisten Sternschnuppen kamen wieder aus dem grofsen Löwen, nahe dem Stern γ desselben, aus dem Punkt 148° Asc. Rect., + 22° Dekl. der Himmelskugel; die durchschnittliche Höhe ihres Aufleuchtens betrug 150 km, des Verschwindens 80 km. Über den Zusammenhang des Sternschnuppenschwarmes vom 27. November 1872 mit dem Bielaschen Kometen ist bereits in § 392 die Rede gewesen.

Die Sternschnuppen des Augustphänomens haben ihren Strahlungspunkt meist im Perseus, weshalb sie Perseïden genannt werden, und im Gegensatz zu ihnen heifsen die Sternschnuppen des Novemberphänomens die Leoniden. Die Bewegung der Perseïden ist rechtläufig, die der Leoniden rückläufig; die Intensität der Erscheinung ist bei den ersteren geringeren Schwankungen unterworfen als bei den letzteren. Es scheinen also die ersteren einen nahezu gleich dichten Ring um die Sonne zu bilden, die letzteren einen mehr wolkigen. Nach Newton in New Haven beschreibt der Hauptschwarm der Leoniden seine Bahn um die Sonne in 354,62 Tagen, tritt also je nach etwa $33^1/_4$ Jahren in eine besonders günstige Stellung zur Erde. Die Übereinstimmung der Elemente beider Schwärme mit denen zweier Kometen ist bereits in § 390 hervorgehoben worden.

Die Spektra der Meteorkerne zeigten schöne prismatische Farben, welche sich mit dem Schwächerwerden der Meteore verloren, die der Schweife erschienen gleichfalls kontinuierlich; wenn aber der Schweif zu verschwinden begann, blieb eine glänzende gelbe Linie sichtbar, welche unter den terrestrischen Flammen nur dem glühenden Natrium zu vergleichen war.

§ 396. Zodiakallicht. Dem Sonnensystem zugehörig, im übrigen jedoch ihrer Natur nach ganz rätselhaft ist eine Lichterscheinung, welche sich uns bisweilen in der mittleren nördlichen Breite an hellen Frühlingsabenden nach Sonnenuntergang, wenn die Abendröte vorüber ist, zeigt. Es erscheint alsdann am westlichen Horizont ein matter Lichtstreifen, kegel- oder linsenförmig sich nach dem Horizont hin erweiternd, in seiner mittleren Richtung nur wenige Grade zur Ekliptik geneigt, so dafs die untergegangene Sonne in der Mitte der erweitert gedachten Linse liegen würde. Dieselbe Erscheinung läfst sich im Herbst am klaren Morgenhimmel vor Beginn der Morgendämmerung beobachten. Der Winkelabstand des Scheitels dieses Lichtkegels von der Sonne wechselt zwischen 40° und 90° und die Breite seiner Basis zwischen 8° und 30°; die ganze Erscheinung gehört also der Zone des Tierkreises an und ist darum als Zodiakallicht benannt worden. Das Zodiakallicht mufs sich, wenn man dasselbe in Beziehung zur Sonne setzen kann, von dieser aus bis über die Bahn des Merkur und der Venus hinaus, ja selbst bis zur Erdbahn erstrecken und kann darum wohl kaum, wie früher geschehen ist, als eine Sonnenatmosphäre angesehen werden; mit gröfserer Wahrscheinlichkeit dürfte sich uns in demselben ein um die Sonne herumliegender

Nebelring, ähnlich einem ringförmigen Sternschnuppenschwarm (§ 395), darstellen, der zwischen der Venus- und Marsbahn frei schwebt. Heis erklärt das Zodiakallicht als einen nebelartigen Ring, der innerhalb der Mondbahn um die Erde cirkuliere.

Die Sichtbarkeit des Zodiakallichtes scheint dadurch bedingt zu sein, dafs sein Scheitel einen möglichst grofsen Winkelabstand von der Sonne zeigt, dafs also die grofse Axe seiner Linsenform einen möglichst grofsen Winkel mit dem Horizont bildet, was auf der nördlichen Erdhälfte eintritt, wenn der Frühlingspunkt westlich, der Herbstpunkt östlich am Horizont steht. Im höheren Norden sind die Verhältnisse zur Beobachtung des Zodiakallichtes ungünstiger; dagegen nennt Humboldt dieses Licht einen beständigen Schmuck der Tropennächte. Für die südlichen Breiten läfst sich das Zodiakallicht am vorteilhaftesten zur Abendzeit im Herbst- und des Morgens im Frühlingsäquinoktium beobachten. — Nach Untersuchungen von Angström besteht das Spektrum des Zodiakallichtes aus einer einzigen hellen Linie, welche nahezu die Mitte zwischen den Fraunhoferschen Linien D und E hält.

Fünfter Abschnitt.

Die Fixsterne.

§ 397. Einteilung nach der Helligkeit. Der Name Fixstern zur Bezeichnung eines Gestirns, welches seinen Ort am Himmel unveränderlich festhält, ist nicht absolut zu nehmen; vielmehr ist es wahrscheinlich, dafs sämtliche Fixsterne, wenn auch nur sehr langsam und nur bei genauen Beobachtungen merklich, ihre Stellung verändern (§ 404). Man teilt die Fixsterne, aufser nach ihrer Gruppierung in gewisse Sternbilder (§ 349), auch nach ihrem Glanz ein in Sterne erster, zweiter, dritter u. s. w. Gröfse. Diese Einteilung ist insofern ganz willkürlich, als keine feste Grenze zwischen den Gestirnen verschiedener Gröfse zu ziehen ist; trotzdem sind alle Astronomen in ihr übereingekommen und zählen 23 oder 24 Sterne der ersten Gröfse, 50 bis 60 der zweiten, etwa 200 der dritten Gröfse u. s. w. Die kleinsten Sterne, welche man noch mit blofsem Auge unterscheiden kann, sind von der sechsten bis siebenten Gröfse. Die teleskopischen Gestirne werden bis zur 16. Gröfse unterschieden, ja es scheint für dieselben keine Grenze in betreff der Gröfsenabteilung zu geben. Die Sterne desselben Sternbildes werden, ihrer Helligkeit nach geordnet, mit den auf einander folgenden griechischen Buchstaben bezeichnet, oder mit Zahlen versehen; die helleren haben meist auch besondere Namen erhalten. Man rechnet im ganzen bis zur siebenten Gröfse 12—15000 Fixsterne.

Zur Bestimmung der Helligkeit der Gestirne hat man verschiedene Methoden und Instrumente, unter denen ein von Zöllner konstruiertes, sogenanntes Polarisations-Astrophotometer hervorzuheben ist. Die scheinbare Gröfse (§ 400) der Fixsterne übrigens ist jedenfalls abhängig von der Entfernung, der wirklichen Gröfse der Sterne und der Helligkeit der leuchtenden Oberfläche, über welche Elemente wir fast nur auf Hypothesen angewiesen sind. Nach ihrer Helligkeit geordnet sind die hauptsächlichsten (vergl. die Sternkarten)

Sterne erster Gröfse:

a) Nördlich: Arkturus, Capella, Wega, Procyon, Beteigeuze (α Orionis,) Aldebaran, Atair, Pollux, Regulus.

b) Südlich: Sirius, η Argus, Canopus, α Centauri, Rigel, α Eridani, β Centauri, α Crucis, Antares, Spica, Fomalhaut.

Sterne zweiter Gröfse:

a) Nördlich: α Cygni, Kastor, ε Ursae, α Ursae, α Persei, η Ursae, γ Orionis, β Tauri, Polaris, γ Leonis, α Arietis, ζ Ursae, β Andromedae, β Aurigae, γ Andromedae, γ Cassiopejae, α Andromedae, α Cassiopejae, γ Geminorum, Algol (β Persei).

b) Südlich: β Crucis, α Gruis, γ Crucis, ε Orionis, ε Canis, λ Scorpii, ζ Orionis, β Argus, γ Argus, ε Argus, α Trianguli, ε Sagittarii, Θ Scorpii, α Hydrae, δ Canis, α Pavonis, β Gruis, σ Sagittarii, δ Argus, β Ceti, λ Argus.

§ 398. Verteilung der Fixsterne am Himmel; die Milchstrafse. Die Sterne der ersten drei bis vier Gröfsen sind ziemlich gleichmäfsig über das Himmelsgewölbe verteilt, die kleineren Gestirne jedoch häufen sich, je mehr man sich der sogenannten Milchstrafse nähert, und besonders innerhalb dieser selbst. Durch das Fernrohr überzeugt man sich, dafs der Glanz der Milchstrafse von einer unzählbaren Menge von Sternen der verschiedensten Gröfsen herrührt. Die Fixsterne häufen sich also an einzelnen Teilen des Himmels gleichsam wolkenförmig an. W. Herschel hat an einzelnen Stellen der Milchstrafse vor seinem Teleskop so viel Sterne vorüberziehen sehen, dafs er auf einen Grad im Quadrat 5000 Sterne rechnete.

Die Milchstrafse hat etwa die Form eines gröfsten Kreises, der gegen den Äquator unter dem Winkel 63° geneigt ist und ihn in der $AR = 0^h 47^m$ und $AR = 12^h 47^m$ schneidet. Sie ist zum Teil, etwa 150° lang, in zwei Parallelströme geteilt, zwischen denen der eben erwähnte gröfste Kreis liegt. An den Polen dieses Kreises befinden sich die wenigsten Gestirne, und von ihnen aus zur Milchstrafse hin ist eine allgemeine Zunahme in ihrer Anzahl zu beobachten, für welche Struve folgende Tafel aufgestellt hat:

Abst. vom nördl. galaktischen Pol.	Durchschnittszahl von Sternen in einem Felde von 15′
0°	4,15
15°	4,68
30°	6,52
45°	10,36
60°	17,68
75°	30,3
90°	122.

Die Verteilung der Sterne in der Milchstrafse ist sehr verschieden, sowohl was die Gröfse der Gestirne als die Dichtigkeit ihrer Anhäufung betrifft; man trifft in ihr ganz leere Zwischenräume, wo also die Sterne sich wie auf einen dunklen Hintergrund projizieren; andere Stellen dagegen, welche dem unbewaffneten Auge oder in schwächeren Fernrohren nur hell erscheinen, lösen sich bei stärkerer Vergröfserung in Myriaden von Gestirnen auf. (Vergl. die Sternkarten.)

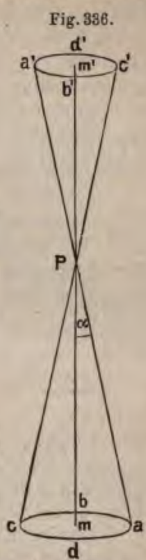
§ 399. Entfernung der Fixsterne. Um die entfernteren Punkte unseres Sonnensystems ihrem Abstande nach zu bestimmen, ist der Durchmesser der Erde als Basis (§ 370) zu klein, und mufs man darum die jährliche Parallaxe statt der täglichen zu bestimmen suchen, d. h. die scheinbare Ortsveränderung der Gestirne am Himmel infolge der verschiedenen Stellung der Erde zur Sonne. Der elliptischen Bewegung der Erde durch die Punkte *a*, *b*, *c*, *d* (Fig. 336) entspricht die scheinbare elliptische

Bewegung eines Sternes P durch die Punkte a', b', c', d'; die halbe große Axe $m'a'$ ($= ma = \alpha$ in Bogenmaſs) dieser Ellipse wird die jährliche Parallaxe von P genannt. Dieselbe ist gröſser für die näheren, kleiner für die entfernteren Sterne; genauer ist für

$\alpha = 1^0$ die Entfernung 57 r,
$\alpha = 1'$ „ „ 3438 r,
$\alpha = 1''$ „ „ 206265 r,

wenn r den Radius der Erdbahn bezeichnet. Bei den Fixsternen führte jedoch auch die Bestimmung der jährlichen Parallaxe kaum zu irgend einem positiven Resultat; die Untersuchungen waren mit Fehlern behaftet, die bei astronomischen Messungen nicht zu vermeiden sind, und es war um so bedenklicher, maſsgebende Resultate daraus ableiten zu wollen, weil es sich nur um Winkel von geringen Bruchteilen einer Sekunde handelte. Man gelangte bis Anfang dieses Jahrhunderts nur zu dem negativen Resultat, daſs kein Fixstern nördlicher Breite eine Parallaxe gröſser als eine Sekunde lieferte. Die Entfernung der Fixsterne ergab sich darum gröſser als das 206265fache der Entfernung der Erde von der Sonne, so daſs das Licht, um von einem Fixstern zur Erde zu gelangen, mehr als 3 Jahre 83 Tage gebraucht.

Fig. 336.



Seitdem durch Kopernikus die jährliche Bewegung der Erde festgestellt ward, hat man sich bemüht, eine Jahresparallaxe der Fixsterne zu bestimmen; Tycho Brahe vervollkommnete die Beobachtungsmethoden, so daſs seine Bestimmungen eine Genauigkeit von 1' erreichten, jedoch ebenfalls ohne den gewünschten Erfolg; durch weitere Verfeinerung der Beobachtungsmittel auf 1'' fand Bradley 1728 eine Parallaxe der Fixsterne und zwar für alle dieselbe Parallaxe von 20,4'' und zugleich den Grund dieser eigentümlichen Erscheinung in der Aberration des Lichtes (§ 133).|

Eine wirkliche Parallaxe (1'') wurde zuerst 1832 von Henderson am Kap der guten Hoffnung für den Stern erster Gröſse α Centauri gefunden und neuerdings (1860—1864) von Maclear auf den Wert 0'',88 festgestellt. Um dieselbe Zeit (1838) hat Bessel in Königsberg für den Stern 61 Cygni, einen Fixstern von kaum der sechsten Gröſse, der sich durch seine eigene, jährlich bis auf 5'' steigende Bewegung zwischen seinen Nachbargestirnen auszeichnet, die Parallaxe 0'',348 hergeleitet, und so läſst sich bereits folgende Tabelle zusammenstellen:

Name des Fixsterns	Gröſse	jährl. Parallaxe		Entf. in Erdweiten
α Centauri	I . .	0,88''	(Henderson u. Maclear)	234000
61 Cygni	VI . .	0,348	(Bessel)	593000
34 Groombridge*) . .	VIII—IX . .	0,307	(Auwers) . . .	672000
α Lyrae	I . .	0,261	(Struve) . . .	790000
Sirius	I . .	0,23	(Henderson) . .	897000
1830 Groombridge*) . .		0,226	(Peters)	
ι Ursae majoris . .	III . .	0,133	(Peters)	
Arkturus	I . .	0,127	(Peters)	
Polaris	II . .	0,067	(Peters)	
Capella	I . .	0,046	(Peters)	4484000

*) Groombridge, Verzeichnis der Cirkumpolarsterne.

Zu bemerken ist dabei, dafs Peters für den Stern zweiter Gröfse αCygni eine Parallaxe nicht hat finden können.

§ 400. Gröfse der Fixsterne. Die planetarische Scheibe, welche Fixsterne von hellem Glanz bisweilen im Fernrohr zeigen, ist eine Folge der Brechung des Lichtes, indem bei gröfserer Öffnung des Objektivs die Scheibe kleiner wird; dafs aber überhaupt eine solche Scheibe nur unmefsbar klein sein kann, ergiebt sich aus der augenblicklich, ohne irgend bemerkbare allmähliche Verminderung des Lichtes erfolgenden Okkultation der Fixsterne durch den Mond (§ 383). Wenn also von Gröfse der Fixsterne gesprochen wird (§ 397), so wird dadurch nur ihr verschiedener Glanz bezeichnet. Durch photometrische Methoden hat man gefunden, dafs der Stern αCentauri 27000 mal weniger Licht aussendet als der Vollmond; ferner ist das Sonnenlicht 800000 mal stärker als das des Vollmondes (§ 132); darum ist das Sonnenlicht 22 Mill. mal intensiver als das von αCentauri. Es ergiebt sich hieraus für diesen Stern der Glanz 2,2, wenn der der Sonne in gleicher Entfernung gleich 1 gesetzt wird.

Der Glanz des Sirius ist viermal stärker als der von αCentauri und seine Jahresparallaxe nur 0,23″ (§ 398); darum die Helligkeit des Sirius 66 mal so grofs als die von αCentauri und 146 mal so grofs als die der Sonne. Könnte man die Sonne, deren scheinbarer Durchmesser im Mittel die Gröfse 32′ 3″ (§ 362) hat, in eine derartige Entfernung am Himmel versetzen, dafs sie nur die Jahresparallaxe 1″ zeigte, so würde ihr scheinbarer Durchmesser nur die Gröfse 0″,000093 haben, also auch für die besten Fernrohre keine Gröfse zeigen.

§ 401. Spektrum der Fixsterne. Nach der spektroskopischen Untersuchung von mehreren Hundert, vorzugsweise der heller leuchtenden Fixsterne, sind vier Typen von Fixsternen zu unterscheiden:

Die glänzenderen haben, wie die Sonne, Spektra mit charakteristischen dunklen Linien auf hellem Grunde; so der Sirius, der dem blofsen Auge weifs oder bläulich erscheint. Man kann fast mit Sicherheit auf das Vorkommen von glühendem Wasserstoff, ebenso mit Wahrscheinlichkeit auf das von Eisen, Magnesium und Natrium in der Atmosphäre des Sirius schliefsen. Ähnliches gilt für die Spektra der übrigen weifs leuchtenden Sterne, der Wega in der Leier, des Regulus, des Rigel.

Zum zweiten Typus gehören die Spektra der gelben Sterne, wie Capella, Aldebaran, Arkturus; dieselben sind reich an Absorptionsstreifen in Rot und Blau, im übrigen dem der Sonne ähnlich. Im Aldebaran hat Huggins aufser H, Na, Mg, Ca, Fe auch Te, Bi, Sb, Hg nachgewiesen, welche letzteren vier Metalle in der Sonnenatmosphäre nicht vorkommen.

Einen dritten Typus bilden nach Secchi die übrigen meist rötlichen, helleren Fixsterne, als Repräsentant Beteigeuze (αOrionis). Ihre Spektren bestehen aus säulenartigen, hellen und dunklen Bändern, die fast wie Kannelierungen aussehen. Die Wasserstofflinien sind ebenfalls meist deutlich erkennbar, zuweilen jedoch, wie bei γCassiopejae, erscheinen dieselben hell leuchtend. Sie erinnern an die Sonnenflecke (§ 372), die breitere Absorptionsstreifen zeigen als das gewöhnliche Sonnenspektrum. Viele dieser Sterne, wie αOrionis, gehören zu den veränderlichen Sternen (§ 402).

Die Spektren endlich der Sterne des vierten Typus, zu denen ausschliefslich Sterne der sechsten und noch geringerer Gröfse gehören, enthalten drei helle Zonen, welche durch dunkle Zwischenräume getrennt sind, und erinnern insofern an das Spektrum des Kohlenwasserstoffs.

§ 402. Veränderliche, periodische, temporäre Sterne. Gewisse Sterne charakterisieren sich durch ein mehr oder weniger regelmäfsiges, periodisches Zu- und Abnehmen ihres Glanzes, ja einige sind selbst vollständig erloschen oder neu erglänzt. Am frühesten (1596 durch Fabricius) ist eine solche Veränderlichkeit an dem Stern o im Walfisch, genannt Mira Ceti, ($AR = 32^{0}\ 56'$, $D = -3^{0}\ 40'$) beobachtet worden. Derselbe erscheint etwa zwölfmal in 11 Jahren oder genauer in der Periode von 331 Tagen $15^{h}\ 7^{m}$, glänzt etwa 14 Tage, sogar gleich einem Stern zweiter Gröfse, nimmt dann drei Monate lang ab, bis er dem blofsen Auge fünf Monate unsichtbar bleibt, und wächst endlich die übrige Zeit seiner Periode.

Maximum und Minimum von Mira Ceti sind nicht immer gleich stark. Von Oktober 1672 bis Dezember 1676 soll dieser Stern ganz unsichtbar gewesen sein, dagegen war er am 5. Oktober 1839 besonders glänzend. (Einzelne veränderliche Sterne sind auf den Sternkarten (Taf. 1 und 2) durch einen Kreis um den Stern angedeutet).

Ein zweiter sehr merkwürdiger, periodischer Stern ist β Persei, genannt Algol; derselbe ist gewöhnlich von der zweiten Gröfse und zwar während 2 Tage $13^{1}/_{2}{}^{h}$, nimmt dann plötzlich im Glanz ab, nämlich in $3^{1}/_{2}$ Stunden bis zur vierten Gröfse, in welcher er etwa 15 Minuten bleibt, um dann wieder in $3^{1}/_{2}$ Stunden den anfänglichen Glanz zu erlangen. Seine ganze Periode dauert 2 Tage $20^{h}\ 49^{m}$. Die Vermutung, dafs sich um ihn ein dunkler Körper bewegt, ist durch die Berechnungen von Klinkerfues bestätigt worden. Andere periodische Sterne sind δ im Cepheus, β Lyrae, η Aquilae u. s. w., hauptsächlich bemerkenswert etwa 36, bis zu einer 18jährigen Periode.

Als temporär sind zu bezeichnen andere Gestirne, welche plötzlich am Himmel erschienen und nach längerer oder kürzerer Zeit wieder verschwunden sind, bei denen man aber eine Periode noch nicht beobachtet hat, oder die vielleicht auch erst einmal gesehen worden sind. Schon Hipparch erwähnt die Erscheinung eines solchen Sternes im Jahre 125 v. Chr.; — ein anderer erschien 389 n. Chr. nahe am Stern Atair (α Aquilae), glänzte drei Wochen lang hell wie die Venus und verschwand wieder; ebenso zeigten sich temporäre Sterne in den Jahren 945, 1264, 1572 zwischen Cepheus und Cassiopeja (vielleicht derselbe Stern mit einer Periode von ungefähr 312 Jahren), und so sind über 20 temporäre Sterne, sämtlich in oder nahe an der Milchstrafse, beobachtet worden. Gewisse Gestirne sind ebenso als verschwunden zu bezeichnen.

Im Sternbild der nördlichen Krone zeigte sich im Mai 1866 ein sehr heller, die Fixsterne zweiter Gröfse an Glanz übertreffender Stern an einer Stelle, wo in den Sternkarten ein Stern neunter bis zehnter Gröfse verzeichnet ist. Noch in derselben Nacht verlor er an Helligkeit, erschien nach 4 Tagen bereits als Stern vierter Gröfse und nahm weiter stetig an Glanz ab, bis er nach 8 Tagen nur noch als Stern sechster Gröfse und endlich nach 3 Wochen wieder von der neunten Gröfse beobachtet wurde. Huggins und Miller wurden sogleich von dem Aufleuchten dieses Sternes in Kenntnis gesetzt und untersuchten denselben durch

das Telespektroskop, als er noch ziemlich hell, in der vierten Gröſse, leuchtete. Sie fanden in seinem Spektrum, neben den dunklen Streifen der gewöhnlichen Fixsternspektren (§ 401), vier helle Linien, die nur von einem hell leuchtenden Gase herrühren konnten, und von denen zwei mit den charakteristischen Spektrallinien des Wasserstoffs übereinstimmten. Diese Linien wurden allmählich schwächer und verschwanden ganz, als der Stern nur noch einem der achten Gröſse gleichkam. Die ganze Erscheinung würde sich erklären lassen durch das Hervorbrechen groſser Massen von Gasen, vorzugsweise von Wasserstoffgas, aus dem Innern des Gestirns, deren Entzündung und allmähliches Wiedererlöschen. — Am 24. Nov. 1876 fand J. Schmidt zu Athen einen Stern dritter und vierter Gröſse an der Grenze des Schwans gegen die Eidechse hin, dessen Licht vom 27. Nov. ab rasch abnahm, so daſs er schon am 15. Dez. dem unbewaffneten Auge nicht mehr sichtbar war. Die Spektraluntersuchungen haben auch hier vorzugsweise auf brennenden Wasserstoff schlieſsen lassen.

§ 403. Doppelsterne; Bewegung derselben. Als Doppelsterne bezeichnet man Gestirne, welche sich teleskopisch als gedoppelt zeigen, d. h. aus zwei (oder auch drei und mehreren), nahe bei einander befindlichen Einzelsternen zu bestehen scheinen. Die groſse Anzahl dieser Doppelsterne (2000 bis zur Entfernung von 32″), ihre groſse Nähe (zwanzig zwischen 0″ und 1″) und ihre zum Teil fast übereinstimmende Gröſse lassen auf einen mehr als zufälligen Zusammenhang schlieſsen. Nach einer Berechnung von Struve ist die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{9570}$, daſs irgend zwei Sterne bis zur siebenten Gröſse bis 4″ einander genähert sein sollten, und doch zählt man solcher Doppelsterne über 90. Unzweifelhaft aber wird die Frage der Zusammengehörigkeit dieser Gestirne entschieden durch ihre gegenseitige Bewegung.

Die beiden Sterne von α Centauri sind von der zweiten Gröſse, von denen überhaupt nur 50—60 existieren (§ 397), und haben eine so beträchtliche eigene Bewegung, daſs längst der eine den andern verlassen haben würde, wenn sie nicht zusammengehörten, während ihre Entfernung höchstens 15″ betragen hat und sie wiederholt kaum zu trennen gewesen sind. Der Stern Mizar (ζ Ursae majoris), der mittelste im Schwanz, läſst für ein scharfes Auge in nächster Nachbarschaft (Entfernung 15′) einen kleinen Stern erkennen, Alkor oder das Reiterchen genannt; teleskopisch erscheinen beide Sterne bereits in so groſser Entfernung von einander, daſs sie kaum mehr als zusammengehörig geschätzt werden; dagegen zeigt sich nunmehr der Stern Mizar selbst als Doppelstern (Abstand 12—16″).

Als mehrfache Sterne sind hervorzuheben θ Orionis, ein vierfacher, hell leuchtender Stern von den Gröſsen 4, 6, 7, 8, der erste und letzte noch mit sehr kleinen Begleitern, ε Lyrae, ein doppelter Doppelstern, α Andromedae u. s. w. — Doppelsterne, bei denen die Begleiter sehr klein sind, sind besonders der Polarstern, αLyrae, ιUrsae majoris u. s. w. — Doppelsterne mit allmählich steigender Entfernung ihrer Sterne: γCoronae Borealis, γCentauri (0″—1″) — γ Circini, δCygni (1″—2″) — α Piscium, βHydrae (2″—4″) — αCrucis, αHerculis, α Geminorum (4″—8″) — βOrionis, γArietis (8″—12″) — α Centauri, β Cephei, 61 Cygni (12″—16″) — αCanum Ven., ζPiscium (16″—24″) — δHerculis, ηLyrae (24″—32″) u. s. w. — Im Anfange der 60er Jahre ist ein schon von Bessel 1846 vermuteter Begleiter des Sirius, ein sehr lichtschwacher Stern, wirklich gesehen worden.

Bei längere Zeit hindurch fortgesetzter Beobachtung der Doppelsterne hat sich vielfach eine Zusammengehörigkeit derselben aus ihrer gegenseitigen Bewegung ergeben. Nach 25jähriger Beobachtung glaubte zuerst 1803 W. Herschel aussprechen zu können, daſs es Doppelsterne gebe, welche zusammen ein System bilden, und als solche in ihrer Bewegung dem Gravitationsgesetz (§ 387) Folge leisten, im besonderen die Doppelsterne Kastor, γVirginis, ξUrsae, γLeonis, δCygni u. s. w.; ja er gab bereits von einigen die periodischen Umlaufszeiten an, so von Kastor 334 Jahre, von

γLeonis 1200 Jahre; — 1841 sind von Mädler über 1100 Doppelsterne von gleichem Charakter aufgeführt worden.

Savary zeigte 1830 zuerst durch ausgeführte Rechnung, dafs die Bewegung des Doppelsterns ξUrsae eine elliptische ist, mit der kurzen Periode von 58,25 Jahren, nach der späteren Berechnung von J. Herschel und Mädler von 61 Jahren; — αCentauri (J. Herschel) hat eine Umlaufszeit von 77 Jahren; δCygni von 178,7 Jahren (Hind); γVirginis von 182,12 Jahren (J. Herschel); der Doppelstern ζHerculis hat eine Umlaufszeit von nur 46,357 Jahren und seit der Zeit seiner Beobachtung bereits zweimal seinen Umlauf vollendet und dabei zwei Okkultationen gezeigt.

Die Entdeckung der Parallaxe von αCentauri und 61Cygni (§ 398) gestattet nunmehr auch, von den absoluten Dimensionen ihrer Bahnen zu sprechen. Die Entfernung der beiden Sterne 61 Cygni hat seit 1781 kaum um 0,5″ von ihrem mittleren Werte 15,5″ differiert, während ihr Positionswinkel sich seitdem um 70° geändert hat; ihre Bahn scheint darum nahezu kreisförmig zu sein und die Umlaufszeit vielleicht 500 Jahre. Die Parallaxe dieses Sternes ist 0,348″, und es verhält sich:

$$15{,}5 : 0{,}348 = 44{,}5 : 1,$$

d. h. die Bahn dieses Doppelsternes übertrifft in ihren Dimensionen die des Neptun um die Sonne. Die Farben der Doppelsterne sind oft Komplementärfarben, rot und grün, gelb und blau u. s. w.

§ 404. Eigene Bewegung der Fixsterne. Halley hat zuerst darauf aufmerksam gemacht, dafs zu den Zeiten des Hipparch, 130 v. Chr., die drei Sterne Sirius, Arkturus und Aldebaran nördlicher in der Breite gestanden haben als 1717; er rechnete nunmehr noch die Verminderung der Schiefe der Ekliptik für die Zwischenzeit von 1847 Jahren hinzu, vermöge deren diese Sterne vielmehr südlicher hätten stehen sollen, und so ergab sich für dieselben bezüglich eine Bewegung von 37′, 42′, 33′ südlich. Zur Bestätigung dieses Resultates konnte auch eine Okkultation des Aldebaran durch den Mond vom Jahre 509 n. Chr. dienen, welche nach seiner nunmehrigen südlichen Stellung nicht möglich gewesen wäre. Auch der Doppelstern 61 Cygni hat in der ersten Hälfte unseres Jahrhunderts seine Lage am Himmel um etwa 4′ 23″ geändert, jährlich um etwa 5,3″, ziemlich geradlinig und mit gleichförmiger Bewegung. Ähnliches gilt für andere Fixsterne. Wenn auch die Sonne eine solche Eigenbewegung zeigt, so wird infolge davon ein durchschnittliches Streben aller Sterne nach demselben Verschwindungspunkt hin, nämlich parallel der Richtung der Sonne hervortreten; in der That ist durch einen solchen Schlufs W. Herschel auf die Vermutung gebracht worden, dafs sich die Sonne unter den Fixsternen auf einen Punkt hin bewegt, der nicht fern von λ Herculis liegt, im Mittel nach Beobachtungen anderer Astronomen, AR = 260°, D = + 34° 30′.

Um die etwaige Geschwindigkeit der Sonne zu finden, kann man nunmehr etwa annehmen, dafs die glänzendsten Sterne auch die nächsten sind (Struve) oder diejenigen, welche die gröfste eigene Bewegung zeigen (Argelander). Nach Struves Ausführungen beträgt die jährliche Bewegung der Sonne etwa 1,623 Radien der Erdbahn, d. h. nahezu ein Viertel der Jahresbewegung der Erde. Wie weit die eigene Bewegung der Sonne von der geraden Richtung und der Gleichförmigkeit abweicht, ist erst späteren Generationen zur Entscheidung aufbewahrt, ebenso die Frage der sogenannten Centralsonne.

Neuerdings hat die Spektralanalyse das Mittel gewährt, um auch die Geschwindigkeit zu beurteilen, mit welcher sich die Fixsterne uns nähern, oder sich von uns entfernen. Je nachdem nämlich ein leuchtender Punkt näherkommt oder zurückweicht, gelangen von ihm in gleicher Zeit entsprechend mehr oder weniger Lichtstrahlen zu uns, und findet darum ein Verschieben

seiner Spektrallinien bezüglich nach dem violetten oder roten Ende hin statt (§ 178). Umgekehrt, wenn im Spektrum eines Sternes eine erkennbare Gruppe von Linien, oder eine durch ihre Stärke charakteristische Linie nicht genau die Stellung beibehält, die sie im Sonnenspektrum hat, so ist dies als notwendige Folge der Bewegung des Sternes zur Erde hin oder von ihr hinweg zu erachten. In der That hat Huggins 1868 gefunden, dafs die F-Linie im Spektrum des Sirius ein wenig dem roten Ende zu von der entsprechenden Linie im Wasserstoffspektrum abweicht, was einer Entfernung des Sirius von der Erde, und zwar bei genauerer Messung von etwa 66 km in der Sekunde, entspricht; also nachdem die eigene Bewegung der Erde in Anschlag gebracht war, ergab sich, dafs der Sirius sich etwa 33 km in der Sekunde von der Erde entfernt. Da man nun auch die Seitenbewegung des Sirius gefunden hat, so war der Schlufs gerechtfertigt, dafs sich der Sirius in bestimmt angebbarer Richtung mit der Geschwindigkeit von 53 km in der Sekunde bewegt.

Ebenso hat Huggins gefunden, dafs von der Sonne fort sich bewegen: Beteigeuze (α Orionis) mit der Geschw. 35 km, Rigel (48 km), Kastor (40 km), Regulus (22—27 km); dagegen auf die Sonne zu: Arkturus (Geschw. 88 km), α Lyrae (70—86 km), α Cygni (62 km), Pollux (78 km). Fünf Sterne ($\beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$) im Sternbild des grofsen Bären weichen insgesamt mit der Geschwindigkeit 48 km von uns zurück, dagegen nähert sich α Urs. maj. mit der Geschwindigkeit 72—96 km.

§ 405. Sternhaufen und Nebelflecke. An einzelnen Stellen des Himmels scheinen sich Sterne haufenweise zusammenzudrängen, so in der Sterngruppe der Plejaden, wo man mit blofsem Auge 6—7 Sterne unterscheiden zu können glaubt, während sich im Fernrohr 50—60 helle, in sehr enge Grenzen vereinigte Sterne zeigen, abgesondert vom übrigen Himmelsraum. Das Haar der Berenice ist eine andere solche aus hellen Sternen zusammengesetzte Gruppe. Im Krebs findet sich ein heller Fleck, der schon durch ein Fernrohr von mäfsiger Vergröfserung in Sterne aufzulösen ist; schwieriger gelingt das mit einem Nebelfleck im Schwertgriff des Perseus. Einige Nebelflecke sind kreisförmig und enthalten mehrere Tausend Sterne, obschon ihr Durchmesser 8—10′ nicht übersteigt; so der Nebelfleck ($AR = 16^h\ 35^m\ 37^s$, Dekl. $= 36^0\ 47'$) zwischen η und ζ Herculis, für ein gutes Fernrohr auflösbar, jedoch in hellen Nächten auch dem blofsen Auge sichtbar.

Man unterscheidet Sternhaufen, auflösbare Nebelflecke, eigentliche Nebelflecke, planetarische Nebel und Nebelsterne, obschon dieselben nur relativ verschieden sein mögen, wegen ihrer Entfernung oder Anhäufung, vielleicht auch teilweise wegen des mehr oder weniger Unfertigen in ihrem kosmischen Bildungsprozefs. In den Spektren von mehreren Nebelflecken haben sich helle Linien gezeigt, und es ist dadurch der Beweis geführt worden für die gasartige Beschaffenheit dieser Massen.

Elliptische Nebelflecke, charakterisiert durch eine nach innen zunehmende Dichtigkeit, sind im allgemeinen schwerer auflösbar in Sternhaufen als kugelförmige; ein solcher, auch mit blofsem Auge sichtbarer, elliptischer Nebel liegt im Gürtel der Andromeda, nahe bei dem Stern ν dieses Sternbildes. Es giebt auch ringförmige Nebel, aber nur wenige; einer derselben, ziemlich in der Mitte zwischen β und γ Lyrae gelegen, ist durch die grofsen Teleskope von Lord Rosse aufgelöst worden. — Bei den planetarischen Nebeln verteilt sich das Licht gleichmäfsig auf runden

oder ovalen, meist scharf begrenzten Scheiben; ein solcher mit dem scheinbaren Durchmesser 2′ 40″ liegt AR = $11^h\ 4^m\ 49^s$, Dekl. = + 55° 56′, zwischen β und γ im grofsen Bären. Sterne, umgeben von einer kreisförmigen Atmosphäre von schwachem Licht, werden als Nebelsterne bezeichnet, ein solcher ist 55 Andromedae, ebenso der Stern (AR = $7^h 19^m 8^s$, Dekl. = 21° 15′).

Sehr ausgedehnt und unregelmäfsig in der Form ist der grofse Nebelfleck im Orion, welcher die Sterne $\Theta 1$ im Schwertgriff umgiebt; er besteht zum Teil aus Sternhaufen. Ebenso dehnt sich der Nebel oder die Vereinigung von Nebelflecken, in deren dichtestem Teil der Stern η der Argo steht, der sich durch seinen veränderlichen Glanz auszeichnet, über einen Quadratgrad aus.

Hervorzuheben sind noch auf der südlichen Halbkugel die sogenannten Magellanischen Wolken, welche ihrem Lichte nach Teilen der Milchstrafse gleichen; die gröfste bedeckt etwa 42, die kleinere 10 Quadratgrade. Die erstere bleibt selbst bei hellem Mondschein noch sichtbar. Bei starker Vergröfserung zeigt sich, dafs sie aus langen Nebelstreifen in jedem Stadium der Auflösbarkeit bestehen, aus regelmäfsigen und unregelmäfsigen Nebeln, aus kugelförmigen Sternhaufen und anderen nebelartigen Gebilden. Man hat in der gröfseren Wolke 279, in der kleineren 37 Nebel und Haufen gezählt.

Von C. Wolf in Paris ist 1877 eine Sternkarte der Plejadengruppe veröffentlicht worden, welche 625 Sterne in einem Rechteck von 3 und 1,5 Mondbreiten enthält, und in deren Mitte der Stern Alcyone von der dritten Gröfse steht. Im Winter 1886/87 sind von den Gebrüdern Henry, Astronomen der Pariser Sternwarte, Plejadenphotographieen, durch dreistündige Exposition, hergestellt worden, in denen 1421 Sterne dieser Gruppe, bis zur 17. Gröfse, erkennbar sind, und unter denen auch die früheren, von Wolf eingetragenen, bis auf 10, aufzufinden sind. Zugleich haben diese Photographieen zu der Entdeckung eines bis dahin nicht beobachteten Nebels in der Plejadengruppe geführt, der, in spiraliger Form vom Stern Maja ausgehend, eine Ausdehnung von ungefähr 3 Minuten hat. Dieser Majanebel ist seitdem auch durch Fernrohre mit grofsem Objektiv aufgefunden worden.

Geographische Bestimmung der Lage verschiedener Sternwarten und Orte.

Name des Ortes.	Geogr. Breite.	Länge von Berlin. + westlich — östlich
Abo	+ 60° 26,9′	— 0h 35m 33s
Altona	+ 53 32,8	+ 0 13 49
Amsterdam	+ 52 22,5	+ 0 34 2
Athen	+ 37 58,3	— 0 41 21
Batavia	— 6 7,6	— 6 13 38
Berlin *)	+ 52 30,3	0 0 0
Bern	+ 46 57,1	+ 0 23 49
Bologna	+ 44 29,8	+ 0 8 10
Bonn	+ 50 43,7	+ 0 25 11
Bothkamp	+ 54 12,2	+ 0 13 4
Breslau	+ 51 6,9	— 0 14 34
Brüssel	+ 50 51,2	+ 0 36 6
Buenos Ayres	— 34 36,3	+ 4 47 12
Cairo	+ 32 2,0	— 1 11 26
Cambridge (Engl.)	+ 52 12,9	+ 0 53 12
Cambridge (Mass.)	+ 42 22,8	+ 5 38 6
Canton	+ 23 8,1	— 7 39 32
Chicago	+ 41 50,0	+ 6 44 1
Christiania	+ 59 54,7	+ 0 10 41
Cincinnati	+ 39 6,4	+ 6 31 34
Constantinopel	+ 41 0,3	— 1 2 22
Danzig	+ 54 21,3	— 0 21 4
Dorpat	+ 58 22,8	— 0 53 19
Dublin	+ 53 23,2	+ 1 18 57
Düsseldorf (Bilk)	+ 51 12,4	+ 0 26 30
Edinburg	+ 55 57,4	+ 1 6 18
Florenz	+ 43 46,1	+ 0 8 33
Frankfurt a. M.	+ 50 6,8	+ 0 18 52
Genf	+ 46 12,0	+ 0 28 58
Gotha (N. Sternw.)	+ 50 56,6	+ 0 10 44
Göttingen	+ 51 31,8	+ 0 13 49
Greenwich	+ 51 28,6	+ 0 53 35
Hamburg	+ 53 33,1	+ 0 13 41
St. Helena	— 15 55,0	+ 1 16 27
Helsingfors	+ 60 9,7	— 0 46 14
Jerusalem	+ 31 47,8	— 3 27 11
Ispahan	+ 32 39,6	— 1 33 23
Karlsruhe	+ 49 0,5	+ 0 19 58
Kiew	+ 50 27,2	— 1 8 26
Königsberg	+ 54 42,8	— 0 28 24
Kopenhagen	+ 55 41,2	+ 0 3 16

*) Berlin liegt 2h 4m 14s östlich vom Meridian von Ferro.

Name des Ortes.	Geogr. Breite.	Länge von Berlin. + westlich — östlich
Kremsmünster	+ 48° 3,4′	— 0h 2m 57s
Leipzig	+ 51 20,1	+ 0 4 1
Leyden	+ 52 9,3	+ 0 35 39
Lima	— 12 2,6	+ 6 2 5
Lissabon (K. Sternw.)	+ 38 42,5	+ 1 30 9
Liverpool (N. Sternw.)	+ 53 24,1	+ 1 5 52
London (St. Paulsk.)	+ 51 13,8	+ 0 53 59
Lübeck	+ 53 51,5	+ 0 10 49
Lund	+ 55 41,9	+ 0 0 50
Madras	+ 13 4,1	— 4 27 22
Madrid	+ 40 24,5	+ 1 8 20
Mailand	+ 45 28,0	+ 0 16 49
Marburg	+ 50 48,8	+ 0 18 30
Marseille (N. Sternw.)	+ 43 18,3	+ 0 32 0
Melbourne	— 37 49,9	— 8 46 19
Mexiko	+ 19 25,7	+ 7 29 56
Modena	+ 44 38,9	+ 0 9 52
Moskau	+ 55 45,3	— 1 36 42
München	+ 48 8,7	+ 0 7 9
Neapel	+ 40 51,8	— 0 3 24
New-Orleans	+ 29 57,8	+ 6 54 4
Newyork	+ 40 43,8	+ 5 49 32
Oxford	+ 51 45,6	+ 0 58 37
Palermo	+ 38 6,7	+ 0 0 11
Paris	+ 48 50,2	+ 0 44 14
Peking	+ 39 54,2	— 6 52 20
Petersburg	+ 59 56,5	— 1 7 39
Philadelphia	+ 39 57,1	+ 5 54 13
Prag	+ 50 5,3	— 0 4 6
Pulkowa	+ 59 46,3	— 1 7 44
Rio Janeiro	— 22 53,8	+ 3 46 12
Rom (Coll. Rom.)	+ 41 53,9	+ 0 3 39
Sebastopol	+ 44 36,8	— 1 20 31
Stockholm	+ 59 20,6	— 0 18 39
Strafsburg	+ 48 34,9	+ 0 22 32
Sydney	— 33 51,7	— 9 11 11
Teneriffa	— 28 27,9	+ 2 0 10
Tiflis	+ 41 41,1	— 2 5 42
Turin	+ 45 4,1	+ 0 22 46
Upsala (N. Sternw.)	+ 59 51,5	— 0 16 55
Venedig	+ 45 25,8	+ 0 4 10
Vorgebirge d. g. H.	— 33 56,0	— 0 20 20
Warschau	+ 52 13,1	— 0 30 32
Washington	+ 38 53,6	+ 6 1 47
Wien (A. Sternw.)	+ 48 12,6	— 0 11 57
Zürich	+ 47 22,7	+ 0 19 23

Alphabetisches Sachregister.

Druck von Bär & Hermann in Leipzig.

10

30

20

10

0

10

20

30

30

20

10

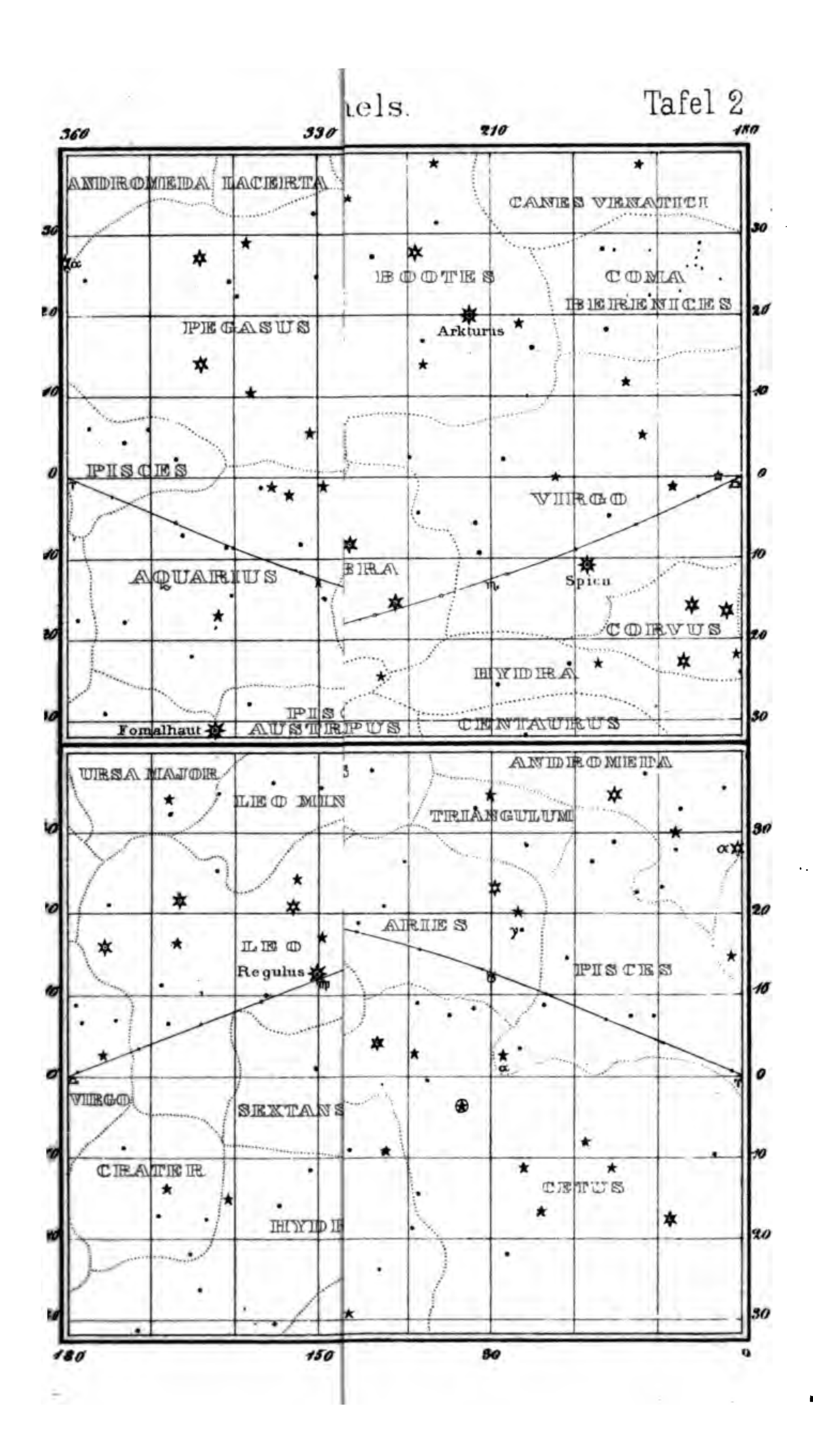
0

10

20

30

ıels. Tafel 2



360
330
210
180
ANDROMEDA LACERTA
CANES VENATICI
BOOTES
COMA
BERENICES
PEGASUS
Arkturus
PISCES
VIRGO
AQUARIUS
BRA
Spica
CORVUS
HYDRA
PIS
Fomalhaut
AUSTRPUS
CENTAURUS
URSA MAJOR
ANDROMEDA
LEO MIN
TRIANGULUM
ARIES
LEO
Regulus
PISCES
VIRGO
SEXTANS
CRATER
CETUS
HYDR
180
150
90
0

NAME	DATE DUE

